

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Deskripsi Teori

1. Hakekat Matematika

Istilah matematika berasal dari bahasa Yunani “*mathein*” atau “*manthanein*” yang artinya mempelajari.²⁷ Istilah ini diduga memiliki hubungan yang erat dengan kata Sanskerta “*medha*” atau “*widya*” yang artinya kepandaian, ketahuan, atau intelegensi.²⁸

Sebenarnya sampai saat ini belum ada kesepakatan tentang apa yang disebut matematika di kalangan para matematikawan. Berbagai pendapat muncul tentang pengertian matematika, dipandang dari pengetahuan dan pengalaman masing-masing yang berbeda.²⁹ Banyaknya definisi dan beragamnya deskripsi yang berbeda dikemukakan oleh para ahli mungkin dikarenakan pribadi (ilmu) matematika itu sendiri, dimana matematika termasuk salah satu disiplin ilmu yang memiliki kajian yang sangat luas.³⁰

Matematika merupakan cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematis, pengetahuan tentang bilangan dan kalkulasi, pengetahuan

²⁷ Moch. Masykur dan Abdul Halim Fathani, *Mathematical Intelligence: Cara Cerdas Melatih Otak dan Menanggulangi Kesulitan Belajar*, (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2008), hlm. 42

²⁸ Sri Subarinah, *Inovasi Pembelajaran Matematika SD*, (Jakarta: Depdiknas, 2006), hlm.1

²⁹ Erman Suherman, et. all., *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Jakarta: UPI Press, 2003), hlm. 15

³⁰ Abdul Halim Fathani, *Matematika Hakikat & Logika*, (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2012), hal. 17

tentang penalaran logik dan berhubungan dengan bilangan, pengetahuan tentang fakta-fakta kuantitatif dan masalah tentang ruang dan bentuk, pengetahuan tentang struktur-struktur yang logik, pengetahuan tentang aturan-aturan yang ketat.³¹ Matematika adalah ilmu pengetahuan yang memperajari struktur yang abstrak dan pola hubungan yang ada didalamnya.³² Ada pula yang mengartikan bahawa matematika merupakan ilmu pengetahuan yang berkenan dengan ide-ide, konsep-konsep abstrak yang tersusun secara hirarkis dan penalaran deduktif.³³ Matematika tumbuh dan berkembang karena adanya proses berpikir.³⁴ Pendapat lain, matematika adalah angka-angka dan perhitungan yang merupakan bagian dari hidup manusia.³⁵ Matematika menolong manusia menafsirkan secara eksak berbagai ide dan kesimpulan. Sehingga matematika juga sering dipandang sebagai alat dalam mencari solusi berbagai masalah dalam kehidupan sehari-hari.

Berdasarkan beberapa pengertian di atas, peneliti mengartikan matematika sebagai ilmu pengetahuan yang berhubungan dengan bilangan, kalkulasi, penalaran logik, fakta-fakta kuantitatif, yang tersusun secara hirarkis dan penalaran deduktif yang tumbuh dan berkembang karena adanya proses berpikir.

2. Belajar dan Pembelajaran Matematika

a) Pengertian Belajar

³¹ R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika Di Indonesia, Konstantisasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan*, (Jakarta: Dirjen Dikti Depdiknas, 2000), hlm.11

³² Sri Subarinah, *Inovasi Pembelajaran...*, hlm. 1

³³ Herman Hudoyo, *Mengajar Belajar...*,

³⁴ Erman Suherman, *Strategi Pembelajaran...*,

³⁵ Abdul Halim Fathani, *Matematika Hakikat...*, hal. 24

Belajar merupakan kegiatan bagi setiap orang. Pengetahuan, keterampilan, kebiasaan, kegeramran dan sikap seseorang terbentuk, dimodifikasi dan berkembang disebabkan belajar. Karena itu, seseorang dianggap belajar jika orang tersebut mengalami proses kegiatan yang mengakibatkan perubahan tingkah laku.³⁶ Dalam hal ini seseorang yang mengalami perubahan tingkah laku harus disertai usaha, sehingga orang itu dari tidak mampu mengerjakan sesuatu menjadi mampu. Perubahan tingkah laku ini bisa diamati dan berlaku dalam waktu relatif lama.

Belajar adalah suatu usaha yang dilakukan individu untuk memperoleh suatu perubahan perilaku yang baru secara keseluruhan, sebagai hasil pengalaman seseorang dalam berinteraksi dengan lingkungannya.³⁷ Belajar adalah usaha aktif yang terjadi dalam diri atau mental seseorang untuk mengkontruksi suatu pengetahuan sehingga menimbulkan perubahan secara kognitif, afektif dan psikomotor.³⁸ Belajar adalah tahapan perubahan perilaku siswa yang relatif positif dan menetapkan sebagai hasil interaksi dengan lingkungan yang melibatkan proses kognitif.³⁹

Menurut Witherington dalam bukunya Sukmadinata, belajar merupakan perubahan dalam kepribadian yang di manifestasikan sebagai pola-pola respons yang baru yang terbentuk keterampilan, sikap, kebiasaan, pengetahuan dan

³⁶ Herman Hudoyo, *Mengajar...*, hlm. 1

³⁷ Muhammad Surya, *Psikologi Pembelajaran dan Pengajaran* (Bandung: Pustaka Bani Quraisy, 2004), hlm. 48

³⁸ Suti'ah, *Buku Ajar Teori Belajar dan Pembelajaran* (Universitas Negeri Malang, 2003), hlm.3

³⁹ Muhibbin Syah, *Psikologi Belajar* (Jakarta: Logos Wacana Ilmu, 1999), hlm. 102

kecakapan.⁴⁰ Lebih dari itu belajar selalu melibatkan interaksi antara orang yang belajar dengan orang lain atau pun lingkungannya sehingga menimbulkan pengalaman.

Berdasarkan Kamus Besar Bahasa Indonesia, belajar adalah berusaha memperoleh kepandaian atau ilmu; berlatih; berubah tingkah laku atau tanggapan yang disebabkan oleh pengalaman.⁴¹

Berdasarkan pengertian diatas, peneliti menyimpulkan belajar adalah usaha sadar yang dilakukan seseorang dan melibatkan orang lain dalam prosesnya yang mengakibatkan perubahan yang positif ditandai dengan perubahan tingkah laku.

b) Pengertian Belajar Matematika

Matematika berkenaan dengan ide-ide abstrak yang diberi simbol-simbol, tersusun secara hirarkis dan penalarannya deduktif. Dengan demikian, belajar matematika merupakan kegiatan mental yang tinggi.⁴² Matematika berguna untuk berlatih berpikir logis. Fungsi mata pelajaran matematika sebagai alat, pola pikir, dan ilmu atau pengetahuan. Ketiga fungsi matematika tersebut hendaknya dijadikan acuan dalam pembelajaran matematika sekolah.⁴³

Belajar matematika bukan sekedar aktivitas penjumlahan, pengurangan, pembagian, dan perkalian, karena bermatematika di zaman sekarang harus aplikatif dan sesuai dengan kebutuhan hidup modern. Sehingga belajar matematika bukan lagi sekedar belajar aritmatika tetapi juga belajar berbagai

⁴⁰ Sukmadinata, *Landasan Psikologi Proses Pendidikan*, (Bandung: PT. Remaja Rosdakarya, 2009), hlm. 155

⁴¹ Tim Penyusun kamus, *Kamus Besar Bahasa...*, hlm. 24

⁴² Herman Hudoyo, *Mengajar...*, hlm. 3

⁴³ Erman Suherman, *Strategi Pembelajaran...*, hlm. 56

objek kajian matematika yang terdiri dari fakta, operasi atau relasi, konsep, dan prinsip serta beragam jenis topik dan persoalan yang akrab dengan kehidupan sehari-hari.⁴⁴ Peserta didik dituntut untuk memahami berbagai objek kajian maupun berbagai jenis topik dan persoalan tersebut dengan harapan mereka dapat mengaitkan berbagai objek kajian maupun berbagai jenis topik dan persoalan sehingga dapat digunakan dalam menyelesaikan berbagai permasalahan matematika terutama yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari.

Kedudukan matematika dalam ilmu pengetahuan adalah sebagai ilmu dasar atau ilmu alat. Sehingga, untuk dapat berkecimpung di dunia sains, teknologi, atau disiplin ilmu lainnya, langkah awal yang harus ditempuh adalah menguasai alat atau ilmu dasarnya, yakni matematika. Atas dasar itu, pelajaran matematika perlu diberikan kepada semua peserta didik. Secara detail, dalam Peraturan Menteri Pendidikan Nasional RI Nomor 22 Tahun 2006, dijelaskan bahwa terdapat 5 tujuan pelajaran matematika di sekolah, 3 diantaranya adalah agar peserta didik memiliki kemampuan sebagai berikut.⁴⁵

1. Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah.
2. Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh.

⁴⁴ Moh. Masykur Ag dan Abdul Halim Fathani, *Mathematical Intelligence...*, hlm. 74

⁴⁵ *Ibid*,... hlm. 52-53

3. Mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.

Dengan demikian, belajar matematika merupakan kegiatan yang dilakukan sebagai usaha untuk memahami fakta, operasi atau relasi, konsep, prinsip dan lain sebagainya yang terkait matematika dengan tujuan agar mereka dapat mengaitkan berbagai objek kajian matematika tersebut, yang selanjutnya dapat mengaplikasikannya untuk memecahkan berbagai persoalan.

Dalam mempelajari matematika haruslah bertahap dan berurutan dan mendasarkan kepada pengalaman belajar yang lalu. Semisal, seorang siswa sebelum belajar perkalian, harus belajar penjumlahan terlebih dulu. Sebelum belajar mengenai simbol-simbol, siswa hendaknya mempelajari konsep-konsep dalam matematika dulu agar belajarnya lebih bermakna serta tidak mudah bingung jika terdapat model matematika yang lain.

Dalam proses belajar matematika, juga terjadi proses berpikir, sebab seseorang dikatakan berpikir apabila orang itu melakukan kegiatan mental dan orang yang melakukan belajar matematika mesti melakukan kegiatan mental. Dalam berpikir, orang menyusun hubungan-hubungan antara bagian-bagian informasi yang telah direkam dalam pikirannya sebagai pengertian-pengertian. Berdasarkan pengertian tersebut, terbentuklah pendapat yang pada akhirnya dapat ditarik kesimpulan. Kemampuan berpikir seseorang dipengaruhi oleh tingkat kecerdasannya. Dengan demikian, nampak adanya hubungan antara kecerdasan dengan proses dalam belajar matematika.⁴⁶

⁴⁶ Moch. Masykur dan Abdul Halim Fathani, *Mathematical...*, hlm. 43

Pembelajaran matematika merupakan tindak lanjut dari belajar matematika. Dalam pembelajaran matematika, pasti terjadi interaksi antara guru dengan siswa dan tidak lupa kurikulum matematika. Dengan mengetahui pengertian matematika, diharapkan guru mampu mengelola pembelajaran matematika lebih baik dan tidak dianggap lagi sebagai pelajaran yang dianggap momok serta dengan belajar matematika bisa meningkatkan ilmu pengetahuan dan teknologi.

3. Berpikir

Berpikir adalah suatu kegiatan mental yang melibatkan kerja otak.⁴⁷ Berpikir adalah daya jiwa yang dapat meletakkan hubungan-hubungan antara pengetahuan kita.⁴⁸ Berpikir merupakan suatu hal yang dipandang biasa-biasa saja yang diberikan Tuhan kepada manusia, sehingga manusia menjadi makhluk yang dimuliakan.⁴⁹

Dari beberapa pengertian di atas dapat disimpulkan bahwa berpikir adalah suatu kegiatan mental yang melibatkan kerja otak untuk meletakkan hubungan-hubungan antara pengetahuan kita sehingga menjadikan manusia sebagai makhluk yang dimuliakan.

Proses berpikir merupakan peristiwa mencampur, mencocokkan, menggabungkan, menukar, dan mengurutkan konsep-konsep, persepsi-persepsi, dan pengalaman sebelumnya.⁵⁰ Piaget memandang bahwa proses berpikir sebagai

⁴⁷ Uswah Wardiana, *Psikologi Umum ...*, hlm.123

⁴⁸ Abu Ahmadi dan Widodo Supriyono, *Psikologi Belajar...*, hlm. 31

⁴⁹ Wono Sunaryo Kuswana, *Taksonomi Berpikir ...*, hlm. 2

⁵⁰ *Ibid.*, hal. 3

aktivitas gradual dari fungsi intelektual dari konkret menuju abstrak.⁵¹ *Intellect* ialah akal budi berdasarkan aspek-aspek kognitifnya, khususnya proses-proses berpikir yang lebih tinggi. Sedangkan *intelligence* atau intelegensi menurut Jean Piaget diartikan sama dengan kecerdasan yaitu seluruh kemampuan berpikir dan bertindak secara adaptif termasuk kemampuan-kemampuan mental yang kompleks seperti berpikir, mempertimbangkan, menganalisis, mensintesis, mengevaluasi, dan menyelesaikan persoalan-persoalan.⁵² Intelegensi adalah daya menyesuaikan diri dengan keadaan baru dengan mempergunakan alat-alat berpikir menurut tujuannya.⁵³ Intelegensi itu terdiri dari tiga aspek, yaitu:

1. Struktur atau *scheme* ialah pola tingkah laku yang dapat diulang.
2. Isi atau *content* ialah pola tingkah laku spesifik, ketika seseorang menghadapi suatu masalah.
3. Fungsi atau *function* adalah yang berhubungan dengan cara seseorang mencapai kemajuan intelektual. *Function* terdiri dari dua macam fungsi *invarian*, yaitu organisasi dan adaptasi. Organisasi berupa kecakapan seseorang dalam menyusun proses fisik dan psikis dalam bentuk sistem yang koheren, sedangkan adaptasi adalah kemampuan seseorang dalam menyesuaikan dengan lingkungan.⁵⁴

Berdasarkan kajian teori di atas, maka berpikir pada penelitian ini diartikan sebagai kemampuan siswa dalam menggabungkan konsep-konsep dan

⁵¹ M. Dalyono, *Psikologi Pendidikan* (Jakarta: Rineka Cipta, 2007), hal. 37

⁵² Mohammad Asrori, *Psikologi Pembelajaran*, hal. 48

⁵³ Uswah Wardiana, *Psikologi Umum...*, hal. 159

⁵⁴ Djaali, *Psikologi Pendidikan ...*, hlm. 76

pengalaman sebelumnya untuk menyelesaikan persoalan-persoalan yang berkaitan dengan materi relasi dan fungsi.

4. Teori Piaget

Jean Piaget memiliki pandangan dasar bahwa setiap organisme memiliki kecenderungan inheren untuk menyesuaikan diri dengan lingkungan. Intelegensi sebagai bentuk khusus dari penyesuaian organisme, baru dapat diketahui dari beberapa proses yang saling mengisi.⁵⁵ Pengetahuan tumbuh dan berkembang melalui pengalaman. Pengalaman berkembang semakin dalam dan semakin kuat apabila selalu diuji dengan pengalaman baru. Jean Piaget menyebutkan bahwa struktur kognitif sebagai Skemata (Schemas), yaitu kumpulan dari skema-skema. Seorang individu dapat mengikat, memahami dan memberikan respon terhadap stimulus disebabkan karena bekerjanya skemata ini. skemata ini berkembang secara kronologis, sebagai hasil interaksi antara individu dengan lingkungannya. Dengan demikian seorang individu yang lebih dewasa memiliki struktur kognitif yang lebih lengkap daripada ketika masih kecil.⁵⁶

Menurut Piaget, manusia memiliki struktur pengetahuan dalam otaknya, seperti kotak-kotak yang berisi informasi bermakna yang berbeda-beda. Pengalaman yang sama bagi beberapa orang akan dimaknai berbeda-beda oleh masing-masing individu dan disimpan di dalam kotak yang berbeda. Setiap pengalaman baru dihubungkan dengan kotak-kotak (struktur pengetahuan) dalam

⁵⁵ Mohammad Asrori, *Psikologi Pembelajaran...*, hlm. 51

⁵⁶ Erman Suherman et. al, *Strategi Pembelajaran ...*, hlm. 36

otak manusia. Struktur pengetahuan dikembangkan dalam otak manusia melalui dua cara, yaitu asimilasi atau akomodasi.⁵⁷

Teori perkembangan intelektual siswa yang telah dikemukakan oleh Jean Piaget dirasakan sangat cocok untuk pengajaran matematika sekolah, sebab teori Piaget itu berhubungan dengan bagaimana siswa berpikir dan bagaimana berpikir mereka itu berubah sesuai dengan usianya. Ia berpendapat bahwa struktur intelektual dibentuk di dalam individu sehingga individu itu berinteraksi dengan lingkungannya. Struktur yang bertumbuh itu akan meningkat kemampuannya untuk mengatasi perkembangan lingkungannya yang semakin pelik. Proses perkembangan intelektual siswa tersebut terdiri dari tiga tahapan, yakni asimilasi, akomodasi, dan equilibrasi (penyeimbang).⁵⁸

Di bawah ini akan diberikan deskripsi yang lebih lengkap untuk masing-masing tahap perkembangan intelektual siswa tersebut.

a. Asimilasi

Proses asimilasi adalah proses penyatuan (pengintegrasian) informasi baru ke struktur kognitif yang sudah ada dalam benak siswa.⁵⁹ Asimilasi merupakan proses penggunaan struktur atau kemampuan individu untuk menghadapi masalah dalam lingkungannya.⁶⁰ Asimilasi adalah suatu proses individu memasukkan dan menggabungkan pengalaman-pengalaman dengan struktur psikologis yang telah ada pada diri individu. Struktur psikologis dalam diri

⁵⁷ Nurhadi, dkk., *Pembelajaran Kontekstual (Contekstual Teaching and Learning/CTL) dan Penerapannya dalam KBK* (Malang: Universitas Negeri Malang, 2004), hlm. 36

⁵⁸ Hamzah B. Uno, *Orientasi Baru Dalam Psikologi Pembelajaran* (Jakarta: Bumi Aksara, 2008), hlm. 10

⁵⁹ Hamzah B. Uno, *Orientasi Baru ...*, hlm. 11

⁶⁰ M. Dalyono, *Psikologi Pendidikan...*, hlm. 38

individu ini disebut dengan istilah skema. Skema adalah struktur mental atau kognisi yang dengannya seseorang beradaptasi dan mengkoordinasi lingkungan sekitarnya.⁶¹ Dalam asimilasi proses yang terjadi adalah menyesuaikan pengalaman-pengalaman baru yang diperolehnya dengan struktur skema yang ada dalam diri individu.⁶²

Asimilasi dimaksudkan sebagai suatu proses kognitif dan penyerapan pengalaman baru, dimana seseorang memadukan stimulus atau persepsi ke dalam skemata atau perilaku yang telah ada.⁶³

Asimilasi pada dasarnya tidak mengubah skemata, tetapi mempengaruhi atau memungkinkan pertumbuhan skemata. Dengan demikian, asimilasi adalah proses kognitif individu dalam usahanya untuk mengadaptasikan diri dengan lingkungannya. Asimilasi terjadi secara kontinyu, berlangsung terus menerus dalam perkembangan kehidupan intelektual anak.⁶⁴ Proses asimilasi tidak menghasilkan perubahan skemata melainkan hanya menunjang pertumbuhan skemata secara kuantitas.⁶⁵ Oleh karena itu kriteria jenis berpikir asimilasi adalah a) jika siswa mempunyai pengalaman yang sama atau hampir sama dengan perintah yang diberikan dan b) siswa menyesuaikan pengalaman-pengalaman baru yang diperolehnya dengan struktur skema yang ada dalam diri siswa.

⁶¹ Mohammad Ali dan Mohammad Asrori, *Psikologi Remaja: Perkembangan Peserta Didik* (Jakarta: Bumi Aksara, 2011), hlm. 30

⁶² Mohammad Asrori, *Psikologi Pembelajaran...*, hlm. 58

⁶³ Nurhadi, et. al., *Pembelajaran Kontekstual ...*, hlm. 37

⁶⁴ *Ibid.*, hlm. 37

⁶⁵ Erman Suherman et. al, *Strategi Pembelajaran ...*, hlm. 36

b. Akomodasi

Akomodasi adalah penyesuaian struktur kognitif ke dalam situasi yang baru.⁶⁶ Akomodasi merupakan proses perubahan respon individu terhadap stimulasi lingkungan.⁶⁷ Akomodasi merupakan proses mencocokkan pengetahuan baru dengan cara membentuk skema baru yang sesuai dengan rancangan baru dan memodifikasi skema yang ada sehingga sesuai dengan rancangan.⁶⁸ Akomodasi adalah suatu proses struktur kognitif yang berlangsung sesuai dengan pengalaman baru. Proses kognitif tersebut menghasilkan terbentuknya skemata baru dan berubahnya skemata lama. Disini tampak terjadi perubahan secara kualitatif, sedangkan pada asimilasi terjadi perubahan secara kuantitatif.⁶⁹

Pada hakekatnya akomodasi menyebabkan terjadinya perubahan atau pengembangan skemata. Sebelum terjadi akomodasi, ketika anak menerima stimulus yang baru, struktur mentalnya menjadi goyah atau disebut tidak stabil. Bersamaan dengan terjadinya proses akomodasi, maka struktur mental tersebut menjadi stabil lagi. Begitu ada stimulus baru lagi, struktur mental kembali menjadi goyah, begitu seterusnya asimilasi dan akomodasi terjadi secara terus-menerus. Dengan demikian, skemata berkembang sepanjang waktu bersama-sama dengan berkembangnya pengalaman. Mula-mula skemata seseorang masih bersifat sangat umum atau global, kurang teliti dan sering kurang tepat, tetapi melalui proses asimilasi dan akomodasi, skemata yang kurang teliti dan kurang

⁶⁶ Hamzah B. Uno, *Orientasi Baru...*, hlm. 11

⁶⁷ M. Dalyono, *Psikologi Pendidikan...*, hlm. 38

⁶⁸ Mohammad Ali dan Mohammad Asrori, *Psikologi Remaja...*, hlm. 128

⁶⁹ Nurhadi, dkk., *Pembelajaran Kontekstual ...*, hlm. 38

tepat itu diubah menjadi lebih teliti dan lebih tepat.⁷⁰ Oleh karena itu kriteria jenis berpikir akomodasi adalah a) jika pengalaman siswa tidak sesuai dengan perintah yang diberikan dan b) siswa menyesuaikan skema dalam dirinya dengan fakta-fakta baru yang diperoleh melalui pengalaman dari lingkungannya.

c. Ekuilibrasi

Dalam proses adaptasi dengan lingkungan, individu berusaha untuk mencapai struktur mental atau skemata yang stabil. Stabil dalam artian bahwa terjadi keseimbangan antara proses asimilasi dan akomodasi.⁷¹ Keseimbangan ini dimaksudkan agar dapat mendeteksi persamaan dan perbedaan yang terdapat pada stimulus-stimulus yang dihadapi. Perkembangan kognitif pada dasarnya adalah perubahan dari keseimbangan yang telah dimiliki ke keseimbangan baru yang telah diperolehnya.⁷² Melalui kedua macam adaptasi itu, seseorang menginterpretasikan pengalaman-pengalaman barunya yang didasarkan kepada pengalaman-pengalaman lamanya. Adaptasi merupakan suatu keadaan setimbang dari asimilasi dan akomodasi. Jika di dalam proses asimilasi, individu tidak dapat mengadaptasikan lingkungan, keadaan semacam itu dikatakan berada dalam keadaan “ketidakseimbangan”. Akomodasi merupakan hasil dari ketidakseimbangan ini, dan struktur yang ditampilkan diubah atau timbul yang baru. Pertumbuhan intelektual merupakan suatu proses yang terus menerus dari keadaan

⁷⁰ *Ibid.*, hlm. 38

⁷¹ *Ibid.*, hlm. 38

⁷² Erman Suherman et. al, *Strategi Pembelajaran ...*, hlm. 37

seimbang-tidak seimbang. Tetapi bila keseimbangan tercapai, individu berada di tingkat intelektual yang lebih tinggi daripada sebelumnya.⁷³

Seandainya hanya terjadi asimilasi secara kontinyu, maka yang bersangkutan hanya akan memiliki beberapa skemata yang global dan ia tidak mampu melihat perbedaan-perbedaan antara berbagai hal. Sebaliknya, apabila hanya selalu mengakomodasi atau melakukan proses akomodasi, maka yang bersangkutan akan memiliki banyak sekali skemata yang kecil-kecil, sehingga hanya sedikit memiliki sifat umum. Orang tersebut tidak mampu melihat kesamaan-kesamaan di antara berbagai hal. Itulah sebabnya maka ada keserasian di antara asimilasi dan akomodasi. Keserasian inilah yang oleh Jean Piaget disebut keseimbangan atau ekuilibrium.⁷⁴

Equilibrasi adalah penyesuaian berkesinambungan antara asimilasi dan akomodasi.⁷⁵ Equilibrium merupakan pengaturan diri secara mekanis untuk mengatur keseimbangan proses asimilasi dan akomodasi.⁷⁶ Dengan adanya keseimbangan ini, maka efisiensi interaksi antara anak yang sedang berkembang dengan lingkungannya dapat tercapai dan dapat terjamin.

Bila ada stimulus baru yang akan masuk dan ternyata dalam pikiran siswa telah ada skemata yang cocok untuk itu, maka skemata ini akan diperkaya atau menjadi lebih mantap lagi. Tetapi apabila belum ada yang cocok untuk itu, maka akan terjadi ketidakstabilan. Namun karena individu berusaha untuk stabil,

⁷³ Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika* (Malang: Universitas Negeri Malang, 2005), hlm. 56

⁷⁴ Nurhadi, et. all., *Pembelajaran Kontekstual ...*, hlm. 38

⁷⁵ Hamzah B. Uno, *Orientasi Baru...*, hlm. 11

⁷⁶ Anisah Basleman dan Stamsu Mappa, *Teori Belajar Orang Dewasa* (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2011), hlm. 128

maka proses-proses asimilasi, akomodasi, dan keseimbangan akan berlangsung terus. Berbarengan dengan proses-proses tersebut, struktur mental seseorang bertumbuh dan berkembang pada setiap tingkat perkembangannya.⁷⁷ Berikut disajikan tabel kriteria Teori Piaget:

Tabel 2.1 Kriteria Teori Piaget

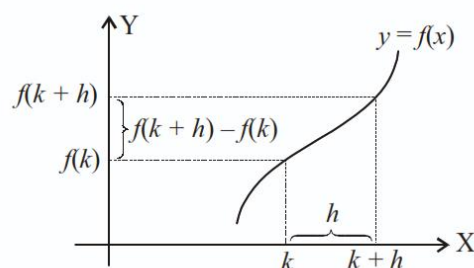
NO	ASIMILASI	AKOMODASI	EKUILIBRASI
1	jika siswa mempunyai pengalaman yang sama atau hampir sama dengan perintah yang diberikan	jika pengalaman siswa tidak sesuai dengan perintah yang diberikan	Siswa mempunyai pengalaman yang sama dengan perintah yang diberikan
2	siswa menyesuaikan pengalaman-pengalaman baru yang diperolehnya dengan struktur skema yang ada dalam diri siswa.	siswa menyesuaikan skema dalam dirinya dengan fakta-fakta baru yang diperoleh melalui pengalaman dari lingkungannya.	Siswa menyesuaikan skema dalam dirinya fakta-fakta baru yang diperoleh melalui pengalaman dari lingkungannya.

5. Turunan Fungsi

a. Turunan Fungsi Aljabar

1. Menghitung limit fungsi yang mengarah ke konsep turunan

Dari grafik di bawah ini, diketahui fungsi $y = f(x)$ pada interval $k < x < k + h$, sehingga nilai fungsi berubah dari $f(k)$ sampai dengan $f(k + h)$.



Perubahan rata-rata nilai fungsi f terhadap x dalam interval $k < x < k + h$ adalah

$$\frac{f(k+h)-f(k)}{(k+h)-k} = \frac{f(k+h)-f(k)}{h}. \text{ Jika nilai } k \text{ makin kecil maka nilai } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(k+h)-f(k)}{h}$$

⁷⁷ Nurhadi, dkk., *Pembelajaran Kontekstual ...*, hlm. 39.

disebut laju perubahan nilai fungsi f pada $x = k$. Limit ini disebut turunan atau derivat fungsi f pada $x = k$.

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(k+h)-f(k)}{h}$ disebut turunan fungsi f di x yang ditulis dengan notasi $f'(x)$, sehingga diperoleh rumus sebagai berikut :

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Jika nilai limitnya ada, fungsi f dikatakan diferensiabel di x dan f' disebut fungsi turunan dari f . Turunan dari $y = f(x)$ seringkali ditulis dengan $y' = f'(x)$. Notasi dari $y' = f'(x)$ juga dapat ditulis $\frac{dy}{dx}$ dan $\frac{d f(x)}{dx}$. Untuk memahami tentang turunan perhatikan contoh soal berikut.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + 5 \\ f(x+h) &= (x+h)^3 + 5 \\ &= x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 + 5 \\ f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 + 5 - (x^3 + 5)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 + 5 - x^3 - 5}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(3x^2 + 3xh + h^2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (3x^2 + 3xh + h^2) \\ &= 3x^2 + 3x \cdot 0 + 0^2 \end{aligned}$$

$$= 3x^2$$

2. Menghitung turunan fungsi yang sederhana dengan menggunakan definisi turunan

a) Turunan fungsi yang berbentuk $y = u \pm v$

Bila $y = f(x) = u(x) + v(x)$ dimana turunan dari $u(x)$ adalah $u'(x)$ dan turunan dari $v(x)$ adalah $v'(x)$, maka turunan dari $f(x)$ adalah $f'(x) = u'(x) + v'(x)$. Bukti :

$$\begin{aligned} f(x) &= u(x) + v(x) \\ f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) + v(x+h) - \{u(x) + v(x)\}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) - u(x) + v(x+h) - v(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) - u(x)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{v(x+h) - v(x)}{h} \\ f'(x) &= u'(x) + v'(x) \end{aligned}$$

Dengan cara yang sama, bisa dibuktikan bahwa bila $f(x) = u(x) + v(x)$, maka $f'(x) = u'(x) + v'(x)$. jadi jika $y = u \pm v$, maka $y' = u' \pm v'$.

b) Turunan fungsi yang berbentuk $y = u \cdot v$

Jika $y = f(x) = u(x) \cdot v(x)$, dimana turunan dari $u(x)$ adalah $u'(x)$ dan turunan dari $v(x)$ adalah $v'(x)$, maka turunan dari $f(x)$ adalah $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$. Bukti:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) \cdot v(x+h) - u(x) \cdot v(x)}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) \cdot v(x+h) - u(x) \cdot v(x) + u(x+h) \cdot v(x) - u(x+h) \cdot v(x)}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) \cdot v(x+h) - u(x+h) \cdot v(x) + u(x+h) \cdot v(x) - u(x) \cdot v(x)}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) \cdot \{v(x+h) - v(x)\} + v(x) \cdot \{u(x+h) - u(x)\}}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} u(x+h) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{v(x+h) - v(x)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} v(x) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) - u(x)}{h}
\end{aligned}$$

$$f'(x) = u'(x) \cdot v'(x) + v(x) \cdot u'(x)$$

Jadi jika $y = u \cdot v$ maka $y' = u'v + uv'$

b. Turunan fungsi trigonometri

Untuk menentukan turunan fungsi trigonometri dapat dicari sebagai berikut.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Perhatikan contoh berikut.

Tentukan turunan dari $f(x) = \sin(x)$

Penyelesaian :

$$f(x) = \sin x$$

$f(x+h) = \sin(x+h)$, maka

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin(x)}{h}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \cos \frac{1}{2}(x+h+x) \sin \frac{1}{2}(x+h-x)}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \cos(x + \frac{1}{2}h) \sin \frac{1}{2}h}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \cos(x + \frac{1}{2}h)}{h} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{1}{2}h}{2 \cdot \frac{1}{2}h} \\
&= \frac{2 \cos x}{2} = \cos x
\end{aligned}$$

Rumus turunan trigonometri diantaranya sebagai berikut.

1. Jika $y = \sin x$, maka $y' = \cos x$
2. Jika $y = \cos x$, maka $y' = -\sin x$
3. Jika $y = \tan x$, maka $y' = \sec^2 x$
4. Jika $y = \cot x$, maka $y' = -\operatorname{cosec}^2 x$
5. Jika $y = \sin U$, maka $y' = U' \cos U$
6. Jika $y = \sin^n U$, maka $y' = n \sin^{n-1} U \cos U'$
7. Jika $y = \sec x$, maka $y' = \sec x \tan x$
8. Jika $y = \operatorname{cosec} x$, maka $y' = \operatorname{cosec} x \cot x$

B. Penelitian Terdahulu

Penelitian terdahulu dimaksudkan untuk mencari data dan informasi yang berhubungan dengan masalah yang dipilih sebelum melaksanakan penelitian. Winano surakhmad dalam Arikunto menyebutkan tentang studi pendahuluan ini dengan eksploratoris sebagai dua langkah, dan perbedaan antara langkah pertama dan langkah kedua ini adalah penemuan dan

pengalaman. Memilih masalah adalah mendalami masalah itu, sehingga harus dilakukan secara lebih sistematis dan intensif.⁷⁸ Berikut ini beberapa hasil penelitian terdahulu yang berhubungan dengan penelitian sekarang:

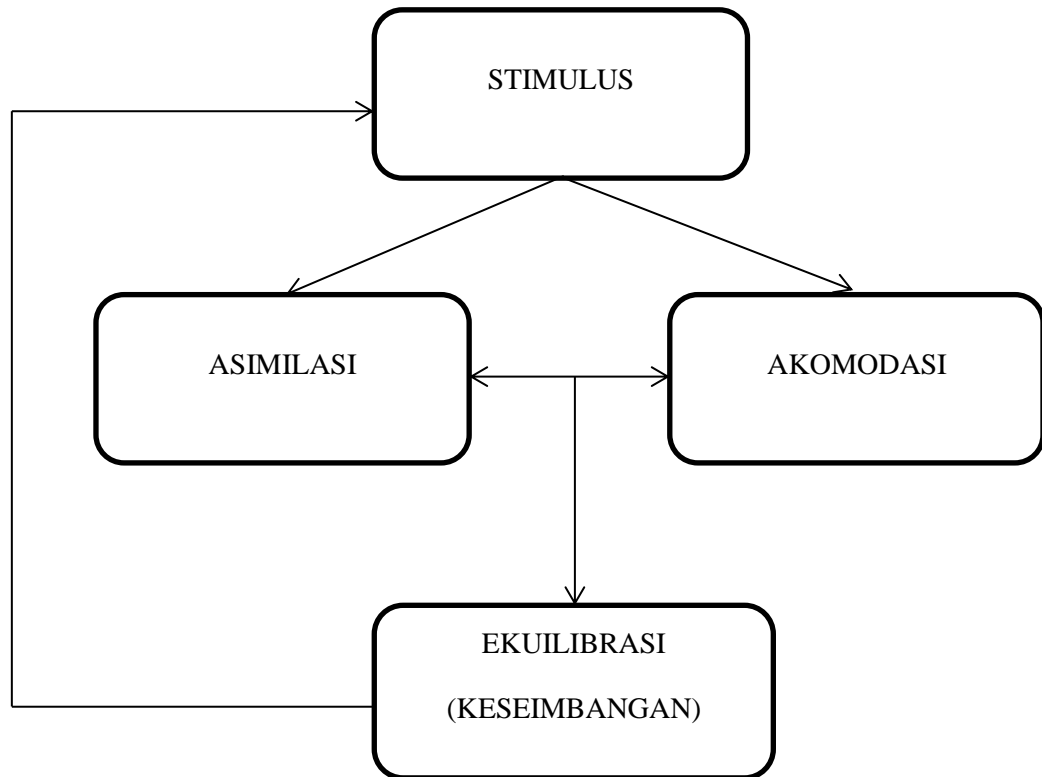
Tabel 2.2 Persamaan dan Perbedaan dengan Penelitian Terdahulu

No	Nama	Judul	Persamaan	Perbedaan
1	Sulis Janu Hartati	<i>Karakteristik Proses Berpikir Siswa Kelas III Sekolah Dasar Pada Saat Melakukan Aktifitas Membagi</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Meneliti tentang proses berpikir • Menggunakan metode penelitian kualitatif 	<ul style="list-style-type: none"> • Penelitian terdahulu dilakukan pada saat aktivitas membagi, sedangkan penelitian ini menggunakan materi matriks • Penelitian terdahulu dilaksanakan di kelas III Sekolah Dasar, sedangkan penelitian ini dilaksanakan di kelas XI MA Darul Huda Wonodadi Blitar
2	Muhtarom	Proses Berpikir Siswa Kelas IX Sekolah Menengah Pertama yang Berkemampuan Matematika Sedang dalam Memecahkan	<ul style="list-style-type: none"> • Meneliti tentang proses berpikir • Menggunakan metode penelitian kualitatif 	<ul style="list-style-type: none"> • Penelitian terdahulu menggunakan materi Teorema Pythagoras, sedangkan penelitian ini menggunakan

⁷⁸ Umi Salamah, *Berlogika dengan matematika 2 untuk kelas X SMA dan MAN*.(Solo:Tiga Serangkai Pustaka Mandiri), hlm.198

		Masalah Matematika		<p>n materi matriks</p> <ul style="list-style-type: none"> • Penelitian terdahulu dilaksanakan di SMP sedangkan penelitian ini dilaksanakan di MA Darul Huda Wonodadi Blitar
3	Aning Ifada Lutfi	Proses Berpikir dalam menyelesaikan soal matematika materi teorema Pythagoras ditinjau berdasarkan kemampuan matematika siswa kelas VIII SMPN 1 Ngantru Tulungagung	<ul style="list-style-type: none"> • Meneliti tentang pemahaman • Menggunakan metode penelitian kualitatif 	<ul style="list-style-type: none"> • Penelitian terdahulu menggunakan materi teorema Pythagoras, sedangkan penelitian ini menggunakan materi turunan. • Penelitian terdahulu dilaksanakan di SMPN 1 Ngantru Tulungagung sedangkan penelitian ini dilaksanakan di MA Darul Huda Wonodadi Blitar

C. Paradigma Penelitian



Gambar 2.1 Paradigma Penelitian

Berdasarkan bagan di atas dapat dijelaskan bahwa proses berpikir siswa dimulai ketika mereka berhadapan dengan stimulus dari luar. Stimulus atau rangsangan dari luar menimbulkan ketidakseimbangan atau konflik dalam diri siswa. Konflik inilah yang memancing siswa untuk melakukan asimilasi dan akomodasi terhadap skema awal siswa. Jika sudah sampai ke keseimbangan lagi atau sudah mencapai proses ekuilibrasi, proses dapat diulang lebih lanjut. Dengan demikian proses berpikir siswa semakin lama semakin kompleks.