

## **BAB II**

### **KAJIAN PUSTAKA**

#### **A. Hakikat Matematika**

##### **1. Pengertian Matematika**

Matematika merupakan subjek yang sangat penting dalam sistem pendidikan di seluruh dunia. Negara yang mengabaikan pendidikan matematika sebagai prioritas utama akan tertinggal dari kemajuan dalam segala bidang (terutama sains dan teknologi), dibanding dengan negara lainnya yang memberikan tempat bagi matematika sebagai subjek yang sangat penting.<sup>44</sup> Untuk dapat menjalani pendidikan matematika selama di sekolah sampai kuliah dengan baik, maka anak didik dituntut dapat menguasai dengan baik dan sungguh-sungguh.

Istilah matematika (Indonesia), *methematics* (Inggris), *matematik* (Jerman), *mathemetique* (Prancis), *matematica* (Italia), *matematiceski* (Rusia) atau *mathemattick/weskude* (Belanda) berasal dari perkataan *mathematica*, yang mulanya diambil dari perkataan Yunani *matematike* yang berarti “*relating to learning*”. Perkataan ini mempunyai akar kata *mathema* yang berarti pengetahuan atau ilmu (*knowledge, science*). Perkataan *mathematike* berhubungan sangat erat

---

<sup>44</sup>Moch. Masykur dan Abdul Halim Fathani, *Mathematical Intelligence: Cara Cerdas Melatih Otak dan Menanggulangi Kesulitan Belajar*, (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2007), hal. 41

dengan sebuah kata lainnya yang serupa yaitu *mathenein* yang berarti belajar (berfikir).<sup>45</sup>

Dalam kamus matematikanya James menyatakan bahwa matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran dan konsep-konsep berhubungan lainnya dengan jumlah yang banyak yang terbagi ke dalam tiga bidang, yaitu aljabar, analisis dan geometri.<sup>46</sup> Sedangkan sampai saat ini, definisi atau pengertian tentang matematika masih beraneka ragam. Dengan kata lain, tidak terdapat satu definisi tentang matematika yang tunggal dan disepakati oleh semua tokoh atau pakar matematika.<sup>47</sup>

Semua definisi matematika yang ada hanya dikemukakan terutama berfokus pada tinjauan pembuat definisi itu. Di bawah ini disajikan beberapa definisi tentang matematika:

- a. Matematika adalah cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematis.<sup>48</sup>
- b. Matematika adalah bahasa simbol, ilmu deduktif yang tidak menerima pembuktian secara induktif, ilmu tentang pola keteraturan, dan struktur yang terorganisasi.<sup>49</sup>
- c. menurut Carl Friedrich Gauss, matematika adalah ratunya ilmu pengetahuan (*mathematics is the queen of sciences*) dan teori bilangan adalah ratunya matematika.<sup>50</sup>

---

<sup>45</sup>Erman Suherman, *Strategi Pembelajaran...*, hal. 15-16

<sup>46</sup>Hasratuddin, *Membangun Karakter Melalui Pembelajaran Matematika*, dalam <http://digilib.unimed.ac.id/960/>, diakses 02 Oktober 2018.

<sup>47</sup>R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika Di Indonesia*, (Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional, 2000), hal. 1

<sup>48</sup>*Ibid*, hal. 11

<sup>49</sup>Heruman, *Model Pembelajaran ...*, hal. 1

d. Matematika sebagai ilmu mengenai struktur dan hubungan-hubungannya, simbol-simbol diperlukan. Simbol-simbol itu penting untuk memanipulasi aturan-aturan dengan operasi yang ditetapkan. Simbolisasi menjamin adanya komunikasi dan mampu memberikan keterangan untuk membentuk suatu konsep baru. Konsep baru terbentuk karena adanya pemahaman terhadap konsep sebelumnya sehingga matematika itu konsep-konsepnya tersusun secara hirarkis. Simbolisasi itu barulah berarti bila suatu simbol itu dilandasi suatu ide. Jadi kita harus memahami ide yang terkandung dalam simbol tersebut. Sehingga dapat disimpulkan bahwa, ide harus dipahami terlebih dahulu sebelum ide tersebut disimbolkan.<sup>51</sup>

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa keberagaman definisi matematika itu muncul berdasar sudut pandang pembuatnya. Ada tokoh yang tertarik dengan bilangan, ia melihat matematika dari sudut pandang bilangan itu. Sedangkan tokoh lain melihat matematika dari struktur-struktur, maka ia melihat matematika dari sudut pandang struktur-struktur itu. Namun secara singkat dikatakan bahwa matematika berkenaan dengan ide-ide atau konsep-konsep abstrak yang tersusun secara hirarkis dan penalarannya deduktif.<sup>52</sup> Untuk mempermudah mempelajari keabstrakan matematika dengan beragam simbol-simbol yang ada maka kita harus memahami terlebih dahulu konsep-konsepnya.

---

<sup>50</sup>Dr. Zainal Arifin, *Membangun Kompetensi Pedagogis Guru Matematika Landasan Filosofi, Histori, dan Psikologis*, (Surabaya: Lentera Cendikia, 2009), hal. 25

<sup>51</sup>Herman Hudojo, *Mengajar Belajar Matematika*, (Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Dirjen Dikti PPLPTK, 1988), hal. 3

<sup>52</sup>Herman Hudojo, *Mengajar Belajar...*, hal. 3

## 2. Karakteristik Matematika

Ilmu matematika itu berbeda dengan disiplin ilmu yang lain. Matematika memiliki bahasa sendiri, yakni bahasa yang terdiri atas simbol-simbol dan angka.<sup>53</sup> Bahasa ini nantinya akan mempermudah kita dalam mempelajari matematika di tengah definisi dan kajian matematika yang beragam. Bahasa tersebut dapat kita pelajari melalui beberapa karakteristik matematika sebagai berikut:

### a. Memiliki Objek Kajian Abstrak

Dalam matematika objek dasar yang dipelajari adalah abstrak, disebut juga objek mental. Objek Abstrak meliputi: a) fakta, b) konsep, c) operasi atau relasi, dan d) prinsip. Adapun objek dasar tersebut dapat dijelaskan sebagai berikut:

Fakta adalah konvensi atau kesepakatan dalam matematika yang diungkap dengan sebuah simbol tertentu. Misalnya, simbol bilangan “7” secara umum sudah dipahami sebagai bilangan “tujuh”. Sebaliknya, jika orang mengatakan “tujuh” maka sudah dengan sendirinya orang itu menangkap simbol yaitu “7”. Seseorang dikatakan telah belajar fakta apabila dia telah mampu menuliskan dan membaca fakta secara benar serta mampu menggunakan dengan tepat dalam situasi yang seharusnya. Konsep adalah ide abstrak yang dapat digunakan untuk menggolongkan sekumpulan objek. Misalnya “Bilangan Real” adalah nama suatu konsep yang lebih kompleks. Dikatakan lebih kompleks karena didalam bilangan real terdapat bilangan rasional dan bilangan irasional. Operasi atau relasi adalah aturan untuk memperoleh elemen tunggal dari satu atau lebih elemen yang

---

<sup>53</sup>Moch. Masykur, *Mathematical Intelligence...*, hal. 44

diketahui. Contohnya, operasi penjumlahan, perkalian, gabungan dan irisan. Prinsip adalah objek matematika yang paling kompleks. Prinsip dapat terdiri atas beberapa fakta, dari konsep yang dikaitkan oleh suatu relasi ataupun operasi. Prinsip dapat berupa aksioma, teorema, sifat dan sebagainya.<sup>54</sup>

b. Bertumpu pada Kesepakatan

Dalam matematika kesepakatan merupakan tumpuan yang amat penting. Kesepakatan yang amat mendasar adalah aksioma dan konsep primitif. Aksioma disebut sebagai postulat atau pernyataan pangkal (yang sering dinyatakan tidak perlu dibuktikan), aksioma diperlukan untuk menghindarkan berputar-putar dalam pembuktian. Sedangkan konsep primitif yang juga disebut sebagai *undefined term* ataupun pengertian pangkal tidak perlu didefinisikan, digunakan untuk menghindarkan berputar-putar dalam pendefinisian.<sup>55</sup>

c. Berpola Pikir Deduktif

Pola pikir deduktif secara sederhana dapat dikatakan “pemikiran yang berpangkal dari hal bersifat umum diterapkan atau diarahkan kepada hal yang bersifat khusus”.<sup>56</sup> Misalnya, ketika anak sudah mengenal konsep “persegi”, selanjutnya anak mengamati lingkungan sekitar dan dapat mengatakan bangun-bangun yang diamati merupakan persegi atau bukan, maka dari hasil pengamatan diperoleh Teori *Phytagoras*, yang harus dibuktikan secara umum.<sup>57</sup>

d. Memiliki Simbol yang Kosong dari Arti

---

<sup>54</sup>*Ibid*, hal 2.6

<sup>55</sup>A. Saepul Hamdani, dkk., *Matematika 1 Edisi Pertama*, (Surabaya: LAPIS-PGMI, 2008), hal. 2.6

<sup>56</sup>R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan...*, hal. 15

<sup>57</sup>A. Saepul Hamdani, dkk., *Matematika 1...*, hal. 2.6

Dalam matematika banyak sekali simbol yang digunakan, baik berupa huruf ataupun bukan huruf. Rangkaian simbol matematika dapat membentuk suatu model matematika. Misalnya model  $z = x + y$  masih kosong dari arti, tergantung dari permasalahan yang menyebabkan model itu, bisa bilangan, bisa matriks, bisa vektor, dan sebagainya. Kosong dari arti membawakan konsekuensi kemungkinan matematika memasuki medan garapan dari ilmu lain.<sup>58</sup>

e. Memperhatikan Semesta Pembicaraan

Dalam menggunakan matematika harus terdapat kejelasan mengenai ruang lingkup pembicaraan. Bila ruang lingkup pembicaraannya bilangan, maka simbol dalam huruf duartikan sebagai bilangan. Namun bila pembicaraannya suatu himpunan, maka simbol dalam huruf duartikan sebagai himpunan pula. Benar atau salah dan tahu tidaknya penyelesaian suatu model matematika sangat ditentukan oleh semesta pembicaraannya.<sup>59</sup>

f. Konsisten dalam Sistemnya

Dalam matematika terdapat banyak sistem. Ada sistem yang mempunyai kaitan satu sama lain, tetapi juga ada sistem yang dapat dipandang terlepas satu sama lain. Misalnya, sistem aljabar dengan sistem geometri saling lepas. Dalam sistem aljabar ada sistem-sistem lagi yang saling terkait. Dalam satu sistem tidak boleh ada kontradiksi, tetapi antar sistem ada kemungkinan timbul kontradiksi. Contoh: dalam Geometri Euclides jumlah sudut-sudut segitiga adalah 180 derajat,

---

<sup>58</sup>*Ibid*, hal. 2.10

<sup>59</sup>*Ibid*, hal. 2.10

sedangkan di Geometri non Euclides jumlah sudut-sudut segitiga lebih dari 180 derajat.<sup>60</sup>

Berdasarkan paparan di atas, bahwa matematika adalah ilmu pengetahuan eksak berupa simbol-simbol dan angka-angka yang berkenaan dengan ide-ide atau konsep abstrak yang tersusun secara hirarkis dan penalarannya deduktif. Simbol-simbol atau angka-angka akan mempermudah kita dalam mempelajari matematika di tengah definisi dan kajian matematika yang beragam melalui beberapa karakteristik matematika.

## **B. Belajar Matematika**

Belajar merupakan suatu proses dimana seseorang berubah perilakunya sebagai akibat pengalaman.<sup>61</sup> Dari pendapat tersebut belajar adalah memperkuat perilaku melalui pengalaman, sehingga diperlukan latihan dan pemahaman konsep yang mendalam terutama dalam belajar matematika. Oleh karena itu, pengalaman belajar matematika yang lalu akan mempengaruhi terjadinya proses belajar materi matematika yang baru. Di dalam proses belajar matematika, terjadi proses berfikir.<sup>62</sup>

Berfikir merupakan suatu kegiatan mental yang dialami seseorang bila mereka dihadapkan pada suatu masalah atau situasi yang harus dipecahkan.<sup>63</sup> Seseorang dikatakan berfikir matematika apabila terjadi kegiatan mental yang

---

<sup>60</sup>*Ibid*, hal. 2.10

<sup>61</sup>Ratna Wilis Dahar, *Teori-Teori Belajar dan Pembelajaran*, (Bandung: Erlangga, 2011), hal. 2

<sup>62</sup>Herman Hudojo, *Mengajar Belajar...*, hal. 4

<sup>63</sup>Tatag Yuli Eko Siswono, *Model Pembelajaran Matematika Berbasis pengajaran dan Pemecahan Masalah Untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif*, (Surabaya: Unesa University Press, 2008), hal.12

menggunakan kemampuan abstraksi dan generalisasi.<sup>64</sup> Matematika adalah ilmu yang membahas tentang pola atau keteraturan sehingga membutuhkan proses berfikir yang tinggi.

Dalam kegiatan belajar mengajar, anak sebagai subjek dan sebagai objek dari kegiatan pengajaran. Karena itu, inti proses pengajaran tidak lain adalah kegiatan belajar anak didik dalam mencapai suatu tujuan pengajaran. Tujuan pengajaran tentu saja akan dapat dicapai jika anak didik berusaha secara aktif untuk mencapainya. Keaktifan anak didik disini tidak hanya dituntut dari segi fisik saja, tetapi juga dari segi kejiwaan. Bila hanya fisik anak yang aktif, tetapi pikiran dan mentalnya kurang aktif, maka kemungkinan besar tujuan pembelajaran tidak tercapai. Padahal belajar pada hakikatnya adalah “perubahan” yang terjadi dalam diri seseorang setelah berakhirnya melakukan aktifitas belajar. Walaupun pada kenyataannya tidak semua perubahan termasuk ke dalam kategori belajar.<sup>65</sup>

Oleh karenanya, pemahaman yang benar mengenai arti belajar dengan segala aspek dan bentuk mutlak diperlukan oleh para pendidik. Kekeliruan atau ketidak lengkapan persepsi mereka terhadap proses belajar dan hal-hal yang berkaitan dengannya kemungkinan akan mengakibatkan kurang bermutunya hasil belajar yang dicapai peserta didik.<sup>66</sup> Bagi guru matematika mempelajari mengenai psikologi tingkah laku dan psikologi kognitif sangat berguna untuk meningkatkan kemampuan dirinya sebagai guru matematika yang profesional, karena dengan

---

<sup>64</sup>Herman Hudojo, *Mengajar Belajar...*, hal.76

<sup>65</sup>Syaiful Bahri Djamarah & Aswan Zain, *Strategi Belajar Mengajar*, (Jakarta: PT Rineka Cipta, 2010), hal. 38

<sup>66</sup>Muhibbin Syah, *Psikologi Belajar*, (Jakarta: PT RajaGrafindo Persada, 2006), hal. 63



menguasai kedua psikologi tersebut serta aplikasinya maka akan meningkatkan pula wawasan kemampuan untuk melaksanakan kegiatan pembelajaran matematika di dalam kelas.<sup>67</sup>

Matematika mempunyai beberapa karakteristik, salah satunya adalah objek kajiannya bersifat abstrak. Menurut Hudojo belajar matematika merupakan kegiatan mental yang tinggi, karena matematika berkaitan dengan ide-ide abstrak yang diberi simbol-simbol yang tersusun secara hirarkis dan penalarannya deduktif. Untuk mempelajari matematika haruslah bertahap, berurutan serta berdasarkan pada pengalaman belajar yang lalu (sebelumnya).<sup>68</sup> Selain itu, Sudjadi menyatakan bahwa untuk dapat menguasai matematika diperlukan cara belajar berurutan, setapak demi setapak, dan berkesinambungan.<sup>69</sup>

Dari berbagai pendapat di atas menunjukkan bahwa belajar matematika merupakan kegiatan mental yang tinggi, dilakukan secara berurutan, setapak demi setapak, *continue* (berkelanjutan), konsisten, mempunyai keterkaitan antara satu dengan yang lainnya dan menggunakan pengalaman belajar sebelumnya.

### C. Pemahaman

Pemahaman diartikan sebagai cara atau perbuatan memahami atau memahamkan.<sup>70</sup> Pemahaman (*understanding*), yaitu kedalaman kognitif, dan

---

<sup>67</sup>Erman Suherman, *Strategi Pembelajaran...*, hal. 26

<sup>68</sup>Hudoyo, Herman. *Mengajar Belajar...*, hal. 4

<sup>69</sup>Harwana, *Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Melalui Metode Penemuan Terbimbing Berbasis Teori Bruner Dalam Materi Bangun Ruang Sisi Lengkung*, diakses tanggal 28 Oktober 2018, hal. 3

<sup>70</sup>Meity Taqdir Qodratillah dkk, *Kamus Bahasa Indonesia Untuk Pelajar*, (Jakarta: Badan Pengembangan dan Pembinaan Bahasa, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2011), hal. 385

afektif yang dimiliki oleh individu.<sup>71</sup> Individu dalam hal terutama para pendidik dan pengajar dapat berinteraksi dengan baik dengan individu lain, terutama para terdidik dan peserta didik, maka perlu adanya pemahaman yang mendalam antara satu dengan yang lain.<sup>72</sup>

Pemahaman adalah menjelaskan sesuatu yang dibaca atau didengarnya dengan menggunakan susunan kalimatnya sendiri, memberikan contoh lain dari yang telah dicontohkan, atau menggunakan petunjuk penerapan pada kasus lain.<sup>73</sup> Sering kali seorang guru kesulitan dalam memutuskan apakah peserta didik sudah paham dengan materi yang disampaikan atau belum, karena masih ada peserta didik jika ditanya sudah paham atau belum, maka sebagian dari mereka cenderung diam dan bingung ketika dihadapkan dengan permasalahan.

Keberhasilan pencapaian pemahaman akan berpengaruh terhadap hubungan interaksi seorang pendidik dengan siswanya. Interaksi atau hubungan yang baik ini akan semakin memperlancar proses belajar dan mengajar di kelas. Agar individu, khususnya para pendidik dapat berinteraksi baik dengan individu lain, terutama dengan peserta didik, maka diperlukan suatu pemahaman. Pemahaman tentang dirinya sendiri dan juga pemahaman tentang orang lain. Tanpa pemahaman yang mendalam dan meluas tentang diri sendiri dan orang lain, maka tidak mungkin individu atau pendidik dapat berinteraksi dengan orang lain (siswa) dengan baik.<sup>74</sup>

---

<sup>71</sup>E. Mulyasa, *Kurikulum Berbasis...*, hal. 39

<sup>72</sup>Nana Syaodih Sukmadinata, *Landasan Psikologi...*, hal. 214

<sup>73</sup>Nana Sudjana, *Penilaian Hasil Proses Belajar Mengajar*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2011), hal. 24

<sup>74</sup>Nana Syaodih Sukmadinata, *Landasan Psikologi...*, hal. 214

Potensi yang dimiliki setiap peserta didik berbeda-beda. Sebagai pendidik, potensi tersebut harus digali dengan menjalin interaksi selama proses belajar mengajar, serta menciptakan suasana belajar mengajar yang dapat menumbuhkan keaktifan siswa (*student active learning*). Suasana tersebut dapat meningkatkan keberanian siswa untuk menyampaikan ide atau pendapatnya. Sehingga pendidik mudah untuk mengetahui seberapa jauh pemahaman siswa terhadap materi yang disampaikan.

Pemahaman peserta didik akan mudah dibangun apabila dapat mengkomunikasikan gagasan dengan peserta didik lain dan guru. Dengan kata lain, pemahaman peserta didik dibangun melalui interaksi dengan lingkungan sosialnya (teman dan guru). Interaksi memungkinkan terjadinya perbaikan terhadap pemahaman peserta didik melalui saling menjelaskan, bertanya, dan diskusi. Interaksi dapat ditingkatkan dengan belajar kelompok. Penyampaian gagasan oleh peserta didik dapat mempertajam, memperdalam, memantapkan atau menyempurnakan gagasan itu karena memperoleh tanggapan dari peserta didik lain atau guru.<sup>75</sup>

Selanjutnya, Dubinsky menyatakan bahwa pemahaman tentang konsep matematika merupakan hasil konstruksi atau rekonstruksi dari objek-objek matematika yang dilakukan melalui aktifitas aksi, proses, dan objek yang dikoordinasi dalam suatu skema.<sup>76</sup> Menurut Piaget, skema merupakan pola tingkah laku yang dapat diulang.<sup>77</sup> Bartlett menyatakan bahwa skema merupakan

---

<sup>75</sup>Siti Hartinah, *Pengembangan Peserta Didik*, (Bandung: Refika aditama, 2011), hal. 2

<sup>76</sup>Ed. Dubinsky, *Using A Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research*, hal. 11

<sup>77</sup>Djaali, *Psikologi Pendidikan*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2011), hal. 76

penuntun dalam melakukan pengorganisasian informasi atau pengetahuan yang masuk ke dalam sistem memori pada suatu kumpulan pengetahuan.<sup>78</sup> Sedangkan, Chaplin mengemukakan beberapa definisi tentang skema dalam *Dictionary of Psychology*, yaitu:<sup>79</sup>

1. skema sebagai suatu peta kognitif yang terdiri atas sejumlah ide yang tersusun rapi,
2. skema sebagai kerangka referensi untuk merekam berbagai peristiwa atau data,
3. skema sebagai suatu model,
4. skema sebagai suatu kerangka referensi yang terdiri atas respon-respon yang pernah diberikan, kemudian menjadi standar bagi respon-respon selanjutnya.

Jadi dapat disimpulkan bahwa skema (*schema*) merupakan struktur kognitif siswa sebagai hasil pengalaman belajarnya yang digunakan untuk mengidentifikasi pengetahuan yang ia peroleh dari lingkungan. Menurut Piaget, perkembangan struktur kognitif juga dipengaruhi oleh dua aspek dari intelegensi lainnya yaitu, konten dan fungsi.<sup>80</sup> Konten mengacu kepada pola tingkah laku khusus dari anak sebagai respon terhadap bermacam-macam masalah atau situasi yang dihadapi. Adapun fungsi mengacu kepada cara bagaimana suatu organism membuat berkembangnya mental. Fungsi terdiri atas dua macam fungsi invariant yaitu organisasi dan adaptasi.<sup>81</sup>

---

<sup>78</sup>Davis, G.E., Tall. *What is A Schema?*, (online). <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.377.6694&rep=rep1&type=pdf>, diakses 10 Oktober 2018 pukul 11.28, hal. 1

<sup>79</sup>Lilis Siti Sulistyarningsih, *Teori Skema*, (online), <https://anzdoc.com/teori-skema-dra-lilis-siti-sulistyarningsih-m-pd-universtas-p.html>, diakses 10 Oktober 2018 Pukul 11.28, hal. 1

<sup>80</sup>Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum...*, hal. 66

<sup>81</sup>Djaali, *Psikologi Pendidikan...*, hal. 76

Organisasi melukiskan kemampuan organisme mengorganisasikan proses-proses fisik atau psikologi ke dalam sistem yang berkaitan. Sedangkan adaptasi adalah kemampuan seseorang dalam menyesuaikan diri dengan lingkungannya melalui dua proses yaitu, asimilasi dan akomodasi.<sup>82</sup> Asimilasi adalah proses menambahkan informasi baru ke dalam skema yang sudah ada.<sup>83</sup> Akomodasi adalah bentuk penyesuaian lain yang melibatkan perubahan atau penggantian skema akibat adanya informasi baru yang tidak sesuai dengan skema yang sudah ada.

Melalui kedua proses penyesuaian tersebut, sistem kognisi seseorang berubah dan berkembang sehingga bisa meningkat dari satu tahap ketahap yang lebih tinggi. Proses penyesuaian tersebut dilakukan seseorang karena ia ingin mencapai keadaan ekuilibrium, yaitu keadaan yang seimbang antara struktur kognisi dengan pengalaman dari lingkungan.<sup>84</sup> Jadi untuk mencapai pemahaman suatu pengetahuan matematika siswa akan melakukan asimilasi pengetahuannya ke dalam skema yang sudah ada dan melakukan akomodasi untuk mengubah atau mengganti skema yang sudah ada karena memperoleh pengetahuan baru.

Berdasarkan kajian teori di atas, maka pemahaman yang dimaksud dalam penelitian ini adalah kemampuan siswa untuk mengkontruksi atau merekontruksi kembali aksi, proses, dan objek serta mengorganisasikannya dalam sebuah skema yang digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan tentang konsep teorema Pythagoras. Untuk mengetahui pemahaman siswa pada penelitian ini digunakan

---

<sup>82</sup>Syahrir, *Metodologi Pembelajaran...*, hal.12

<sup>83</sup>Wowo Sunaryo Kuswana, *Taksonomi Berfikir*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2011), hal. 159

<sup>84</sup>Syahrir, *Metodologi Pembelajaran...*, hal. 12

instrumen berupa tes esay dan wawancara. Tes esay dan wawancara digunakan karena bersifat terbuka sehingga lebih mudah untuk mengukur sejauh mana kemampuan pemahaman siswa.

#### **D. Teori APOS**

Kerap kali kita mendengar kalimat teori pembelajaran, namun tidak sedikit yang tidak tahu pengertian dari teori sendiri. Teori dapat diartikan sebagai berikut:<sup>85</sup>

- a. Sebuah penjelasan umum tentang berbagai pengamatan yang dibuat seiring dengan berjalannya waktu.
- b. Teori menjelaskan dan meramalkan timbulnya perilaku.
- c. Suatu teori tidak dapat dibangun di atas keragu-raguan.
- d. Suatu teori dapat diubah atau dimodifikasi.

Sedangkan teori APOS adalah suatu teori konstruktivisme tentang bagaimana suatu konsep matematika dipelajari.<sup>86</sup> Teori belajar ini muncul dikalangan Research in Undergraduate Mathematic Education Community (RUMEC). Teori APOS merupakan teori belajar yang lahir dari hipotesis bahwa pengetahuan matematika seseorang adalah kecenderungan untuk memahami situasi masalah matematik dengan mengkonstruksi mental melalui aksi, proses,

---

<sup>85</sup>Suyono & Hriyanto, *Belajar Dan Pembelajaran*, (Bandung: PT.Remaja Rosdakarya, 2014), hal. 27

<sup>86</sup>Husnul Khotimah, et.all., “*Pengembangan Lembar Kerja Siswa Berdasarkan Teori APOS (Action, Process, object, Scheme) untuk Meningkatkan Efektivitas Pembelajaran Matematika*”, *Edu-sains*, Vol.IV.No.2, Juli 2015, hal. 26

objek dan mengorganisasikan ketiganya dalam skema untuk membuat pengertian dari situasi tersebut dan menyelesaikan masalah matematik.<sup>87</sup>

Teori APOS yang dikembangkan oleh Dubinsky tersebut merupakan hasil elaborasi dari abstraksi reflektif yang diperkenalkan oleh Piaget dalam menjelaskan perkembangan berpikir logis pada anak-anak.<sup>88</sup> Dubinsky memperluas ide ini untuk menjelaskan perkembangan berpikir matematika tingkat tinggi pada mahasiswa. Teori APOS mengasumsikan bahwa pengetahuan matematika yang dimiliki oleh seseorang merupakan hasil interaksi dengan orang lain dan hasil konstruksi-konstruksi mental orang tersebut dalam memahami ide matematika.<sup>89</sup> Konstruksi-konstruksi mental tersebut adalah aksi (*action*), proses (*process*), objek (*object*), dan skema (*schema*) yang disingkat dengan APOS. Sering sejumlah konstruksi merupakan rekonstruksi dari sesuatu yang sudah ada, tetapi rekonstruksinya tidak persis sama seperti yang sudah ada sebelumnya.

Teori APOS bisa digunakan untuk membandingkan keberhasilan beberapa siswa dalam menyelesaikan suatu tugas konstruksi mental khusus yang mereka gunakan.<sup>90</sup> Secara teknis, penggunaan analisis tersebut ialah peneliti membandingkan keberhasilan atau kegagalan siswa pada saat mengerjakan masalah matematika dengan konstruksi mental spesifik. Jika ada dua subjek yang

---

<sup>87</sup>Ed. Dubinsky & McDonal, M.A., *APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research*”, *Jurnal Georgia State University, USA (on-Line)* <https://pdfs.semanticscholar.org/6850/b01648bf43e15cbdbcf871b215c3cf44825d.pdf>, diakses : 10 Oktober 2018

<sup>88</sup>Husnul Khotimah, et.all., *Pengembangan Lembar Kerja ...*, hal. 26

<sup>89</sup>Catur Febriana, Mega Teguh B., “Profil Kemampuan Siswa SMA Dalam Menyelesaikan Soal Fungsi Kuadrat Berdasarkan Teori APOS Ditinjau Dari Perbedaan Kemampuan Matematika”, Volume 01 Nomor 01, 2012, hal. 2

<sup>90</sup>Ed Dubinsky, *Using A Theory of Learning in College Mathematics Course*, diakses dari <https://www.heacademy.ac.uk/knowledge-hub/using-theory-learning-college-mathematicscourses>, diakses 28 Oktober 2018

sampai ke sebuah konsep matematika dan kemudian salah satu subjek dapat mengambil langkah lebih lanjut sementara yang lain tidak bisa melanjutkan, peneliti dapat mencoba untuk menjelaskan perbedaan siswa tadi dengan menunjuk konstruksi mental aksi, proses, objek dan skema dari masing-masing siswa, apakah titik konstruksi tertentu sudah tercapai, ataukah belum.<sup>91</sup>

APOS adalah bentuk akronim dari *action*, *process*, *object*, dan *schema*. Menurut Dubinsky definisi teori APOS adalah suatu teori konstruktivis tentang bagaimana kemungkinan berlangsungnya pencapaian/pembelajaran suatu konsep atau prinsip matematika yang dapat digunakan sebagai suatu elaborasi tentang konstruksi mental dari aksi (*actions*), proses (*processes*), objek (*object*), skema (*schema*).<sup>92</sup> Di bawah ini akan diberikan deskripsi yang lebih lengkap untuk masing-masing tahapan konstruksi mental tersebut.

### **1. Tahap Aksi (*Action*)**

Aksi (*action*) adalah transformasi objek-objek yang dirasakan individu sebagai sesuai yang diperlukan, serta instruksi tahap demi tahap bagaimana melakukan operasi.<sup>93</sup> Aksi tersebut dialami oleh individu pada saat menghadapi suatu permasalahan serta berusaha menghubungkannya dengan pengetahuan yang telah dimiliki sebelumnya.<sup>94</sup> Seseorang dikatakan mengalami suatu aksi, apabila orang tersebut memfokuskan proses mentalnya pada upaya untuk memahami suatu konsep yang diberikan.

---

<sup>91</sup>Ed. Dubinsky & McDonald, M.A., *APOS: A Constructivist Theory...*, hal. 273-280

<sup>92</sup>Ed Dubinsky, *Using A Theory...*, hal.11

<sup>93</sup>Karunia Eka Lestari, *Penerapan Model Pembelajaran M-APOS Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa SMP*, Jurnal Pendidikan UNSIKA, Vol.3 No.1, 2015, hal. 47

<sup>94</sup>Ed. Dubinsky & McDonald, M.A., *APOS: A Constructivist Theory...*, hal. 2



Transformasi dalam tahap aksi merupakan suatu reaksi eksternal yang diberikan secara rinci pada tahap-tahap yang harus dilakukan, jadi kinerja pada tahap aksi berupa aktifitas prosedural. Pada tahap ini siswa masih membutuhkan bimbingan untuk melakukan transformasi, baik secara fisik ataupun secara mental. Contohnya, siswa membutuhkan pemahaman awal tentang teorema Pythagoras, kemudian ditransformasikan untuk memikirkan tentang konsep segitiga.

## **2. Tahap Proses (*Process*)**

Proses (*Process*) adalah pemahaman prosedural, prosedur yang digunakan sama dengan aksi namun tidak memerlukan informasi dari luar untuk melakukan prosedur tersebut dan penjelasan yang diberikan lebih detail meskipun tidak menuliskan secara rinci.<sup>95</sup> Ketika tindakan-tindakan transformasi diulang, maka siswa paham bahwasanya proses transformasi yang seluruhnya berada dalam pikiran siswa tersebut dapat dilakukan tanpa membutuhkan rangsangan eksternal.<sup>96</sup> Berbeda dengan aksi, yang mungkin terjadi melalui bantuan manipulasi benda atau sesuatu yang bersifat kongkrit, proses terjadi secara internal di bawah kontrol individu yang melakukannya. Seseorang dikatakan mengalami suatu proses tentang sebuah konsep yang tercangkup dalam masalah yang dihadapi, apabila berpikrinya terbatas pada ide matematik yang dihadapi serta ditandai dengan munculnya kemampuan untuk membicarakan atau melakukan refleksi atas ide matematika tersebut. Contohnya, bila siswa dihadapkan dengan soal Pythagoras siswa akan mengenal apa saja komponen

---

<sup>95</sup>Anis Safitri, *Profil Pemahaman...*, hal.3

<sup>96</sup>Ed. Dubinsky & McDonald, *M.A. APOS: A Constructivist Theory...*, hal. 3

yang berada dalam soal dan mampu mengimajinasikan apa yang ada pada soal berdasarkan konsep yang diberikan pada teorema Pythagoras.

### 3. Tahap Objek (*Object*)

Objek (*Object*) adalah suatu pemahaman konseptual, sehingga siswa sudah bisa menghubungkan definisi, sifat-sifat dan karakteristik materi tertentu untuk melakukan suatu kegiatan prosedural.<sup>97</sup> Proses baru dapat dikonstruksi (dibentuk) dengan cara mengkoordinasi proses-proses yang sudah ada. Bila hal tersebut menjadi suatu proses sendiri untuk ditransformasikan oleh suatu aksi, maka dikatakan proses itu telah dienkapsulasikan menjadi suatu objek.<sup>98</sup> Seseorang melakukan refleksi atas operasi yang digunakan dalam proses tertentu dapat berlaku pada proses tersebut, serta mampu melakukan transformasi yang dimaksud, maka dapat dinyatakan bahwa individu tersebut telah melakukan konstruksi proses menjadi sebuah objek kognitif. Dalam hal ini dapat dinyatakan bahwa proses-proses yang dilakukan telah terangkum (*encapsulated*) menjadi sebuah objek kognitif.

Seseorang dikatakan telah memiliki sebuah konsepsi objek dari suatu konsep matematika manakala dia telah mampu memperlakukan ide atau konsep tersebut sebagai sebuah objek kognitif yang mencakup kemampuan untuk melakukan aksi atas objek tersebut serta memberikan alasan atau penjelasan tentang sifat-sifatnya.<sup>99</sup> Selain itu, individu tersebut juga telah mampu melakukan penguraian kembali (*de-encapsulate*) suatu objek menjadi proses sebagai asalnya

---

<sup>97</sup>Anis Safitri, *Profil Pemahaman Siswa...*, hal. 3

<sup>98</sup>Ed. Dubinsky & McDonald, *M.A. APOS: A Constructivist Theory...*, hal. 3

<sup>99</sup>Syaiful, *Memfaatkan Teori...*, hal. 534

pada saat sifat-sifat dari objek yang dimaksud akan digunakan.<sup>100</sup> Contohnya, siswa mampu untuk menyelesaikan permasalahan dari teorema Pythagoras berdasarkan apa yang dikerjakan pada tahap proses.

#### **4. Tahap Skema (*Schema*)**

Skema (*Schema*) adalah kumpulan dari aksi, proses, objek dan skema lain yang berhubungan untuk membentuk suatu kerangka berfikir.<sup>101</sup> Contohnya, siswa mampu menentukan nilai fungsi jika rumus fungsinya diketahui. Empat tahap teori APOS tersebut bejalan berkesinambungan.<sup>102</sup> Hal ini disebabkan setiap pembahasan satu komponen saling berkaitan dengan komponen lainnya secara berurutan. Namun pada kenyataannya, ketika seseorang mengembangkan pemahamannya terhadap suatu konsep matematika, tidaklah selamanya dilakukan secara linear. Misalnya, ketika seseorang dihadapkan pada suatu soal Pythagoras, kemungkinan siswa tidak mulai dari tahap aksi tetapi mulai dari tahap objek kemudian baru tahap lainnya. Jadi tidak menutup kemungkinan bahwa, jika siswa sudah berada dalam tahap objek atau bahkan skema, maka siswa tersebut mungkin tidak perlu melewati tahap proses. Ini dikarenakan proses-proses transformasi telah terinteriorisasi sempurna ke dalam pikiran siswa.

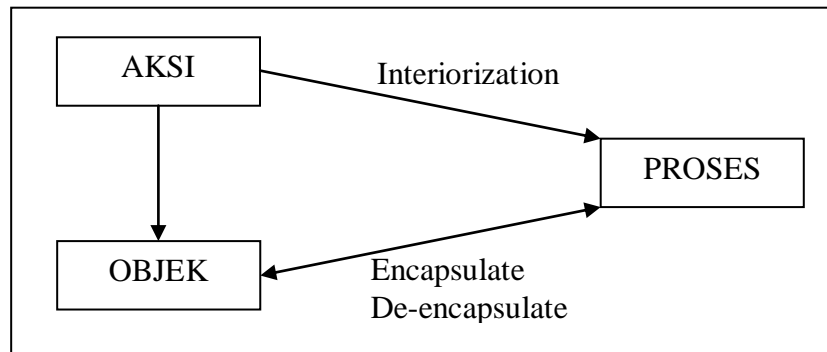
---

<sup>100</sup>Elda Herlina, *Meningkatkan Advanced ...*, hal. 73

<sup>101</sup>Anis Safitri, *Profil Pemahaman Siswa Mengenai Konsep Grafik Fungsi...*, hal.3

<sup>102</sup>Ed. Dubinsky & McDonald, *M.A. APOS: A Constructivist Theory...*, hal. 3

**Bagan 2.1 Alur APOS**



Menurut Asiala, Baker et al menyatakan bahwa tujuan yang ingin dicapai dari teori APOS adalah terbentuknya konstruksi mental pelajar. Yang dimaksud konstruksi mental dalam konteks ini adalah terbentuknya aksi (*action*), yang direnungkan (*interiorization*) menjadi proses (*process*), selanjutnya dirangkum (*encapsulate*) menjadi objek (*object*), kemudian objek dapat diuraikan kembali (*de-encapsulated*) menjadi proses. Aksi, proses dan objek dapat diorganisasikan menjadi suatu skema (*schema*), yang selanjutnya disingkat menjadi APOS.<sup>103</sup>

Skema mempunyai peranan yang signifikan dalam Teori APOS untuk mengetahui tingkat pemahaman siswa dalam proses belajar mengajar. Menurut Baker et. al, skema yang baik merupakan koleksi yang koheren dari aksi, proses, objek, dan konstruksi skema sebelumnya yang dikoordinasi dan digabungkan oleh seseorang untuk membentuk susunan yang dipakai dalam suatu masalah.<sup>104</sup>

Seseorang siswa dapat menunjukkan koherensi skema dengan mempertajam apa yang termuat dalam skema dan apa yang tidak. Misalnya siswa memikirkan suatu dan merubahnya menjadi suatu objek untuk menampilkan aksi-aksi baru. Melalui transformasi ini skema itu sendiri bisa menjadi objek. Objek bisa dirubah melalui aksi tingkat lebih tinggi, yang mengarah pada proses objek, skema baru

<sup>103</sup>Sri Wiji Lestari, *Penerapan Model Pembelajaran M-APOS Dalam Meningkatkan Pemahaman Konsep Dan Motivasi Belajar Kalkulus II*, Jurnal Pendidikan Dan Keguruan, Vol.I No.1,2014, hal. 3

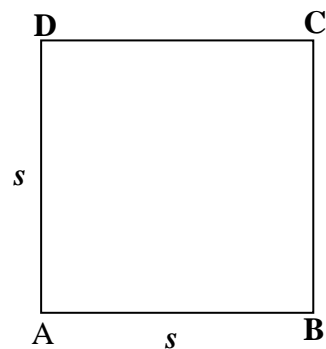
<sup>104</sup>B Baker et. al, *A Calculus Graphing Schema. Journal For Research in Mathematics Education*, 2000, p.31(5), hal. 557 – 558

untuk menyusun konsep-konsep baru. Oleh karena itu, perkembangan aksi, proses, dan objek terus direkonstruksi dalam skema yang ada.

Dapat disimpulkan, bahwa Teori APOS adalah suatu teori pembelajaran yang mengintegrasikan penggunaan komputer, belajar dalam kelompok, dan memperhatikan konstruksi mental yang dilakukan oleh siswa dalam memahami suatu konsep matematis. Konstruksi-konstruksi mental tersebut adalah aksi (*action*), proses (*process*), objek (*object*), dan skema (*schema*). Selain itu, dapat digaris bawahi bahwa teori APOS dapat dijadikan sebagai suatu alat analisis yang digunakan peneliti untuk mengetahui pemahaman pada materi teorema Pythagoras.

## E. Materi Teorema Pythagoras

### a. Luas persegi dan Luas Segitiga Siku-siku

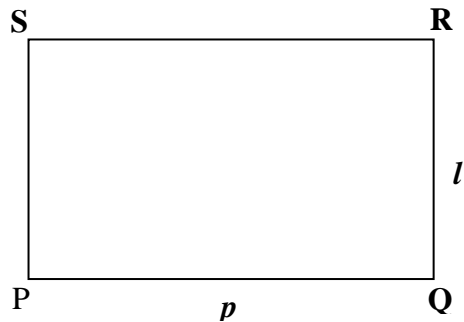


**Gambar 2.1 Persegi ABCD**

Pada gambar tersebut tampak sebuah persegi ABCD yang panjang sisinya  $s$  satuan panjang.

$$\begin{aligned} \text{Luas persegi ABCD} &= \text{sisi} \times \text{sisi} \\ &= s \times s \\ &= s^2 \end{aligned}$$

Selanjutnya, perhatikan Gambar 2.2



**Gambar 2.2 Persegi Panjang PQRS**

Pada gambar tersebut tampak sebuah persegi panjang PQRS yang panjangnya  $p$  dan lebarnya  $l$  satuan. Diagonal QS membagi persegi panjang PQRS menjadi dua buah segitiga siku-siku, yaitu  $\Delta$  PQS dan  $\Delta$  QRS, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \text{Luas } \Delta \text{ PQS} &= \text{Luas } \Delta \text{ QRS} \\ &= \frac{1}{2} \times \text{luas persegi panjang PQRS} \end{aligned}$$

Karena persegi panjang PQRS berukuran panjang  $p$  dan lebar  $l$ , maka

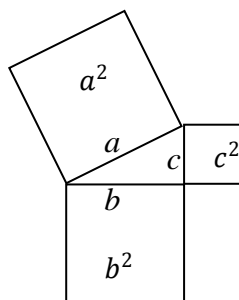
$$\text{Luas } \Delta \text{ PQS} = \frac{1}{2} \times p \times l$$

atau dapat dikatakan

$$\text{Luas segitiga siku – siku} = \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$$

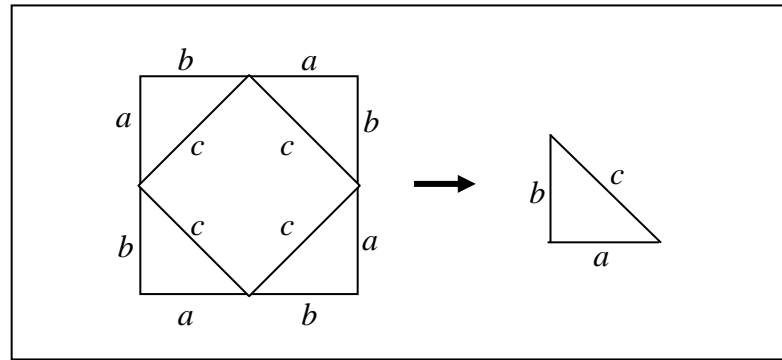
b. Menemukan Teorema Pythagoras

Bentuk visual dalil Pythagoras :



**Gambar 2.3 Bentuk visual dalil Pythagoras**

Luas daerah persegi yang panjang sisinya adalah sisi miring suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah luas daerah persegi yang panjang sisinya adalah sisi-sisi segitiga tersebut. Berikut ini pembuktian paling sederhana tentang Pythagoras dengan menggunakan luas segitiga dan luas persegi:



**Gambar 2.4 Pembuktian sederhana tentang Pythagoras**

Luas persegi kecil + 4 Luas segitiga = Luas persegi besar

$$4 \times \left( \frac{1}{2} \times a \times b \right) + c^2 = (a + b)^2$$

$$2ab + c^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Pernyataan di atas jika diubah ke bentuk pengurangan menjadi

$$a^2 = c^2 - b^2 \text{ atau } b^2 = c^2 - a^2$$

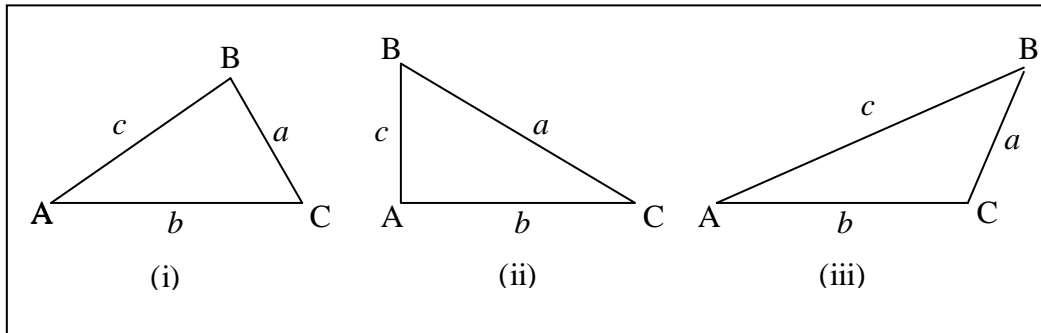
Hubungan panjang sisi-sisi segitiga siku-siku tersebut dinamakan teorema Pythagoras.

- c. Kebalikan Teorema Pythagoras untuk menentukan jenis suatu segitiga

Dengan menggunakan kebalikan dari teorema Pythagoras, bisa diuji apakah segitiga yang telah diketahui panjang ketiga sisinya merupakan segitiga siku-siku atau bukan segitiga siku-siku. Selain itu, dapat menentukan segitiga

lancip atau segitiga tumpul dengan menggunakan kebalikan teorema Pythagoras.

Perhatikan Gambar 2.5 berikut.



**Gambar 2.5 Macam-macam Segitiga**

Untuk  $\Delta ABC$  dengan panjang sisi-sisinya  $a$ ,  $b$ , dan  $c$ :

- (i) Jika  $c^2 < a^2 + b^2$ , maka  $\Delta ABC$  merupakan segitiga lancip di C. Sisi  $c$  dihadapan sudut C.
- (ii) Jika  $c^2 = a^2 + b^2$ , maka  $\Delta ABC$  merupakan segitiga siku-siku di A. Sisi  $a$  dihadapan sudut A.
- (iii) Jika  $c^2 > a^2 + b^2$ , maka  $\Delta ABC$  merupakan segitiga tumpul di C.

#### d. Tripel Pythagoras

Tripel Pythagoras adalah kelompok tiga bilangan bulat positif yang memenuhi kuadrat bilangan terbesar sama dengan jumlah kuadrat dua bilangan lainnya.

Perhatikan tiga kelompok bilangan berikut:

- (i) 3, 5, 6
- (ii) 6, 8, 10

Misalkan bilangan-bilangan di atas merupakan panjang sisi-sisi suatu segitiga, dapat ditentukan manakah yang termasuk jenis segitiga siku-siku atau bukan dengan cara berikut:



(i) 3, 5, 6

$$3^2 + 5^2 = 34$$

$$6^2 = 36$$

Karena  $3^2 + 5^2 < 36$ , maka segitiga ini *bukan* termasuk segitiga siku-siku.

(ii) 6, 8, 10

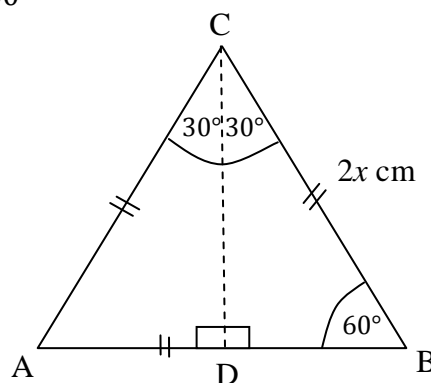
$$6^2 + 8^2 = 100$$

$$10^2 = 100$$

Karena  $6^2 + 8^2 = 100$ , maka segitiga ini termasuk segitiga siku-siku.

e. Perbandingan sisi-sisi pada segitiga siku-siku dengan sudut khusus

1) Sudut  $30^\circ$  dan  $60^\circ$



**Gambar 2.6 Segitiga Sama Sisi**

Segitiga ABC adalah segitiga sama sisi dengan  $AB = BC = AC = 2x$  cm dan sudut  $A =$  sudut  $B =$  sudut  $C = 60^\circ$ . Karena CD tegak lurus AB, maka CD merupakan garis tinggi sekaligus garis bagi sudut C, sehingga sudut  $ACD =$  sudut  $BCD = 30^\circ$ .

Diketahui sudut  $ADC =$  sudut  $BDC = 90^\circ$ .

Titik D adalah titik tengah AB, dimana  $AB = 2x$  cm, sehingga panjang  $BD = x$  cm. Perhatikan  $\Delta CBD$ !

Dengan menggunakan teorema Pythagoras diperoleh:

$$CD^2 = BC^2 - BD^2$$

$$CD^2 = (2x)^2 - x^2$$

$$CD^2 = 4x^2 - x^2$$

$$CD^2 = 3x^2$$

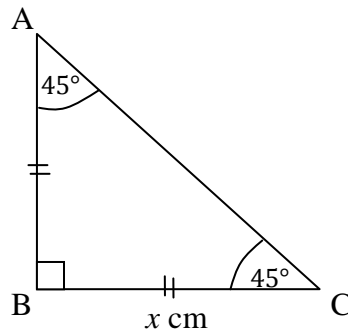
$$CD = x\sqrt{3}$$

Dengan demikian diperoleh perbandingan

$$BD : CD : BC = x : x\sqrt{3} : 2x$$

$$= 1 : \sqrt{3} : 2$$

2) Sudut  $45^\circ$



**Gambar 2.7 Segitiga Siku-siku Sama Kaki**

Perhatikan Gambar 2.7!

Segitiga ABC pada gambar 2.7 adalah segitiga siku-siku sama kaki. Sudut B siku-siku dengan panjang  $AB = BC = x$  cm dan sudut  $A = \text{sudut } C = 45^\circ$ .

Dengan menggunakan teorema Pythagoras diperoleh:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = x^2 + x^2$$

$$AC^2 = 2x^2$$

$$AC = x\sqrt{2}$$

Dengan demikian diperoleh perbandingan

$$AB : BC : AC = x : x : x\sqrt{2}$$

$$= 1 : 1 : \sqrt{2}$$

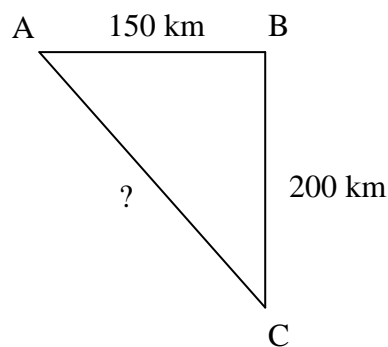
f. Menyelesaikan masalah sehari-hari dengan menggunakan teorema Pythagoras

Banyak permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang disajikan dalam soal cerita dan dapat diselesaikan dengan menggunakan teorema Pythagoras. Untuk memudahkan menyelesaikannya diperlukan bantuan gambar(sketsa).

Pelajari contoh berikut!

Sebuah kapal berlayar kearah timur sejauh 150 km, selanjutnya kearah selatan sejauh 200 km. Hitunglah jarak kapal sekarang dengan tempat semula!

Penyelesaian:



**Gambar 2.8 Sketsa Perjalanan Kapal**

Berdasarkan gambar 2.8, maka untuk menghitung jarak kapal sekarang dari tempat semula, sebagai berikut:

Jarak kapal ke tempat semula AC

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$

$$AC = \sqrt{150^2 + 200^2}$$

$$AC = \sqrt{22500 + 40000}$$

$$AC = \sqrt{62500}$$

$$AC = 250$$

Jadi jarak kapal sekarang dari tempat semula adalah 250 km.

## F. Aplikasi Teori APOS pada Materi Teorema Pythagoras

Teori APOS dapat digunakan secara langsung dalam menganalisis data oleh seorang peneliti.<sup>105</sup> Melalui analisa berdasarkan teori ini peneliti dapat membandingkan keberhasilan atau kegagalan subjek dalam mengerjakan suatu tugas matematika melalui konstruksi mental tertentu.

Menurut Dubinsky, pengetahuan matematika seseorang merupakan kecenderungan untuk merespon dan memahami situasi permasalahan tentang matematika dengan melakukan refleksi dalam konteks sosial dan merekonstruksi aksi, proses, dan objek matematika serta mengorganisasikannya dalam suatu skema.<sup>106</sup> Sebagai gambaran proses teori APOS dapat dijabarkan seperti dibawah ini bila diberikan soal sebagai berikut:

Dua buah tiang berdampingan berjarak 2 meter. Jika tinggi tiang masing-masing adalah 1,5 meter dan 5,5 meter. Hitunglah panjang kawat penghubung antara ujung tiang satu dengan ujung tiang yang lainnya!

---

<sup>105</sup>R Zaskis and S Campbell, *Divisibility Multiplicative Structure Of Natural Number Preservice Teacher's Understanding*, (Journal For Reasearch In Mathematics Education, 1996), hal. 556

<sup>106</sup>Ed Dubinsky, *Using A Theory of Learning...*, hal. 11

### 1. Aksi (*Action*)

Aksi adalah suatu transformasi obyek-obyek mental untuk memperoleh obyek mental lainnya.<sup>107</sup> Hal tersebut dialami oleh seseorang pada saat menghadapi suatu permasalahan serta berusaha menghubungkannya dengan pengetahuan yang telah dimiliki sebelumnya. Seseorang dikatakan mengalami suatu aksi, apabila orang tersebut memfokuskan proses mentalnya pada upaya untuk memahami suatu konsep yang diberikan.<sup>108</sup> Pada tahap ini, siswa biasanya akan memahami ide-ide yang paling dasar dibalik konsep Pythagoras dan melakukan perhitungan *step by step*, atau siswa hanya dapat menjelaskan pengertian teorema Pythagoras.

Pemecahan pada tahap aksi sesuai soal di atas. Siswa akan mulai memahami isi soal dan mulai menulis maksud dari soal tersebut yaitu apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal, seperti berikut:

Diketahui : jarak dua tiang = 2 meter, tinggi tiang 1 = 1,5 meter, tinggi tiang 2 = 5,5 meter

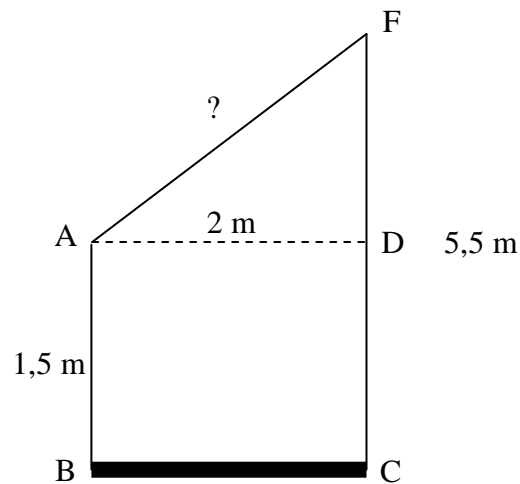
Ditanyakan: Panjang kawat penghubung antara ujung tiang

Jawab

---

<sup>107</sup>Syaiful, *Memfaatkan Teori...*, hal. 534

<sup>108</sup>Elda Herlina, *Meningkatkan Advanced...*, hal. 72



**Gambar 2.9** *Sketsa Letak Dua Tiang*

AB merupakan tinggi tiang pertama, CE merupakan tinggi tiang kedua dan AE merupakan panjang kawat penghubung antar ujung tiang pertama dengan tiang kedua, maka panjang kawat AE dapat dicari dengan teorema Pythagoras, akan tetapi dicari panjang DE terlebih dulu, sebagai berikut:

$$DE = CE - AB$$

$$DE = 5,5 \text{ m} - 1,5 \text{ m}$$

$$DE = 4 \text{ m}$$

## 2. Proses (*Process*)

Tahap proses adalah suatu konstruksi mental yang terjadi secara internal yang diperoleh ketika seseorang sudah bisa melakukan tingkat aksi secara berulang kali.<sup>109</sup> Dalam konstruksi mental tingkat proses individu tersebut tidak terlalu banyak memerlukan stimuli dari luar karena dia merasa bahwa suatu konsep tertentu sudah berada dalam ingatannya. Pada tingkat ini dia dapat

<sup>109</sup>Ummu Sholihah dan Dziki Ari Mubarak, *Analisis Pemahaman...*, hal. 128

menelusuri kebalikan dan mengkomposisikan dengan proses lainnya. Dengan kata lain, apabila aksi dilakukan secara berulang dan dilakukan refleksi atas aksi itu, maka aksi-aksi tersebut telah diinteriorisasikan menjadi suatu proses. Siswa dapat melihat, menjelaskan, dan mengimajinasikan pertanyaan dengan memuat konsep Pythagoras sebagai pemisalan dan variabel di dalam menjawab pertanyaan.

Lanjutan dari tahap aksi adalah tahap proses. Pada tahap ini, aktivitas yang dilakukan siswa hanya dilakukan dalam pikiran tanpa benar-benar mengerjakan semua tahapan-tahapan pekerja. Dilihat dari tahap aksi, selanjutnya siswa mulai menggunakan rumus Pythagoras, seperti berikut:

Dengan menggunakan teorema Pythagoras, maka panjang AE:

$$AE^2 = AD^2 + DE^2$$

### 3. Objek (*Object*)

Objek dikonstruksi dari proses ketika individu telah mengetahui bahwa proses sebagai suatu totalitas dan menyadari bahwa transformasi dapat dilakukan pada proses tersebut.<sup>110</sup> Siswa dikatakan dapat mencapai tahap objek jika siswa dapat menggabungkan antara pengertian Pythagoras sebagai satu konsep matematika.

Lanjutan dari tahap proses adalah tahap objek. Pada tahap ini, siswa mulai mensubstitusi nilai AD dan DE ke rumus Pythagoras, seperti berikut:

$$AE^2 = 2^2 + 4^2$$

$$AE^2 = 4 + 16$$

---

<sup>110</sup>Elah Nurlaelah dan Utari Sumarmo, *Implementasi Model Pembelajaran APOS Dan Modifikasi – APOS (M-APOS) Pada Mata Kuliah Struktur Aljabar*, Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA – UPI, hal. 4

$$AE^2 = 20$$

$$AE = \sqrt{20}$$

$$AE = 2\sqrt{5}$$

#### 4. Skema (*Schema*)

Skema untuk suatu konsep matematika tertentu adalah suatu koleksi aksi, proses, objek, dan skema lainnya yang saling terhubung sehingga membentuk suatu kerangka kerja saling terkait di dalam pikiran seseorang.<sup>111</sup> Jadi skema adalah suatu totalitas pemahaman individu terhadap suatu konsep yang sejenis. Pada tingkat skema individu sudah dapat membedakan mana yang termasuk ke dalam suatu fenomena dan mana yang tidak.<sup>112</sup> Siswa dapat dikatakan sudah mencapai suatu skema jika siswa dapat merancang dan menyelesaikan model matematika yang telah terbentuk dengan menggunakan aksi, proses, objek dari suatu permasalahan yang berkaitan dengan Pythagoras serta siswa mampu merefleksi tentang cara-cara yang telah digunakan.

Puncak pemahaman berdasarkan teori APOS adalah pada tahap skema. Pada tahap ini siswa mampu membentuk model matematika atau menjawab model matematika tersebut. Pada tahap objek diperoleh nilai  $AE = 2\sqrt{5}$ , jadi panjang kawat penghubung antara ujung tiang pertama dan ujung tiang kedua adalah  $2\sqrt{5}$  meter.

---

<sup>111</sup>Elda Herlina, *Meningkatkan Advanced...*, hal. 73-74

<sup>112</sup>Ummu Sholihah dan Dziki Ari Mubarak, *Analisis Pemahaman Integral...*, hal. 128



## G. Gaya Belajar

Setiap siswa memiliki karakteristik yang khas, yang tidak dimiliki oleh siswa lain. Oleh karena itu dapat dikatakan bahwa setiap siswa berbeda satu dengan yang lain. Begitu pula kemampuan siswa untuk memahami dan menyerap pelajaran sudah pasti berbeda tingkatannya.<sup>113</sup> Cara termudah bagi siswa untuk belajar dan bagaimana mereka memahami suatu pelajaran disebut gaya belajar.<sup>114</sup>

Secara umum gaya belajar merupakan perpaduan dari tiga bentuk kecenderungan dalam memproses informasi, yakni melalui indra penglihatan, pendengaran, melalui tangan/tubuh. Gaya belajar dari siswa bisa diamati dari kecerdasan majemuk yang mereka miliki dan setiap siswa memiliki kecerdasan masing-masing yang lebih dominan. Gardner menyatakan ada delapan kecerdasan yaitu kecerdasan linguistik (bahasa), matematis-logis, naturalis, kinestetik, visual-spasial, musikal, interpersonal, dan intrapersonal.<sup>115</sup>

Ada tiga tipe gaya belajar siswa yaitu gaya belajar visual (*visual learning*), gaya belajar audio (*auditory learning*), dan gaya belajar kinestetik (*kinesthetic learning*).<sup>116</sup> *Visual learning* adalah gaya belajar dengan cara melihat sehingga mata memiliki peranan penting.<sup>117</sup> Gaya belajar secara visual dilakukan seseorang untuk memperoleh informasi seperti melihat gambar, diagram, peta, poster, grafik, dan sebagainya. *Auditory learning* adalah gaya belajar yang dilakukan seseorang

---

<sup>113</sup>Hamzah B Uno, *Orientasi Baru...*, hal. 180

<sup>114</sup>*Ibid*, hal. 180

<sup>115</sup>Nini subini, *Mengatasi Kesulitan...*, hal. 72

<sup>116</sup>Abu Ahmadi dan Widodo Supriyono, *Psikologi Belajar*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2004), hal. 84-85

<sup>117</sup>*Ibid*, hal.118

untuk memperoleh informasi dengan memanfaatkan indera telinga.<sup>118</sup> Oleh karena itu, mereka sangat mengandalkan telinganya untuk mencapai kesuksesan belajar, misalnya dengan cara mendengar seperti ceramah, radio, berdialog, dan berdiskusi. Sedangkan, *kinesthetic learning* adalah cara belajar yang dilakukan seseorang untuk memperoleh informasi dengan melakukan pengalaman, gerakan, dan sentuhan. Setiap siswa memiliki gaya belajar yang berbeda-beda untuk memahami suatu konsep dari matematika. Gaya belajar ini merupakan cara termudah bagi mereka untuk memahami materi yang disajikan oleh guru. Oleh karena itu, pemahaman tentang gaya belajar siswa ini sangat penting dipelajari oleh seorang pendidik untuk mencapai kesuksesan pemahaman siswa khususnya pada materi teorema Pythagoras di kelas VIII-4 MTs Negeri 1 Tulungagung.

Ketiga gaya belajar tersebut mempunyai ciri masing-masing yang dapat dilihat dari luar. Beberapa ciri dari gaya belajar tersebut:<sup>119</sup>

1. Gaya belajar visual: (a) rapi dan teratur, (b) berbicara dengan cepat, (c) perencana dan pengatur jangka panjang yang baik, (d) teliti terhadap detail, (e) mementingkan penampilan, (f) mengingat apa yang dilihat dari pada yang didengar, (g) pembaca cepat dan tekun.
2. Gaya belajar audio: (a) berbicara kepada diri sendiri saat bekerja, (b) mudah terganggu oleh keributan, (c) senang membaca dengan keras, (d) senang mendengarkan, (e) kesulitan untuk menulis, (f) hebat dalam berbicara.
3. Gaya belajar kinestetik: (a) berbicara dengan perlahan, (b) menanggapi perhatian fisik, (c) menyentuh orang untuk mendapatkan perhatian mereka, (d)

---

<sup>118</sup>*Ibid*, hal.119

<sup>119</sup>Nini subini, *Mengatasi Kesulitan...*, hal. 73

berdiri dekat ketika berbicara dengan orang lain, (e) menghafal dengan cara berjalan dan melihat, (f) banyak menggunakan isyarat tubuh, (g) tidak dapat duduk diam dalam waktu lama.

Tidak ada tingkatan dalam gaya belajar atau dengan kata lain tidak ada tingkatan gaya belajar mana yang lebih baik atau yang kurang baik karena setiap individu memiliki gaya belajar yang berbeda.<sup>120</sup> Sebagaimana diketahui, bahwa gaya belajar adalah cara yang relatif tetap dan konsisten yang dilakukan seorang siswa dalam menangkap stimulus atau informasi, cara mengingat, cara berpikir dan cara memecahkan masalah.<sup>121</sup> Maka dapat dikatakan bahwa gaya belajar merupakan salah satu dari karakteristik siswa. Pemahaman tentang gaya belajar siswa ini akan membantu seorang pendidik dalam mencapai keberhasilan pemahaman konsep materi yang disampaikan khususnya materi Teorema Pythagoras.

## **H. Pemahaman Siswa ditinjau dari Gaya Belajar**

Kemampuan seseorang untuk memahami dan menyerap pelajaran sudah pasti berbeda tingkatannya.<sup>122</sup> Ada yang cepat, sedang, dan ada pula yang sangat lambat. Oleh karena itu, mereka seringkali harus menempuh cara yang berbeda untuk bisa memahami sebuah informasi atau pelajaran yang sama. Cara siswa yang khas dalam belajar, baik yang berkaitan dengan cara penerimaan dan pengolahan informasi, sikap terhadap informasi, maupun kebiasaan yang

---

<sup>120</sup>Nurul Vidayanti, dkk., *Analisis Kemampuan Kognitif Siswa Kelas VIII SMP Negeri 11 Jember Ditinjau Dari Gaya Belajar Dalam Menyelesaikan Soal Pokok Bahasan Lingkaran*, Volume 8 Nomor 1, 2017, hal. 138-139

<sup>121</sup>Febi Dwi Widayanti, *Pentingnya Mengetahui...*, hal. 13

<sup>122</sup> Nurul Vidayanti, dkk., *Analisis Kemampuan ...*, hal. 138

berhubungan dengan lingkungan belajar itulah yang dimaksud dengan gaya belajar.<sup>123</sup>

Berdasarkan pendapat di atas, maka dalam pemahaman ataupun penyelesaian masalah (soal) antara siswa yang satu dengan yang lainnya bisa berbeda. Hal ini disebabkan adanya perbedaan gaya belajar yang mereka miliki. Gaya belajar merujuk pada cara memperoleh dan merespon suatu informasi. Siswa memiliki cara tersendiri dalam menyusun jawaban dan menunjukkan tingkat pemahamannya dari suatu masalah (situasi) yang diberikan bergantung dengan apa yang dilihat, diingat dan dipikirkan.

Oleh karena itu, siswa akan memilih cara yang disukai dalam memproses dan mengorganisasi informasi sebagai respon terhadap stimuli lingkungan, sehingga kita dapat mengetahui pemahaman siswa terhadap materi teorema Pythagoras melalui gaya belajar mereka dalam pembelajaran berdasarkan kerangka Teori APOS. Siswa *Visual Learning* dan *Audio Learning* akan memiliki cara yang berbeda dalam memahami suatu materi bila dibandingkan dengan siswa *Kinesthetic Learning* dan atau sebaliknya.

## **I. Hasil Penelitian Terdahulu**

Penelitian yang berhubungan dengan pembelajaran matematika menggunakan Teori APOS pernah dilakukan oleh peneliti sebelumnya, di antaranya sebagai berikut:

---

<sup>123</sup>Gordon Dryden dkk, *Revolusi Cara Belajar*, (Selandia Baru: The Learning Web, 1999), hal. 330

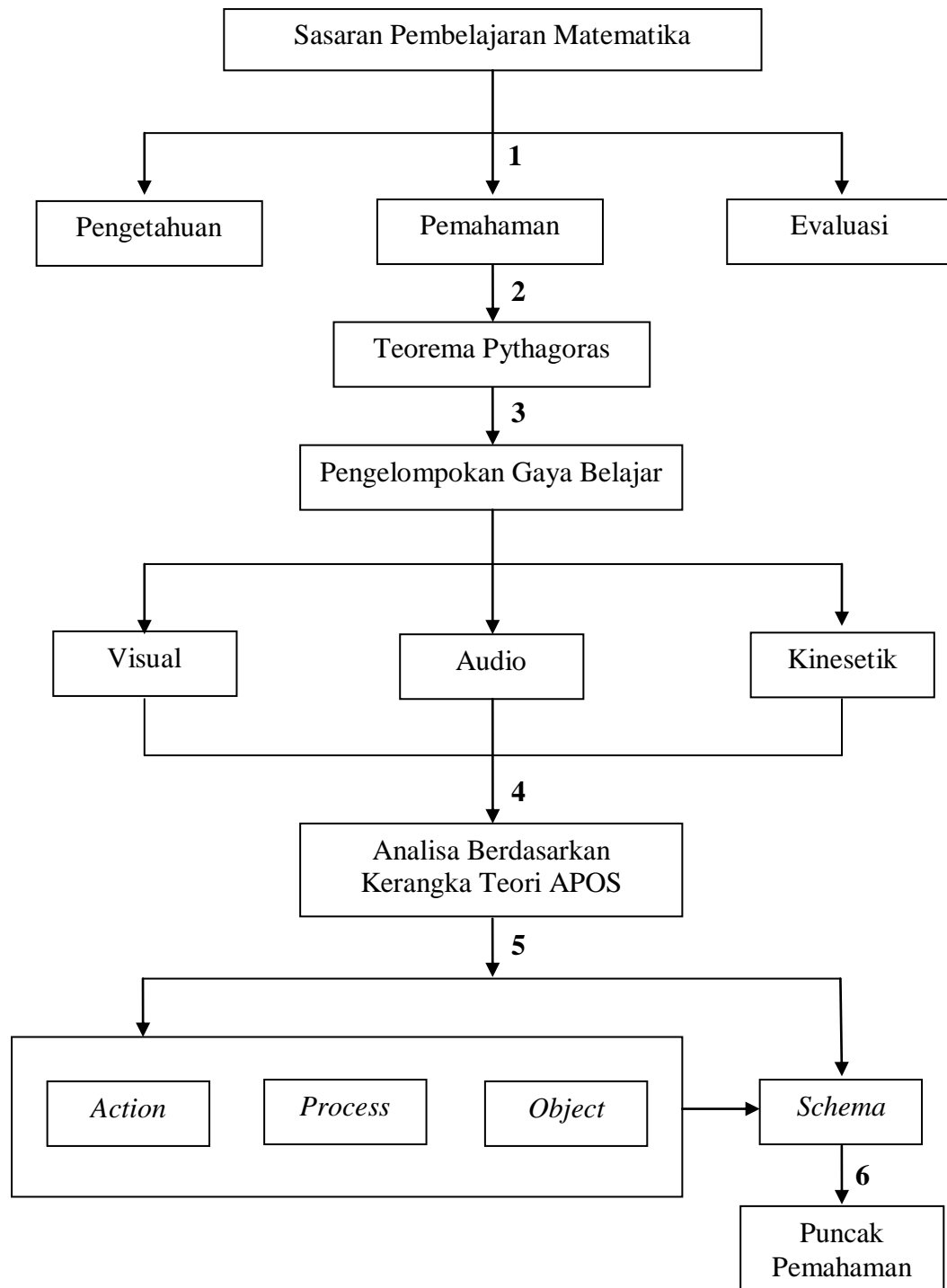
**Tabel 2.1 Penelitian Terdahulu**

No	Aspek	Penelitian Terdahulu			Penelitian Sekarang
		Ummu Sholihah dan Dziki Ari Mubarok	Anis Safitri	Nurul Vidayanti, Titik Sugiari, dan Dian Kurniati.	
1.	Judul	Analisis Pemahaman Integral Taktentu Berdasarkan Teori APOS ( <i>Action, Process, Object, Scheme</i> ) Pada Mahasiswa Tadris Matematika (TMT) IAIN Tulungagung.	Profil Pemahaman Siswa Mengenai Konsep Grafik Fungsi Kuadrat Berdasarkan Teori Apos Ditinjau Dari Kemampuan Matematika.	Analisis Kemampuan Kognitif Siswa Kelas VIII SMP Negeri 11 Jember Ditinjau Dari Gaya Belajar Dalam Menyelesaikan Soal Pokok Bahasan Lingkaran.	Analisis Pemahaman Siswa Pada Materi Teorema Pythagoras Berdasarkan Teori APOS ( <i>Action, Processes, Object, and Schema</i> ) Ditinjau Dari Gaya Belajar Siswa Kelas VIII MTs Negeri 1 Tulungagung Tahun Ajaran 2018/2019.
2.	Subjek	Mahasiswa	Siswa SMA	Siswa SMP	Siswa MTs
3.	Materi	Integral Taktentu	Grafik Fungsi Kuadrat	Soal Pokok Bahasan Lingkaran	Teorema Pythagoras
4.	Pendekatan	Kualitatif	Kualitatif	Kualitatif	Kualitatif
5.	Jenis	Deskriptif Eksploratif	Deskriptif	Deskriptif	Deskriptif
6.	Teknik pengumpulan data	Tes tertulis, dan wawancara	Tes tertulis, dan wawancara	Tes tertulis, angket, dan wawancara	Tes tertulis, angket, dan wawancara

## J. Kerangka Berfikir

Dalam penelitian yang berjudul “*Analisis Pemahaman Siswa Pada Materi Teorema Pythagoras Berdasarkan Teori APOS (Action, Processes, Object, and Schema) Ditinjau Dari Gaya Belajar Siswa Kelas VIII-4 MTs Negeri 1*

*Tulungagung Tahun Ajaran 2018/2019*". Penelitian bermaksud ingin mengetahui langkah-langkah pemahaman siswa berdasarkan Teori APOS (*Action, Process, Object* dan *Schema*).



**Bagan 2.5 Bagan Kerangka Berpikir**

Keterangan Kerangka Berpikir:

1. Peneliti mengambil sasaran pembelajaran matematika adalah pemahaman dari siswa.
2. Peneliti melihat bagaimana pemahaman siswa terhadap materi teorema Pythagoras.
3. Peneliti mengelompokkan siswa menurut gaya belajar masing-masing berdasarkan data angket yang telah dikumpulkan.
4. Peneliti menganalisis pemahaman siswa dari masing-masing gaya belajar terhadap materi Teorema Pythagoras berdasarkan pada Teori APOS.
5. Di dalam Teori APOS terdiri dari beberapa tahap diantaranya ada aksi, proses, objek, dan skema. Peneliti menganalisis pemahaman siswa dari masing-masing gaya belajar dengan urutan dimana aksi sebagai tahap awal. Aksi tersebut selanjutnya di-interiorization (direnungkan dan diresapi) ke dalam sebuah proses yang kemudian di-encapsulate (dikristalkan) untuk membentuk objek. Objek akan di De-encapsulate (diuraikan kembali menjadi proses) apabila diperlukan hingga membentuk penjabaran akhir yaitu skema. Dari tahap aksi, proses, objek ini dilakukan secara berurutan sehingga menghasilkan skema.
6. Tahap skema adalah indikator suksesnya siswa dalam memahami materi Teorema Pythagoras.