

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Pembelajaran Matematika

1. Hakikat Matematika

Matematika adalah salah satu mata pelajaran yang ada disekolah, matematika adalah studi yang wajib diajarkan pada anak-anak. Mulai dari pendidikan dini anak pasti sudah diajarkan untuk mengenal angka. Bila mendengar istilah matematika pasti yang ada dibenak kita adalah rumus-rumus, angkat dan berbagai operasi hitung, seperti penjumlahan, pengurangan, pembagian, perkalian dan lain sebagainya.

Setiap orang mempunyai keinginan untuk belajar misalnya belajar bahasa, berhitung, menggambar dan lain-lainnya. Hal ini dilakukan karena semua orang mempunyai sifat keingintahuan yang tinggi dan ingin maju. Untuk saat ini yang perlu kita bahas adalah belajar matematika, apa yang dimaksud dengan Matematika itu?

Kata matematika berasal dari perkataan Latin *mathematika* yang mulanya diambil dari perkataan Yunani *mathematike* yang berarti mempelajari. Perkataan iu mempunyai asal katanya *mathema* yang berarti pengetahuan atau ilmu (*knowledge, science*). Kata *mathematike* berhubungan pula dengan kata lainnya yang hampir sama, yaitu *mathein* atau *mathenin* yang artinya belajar (berpikir).

Jadi, berdasarkan asal katanya, maka perkataan matematika berarti ilmu pengetahuan yang didapat dengan berpikir (bernalarnya).¹⁰

Menurut Russefendi matematika terorganisasikan dari unsur-unsur yang tidak didefinisikan, definisi-definisi, aksioma-aksioma, dan dalil-dalil dimana dalil-dalil setelah dibuktikan kebenarannya berlaku secara umum, karena itulah matematika sering disebut ilmu deduktif.¹¹

Menurut James dan James matematika adalah ilmu tentang logika, mengenai bentuk, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan lainnya. Matematika terbagi dalam tiga bagian besar yaitu aljabar, analisis dan geometri. Tetapi ada pendapat yang mengatakan bahwa matematika terbagi menjadi empat bagian yaitu aritmatika, aljabar, geometris dan analisis dengan aritmatika mencakup teori bilangan dan statistika.¹²

Menurut Johnson dan Rising dalam Russefendi matematika adalah pola berpikir, pola mengorganisasikan, pembuktian yang logis, matematika itu adalah bahasa yang menggunakan istilah yang didefinisikan dengan cermat, jelas dan akurat representasinya dengan simbol dan padat, lebih berupa bahasa simbol mengenai ide daripada mengenai bunyi. Matematika adalah pengetahuan struktur yang terorganisasi, sifat—sifat dan teori- teori dibuat secara deduktif berdasarkan kepada unsur yang tidak didefinisikan, aksioma, sifat atau teori yang telah dibuktikan kebenarannya adalah ilmu tentang keteraturan pola atau ide, dan

¹⁰ Nur Rahmah, *Hakikat Pendidikan...*, hal.2.

¹¹ *Hakikat Matematika dan Pembelajaran Matematika di SD*, (Bahan Belajar Mandiri), hal.4.

¹² *Ibid*, hal.4.

matematika itu adalah suatu seni, keindahannya terdapat pada keterurutan dan keharmonisannya.¹³

Menurut Reys-dkk matematika adalah telaahan tentang pola hubungan, suatu jalan atau pola pikir, suatu seni, suatu bahasa dan suatu alat.¹⁴

Menurut Kline matematika itu bukan pengetahuan menyendiri yang dapat sempurna karena dirinya sendiri, tetapi adanya matematika itu terutama untuk membantu manusia dalam memahami dan menguasai permasalahan sosial, ekonomi, dan alam.¹⁵

2. Belajar Matematika

Belajar adalah kegiatan yang berproses dan merupakan unsur yang sangat fundamental dalam menyelenggarakan setiap jenis dan jenjang pendidikan. Ini berarti berhasil atau tidaknya pencapaian tujuan pendidikan itu amat bergantung pada proses belajar yang dialami siswa, baik ketika ia berada di sekolah maupun di lingkungan rumah atau keluarga sendiri. Sebagian orang beranggapan bahwa belajar adalah semata-mata mengumpulkan atau menghafalkan fakta-fakta yang tersaji dalam bentuk informasi/materi pembelajaran. Orang yang beranggapan demikian biasanya akan segera merasa bangga ketika anak-anaknya telah mampu menyebutkan kembali secara lisan (verbal) sebagai bentuk informasi yang terdapat dalam buku teks atau yang diajarkan oleh guru.¹⁶

¹³ *Ibid*,hal.4.

¹⁴ *Ibid*,hal.4.

¹⁵ *Ibid*,hal.4.

¹⁶ Muhibbin Syah, *Psikologi Pendidikan....*,hal.87-89.

Dalam mempelajari matematika perlu mengetahui objek matematika, karena salah satu karakteristik matematika adalah objek matematika. Menurut Bell, objek dalam matematika dapat diklasifikasikan atas fakta, konsep, keterampilan, dan prinsip. Keempat klasifikasi objek matematika dijelaskan sebagai berikut. Fakta adalah suatu konvensi atau kesepakatan dalam matematika, misalnya simbol-simbol dalam matematika. Simbol “4” merupakan simbol yang dihubungkan dengan perkataan “empat”, simbol “u” merupakan simbol yang dihubungkan dengan “suku pertama dari suatu barisan”, “+” adalah simbol yang dihubungkan dengan operasi penjumlahan dan lainnya. Seseorang dikatakan telah belajar fakta apabila dapat menuliskan fakta dengan benar dan dapat menggunakan dengan tepat dalam situasi berbeda. Bell menyatakan konsep dalam matematika adalah ide atau gagasan abstrak yang memungkinkan seseorang untuk dapat mengklasifikasikan (menggolongkan) objek atau kejadian tertentu dan menerangkan apakah objek itu merupakan contoh atau bukan contoh dari gagasan tersebut. keterampilan (*skill*) matematika menurut Bell adalah kemampuan seseorang menjalankan prosedur dan operasi dalam matematika dengan cepat dan tepat. Prinsip merupakan objek matematika yang lebih kompleks. Bell dan Hudojo mempunyai pendapat yang hampir sama mengenai prinsip. Bell menyatakan, prinsip adalah rangkaian konsep-konsep bersama-sama dengan hubungan diantara konsep-konsep itu. Sedangkan Hudojo menyatakan bahwa prinsip merupakan suatu ide atau gagasan yang menghubungkan dua atau lebih konsep.¹⁷

¹⁷ Lasmi Nurdin, *Analisis Pemahaman...*,

B. Pemahaman

Depdikbut mengartikan pemahaman sebagai pengertian yang mendalam. Sedangkan Mrozek menyatakan, pemahaman merupakan suatu proses memahami arti/makna tertentu dan kemampuan menggunakannya pada situasi lainnya. Selanjutnya Dubinsky menyatakan, pemahaman konsep matematika merupakan hasil konstruksi atau rekonstruksi dari objek-objek matematika yang dilakukan melalui aktivitas aksi, proses, dan objek yang dikoordinasi dalam suatu skema.¹⁸

Pentingnya pemahaman konsep matematika terlihat dalam tujuan pertama pembelajaran matematika menurut Permendiknas No 22 tahun 2006) yaitu memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, efisien dan tepat dalam pemecahan masalah. Sesuai dengan tujuan pembelajaran matematika diatas maka setelah proses pembelajaran siswa diharapkan dapat memahami suatu konsep matematika sehingga dapat menggunakan kemampuan tersebut dalam menghadapi masalah-masalah matematika. Jadi dapat dikatakan bahwa pemahaman konsep merupakan bagian yang paling penting dalam pembelajaran matematika. Hal ini seperti yang dinyatakan oleh Zulkardi bahwa “mata pelajaran matematikamenekankan pada konsep”. Artinya dalam mempelajari matematika siswa harus memahami konsep matematika terlebih dahulu agar dapat menyelesaikan soal-soal dan mampu mengaplikasikan pembelajaran tersebut dalam dunia nyata.¹⁹

¹⁸ Lasmi Nurdin, *Analisis Pemahaman...*, hal.2-3.

¹⁹ Oktiana Dwi Putra Herawati, et.all., *Pengaruh Pembelajaran Problem Posing Terhadap Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika Siswa Kelas XI IPA SMAN 6 Palembang.* (Jurnal Pendidikan Matematika, Vol 4.NO.1 JUNI 2010).hal.71.

Pemahaman konsep sangat penting, karena dengan penguasaan konsep akan memudahkan siswa dalam mempelajari matematika. Pada setiap pembelajaran diusahakan lebih ditekankan pada penguasaan konsep agar siswa memiliki bekal dasar yang baik untuk mencapai kemampuan dasar yang lain seperti penalaran, komunikasi, koneksi dan pemecahan masalah. Penguasaan konsep, merupakan tingkatan hasil belajar siswa sehingga dapat mendefinisikan atau menjelaskan sebagian atau mendefinisikan bahan pelajaran dengan menggunakan kalimat sendiri.

Berdasarkan kajian teori diatas, maka pemahaman pada penelitian ini diartikan sebagai kemampuan siswa untuk mengkontruksi dan merekontruksi aksi, proses, dan objek matematika serta mengorganisasikan dalam struktur kognitif(skema) yang digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan tentang penyederhanaan bentuk pecahan aljabar.

C. Teori APOS

Sering kali kita mendengar kalimat teori pembelajaran, namun tidak sedikit yang tidak tahu penertian dari teori sendiri.

Snelbecker mendefinisikan teori sebagai seperangkat proposisi yang berinteraksi secara sintaksi (yaitu yan memiliki aturan tertentu yan dapat dihubungkan secara logis dengan lainnya dengan data atas dasar yang dapat diamati) dan berfungsi sebagai wahana untuk meramalkan dan menjelaskan fenomena yan diamati.

Banyak teori yang digunakan untuk menganalisis pemahaman mengenai suatu konsep, salah satunya adalah teori APOS. Teori APOS mengungkapkan

bahwa individu mengkonstruksi pengetahuan melalui tahap aksi, proses, objek, skema. Teori APOS bisa digunakan untuk membandingkan keberhasilan beberapa siswa dalam menyelesaikan suatu tugas konstruksi mental khusus yang mereka gunakan.²⁰

Dubinsky&McDonald menyatakan teori APOS dapat digunakan secara langsung dalam menganalisis data oleh seorang peneliti. Peneliti dapat membandingkan keberhasilan atau kegagalan subjek untuk tugas matematika melalui konstruksi mental tertentu yang mungkin atau tidak mungkin mereka lakukan.²¹

Teori APOS muncul dengan tujuan untuk memahami mekanisme abstraksi reflektif yang diperkenalkan oleh Piaget yang menjelaskan perkembangan untuk konsep matematika yang lebih luas, terutama untuk membentuk perkembangan berpikir logis bagi mahasiswa. Menurut Dubinsky dan McDonald, teori APOS ini berguna untuk mencoba mengerti pembelajaran mahasiswa dalam berbagai topik pada kalkulus, aljabar, abstrak, statistika, matematika diskrit, dan topik-topik matematika lainnya. Teori APOS dapat digunakan secara langsung dalam membandingkan keberhasilan atau kegagalan individu yang berkaitan dengan konstruksi mental yang telah terbentuk untuk suatu konsep matematika.²²

Menurut Dubinsky karakteristik-karakteristik yang harus dimiliki oleh suatu teori pembelajaran adalah sebagai berikut: (1) Mendukung prediksi,

²⁰ Anis Safitri, *Profil Pemahaman Siswa Mengenai Konsep Grafik Fungsi Kuadrat Berdasarkan Teori APOS Ditinjau dari Kemampuan Matematika*, (Jurnal Ilmiah Matematika, Vol.6 No.2 Tahun 2017).

²¹ Ummu Sholihah&Dziki Ari Mubarak, *Analisis Pemahaman...*

²² Nerly Khairani, *Pembelajaran Matematika Menggunakan Teori APOS Di Perguruan Tinggi*, (Jurnal Pendidikan Matematika PARADIKMA, Vol. 1 Nomor 1, hal. 47-55).

(2)Memiliki kemampuan untuk menjelaskan, (3)Dapat diterapkan pada jangkauan fenomena yang luas, (4)Membantu mengorganisasikan pemikiran tentang fenomena-fenomena belajar, (5)Sebagai alat untuk menganalisis data, (6)Menyediakan bahasa untuk mengkomunikasikan tentang pembelajaran.

Dubinsky dan kawan-kawan mengatakan Teori APOS menganut prinsip bahwa ada hubungan yang erat antara sifat konsep matematika dan perkembangannya dipikiran seseorang. Nurlelah mengatakan bahwa pembelajaran dengan menggunakan Teori APOS menekankan pada perolehan pengetahuan melalui aktivitas pendahuluan melalui media komputer, bekerja dan kelompok(cooperative learning) dan reflektif.²³

Teori APOS adalah elaborasi tentang kontruksi mental dari aksi, proses, objek, dan skema.²⁴

1. Aksi

Menurut Ed Dubinsky dan Mc. Donald aksi didefinisikan sebagai:

*“An action is a transformation of objects perceived by the individual as essentially external and as requiring, either explicitly or from memory, step-by-step instructions on how to perform the operation.”*²⁵

Aksi adalah transformasi dari objek-objek yang dirasakan individu sebagai bagian eksternal dan sebagai sesuatu yang diperlukan, secara eksplisit dari memori, instruksi tahap demi tahap tentang bagaimana melakukan operasi.²⁶

²³ Sri Wiji Lestari, *Penerapan Model Pembelajaran M-APOS Dalam Meningkatkan Pemahaman Konsep dan Motivasi Belajar Kalkulus II*,(Jurnal Pendidikan dan Keguruan Vol.1 No.1 Tahun 2014, artikel 6),hal. 3.

²⁴ Mulyono,Teori APOS...,hal. 40.

²⁵ Ed Dubinsky and Michael A McDonald, *APOS:A Constructivist Theory of Learning in Udergratue Education Research*. hal.2

²⁶ *Ibid*,

Dengan kata lain *Aksi* merupakan transformasi objek-objek yang dirasakan individu sebagai sesuatu yang diperlukan. Pada tingkat *aksi*, individu memerlukan instruksi dalam melakukan operasi.²⁷ Transformasi yang dilakukan merupakan transformasi dimana individu hanya terbatas mengikuti algoritma secara jelas langkah demi langkahnya, atau terbatas pada apa yang dihafalkan saja.²⁸ Pada tahap ini siswa masih membutuhkan bimbingan untuk melakukan transformasi.

2. Proses

*In APOS when the individual reflects on the action and constructs an internal operation that performs the same transformation, then we say that the action has been interiorized to a process. In OSA procedures are assumed to be rules about how to use mathematical objects. In OSA a practice is understood as a collection of mathematical actions made by rules that can be considered as different types of primary objects. One of these objects is the procedure, which is a rule of steps to carry out the practice, or a part of the practice. A procedure can also be considered complementary to a process in APOS when an individual shows to have interiorized mental actions and is aware of the result of the process.*²⁹

Dalam APOS ketika individu merefleksikan tindakan dan membangun operasi internal yang melakukan transformasi yang sama, maka kita mengatakan bahwa tindakan tersebut telah diinternir ke dalam suatu proses. Dalam prosedur OSA diasumsikan aturan tentang cara menggunakan objek matematika. Dalam OSA praktik dipahami sebagai kumpulan tindakan matematika yang dibuat oleh aturan yang dapat dianggap sebagai berbagai jenis objek primer. Salah satu objek ini adalah prosedur, yang merupakan aturan langkah-langkah untuk melakukan praktik, atau bagian dari praktik. Suatu prosedur juga dapat dianggap sebagai

²⁷ Ummu, *Analisis Pemahaman...*, hal.128

²⁸ Sri Sulastri Natalia dkk, *Analisis Tingkat Pemahaman Siswa Berdasarkan Teori APOS pada Materi Persamaan Kuadrat Ditinjau dari Minat Belajar Siswa Kelas X SMAN 2 Surakarta*

²⁹ Vahid Borji, et. all., *Application of the Complementarities...*, hal.2305.

pelengkap dari suatu proses dalam APOS ketika seorang individu menunjukkan telah melakukan tindakan mental dan menyadari hasil dari proses tersebut.³⁰ Dengan kata lain *Proses* yaitu konstruksi mental yang dibuat dengan melakukan aksi yang sama. Siswa yang sudah mengkonstruksi proses konsep dapat mengurangi atau bahkan mengembalikan langkah dari transformasi tanpa benar-benar melakukannya. Proses dirasakan oleh siswa sebagai hal yang internal dan dibawah kontrol siswa itu sendiri. Dikatakan bahwa siswa berada pada tahap proses dari transformasi yang diberikan, jika dalam pemahaman siswa terbatas pada berpikir tentang transformasi materi segi empat sebagai sebuah proses. Siswa melakukan suatu proses jika siswa tersebut berfikir mandiri seperti menerima input dan mengembalikan sebagai output atau membayangkan perhitungan nilai bangun datar tersebut tanpa melakukan perhitungan yang sebenarnya.³¹

3. Objek

Menurut Dubinsky dan DeVries jika suatu proses dapat ditransformasikan oleh suatu aksi, maka dikatakan proses itu telah dienkapsulasikan menjadi objek.³²

Objek dikonstruksi dari *proses* ketika seseorang telah mengetahui bahwa proses sebagai suatu totalitas dan menyadari bahwa transformasi dapat dilakukan pada *proses* tersebut.³³

³⁰ *Ibid*,

³¹ Vera Febriani, *Pengaruh Penerapan....*,hal.4.

³² Lasmi Nurdin, *Analisis Pemahaman....*,hal.5.

³³ Ummu Sholihah& Dziki Ari Mubarak, *Analisis Pemahaman....*,hal.128.

Jadi dikonstruksi dari proses ketika individu telah mengetahui bahwa proses sebagai sebuah totalitas dan menyadari bahwa transformasi dapat bertindak di atasnya.³⁴ Dengan kata lain, ketika seseorang menyadari suatu proses sebagai totalitas, menyadari bahwa transformasi dapat bertindak atas hal itu dan benar-benar dapat membangun transformasi seperti itu (secara eksplisit atau dalam imajinasi seseorang), maka dikatakan individu telah merangkum proses menjadi objek kognitif.³⁵

4. Skema

Suatu *skema* matematika adalah keterkaitan kumpulan aksi, proses, objek dan skema yang telah dikonstruksi sebelumnya, yang disatukan untuk membentuk struktur matematis yang digunakan dalam suatu permasalahan.³⁶

Keempat komponen dari teori APOS, yaitu aksi, proses, objek, dan skema telah dibahas pengertiannya secara berurutan. Hal ini disebabkan setiap pembahasan satu komponen saling berkaitan dengan komponen lainnya secara berurutan. Namun pada kenyataannya, ketika seseorang mengembangkan pemahamannya terhadap suatu konsep matematika, konstruksi tersebut tidaklah selamanya dilakukan secara linear.³⁷ Misalkan, ketika seseorang dihadapkan pada suatu soal penyederhanaan bentuk pecahan aljabar, maka kemungkinan dia tidak mulai dari tahap aksi tetapi mulai dari tahap objek kemudian baru tahap lainnya.

³⁴ Lasmi Nurdin, *Analisis Pemahaman Siswa ...*,

³⁵ Maharaj, *An APOS Analysis of Students Understanding of the Concept of Limit of a Function*. hal 43.

³⁶ Sri Sulastrri Natalia, *Analisis Tingkat...*, hal.111.

³⁷ Lasmi Nurdin, *Analisis Pemahaman...*,hal.5.

D. Materi Bentuk Penyederhanaan Aljabar

Bentuk Aljabar adalah suatu bentuk matematika yang dalam penyajiannya memuat huruf-huruf untuk mewakili bilangan yang belum diketahui. Bentuk aljabar dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Hal-hal yang tidak diketahui seperti banyaknya bahan bakar minyak yang dibutuhkan sebuah bis dalam tiap minggu, jarak yang ditempuh dalam waktu tertentu, atau banyaknya makanan ternak yang dibutuhkan dalam 3 hari, dapat dicari dengan menggunakan aljabar.

a. Variabel, Konstanta dan Faktor

Perhatikan bentuk aljabar $5x + 3y + 8x - 6y + 9$. Pada bentuk aljabar tersebut, huruf x dan y disebut variabel. Variabel adalah lambang pengganti suatu bilangan yang belum diketahui nilainya dengan jelas. Variabel disebut juga peubah. Variabel biasanya dilambangkan dengan huruf kecil a, b, c, \dots, z .

Adapun bilangan 9 pada bentuk aljabar di atas disebut konstanta. Konstanta adalah suku dari suatu bentuk aljabar yang berupa bilangan dan tidak memuat variabel. Jika suatu bilangan a dapat diubah menjadi $a = p \times q$ dengan a, p, q bilangan bulat, maka p dan q disebut faktor-faktor dari a .

Pada bentuk aljabar di atas, $5x$ dapat diuraikan sebagai $5x = 5 \times x$ atau $5x = 1 \times 5x$. Jadi, faktor-faktor dari $5x$ adalah 1, 5, x , dan $5x$. Adapun yang dimaksud koefisien adalah faktor konstanta dari suatu suku pada bentuk aljabar. Perhatikan koefisien masing-masing suku pada bentuk aljabar $5x + 3y + 8x - 6y + 9$. Koefisien pada suku $5x$ adalah 5, pada suku $3y$ adalah 3, pada suku $8x$ adalah 8, dan pada suku $-6y$ adalah -6 .

b. Suku Sejenis dan Suku Tak Sejenis

1. Suku adalah variabel beserta koefisiennya atau konstanta pada bentuk aljabar yang dipisahkan oleh operasi jumlah atau selisih. Suku-suku sejenis adalah suku yang memiliki variabel dan pangkat dari masing-masing variabel yang sama.

Contoh: $5x$ dan $-2x$, $3a^2$ dan a^2 , y dan $4y$, ... Suku tak sejenis adalah suku yang memiliki variabel dan pangkat dari masing-masing variabel yang tidak sama.

Contoh: $2x$ dan $-3x^2$, $-y$ dan $-x^3$, $5x$ dan $-2y$, ...

2. Suku satu adalah bentuk aljabar yang tidak dihubungkan oleh operasi jumlah atau selisih. Contoh: $3x$, $2a^2$, $-4xy$, ...

3. Suku dua adalah bentuk aljabar yang dihubungkan oleh satu operasi jumlah atau selisih. Contoh: $2x + 3$, $a^2 - 4$, $3x^2 - 4x$, ...

4. Suku tiga adalah bentuk aljabar yang dihubungkan oleh dua operasi jumlah atau selisih. Contoh: $2x^2 - x + 1$, $3x + y - xy$, ...

Bentuk aljabar yang mempunyai lebih dari dua suku disebut suku banyak.

a) Operasi Hitung Pada Aljabar

1) Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk Aljabar

Pada bentuk aljabar, operasi penjumlahan dan pengurangan hanya dapat dilakukan pada suku-suku yang sejenis. Jumlahkan atau kurangkan koefisien pada suku-suku yang sejenis.

2) Perkalian

Perlu kalian ingat kembali bahwa pada perkalian bilangan bulat berlaku sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan, yaitu $a(b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ dan sifat distributif perkalian terhadap pengurangan, yaitu $a(b - c) = (a \times b) -$

(a x c), untuk setiap bilangan bulat a, b, dan c. Sifat ini juga berlaku pada perkalian bentuk aljabar.

3) Pembagian

Hasil bagi dua bentuk aljabar dapat kalian peroleh dengan menentukan terlebih dahulu faktor sekutu masing-masing bentuk aljabar tersebut, kemudian melakukan pembagian pada pembilang dan penyebutnya.

a) Memahami Cara Menyederhanakan Pecahan Bentuk Aljabar

Dalam bentuk aljabar juga ada bentuk aljabar pecahan. Ketika kalian membagi $4x + 6$ dengan $2x + 8$. Dalam hal ini hasil baginya bisa disajikan dalam bentuk aljabar pecahan $\frac{4x+6}{2x+8}$. Bentuk pecahan $\frac{4x+6}{2x+8}$ bisa kita ubah menjadi bentuk yang lebih sederhana dengan cara membagi dua pembilang dan penyebutnya, menjadi $\frac{2x+3}{x+4}$ dikatakan lebih sederhana karena mengandung bilangan-bilangan yang lebih sederhana (dekat dengan nol) dari bentuk sebelum. Namun, memiliki nilai yang sama dengan bentuk $\frac{4x+6}{2x+8}$. Selain itu, suatu bentuk aljabar dikatakan lebih sederhana jika mengandung operasi yang lebih sedikit. Misalkan ada permasalahan seperti berikut!

a. $\frac{10}{3x} + \frac{8}{3x}$

b. $\frac{4a}{3x} - \frac{4}{2x}$

c. $\frac{2a}{3x} \times \frac{2x-6}{12a}$

d. $\frac{xy}{z} + \frac{x}{yz}$

E. Teori APOS

Teori APOS mengasumsikan bahwa pengetahuan matematika yang dimiliki seseorang merupakan hasil interaksi dengan orang lain dan hasil konstruksi-konstruksi mental orang tersebut dalam memahami ide-ide matematika. Konstruksi-konstruksi mental tersebut adalah: aksi (action), proses (process), objek (object), dan skema (schema) yang disingkat dengan APOS. Istilah konstruksi dan rekonstruksi yang dimaksudkan mirip dengan istilah akomodasi dan asimilasi dari Piaget. Teori APOS sangat baik digunakan untuk memahami pembelajaran siswa dalam berbagai topik matematika khususnya materi penyederhanaan Aljabar.

Aplikasi teori APOS dalam pembelajaran materi barisan adalah sebagai berikut:

1. Aksi

Aksi merupakan transformasi objek-objek yang dirasakan individu sebagai sesuatu yang diperlukan. Pada tingkat *aksi*, individu memerlukan instruksi dalam melakukan operasi.³⁸ Transformasi yang dilakukan merupakan transformasi dimana individu hanya terbatas mengikuti algoritma secara jelas langkah demi langkahnya, atau terbatas pada apa yang dihafalkan saja.³⁹ Misalkan diajukan suatu persoalan, “Harga 3 buku dan 5 pensil adalah Rp 42.000,00. Jika harga sebuah buku adalah 3 kali harga sebuah pensil, tentukanlah harga masing-masing pensil dan buku?”. Aksi siswa adalah mampu menentukan hal apa saja yang diketahui dalam soal, dan mampu menjumlahkan bentuk aljabar sederhana.

³⁸ Ummu, *Analisis Pemahaman...*, hal.128

³⁹ Sri Sulastri Natalia dkk, *Analisis Tingkat ...*, hal.111.

Misalnya yang diketahui dalam soal adalah harga 3 buku dan 5 pensil adalah Rp 42.000,00 dan harga sebuah buku 3 kali harga sebuah pensil. Harga sebuah pensil = x rupiah maka harga 5 pensil = $5x$ rupiah. Harga sebuah buku adalah 3 kali harga sebuah pensil, maka harga sebuah buku = $3x$ rupiah. Jadi $5x + 9x = 42.000$

Siswa dikatakan dapat mencapai tahap aksi jika siswa melakukan operasi dari memori atau dari apa yang telah dijelaskan padanya. Pada tahap ini, siswa biasanya akan memahami ide-ide yang paling dasar dibalik konsep bentuk Aljabar.

2. Proses

Proses yaitu kontruksi mental yang dibuat dengan melakukan aksi yang sama. Siswa yang sudah mengkontruksi pros konsep dapat mengurangi atau bahkan mengembalikan langkah dari transformasi tanpa benar-benar melakukannya. Proses dirasakan oleh siswa sebagai hal yang internal dan sibawah kontrol siswa itu sendiri. Siswa melakukan suatu proses jika siswa tersebut berfikir mandiri seperti menerima input dan mangembalikan sebagai output atau membayangkan perhitungan nilai bangun datar tersebut tanpa melakukan perhitungan yang sebenarnya.⁴⁰ Misalkan, Harga 3 buku dan 5 pensil adalah Rp 42.000,00. Jika harga sebuah buku adalah 3 kali harga sebuah pensil, tentukanlah harga masing-masing pensil dan buku?”. Dalam pencarian harga buku dan pensil tersebut, siswa tidak melakuakn aksi, tetapi melakukannya dalam imajiansi dan dapat menjelaskan proses penentuan harga masing-masing buku dan pensil, walaupun ia masih menggunakan caramencoba menjumlahkan suatu bilangan

⁴⁰ Vera Febriani, *Pengaruh Penerapan....*, hal.4.

tertentu dengan bilangan yang ada. Jadi siswa dapat membayangkan $5x + 9x = 42.000 = 3000$

3. Objek

Objek dikonstruksi dari *proses* ketika individu telah mengetahui bahwa proses sebagai suatu totalitas dan menyadari bahwa transformasi dapat dilakukan pada *proses* tersebut.⁴¹

Siswa dikatakan dapat mencapai tahap objek jika siswa dapat menentukan bagaimana cara penyelesaian masalah bentuk aljabar. Misalnya, “Harga 3 buku dan 5 pensil adalah Rp 42.000,00. Jika harga sebuah buku adalah 3 kali harga sebuah pensil, tentukanlah harga masing-masing pensil dan buku?”. Harga sebuah pensil = x rupiah maka harga 5 pensil = $5x$ rupiah, harga sebuah buku adalah 3 kali harga sebuah pensil, maka harga sebuah buku = $3x$ rupiah. Jadi harga 5 buah pensil = $5x$ rupiah dan harga 3 buah buku = $9x$ rupiah. $5x + 9x = 42.000 = 14x = 42.000 = x = \frac{42.000}{14} = 3000$. Jadi harga sebuah pensil adalah Rp 3.000,00 dan harga sebuah buku $3 \times \text{Rp } 3.000,00 = \text{Rp } 9.000,00$.

4. Skema

Suatu *skema* matematika adalah keterkaitan kumpulan aksi, proses, objek dan skema yang telah dikonstruksi sebelumnya, yang disatukan untuk membentuk struktur matematis yang digunakan dalam suatu permasalahan.⁴² Seorang siswa dikatakan telah dapat mentematisasikan aljabar sebagai suatu skema. Misalnya

⁴¹ Ummu Sholihah & Dziki Ari Mubarak, *Analisis Pemahaman...*, hal.128.

⁴² Sri Sulastri Natalia, *Analisis Tingkat...*, hal.111.

berapa harga masing-masing buku dan pensil. Siswa yang telah mentematisasikan barisan dapat menjelaskan bahwa harga masing-masing buku dan pensil merupakan proses mencari penyelesaian aljabar.

F. Penelitian Terdahulu

Pada penelitian ini, peneliti juga mempunyai tujuan untuk melengkapi atau sebagai pembanding penelitian terdahulu berikut ini.

1. Penelitian yang dilakukan oleh Ummu Sholihah & Dziki Ari Mubarak. Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi pemahaman integral tertentu berdasarkan teori APOS. Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan penelitian kualitatif. Pendekatan kualitatif digunakan dengan alasan untuk memperoleh data verbal, yang berupa ungkapan mahasiswa, ketika mahasiswa menyelesaikan tes tertulis berupa masalah matematika. Adapun jenis penelitian ini dapat dikategorikan sebagai penelitian deskriptif eksploratif yaitu mendeskripsikan hasil eksplorasi pemahaman berdasarkan teori APOS. Sumber data dalam penelitian ini adalah 6 mahasiswa yang terdiri 2 mahasiswa berkemampuan tinggi, 2 mahasiswa berkemampuan sedang, dan 2 mahasiswa berkemampuan rendah.⁴³

2. Richa Arifah Rahmawati. “Analisis Pemahaman Siswa Berdasarkan Teori APOS pada materi Barisan dan Deret.”

Hasil penelitian menunjukkan bahwa pemahaman siswa dalam menyelesaikan soal barisan dan deret berada pada empat tahap tertentudari kerangka teori APOS, yaitu aksi, proses, objek dan skema. Pada kenyataannya siswa dalam pemahaman

⁴³ Ummu Sholihah & Dziki Ari Mubarak, *Analisis Pemahaman...*, hal. 126-127.

siswa berdasarkan teori APOS tidak sama ada yang hanya pada tahap proses, ada yang pada tahap objek dan ada yang keempat tahap berhasil dicapai siswa berdasarkan materi barisan dan deret.