

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Deskripsi Teori

1. Matematika

Istilah matematika berasal dari kata Yunani “*mathein*” atau “*manthenein*” yang artinya “mempelajari”. Kedua kata itu erat hubungannya dengan kata dalam bahasa Sansekerta “*medha*” atau “*widya*” yang artinya “kepandaian”, “ketahuan” atau “intelegensia”.²¹

Matematika adalah salah satu alat untuk mengembangkan dan membina kemampuan berpikir logis, kritis dan sistematis pada diri seseorang.²² Robyn mengatakan “*mathematics is a way of thinking, it is essentially about representing relationships in the world and manipulating them.*”²³ Robyn mengartikan bahwa matematika sebagai jalan atau metode berfikir, dan dengan matematika dunia bisa dipelajari bahkan sampai tingkat manipulasi didalamnya. Lebih lanjut, Robyn menegaskan bahwa *Mathematics is the study of patterns and relationships.*²⁴ Lain halnya dengan Alan R.Hoffer ,

Mathematics is more than just numbers, some mathematics problem do not use number at all. They use pictures, drawings,

²¹ Hardi Suyitno, *Filsafat Matematika*, (Semarang: FMIPA UNNES, 2014), hal.12

²² Hasratuddin, *Permasalahan Pembelajaran Matematika Sekolah dan alternatif pemecahannya*, (dalam Jurnal Pythagoras : Vol 4 No.1) Tahun 2014 hal.69

²³ M. Busro Khalim, *Kemampuan Penalaran Matematis siswa Olimpiade Yang Belajar Di PPM Ringinpitu Tulungagung*, (Tulungagung : Skripsi Tidak Diterbitkan,2018), hal.8

²⁴ *Ibid.*

*maps, or even cartoons, what do they in common then ? every mathematics problem ask you to use a logical approach to find a solution.*²⁵

Alan memaknai matematika lebih luas dari Robyn , ia berpendapat bahwa matematika bukan hanya permasalahan yang berkaitan dengan angka , tetapi matematika membutuhkan logika dalam penyelesaiannya. Menurut Kline, matematika merupakan bahasa simbolis dan ciri utamanya adalah penggunaan secara bernalar deduktif, tetapi juga tidak melupakan cara bernalar induktif.²⁶

Herman Hudojo mengemukakan bahwa matematika ialah suatu alat untuk mengembangkan cara berfikir manusia yang sangat diperlukan dalam kehidupan. Di dalam kehidupan, manusia tidak terlepas dari masalah-masalah dan matematika sering digunakan untuk menyelesaikannya.

Berdasarkan pendapat beberapa ahli diatas, dapat diambil kesimpulan bahwa dalam arti sempit matematika ialah ilmu yang berkaitan dengan angka dan pola yang tergambar jelas dalam pernyataan maupun konsep keabstrakannya, sedangkan dalam arti luas matematika ialah ilmu untuk mengembangkan cara berfikir, dan tidak lepas dari masalah-masalah yang membutuhkan logika serta penalaran dalam penyelesaiannya, yang mana objek kajiannya berupa angka dan konsep yang abstrak.

²⁵ *Ibid.*

²⁶ Mulyono, *Pendekatan Bagi Anak Berkesulitan Belajar*, (Jakarta : Rineka Cipta , 2013), hal 252

2. Kemampuan Penalaran Matematika

a. Definisi Kemampuan

Kemampuan memiliki arti kesanggupan, kecakapan, atau kekuatan. Setiap anak didik mempunyai kemampuan dasar yang dibawa sejak lahir dari generasi sebelumnya. Kemampuan dasar tersebut selanjutnya dikembangkan dengan adanya pengaruh dari lingkungan.²⁷

Berdasarkan pendapat para ahli setiap anak mempunyai kemampuan dasar yang berbeda antara satu dengan yang lain. Kemampuan dasar tersebut meliputi kemampuan mengingat, berpikir, memberi tanggapan, berfantasi, mengamati, merasakan dan memperhatikan. Karena adanya perbedaan kemampuan dalam diri setiap anak, maka mereka mempunyai kemampuan belajar yang berbeda pula.

Berdasarkan uraian diatas, dapat diambil kesimpulan bahwa kemampuan merupakan kecakapan yang dimiliki siswa dalam melakukan suatu hal, dimana kecakapan yang dimiliki berbeda-beda, dimiliki sejak lahir dan dapat dikembangkan.

b. Penalaran

Dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI) dituliskan bahwa nalar merupakan pertimbangan tentang baik dan buruk, aktivitas yang memungkinkan seseorang berpikir logis. Penalaran diterjemahkan dari *reasoning*. Sebagaimana yang dijelaskan oleh Maria bahwa Santrock

²⁷ Cholil dan Sugeng Kurniawan, *Psikologi Pendidikan Telaah Teoritik dan Praktik*, (Surabaya: IAIN Sunan Ampel, 2011), hal.182-183

menyatakan penalaran (*reasoning*) adalah pemikiran logis yang menggunakan logika induksi dan deduksi untuk menghasilkan simpulan.²⁸

Menurut W.Poespoprodjo ilmu penalaran atau logika ialah ilmu dan kecakapan menalar atau melogika, berpikir dengan tepat (*the science and art of correct thinking*). Dengan kata lain ditunjuk sasaran atau bidang logika, yaitu kegiatan pikiran atau akal budi manusia. Dengan berpikir dimaksudkan kegiatan akal untuk “mengolah” pengetahuan yang diterima melalui panca indera, dan ditunjukkan untuk mencapai suatu kebenaran.²⁹ Namun tidak semua berpikir dapat disebut sebagai penalaran, R.G Soekadijo menjelaskan mengenai proses penalaran,

Berpikir dimulai dari pengamatan indera atau observasi empiris,. Proses itu dalam akal akan menghasilkan sejumlah pengertian dan proposisi sekaligus. Berdasarkan pengamatan-pengamatan indera yang sejenis, akal akan menyusun proposisi yang sejenis pula. Proses inilah yang dinamakan dengan penalaran yaitu bahwa berdasarkan sejumlah proposisi diketahui atau dianggap benar kemudian digunakan untuk menyimpulkan sebuah proposisi yang baru yang sebelumnya tidak diketahui.³⁰

Artinya berpikir hanya sebatas pengamatan empiris sampai akal menyusun proposisi yang sesuai dengan pengamatan empiris yang telah dilakukan, sedangkan penalaran dimulai dari pengamatan empiris, menyusun proposisi berdasar pengamatan, hingga menyusun proposisi yang sejenis, terakhir menyimpulkan proposisi yang baru dengan proposisi pertama.

²⁸ Maria Theresia Nike K, *Penalaran Deduktif dan Induktif Siswa Dalam Pemecahan Masalah Trigonometri Ditinjau Dari Tingkat IQ*, (Jurnal APOTEMA Vol. 1 No. 2, 2015), hal.68

²⁹ W.Poespoprodjo, *Logika Ilmu Nalar*, (Bandung: Pustaka Grafika, 2011), hal.13

³⁰ Soekadijo, *Logika Dasar Internasional, Simbolik dan Induktif*, (Jakarta : PT Gramedia, 1985), hal.3

Sehingga secara tidak langsung dapat dikatakan bahwa proses berpikir merupakan bagian dari proses penalaran.

Keraf berpendapat sebagaimana yang dijelaskan oleh Shadiq bahwa penalaran (jalan pikiran atau *reasoning*) sebagai “Proses berpikir yang berusaha menghubungkan fakta-fakta atau evidensi-evidensi yang diketahui menuju kepada suatu kesimpulan”.³¹ Penalaran sering pula diartikan cara berpikir yang merupakan penjelasan dalam upaya memperlihatkan hubungan antara dua hal atau lebih yang diakui kebenarannya dengan langkah-langkah tertentu yang berakhir dengan suatu kesimpulan.

Dapat diambil kesimpulan bahwa penalaran adalah suatu kegiatan , suatu proses atau aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasarkan beberapa pernyataan yang telah dibuktikan kebenarannya atau diasumsikan sebelumnya.

Adapun ciri-ciri penalaran yakni :³²

- 1) Adanya suatu pola pikir yang disebut logika. Dalam hal ini dapat dikatakan bahwa kegiatan penalaran merupakan suatu proses berpikir logis. Berpikir logis ini diartikan sebagai berpikir menurut suatu pola tertentu atau menurut logika tertentu.
- 2) Proses berpikirnya analitik. Penalaran merupakan suatu kegiatan yang mengandalkan diri pada suatu analitik, kerangka berpikir yang

³¹ Samsul Pahmi, *Meningkatkan Kemampuan Penalaran dan Pemecahan Masalah Matematik serta Minat Belajar Mahasiswa melalui Metode Penemuan*, (Universitas Nusa Putra : Tesis tidak diterbitkan, 2016), hal.9

³² Fajar Shadiq, *Pemecahan Masalah, Penalaran dan Komunikasi*, (Yogyakarta : Widyaaiswara PPPG Matematika, 2004)

dipergunakan untuk menganalisa adalah logika penalaran yang bersangkutan.

- 3) Objeknya rasional. Artinya, objek dalam kegiatan menalar merupakan suatu fakta atau kenyataan yang riil adanya dan dapat dipikirkan secara mendalam.

Dalam upaya peningkatan penalaran ada dua hal yang harus diperhatikan , yaitu ; secara induktif dan deduktif. Sehingga dikenal dengan istilah ‘penalaran induktif’ dan ‘penalaran deduktif’.

Lebih lanjut, penalaran induktif diartikan sebagai suatu kegiatan, atau suatu proses/aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang bersifat umum berdasarkan beberapa pernyataan khusus yang diketahui benar.³³ Penalaran induktif terdiri dari melakukan pengamatan kemudian menarik kesimpulan berdasarkan pengamatan, dimana kesimpulan yang diperoleh bersifat umum atas data khusus yang teramati, dan nilai kebenarannya dapat bersifat benar atau salah.³⁴

Soekardijo menerjemahkan pendapat John Stuart Mill yang menyatakan bahwa “induksi merupakan suatu kegiatan, dimana kita menyimpulkan bahwa apa yang kita ketahui benar untuk kasus-kasus, juga akan benar untuk semua kasus yang serupa”.³⁵

³³ Fajar Shadiq, *Pemecahan Masalah...*, hal.4

³⁴ Ike Nataliasari, *Penggunaan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe TPS Untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran dan Pemecahan Masalah Matematis Siswa*, (Tasikmalaya : Jurnal Pendidikan dan Keguruan, 2014), hal.4

³⁵ *Ibid.*,

Dari beberapa pendapat ahli diatas dapat diambil kesimpulan bahwa penalaran induktif adalah suatu proses/aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat pernyataan baru yang bersifat umum berdasar pada beberapa pernyataan khusus yang diketahui benar, dimana nilai kebenaran dapat bersifat benar atau salah.

Secara umum langkah-langkah penalaran induktif adalah sebagai berikut :³⁶

- 1) Mengamati pola yang terjadi.
- 2) Membuat dugaan (*conjecture*) tentang pola yang mungkin berlaku.
- 3) Membuat generalisasi.
- 4) Membuktikan generalisasi secara deduktif.

Lain halnya dengan penalaran deduktif, Stenberg mengemukakan bahwa penalaran deduktif adalah proses penalaran dari satu atau lebih pernyataan umum terkait dengan apa yang diketahui untuk mencapai satu kesimpulan logis tertentu.³⁷ Santrock mengartikan penalaran deduktif sebagai proses berpikir untuk menarik kesimpulan mengenai hal khusus yang diketahui dari fakta-fakta, gejala-gejala, atau kejadian-kejadian umum yang sebelumnya telah dibuktikan atau diasumsikan kebenarannya.³⁸

Dari pendapat ahli diatas dapat disimpulkan bahwa penalaran deduktif adalah suatu proses/aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat pernyataan baru yang bersifat khusus dimana proses penarikan

³⁶ John W.Santrock dalam Nurmini, *Pengaruh Penerapan Metode Discovery Learning terhadap Kemampuan Penalaran Matematika Siswa*, (UIN Sultan Syarif Kasim : Skripsi tidak diterbitkan, 2016), hal.13

³⁷ Maria Theresia Nike K, *Penalaran Deduktif dan Induktif...*, hal.68

³⁸ John W.Santrock dalam Nurmini, *Pengaruh Penerapan...*, hal. 13

kesimpulannya melibatkan teori lainnya yang sebelumnya sudah dibuktikan atau kebenarannya, dan nilai kebenaran dalam penalaran deduktif mutlak benar atau salah atau tidak kedua-duanya.

Pernyataan deduktif dibuktikan melalui serangkaian pernyataan yang disebut dengan silogisme yang terdiri atas :³⁹

- 1) Dasar pemikiran utama (premis mayor).
- 2) Dasar pemikiran pendukung (premis minor).
- 3) Kesimpulan.

c. Penalaran Matematika

Istilah penalaran matematis dalam beberapa literatur disebut dengan *mathematical reasoning*. Samsul menuturkan menurut pernyataan Brodie “*Mathematical reasoning is reasoning about and with the object of mathematics*”. Pernyataan tersebut dapat diartikan bahwa penalaran matematis adalah penalaran mengenai dan dengan objek matematika.⁴⁰

Gardner, et al., mengemukakan bahwa penalaran matematis adalah kemampuan menganalisis, menggeneralisasi, mensistesis/mengintegrasikan, memberikan alasan yang tepat dan menyelesaikan tidak rutin.⁴¹

Ball dan Bass menuturkan bahwa penalaran merupakan ketrampilan dasar dari matematika dan diperlukan untuk beberapa tujuan, diantaranya ialah memahami konsep, menggunakan ide-ide matematika dan prosedur

³⁹ *Ibid.*,

⁴⁰ Samsul Pahmi, *Meningkatkan Kemampuan Penalaran...*, hal.9

⁴¹ Defi Puspitasari, *Kemampuan Penalaran Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika*, (IAIN Tulungagung : Skripsi tidak diterbitkan, 2018), hal.43

fleksibel, serta untuk merekonstruksi pemahaman ketika tidak menguasai konsep.⁴² Lebih lanjut Ball dan Bass menyampaikan peserta didik yang belajar matematika melalui penalaran akan menemukan matematika lebih bermakna, dan dapat mengintegrasikan pengetahuan serta kemampuan akal yang dimiliki untuk melihat aktivitas matematika sebagai sesuatu yang sangat berharga. Hal ini karena penalaran matematika memungkinkan peserta didik untuk membentuk hubungan antara pengetahuan baru dengan pengetahuan yang dimiliki sebelumnya.

Penalaran matematis merupakan salah satu dari tujuh pilar yang dikemukakan oleh Wardani Sri Rumiwati sebagai kemampuan dasar pada PISA (*Programme for International Students Assesments*), ketujuh pilar tersebut adalah:⁴³

1) Komunikasi (*Comunication*)

Literasi matematika melibatkan kemampuan mengkomunikasikan masalah. Kemampuan komunikasi diperlukan dalam menyajikan hasil penyelesaian. Kemampuan ini menuntut untuk menstransformasikan bahasa yang hanya dipahami oleh akal seseorang saja, mampu untuk dipahami dan dimengerti orang lain.

2) Matematisasi (*Mathematising*)

Literasi matematika juga melibatkan kemampuan untuk mengubah (*transform*) permasalahan dari dunia nyata ke bentuk matematika atau

⁴² *Ibid.*, hal.43

⁴³ Igne Wiliandri Setya Putri, dkk, *Instrumen Kemampuan Penalaran Dan Komunikasi Matematis : Analisis Pendahuluan*, (Artikel : Disampaikan dalam Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika, 2015), hal.1056

justru sebaliknya yaitu menafsirkan suatu hasil atau model matematika ke dalam permasalahan aslinya.

3) Representasi (*Representation*)

Literasi matematika melibatkan kemampuan untuk menyajikan kembali (representasi) suatu masalah atau suatu obyek matematika melalui hal-hal seperti : memilih, menafsirkan, menerjemahkan, dan mempergunakan grafik, tabel, gambar, diagram, rumus, persamaan, maupun benda konkret untuk memotret permasalahan sehingga lebih jelas.

4) Penalaran dan Argumen (*Reasoning*)

Literasi matematika melibatkan kemampuan menalar dan memberi alasan. Kemampuan ini berakar pada kemampuan berpikir secara logis untuk melakukan analisis terhadap informasi untuk menghasilkan kesimpulan yang beralasan.

5) Merumuskan Strategi Pemecahan Masalah (*Devising strategics for solving problems*)

Literasi matematika melibatkan kemampuan menggunakan strategi untuk memecahkan masalah. Beberapa masalah mungkin sederhana dan strategi pemecahannya terlihat jelas, namun ada juga masalah yang perlu strategi rumit.

6) Menggunakan bahasa simbolis, formal, dan teknik serta operasi (*Using symbolic , formal and technical, language operation*)

Literasi matematika melibatkan kemampuan menggunakan bahasa simbol, bahasa formal dan bahasa teknis.

7) Menggunakan alat-alat matematika (*Using mathematic's tools*)

Literasi matematika melibatkan kemampuan menggunakan alat-alat matematika, misalnya melakukan pengukuran, operasi dan sebagainya.

Berdasarkan pemaparan Igne penalaran matematis menjadi salah satu pilar dari kemampuan dasar pada PISA dan terutama pembelajaran matematika. Untuk itu penalaran matematis menjadi hal penting untuk terus dikaji dan dikembangkan demi mewujudkan cita-cita bangsa yang termaktub dalam Pembukaan UUD 1945 alinea keempat.

Igne memaparkan Ramdani Y menyatakan bahwa⁴⁴

Kemampuan penalaran meliputi memberikan penjelasan terhadap model, gambar, fakta, sifat, hubungan atau pola yang ada; memperkirakan jawaban dan proses solusi, dan menggunakan pola serta hubungan untuk menganalisis situasi matematik; menyusun dan menguji konjektur, memberikan lawan contoh; dan mengikuti aturan inferensi, menyusun dan menguji konjektur, memeriksa validitas argumen.

Math Glossary juga mengatakan bahwa

*Mathematical reasoning : thinking through math problems logically in order to arrive at solutions. It involves being able to identify what is important and unimportant in solving a problem and to explain or justify a solution.*⁴⁵

Dapat penulis simpulkan bahwa penalaran matematika adalah suatu proses/aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat pernyataan baru yang benar, baik secara induktif maupun deduktif dimana objek kajiannya berupa hal-hal yang berkaitan dengan matematika. Atau dapat pula dikatakan penalaran matematika adalah berpikir mengenai permasalahan-

⁴⁴ *Ibid.*, Igne Wiliandri Setya Putri,... hal.1057

⁴⁵ M. Busro Khalim, *Kemampuan Penalaran...*, hal.18

permasalahan matematika secara logis untuk memperoleh penyelesaian. Penalaran matematika juga mensyaratkan kemampuan untuk memilah apa yang penting dan tidak penting dalam menyelesaikan sebuah permasalahan dan untuk menjelaskan atau memberikan alasan atas sebuah penyelesaian.

Penalaran matematika diharuskan ada kelogisan dalam prosesnya, selain itu juga diperlukan sikap selektif terkait informasi-informasi yang termuat dalam persoalan matematika. Sehingga sesuai yang dikemukakan Math Glossary proses penalaran matematis memiliki dua tahapan : (1) Seleksi informasi yang tertera dalam persoalan, dan (2) Kelogisan dalam tahapan penalaran.

NCTM (*National Council Of Teacher Of Mathematics*) menyatakan bahwa siswa dikatakan melakukan penalaran matematika apabila : (1) mengamati pola atau keteraturan, (2) menemukan generalisasi dan konjektur berkenaan dengan keteraturan yang diamati, (3) menilai/menguji konjektur, (4) mengkonstruksi dan menilai argumen matematika dan (5) menggambarkan (memvalidasi) konklusi logis tentang sejumlah ide dan keterkaitannya.⁴⁶

Indikator penalaran matematis yang diuraikan oleh Sulistiawati dalam penelitiannya, ialah sebagai berikut :⁴⁷

- 1) Memperkirakan jawaban dan proses solusi.
- 2) Menganalisis pernyataan-pernyataan dan memberikan penjelasan/alasan yang dapat mendukung atau bertolak belakang.

⁴⁶ Elly Susanti, *Meningkatkan Penalaran Siswa Melalui Koneksi Matematika*, (Seminar Nasional Matematika dan Matematika dalam Membangun Karakter Guru dan Siswa, 2012), hal.3

⁴⁷ Hidayati dan Widodo, *Profil Penalaran Matematis Siswa Dalam Memecahkan Masalah Matematika Pada Materi Pokok Dimensi Tiga Berdasarkan Kemampuan Siswa*, (Jurnal Math Educator Nusantara, Vol.1 No.2, 2015), hal.3

- 3) Mempertimbangkan validitas terhadap argumen yang menggunakan berpikir deduktif atau induktif.
- 4) Menggunakan data yang mendukung untuk menjelaskan mengapa cara yang digunakan serta jawaban adalah benar; dan memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat-sifat, dan hubungan.

Adapun indikator penalaran matematis menurut Direktorat Jendral Pendidikan Sekolah Menengah melalui peraturan No.506/C/Kep/PP/2004 antara lain :⁴⁸

- 1) Menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar, dan diagram.
- 2) Mengajukan dugaan.
- 3) Melakukan manipulasi matematika.
- 4) Menyusun bukti, memberikan alasan/bukti terhadap kebenaran solusi.
- 5) Menarik kesimpulan dari pernyataan.
- 6) Memeriksa kesahihan suatu argumen.
- 7) Menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Banyak indikator kemampuan penalaran yang dikemukakan oleh para ahli , dan tidak menutup kemungkinan adanya perbedaan antar pendapat para ahli. Untuk itu perlu adanya penetapan indikator penalaran matematis yang akan digunakan dalam penelitian ini. Adapun indikator penalaran matematis yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah indikator penalaran dari

⁴⁸ Fajar Shadiq, *Pembelajaran Matematika Cara Meningkatkan Kemampuan Berpikir Siswa*, (Yogyakarta : Graha Ilmu, 2014), hal.51

Peraturan Dirjen Dikdasmen No. 506/C/PP/2004. Sehingga indikator penalaran matematis dalam penelitian ini adalah :

1. Menyajikan pernyataan matematika secara lisan dan tertulis
2. Mengajukan dugaan.
3. Melakukan manipulasi matematika.
4. Memberikan alasan/bukti terhadap kebenaran solusi.
5. Menarik kesimpulan dari pernyataan.
6. Memeriksa kesahihan suatu argumen.

Untuk memperjelas indikator yang peneliti gunakan, perlu adanya deskripsi indikator. Sehingga tidak ada kesalahpahaman yang tidak diinginkan. Setiap indikator dikatakan '*Sangat Baik*' jika subjek menyatakan indikator tersebut dengan pola-pola yang memungkinkan atau dengan argumen yang logis. Selanjutnya, indikator dikatakan '*Baik*' jika subjek penelitian menyatakan indikator penalaran menggunakan cara manual atau menggunakan argumen yang kelogisannya masih kurang. Terakhir indikator dikatakan '*Kurang Baik*' jika subjek penelitian menyatakan indikator dengan perhitungan yang kurang tepat pun salah atau menggunakan argumen yang sama sekali tidak logis.

Berikut deskripsi indikator yang akan digunakan digambarkan dalam bentuk tabel untuk memudahkan pembacaan dan pemahaman indikator – indikator yang telah dijelaskan dan yang digunakan dalam penelitian ini. Adapun deskripsinya adalah sebagai berikut :

Tabel 2.1
Indikator Kemampuan Penalaran Matematika

No	Indikator	Deskripsi
1.	Memperkirakan, menyajikan pernyataan matematika secara lisan dan tertulis	Siswa mampu menuliskan dan menyebutkan hal – hal yang diketahui dan ditanyakan dalam soal dan membuat model matematikanya.
2.	Mengajukan dugaan	Siswa dapat merumuskan atau menentukan kemungkinan pemecahan yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal sesuai dengan pengetahuan yang dimilikinya
3.	Melakukan manipulasi matematika	Siswa dapat menggunakan metode atau cara dengan pengetahuan yang dimiliki serta mampu melakukan operasi hitung untuk mencapai tujuan yang dikehendaki
4.	Memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi	Siswa mampu memberikan alasan dan bukti terkait dengan penyelesaian yang dituliskan serta mampu menjelaskan keterkaitan antar konsep
5.	Memeriksa keshahihan argumen	Siswa mampu menyelidiki dan memeriksa kembali dari proses penyelesaian yang dikerjakan
6.	Menarik kesimpulan	Siswa dapat menarik kesimpulan yang logis sesuai dengan langkah – langkah penyelesaian

3. Pemecahan Masalah Matematika

Masalah adalah situasi yang dihadapi oleh seseorang atau kelompok yang memerlukan suatu pemecahan tetapi tidak memiliki cara yang langsung dapat menentukan solusinya.⁴⁹

Masalah adalah ketidaksesuaian antara harapan dan kenyataan. Masalah adalah suatu persoalan yang memerlukan penyelesaian atau pemecahan guna mencari jalan keluar. Masalah adalah ketidaksesuaian antara tujuan dengan kesulitan menentukan jawaban yang tepat dan cepat.

Bell berpendapat bahwa pertanyaan merupakan masalah bagi seseorang jika ia menyadari keberadaan situasi itu, mengakui bahwa situasi itu memerlukan tindakan dan tidak dengan segera dapat menemukan pemecahan atau penyelesaian situasi tersebut.⁵⁰ Menurut Dindyal suatu situasi disebut masalah jika terdapat beberapa kendala pada kemampuan pemecah masalah. Adanya kendala tersebut menyebabkan seseorang pemecah masalah tidak dapat memecahkan suatu masalah secara langsung.⁵¹

Russeffendi mengemukakan bahwa sesuatu persoalan merupakan masalah bagi seseorang, pertama jika persoalan itu tidak dikenalnya atau dengan kata lain orang tersebut belum memiliki prosedur atau algoritma tertentu untuk menyelesaikannya. Kedua, siswa harus mampu menyelesaikannya, baik kesiapan mental maupun kesiapan pengetahuan

⁴⁹ Defi Puspitasari, *Kemampuan Penalaran...*, hal.49

⁵⁰ Syarifah Fadillah, *Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis dalam Pembelajaran Matematika*, (Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA, UNY, 2009), hal.553

⁵¹ *Ibid.*,

untuk dapat menyelesaikan masalah tersebut. Ketiga, sesuatu itu merupakan pemecahan masalah baginya, jika ada niat menyelesaikannya.⁵²

Masalah matematika umumnya berbentuk soal matematika tetapi tidak semua soal matematika merupakan masalah. Sebagaimana yang dijelaskan oleh Ruseffendi bahwa masalah dalam matematika adalah suatu persoalan yang ia sendiri mampu menyelesaikannya tanpa menggunakan cara atau algoritma yang rutin.⁵³

Holmes menjelaskan bahwa terdapat dua kelompok masalah dalam pembelajaran matematika yaitu masalah rutin dan masalah nonrutin. Masalah rutin dapat dipecahkan dengan menggunakan metode yang sudah ada. Sedangkan masalah nonrutin mengarah kepada masalah proses, dimana membutuhkan lebih dari sekedar penerjemahan masalah menjadi kalimat matematika dan penggunaan prosedur yang sudah diketahui. Masalah nonrutin mengharuskan pemecah masalah untuk membuat sendiri metode pemecahannya.

Dari beberapa pendapat diatas, dapat diambil kesimpulan bahwa suatu pertanyaan merupakan suatu masalah bagi siswa jika ia tidak dapat dengan segera menjawab pertanyaan tersebut atau dengan kata lain siswa tidak dapat menjawab pertanyaan tersebut dengan menggunakan prosedur rutin yang telah diketahuinya. Sebuah pertanyaan dapat merupakan masalah bagi seseorang akan tetapi belum tentu menjadi masalah untuk orang lain, demikian pula sebuah pertanyaan tidak selamanya menjadi masalah bagi

⁵² *Ibid*, hal 554

⁵³ Defi Puspitasari, *Kemampuan Penalaran...* hal.50

seseorang, artinya sebuah pertanyaan mungkin saja menjadi masalah pada waktu tertentu, tetapi bukan masalah pada waktu yang lain. Ini menunjukkan bahwa masalah bersifat subyektif bergantung pada waktu dan kemampuan seseorang.

Menurut pendapat Gagne, pemecahan masalah ialah suatu proses untuk menemukan kombinasi dari sejumlah aturan yang dapat diterapkan dalam upaya mengatasi situasi baru. Pemecahan masalah tidak sekedar sebagai bentuk kemampuan menerapkan aturan-aturan yang telah dikuasai melalui kegiatan-kegiatan belajar terdahulu, melainkan lebih dari itu, pemecahan masalah merupakan proses untuk mendapatkan seperangkat aturan pada tingkat yang lebih tinggi. Apabila seseorang telah mendapatkan kombinasi perangkat aturan yang terbukti dapat dioperasikan sesuai dengan situasi yang sedang dihadapi, maka ia tidak hanya dapat memecahkan masalah, melainkan telah berhasil menemukan sesuatu yang baru. Sesuatu yang baru tersebut adalah perangkat prosedur atau strategi yang memungkinkan seseorang dapat meningkatkan kemandirian dalam berpikir.⁵⁴

Sumarmo berpendapat bahwa pemecahan masalah adalah suatu proses untuk mengatasi kesulitan yang ditemui untuk mencapai suatu tujuan yang diinginkan. Montague mengatakan bahwa pemecahan masalah matematis adalah suatu aktivitas kognitif yang kompleks yang disertai sejumlah proses dan strategi.⁵⁵

⁵⁴ Made Wena, *Strategi Pembelajaran Inovatif Kontemporer Suatu Tinjauan Konseptual Operasional*, (Jakarta : Bumi Aksara, 2013), hal.52

⁵⁵ Syarifah Fadillah, *Kemampuan Pemecahan Masalah...*, hal.554

Menurut NCTM, pemecahan masalah bukan hanya merupakan suatu sasaran belajar matematika tetapi sekaligus merupakan alat utama untuk belajar.⁵⁶ Dengan mengembangkan kemampuan memecahkan masalah dalam matematika, siswa akan dapat mengembangkan cara-cara berpikir, kebiasaan tekun, dan keingintahuan, serta kepercayaan diri di dalam situasi-situasi sulit. Sebagaimana situasi yang akan mereka hadapi dalam mengantisipasi perkembangan ilmu pengetahuan dan permasalahan nyata dalam kehidupan sehari-hari.

Dari beberapa pendapat tersebut, pemecahan masalah matematis merupakan suatu aktivitas kognitif yang kompleks, sebagai proses untuk mengatasi suatu masalah yang ditemui dan untuk menyelesaikannya diperlukan sejumlah strategi. Melatih siswa dengan pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika bukan hanya sekedar mengharapkan siswa dapat menyelesaikan soal atau masalah yang diberikan, namun diharapkan kebiasaan dalam melakukan proses pemecahan masalah membuatnya mampu menjalani hidup yang penuh kompleksitas permasalahan.

Pemecahan masalah adalah usaha mencari solusi penyelesaian dari suatu situasi yang dihadapi sehingga mencapai tujuan yang diinginkan. Bahkan dalam hal ini Allah SWT telah menjanjikan kepada seluruh umatnya bahwa Allah SWT akan memberikan kemudahan dibalik kesulitan dalam

⁵⁶ Defi Puspitasari, *Kemampuan Penalaran...* hal.51

memecahkan masalah. Sesuai dengan firman Allah SWT pada surah Al-Insyirah ayat 1-8, yang artinya:⁵⁷

“Bukankah Kami telah melapangkan untukmu dadamu dan Kami telah menghilangkan dari padamu bebanmu yang memberatkan punggungmu dan Kami tinggikan bagimu sebutan (nama)mu karena Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan, Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan . Maka apabila kamu telah selesai (dari sesuatu urusan), kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain, dan hanya kepada Tuhanmulah hendaknya kamu berharap.”

Dalam proses pemecahan masalah pasti ada jalan keluar dalam penyelesaiannya, asalkan kita sungguh-sungguh dan terus berusaha. Memecahkan suatu masalah matematika itu bisa berupa menyelesaikan soal cerita, menyelesaikan soal tidak rutin (nonrutin), mengaplikasikan matematika dalam kehidupan sehari-hari, serta membuktikan atau menciptakan/menguji konjektur.⁵⁸

Salah satu langkah pemecahan masalah yang terkenal adalah pemecahan masalah Polya. Menurut Polya, pemecahan masalah matematika terdiri dari empat langkah yaitu :⁵⁹

1) Memahami masalah (*Understanding the Problem*)

Pemberian masalah kepada siswa tanpa adanya pemahaman mengakibatkan siswa tidak mungkin mampu menyelesaikan masalah tersebut dengan benar. Langkah ini dimulai dengan pengenalan akan apa yang diketahui atau apa yang ingin didapatkan kemudian pemahaman apa

⁵⁷ Dewi Asmarani, *Meningkatkan Self Regulated Learning (SRL) Siswa Melalui Metode Pemecahan Masalah*, (Jurnal Program Studi Matematika : Vol.3 No.1, 2016), hal.8

⁵⁸ Tuti Alawiyah, *Pembelajaran untuk Meningkatkan Kemampuan Komunikasi dan Pemecahan Masalah Matematika*, (Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika STKIP Siliwangi, Bandung, 2014), hal.181

⁵⁹ Zainullah Zuhri, *Analisis Koneksi Matematika Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Dibedakan dari Kecenderungan Gaya Berpikir*, (UIN Sunan Ampel Surabaya : Skripsi, 2016), hal.14

yang diketahui serta data yang tersedia dilihat apakah data tersebut mencukupi untuk menentukan apa yang ingin didapatkan.

2) Merencanakan penyelesaian (*Devising Plan*)

Dalam menyusun rencana pemecahan masalah diperlukan kemampuan untuk melihat hubungan antara data serta kondisi apa yang tersedia dengan data apa yang diketahui atau dicari. Langkah selanjutnya yakin menyusun sebuah rencana pemecahan masalah dengan memperhatikan atau mengingat kembali pengalaman sebelumnya tentang masalah-masalah yang berhubungan. Tujuan langkah ini yakni siswa dapat membuat suatu model matematika untuk selanjutnya dapat diselesaikan dengan menggunakan aturan-aturan matematika yang ada.

3) Melakukan rencana penyelesaian (*Carrying Out the Plan*)

Rencana penyelesaian yang telah dibuat sebelumnya kemudian dilaksanakan secara cermat pada setiap langkah. Dalam melaksanakan rencana atau menyelesaikan model matematika yang telah dibuat pada langkah sebelumnya, siswa diharapkan memperhatikan prinsip-prinsip atau aturan-aturan pengerjaan yang ada untuk mendapatkan hasil penyelesaian model yang benar. Kesalahan jawaban model dapat mengakibatkan kesalahan dalam menjawab permasalahan soal, sehingga pengecekan pada setiap langkah penyelesaian harus selalu dilakukan untuk memastikan kebenaran jawaban model tersebut.

4) Melihat kembali penyelesaian (*Looking Back*)

Hasil penyelesaian yang didapat harus diperiksa kembali untuk memastikan apakah penyelesaian tersebut sesuai dengan yang diinginkan dalam soal. Jika hasil yang didapat tidak sesuai dengan yang diminta maka perlu pemeriksaan kembali atas setiap langkah yang telah dilakukan untuk mendapatkan hasil sesuai dengan masalahnya dan melihat kemungkinan lain yang dapat dilakukan untuk menyelesaikan soal tersebut. Pemeriksaan tersebut diharapkan agar berbagai kesalahan yang tidak perlu, dapat terkoreksi kembali sehingga siswa dapat sampai pada jawaban yang benar sesuai dengan soal yang diberikan.

4. Soal Cerita Matematika

Soal cerita biasa digunakan untuk mengetahui kemampuan siswa dalam pembelajaran pemecahan masalah matematika. Adapun yang dimaksud dengan soal cerita matematika adalah soal-soal matematika yang dinyatakan dalam kalimat-kalimat bentuk cerita yang perlu diterjemahkan menjadi kalimat matematika atau persamaan matematika. Soal cerita biasanya menggunakan kata-kata atau kalimat sehari-hari. Selain itu soal cerita matematika disajikan dalam bentuk cerita atau rangkaian kalimat sederhana dan bermakna.

Untuk dapat menyelesaikan soal cerita dengan benar diperlukan kemampuan awal, yaitu (1) kemampuan membaca soal, (2) kemampuan menentukan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal, (3) kemampuan membuat model matematika, (4) kemampuan melakukan

perhitungan, (5) kemampuan menulis jawaban akhir dengan tepat. Kemampuan-kemampuan awal tersebut dapat menunjang dalam menyelesaikan soal cerita. Hal tersebut diperinci dengan langkah-langkah penyelesaian sebagai berikut:⁶⁰

1. Membaca soal dengan teliti untuk dapat menentukan makna kata dari kata kunci dalam soal.
2. Memisahkan dan menentukan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan.
3. Menentukan metode yang akan digunakan untuk menyelesaikan soal cerita.
4. Menyelesaikan soal cerita menurut aturan-aturan matematika, sehingga mendapatkan jawaban dari masalah yang dipecahkan.
5. Menulis jawaban dengan tepat.

Pemberian soal cerita di sekolah menengah dimaksudkan untuk memperkenalkan kepada siswa tentang kegunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari serta untuk melatih kemampuan dalam pemecahan masalah dan penalaran siswa. Selain itu, dengan adanya cara ini diharapkan dapat menimbulkan rasa senang siswa untuk belajar matematika karena mereka menyadari pentingnya matematika dalam kehidupan sehari-hari.

⁶⁰ Siti Subaidah. *Kemampuan Siswa SMP kelas VIII Kota Malang dalam menyelesaikan soal cerita matematika ditinjau dari tahapan analisis kesalahan Newman*. (Malang: Skripsi tidak diterbitkan, Universitas Negeri Malang, 2010) hal. 9

5. Gaya Kognitif

Kata “Kognisi” berasal dari bahasa latin “*Cognoscere*” yang artinya “mengetahui”, atau “Sebagai pemahaman terhadap pengetahuan tertentu”. Menurut Rita L Atkinson kognisi pada abad kesembilan belas mengurus proses mental, seperti persepsi, daya ingat, penalaran, pilihan keputusan, pemecahan masalah, dan metode yang digunakan untuk introspeksi.⁶¹

Dalam Bahasa Inggris istilah kognitif berasal dari kata “*cognition*” yang padanannya adalah “*knowing*”, yang berarti mengetahui. Dalam arti luas, *cognition* (kognisi) berarti perolehan, penataan, dan penggunaan pengetahuan. Dalam perkembangan selanjutnya, istilah kognitif menjadi populer sebagai salah satu domain atau wilayah/ranah psikologis manusia yang meliputi setiap perilaku mental yang berhubungan dengan pemahaman, pertimbangan, pengolahan informasi, pemecahan masalah, kesengajaan, dan keyakinan.⁶²

Menurut Riding dan Douglas, Gaya Kognitif dideskripsikan sebagai garis batas antara kemampuan mental dan sifat personalitas. Berbeda dengan strategi kognitif yang mungkin mengalami perubahan dari waktu ke waktu, serta dapat dipelajari dan dikembangkan, gaya kognitif bersifat statis dan secara relatif menjadi gambaran tetap tentang diri individu.⁶³ Gaya (*style*) juga berbeda dengan kemampuan (*ability*), seperti intelegensi. Gaya mengacu

⁶¹ Wowo Sunaryo Kuswana, *Taksonomi Berpikir*, (Bandung : PT Remaja Rosdakarya Offset, 2011), hal.79

⁶² Muhibbin Syah, *Psikologi Belajar*, (Jakarta : RajaGrafindo Persada, 2009), hal.22

⁶³ Inggit Tri Susanti, *Analisis Kreativitas Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Gaya Kognitif Reflektif dan Impulsif*, (Universitas Muhammadiyah Purwokerto, Thesis, 2015), hal.13

pada proses kognisi yang menyatakan bagaimana isi informasi itu di proses, atau dengan kata lain gaya adalah cara seseorang menggunakan kemampuannya.⁶⁴

Brown berpendapat bahwa :⁶⁵

Style is a term that refers to consistent and rather enduring tendencies or preferences within an individual. Style are those general characteristics of intellectual functioning (and personality type, as well) that pertain to you as an individual, and that differentiate you from someone else.

Brown memaknai gaya sebagai istilah yang mengacu pada kecenderungan atau preferensi yang konsisten dan agak bertahan dalam individu. Gaya adalah karakteristik umum yang mempunyai fungsi intelektual (tipe kepribadian) yang berhubungan dengan individu dan yang membedakan dengan orang lain.

Witkin juga berpendapat bahwa :⁶⁶

“Cognitive style is cognitive characteristic modes of functioning that we reveal throughout our perceptual and intellectual activities in highly consistent and pervasive way”.

Menurut Witkin Gaya kognitif adalah karakteristik kognitif fungsi, yang kita ungkapkan melalui kegiatan persepsi dan intelektual kita dengan cara yang sangat konsisten dan dapat meresap.

Berdasarkan pendapat beberapa ahli diatas, dapat diambil kesimpulan bahwa gaya kognitif adalah karakteristik individu dalam penggunaan fungsi kognitif (berpikir, mengingat, memecahkan masalah, membuat keputusan,

⁶⁴ *Ibid.*,

⁶⁵ *Ibid.*,

⁶⁶ S.Nasution, *Berbagai Pendekatan dalam Proses Belajar dan Mengajar*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2013), hal.94

mengorganisasi dan memproses informasi), yang bersifat konsisten dan berlangsung lama. Setiap orang memiliki gaya kognitif yang berbeda dalam memproses informasi dan menghadapi tugas maupun masalah.

Desminta berpendapat bahwa di dalam gaya kognitif terdapat suatu cara yang berbeda untuk melihat, mengenal, dan memproses informasi. Setiap orang akan memiliki cara yang berbeda dalam memproses dan mengorganisasi informasi sebagai respons terhadap stimuli lingkungannya.⁶⁷ Gaya kognitif berada pada lintas kemampuan dan kepribadian, serta dimanifestasikan pada beberapa aktivitas. Ketika secara khusus dimanifestasikan dalam pendidikan, maka ia lebih umum dikenal dengan gaya belajar. Lebih lanjut desminta menuturkan bahwa gaya kognitif merupakan bagian dari gaya belajar, yakni sifat-sifat fisiologis, kognitif dan afektif yang relatif tetap, yang menggambarkan bagaimana peserta didik menerima, berinteraksi, dan merespon lingkungan belajar, atau kecenderungan umum dalam merespon informasi dengan cara-cara tertentu.⁶⁸

Masing-masing peneliti menciptakan penggolongan gaya belajar ini menurut pokok-pokok pengertian yang mendasarinya. Setiap kategorisasi itu terdapat perbedaan akan tetapi juga persamaan-persamaan, walaupun menggunakan istilah-istilah yang berbeda-beda. Berbagai penggolongan itu dapat kita ambil tiga gaya belajar yang ada kaitannya dengan proses belajar-mengajar, yakni gaya belajar menurut tipe :⁶⁹

1) Gaya *Field dependence* dan *Field independence*

⁶⁷ Inggit Tri Susanti, *Analisis Kreativitas Siswa...*, hal.15

⁶⁸ *Ibid.*, hal.16

⁶⁹ S.Nasution, *Berbagai Pendekatan dalam...*, hal.94

- 2) *Gaya Impulsif dan Reflektif.*
- 3) *Gaya Preseptif/reseptif dan Sistematis/intuitif.*

6. **Gaya Kognitif *Impulsif* dan *Reflektif***

Gaya kognitif *Impulsif* dan *reflektif* adalah salah satu gaya kognitif yang menunjukkan tempo kognitif atau kecepatan berpikir. Menurut Kagan dimensi *reflektif impulsif* menggambarkan kecenderungan anak yang tetap untuk menunjukkan cepat atau lambat waktu untuk menjawab situasi masalah dengan ketidakpastian jawaban yang tinggi.⁷⁰

Orang yang *impulsif* mengambil keputusan dengan cepat tanpa memikirkannya secara mendalam. Sebaliknya orang yang *reflektif* mempertimbangkan segala alternatif sebelum mengambil keputusan dalam situasi yang tidak mempunyai penyelesaian yang mudah.

Santrock mengatakan bahwa :⁷¹

Impulsivity is a cognitive style in which individuals act before they think. Which reflection is an cognitive style in which individuals think before they act, usually scanning information carefully and slowly.

Siswa yang memiliki gaya *impulsif* cenderung memberikan respon secara cepat. Individu *impulsif* sejati adalah individu yang memberikan respon sangat cepat, tetapi juga melakukan sedikit kesalahan dalam proses tersebut. Sedangkan, individu dengan gaya *reflektif* cenderung menggunakan lebih banyak waktu untuk merespons dan merenungkan akurasi jawaban.

⁷⁰ Inggit Tri Susanti, *Analisis Kreativitas Siswa...*, hal.16

⁷¹ *Ibid.*, hal.17

Individu *reflektif* sangat lamban dan berhati-hati dalam memberika respons, tetapi cenderung menjawab dengan benar.

“The tendency to reflect over alternative solution possibilities, in contrast with the tendency to make an impulsive selection of a solution in problems with high response uncertainty”. Jadi seorang *reflektif* atau *impulsif* bergantung pada kecenderungan untuk merefleksi atau memikirkan alternatif-alternatif kemungkinan pemecahan masalah yang bertentangan dengan kecenderungan untuk mengambil keputusan dalam menghadapi masalah-masalah yang sangat tidak pasti jawabannya.⁷²

Berdasarkan beberapa pendapat para ahli diatas dapat disimpulkan bahwa gaya kognitif *reflektif* dan *impulsif* menggambarkan kecenderungan anak yang tetap untuk menunjukkan cepat atau lambat waktu menjawab terhadap situasi masalah dengan ketidakpastian jawaban yang tinggi. Siswa dengan gaya kognitif *impulsif* cenderung cepat dalam menyelesaikan masalah tetapi tingkat kesalahan jawaban sangatlah tinggi. Sedangkan siswa dengan gaya kognitif *reflektif* lambat dalam menyelesaikan masalah, cermat, teliti dan hati-hati sehingga resiko kesalahan jawaban sangat rendah.

⁷² S.Nasution, *Berbagai Pendekatan dalam...*, hal.97

Tabel 2.2Indikator Gaya Kognitif *Impulsif* dan *Reflektif*⁷³

Siswa <i>Impulsif</i>	Siswa <i>Reflektif</i>
1. Cepat memberikan jawaban tanpa mencermati terlebih dahulu.	1. Lambat dalam memberikan jawaban, dan membutuhkan waktu yang lama.
2. Tidak menyukai jawaban masalah analog.	2. Menyukai masalah analog.
3. Menggunakan <i>hypothesis-scanning</i> , yaitu merujuk pada satu kemungkinan saja.	3. Jawaban lebih tepat (akurat).
4. Pendapat kurang akurat.	4. Berpikir sejenak sebelum menjawab.
5. Kurang strategis dalam menyelesaikan masalah.	5. Menggunakan paksaan dalam mengeluarkan berbagai kemungkinan.
	6. Berargumentasi lebih matang.
	7. Strategis dalam menyelesaikan masalah.

Sumber: Kagan (Warli,2012)

Tipe orang yang *impulsif* atau *reflektif* dapat diselidiki dengan test antara lain dengan memperlihatkan suatu gambar, misalnya bentuk geometris, desain rumah, mobil, dan sebagainya. Kemudian diperlihatkan sejumlah gambar-gambar lainnya dengan berbagai bentuk geometris, atau desain rumah, dan sebagainya. Orang itu disuruh memilih gambar yang sesuai dengan gambar yang diperlihatkan semula. Orang yang *impulsif* memandang kumpulan gambar-gambar itu sepiintas lalu dengan cepat memilih salah satu di antaranya yang identik dengan gambar pertama. Sebaliknya orang yang bersifat *reflektif* memperhatikan gambar-gambar itu dengan cermat, sebelum memilih salah satu yang dianggapnya identik dengan contoh gambar pertama.

Bagi pengajaran ini berarti, bahwa test pilihan berganda dengan menetapkan waktu yang ketat, siswa yang *impulsif* dapat bekerja dengan tergesa-gesa, akan tetapi siswa yang *reflektif* akan merasa seperti lumpuh, karena tekanan waktu yang tidak mengizinkannya untuk berpikir dengan

⁷³ *Ibid.*, Inggit Tri Susanti, ...

cermat. Jadi bila memberikan test berganda, hendaknya waktu dan jumlah pertanyaan diatur sedemikian rupa, sehingga siswa-siswa yang *reflektif* mempunyai waktu yang cukup untuk memikirkannya. Test hendaknya jangan hanya menanyakan hal-hal yang bersifat informasi, akan tetapi juga harus memaksa siswa untuk berpikir.⁷⁴

Untuk mengukur gaya kognitif *impulsif* dan *reflektif* digunakan instrumen yang dikembangkan oleh Kagan yang disebut *Matching Familiar Figure Test* (MFFT) yang terdiri dari 1 gambar standar dan 6 variasi gambar yang serupa, tetapi hanya satu gambar yang sama dengan gambar standar. Variabel yang diamati adalah waktu yang digunakan untuk menjawab dan keakuratan menjawab. Jumlah seluruh item ada 12 item soal.

Instrumen MFFT juga dikembangkan oleh Warli, yang terdiri dari 2 item soal percobaan dan 13 item soal. Pada tiap-tiap item terdiri dari 1 gambar standar dan 8 variasi gambar dengan hanya satu gambar yang tepat/sesuai dengan gambar standar. Tugas pokok siswa yaitu mencari satu gambar yang sesuai dengan gambar standar. Dalam penelitian ini instrumen MFFT yang digunakan adalah instrumen *Matching Familiar Figure Test* yang dikembangkan oleh Warli, yaitu 2 item soal percobaan dan 13 item soal dengan alasan karena sudah teruji validasi dan reliabilitasnya oleh ahli.

Berdasarkan definisi gaya kognitif *impulsif* dan *reflektif*, terdapat dua hal penting yang harus diperhatikan dalam pengukuran gaya kognitif *impulsif* dan *reflektif*, yaitu waktu yang digunakan untuk menyelesaikan soal (t) dan

⁷⁴ S.Nasution, *Berbagai Pendekatan dalam...*, hal.98

banyaknya jawaban salah siswa (f). Waktu ideal untuk pengukuran gaya kognitif *impulsif* dan *reflektif* dalam penelitian ini adalah 15 menit, dengan jumlah soal 13 item soal. Rata-rata waktu maksimum untuk satu soal 1,12 menit sehingga dalam penelitian ini waktu yang disediakan untuk menjawab soal MFFT maksimal 15 menit.

Selanjutnya untuk menentukan kelompok siswa yang bergaya kognitif *impulsif* dan *reflektif*, digunakan rata-rata waktu dan rata-rata frekuensi jawaban, dengan kriteria sebagai berikut :

- 1) Siswa dengan Gaya kognitif *impulsif* yaitu siswa yang memiliki rata-rata waktu kurang dari waktu maksimum dengan frekuensi jawaban salah lebih banyak.
- 2) Siswa dengan Gaya kognitif *reflektif* yaitu siswa yang memiliki rata-rata waktu lebih dari atau sama dengan waktu maksimum dengan frekuensi jawaban salah lebih sedikit.

7. Fungsi Komposisi

a) Pengertian Fungsi Komposisi

Misalkan A dan B adalah himpunan-himpunan, fungsi atau pemetaan adalah suatu relasi dari A ke B yang memasangkan setiap anggota A ke tepat satu anggota B. Suatu Fungsi umumnya dinotasikan dengan huruf kecil.⁷⁵

Fungsi dari A ke B diartikan pula sebagai himpunan f dari pasangan terurut di

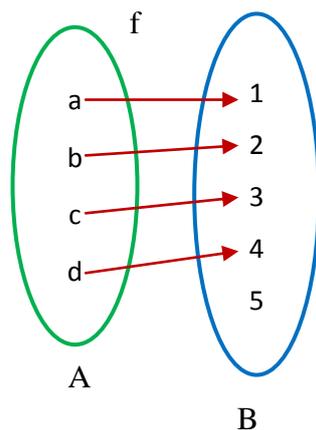
⁷⁵ Ferry Wahyu, *Fungsi Komposisi*, (Ebook, 2013), hal.2

dalam $A \times B$ dengan sifat jika (a, b) dan (a, c) elemen-elemen dari f , maka $b = c$.⁷⁶

Dalam konteks fungsi dari himpunan A ke himpunan B , maka himpunan A disebut Daerah Asal atau **Domain** dan himpunan B disebut dengan Daerah Kawan atau **Kodomain** dari fungsi tersebut. Sedangkan himpunan bagian dari himpunan B yang semua anggotanya mendapat pasangan di anggota himpunan A disebut Daerah Hasil atau **Range**.⁷⁷

Contoh :

Perhatikan gambar pemetaan berikut :



Gambar 2.1 Pemetaan Fungsi 1

Dari gambar diatas, terdapat pemetaan fungsi A ke B , dimana $A = \{a, b, c, d\}$ sebagai *domain* dan $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ sebagai *kodomain*. Selain itu dari pemetaan tersebut dapat dipaparkan pula bahwa $f(a) = 1$, $f(b) = 2$, $f(c) = 3$, dan $f(d) = 4$. *Range* nya adalah $R = \{1, 2, 3, 4\}$.

⁷⁶ Syaiful Hadi, *Pengantar Analisis Real*, (Yogyakarta: Lingkar media, 2014), hal 10

⁷⁷ Abdur Rahman As'ari, dkk., *Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 Edisi Revisi 2017*, (Jakarta : Kemendikbud, 2017), hal 94

Adapun macam-macam Fungsi, yaitu:⁷⁸

1. Fungsi *Injektif*/satu-satu

Misalkan f adalah fungsi dengan domain $D(f)$ di dalam A dan range $R(f)$ di dalam B . Fungsi f dikatakan satu-satu atau *injektif* jika (a,b) dan (c,b) adalah elemen di dalam f , maka $a = c$ atau $R(f) \neq B$.

2. Fungsi *Surjektif*/onto

Fungsi f adalah fungsi dengan domain $D(f)$ di dalam A dan range $R(f)$ di dalam B dikatakan pada/*surjektif*/onto jika $R(f) = B$.

3. Fungsi *Bijektif*

Fungsi f adalah fungsi dengan domain $D(f)$ di dalam A dan range $R(f)$ di dalam B dikatakan *bijektif* jika f *injektif* dan *surjektif*.

Fungsi komposisi adalah penggabungan operasi dua fungsi secara berurutan yang menghasilkan sebuah fungsi baru⁷⁹, atau dengan kata lain jika f dan g fungsi serta $R_f \cap D_g \neq \emptyset$, maka terdapat suatu fungsi h dari himpunan bagian D_f ke himpunan bagian R_g yang disebut fungsi komposisi f dan g (ditulis $g \circ f$) yang ditentukan dengan :⁸⁰

$$h(x) = (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

daerah asal fungsi komposisi f dan g adalah $D_{f \circ g} = \{x \in D_f : f(x) \in D_g\}$, dengan :

D_f = daerah asal (*domain*) fungsi f ; D_g = daerah asal (*domain*) fungsi g ;

R_f = daerah hasil (*range*) fungsi f ; R_g = daerah hasil (*range*) fungsi g .

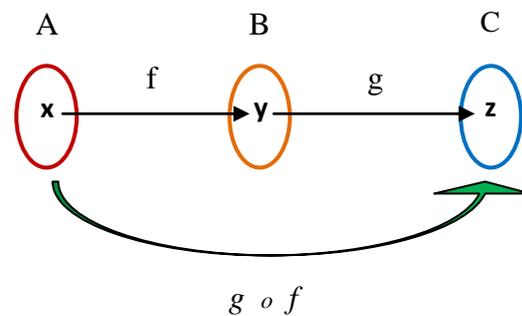
⁷⁸ Syaiful Hadi, *Pengantar Analisis Real*,... hal 12

⁷⁹ Ferry Wahyu, *Fungsi Komposisi*, (Ebook, 2013), hal.12

⁸⁰ Bornok Sinaga, dkk., *Matematika SMA/MA Kelas X Edisi Revisi 2017*, (Jakarta : Kemendikbud, 2017), hal 88

Menurut Hadi misalkan f adalah fungsi dengan domain $D(f)$ di dalam A dan range $R(f)$ di dalam B dan g adalah fungsi dengan domain $D(g)$ di dalam B dan range $R(g)$ di dalam C . Komposisi $g \circ f$ adalah fungsi dari A ke C yang didefinisikan dengan $g \circ f := \{(a, c) \in A \times C : \text{terdapat } b \in B \text{ sehingga } (a, b) \in f \text{ dan } (b, c) \in g\}$.⁸¹

Untuk lebih jelasnya fungsi komposisi dapat digambarkan sebagai berikut :⁸²



Gambar 2.2 Pemetaan Fungsi 2

Berdasarkan gambar diatas

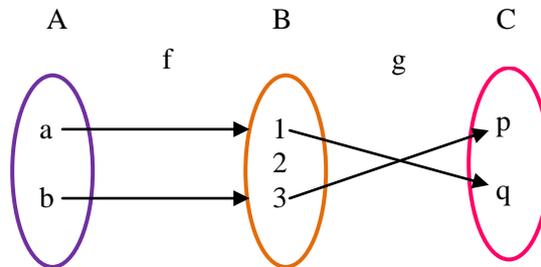
maka fungsi yang memetakan $x \in A$ ke $z \in C$ adalah komposisi fungsi f dan g ditulis $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

⁸¹ Syaiful Hadi, *Pengantar Analisis Real*,... hal 11

⁸² Ferry Wahyu, *Fungsi Komposisi*,... hal.13

Contoh 1 :

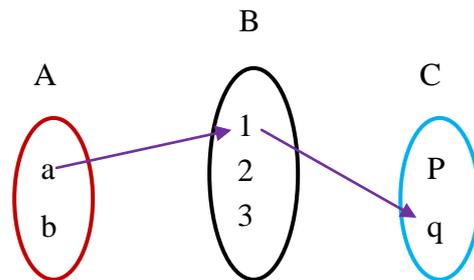
$f : A \rightarrow B$ dan $g : B \rightarrow C$ di definisikan seperti pada gambar :



Gambar 2.3 Pemetaan Fungsi 3

Tentukan $(g \circ f)(a)$!

Penyelesaian:



Gambar 2.4 Pemetaan Fungsi 4

$$f(a) = 1 \text{ dan } g(1) = q$$

$$\text{Jadi } (g \circ f)(a) = g(f(a)) = g(1) = q$$

Contoh 2 :

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ dan } g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = 3x - 1 \text{ dan } g(x) = 2x^2 + 5$$

Tentukan :

a. $(g \circ f)(x)$

Penyelesaian :

a. $f(x) = 3x - 1$ dan $g(x) = 2x^2 + 5$

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(3x - 1)$$

$$= 2(3x - 1)^2 + 5$$

$$= 2(9x^2 - 6x + 1) + 5$$

$$= 18x^2 - 12x + 2 + 5$$

$$= 18x^2 - 12x + 7$$

$$(g \circ f)(x) = 18x^2 - 12x + 7$$

Contoh Soal Cerita Fungsi Komposisi :

1. PT Surya Kencana menerapkan sistem yang unik dalam memberikan tunjangan kepada karyawannya. Perusahaan ini memberikan dua macam tunjangan, yaitu tunjangan keluarga dan tunjangan kesehatan. Besarnya tunjangan keluarga $\frac{1}{6}$ gaji pokok ditambah Rp. 30.000,00. Sementara besarnya tunjangan kesehatan adalah setengah dari tunjangan keluarga.
 - a. Ubahlah pernyataan diatas ke dalam fungsi komposisi yang menyatakan hubungan besarnya tunjangan kesehatan dan gaji karyawan !
 - b. Berapakah besar tunjangan kesehatan seorang karyawan yang memiliki gaji pokok Rp. 2.400.000,00 ?

Penyelesaian :

Diketahui : $\frac{1}{6}$ gaji pokok + 30.000

$\frac{1}{2}$ tunjangan keluarga

Ditanya :

- a. Model matematika terkait besarnya tunjangan kesehatan dan gaji pokok karyawan ?

- b. Besarnya tunjangan kesehatan jika gaji pokok Rp.2.400.000,00 ?

Jawab :

- a. Misalkan besarnya gaji pokok = x

Tunjangan keluarga = y

Tunjangan kesehatan = z

$$y(x) = \frac{1}{6}x + 30.000$$

$$z(y) = \frac{1}{2}y$$

Besarnya tunjangan kesehatan terhadap gaji pokok dapat dituliskan sebagai fungsi komposisi dari $(z \circ y)(x) = z(y(x))$

$$(z \circ y)(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6}x + 30.000 \right)$$

$$(z \circ y)(x) = \frac{1}{12}x + 15.000$$

Jadi model matematika dari persoalan tersebut adalah $(z \circ y)(x) = \frac{1}{12}x + 15.000$

- b. Besarnya tunjangan kesehatan untuk seorang karyawan dengan gaji pokok 2.400.000 adalah

$$(z \circ y)(2.400.000) = \frac{1}{12} \cdot 2.400.000 + 15.000$$

$$(z \circ y)(2.400.000) = 200.000 + 15.000$$

$$(z \circ y)(2.400.000) = 215.000$$

Jadi karyawan tersebut mendapatkan tunjangan kesehatan sebesar Rp.215.000,00.

b) Sifat Fungsi Komposisi

1. Tidak Komutatif

$$f \circ g \neq g \circ f$$

2. Bersifat Asosiatif

$$f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h = f \circ g \circ h$$

3. Memiliki Fungsi Identitas

$$f \circ I = I \circ f = f$$

B. Penelitian Terdahulu

Penelitian terdahulu ini menjadi salah satu acuan dalam melakukan penelitian, sehingga dapat memperkaya teori yang digunakan dalam mengkaji penelitian yang dilakukan. Untuk mempermudah pemahaman pembaca, maka penelitian terdahulu yang terkait dengan penelitian sekarang, disajikan dalam bentuk tabel sebagai berikut :

Tabel 2.3
Penelitian Terdahulu

No	Judul	Hasil Penelitian	Persamaan	Perbedaan
1.	“Profil Pemecahan Masalah Matematika Siswa Ditinjau dari Gaya Kognitif Reflektif dan Impulsif Pada Materi Perbandingan Kelas VIII C SMP Al	Hasil Penelitian menunjukkan : Pada tahap memahami masalah, siswa dengan gaya kognitif reflektif dapat menceritakan kembali permasalahan yang ada dengan menggunakan kata sendiri, dapat menyebutkan dan menuliskan hal-hal yang diketahui dan ditanyakan. Pada tahap	Persamaan penelitian ini dengan penelitian sekarang adalah sama-sama menganalisis mengenai pemecahan masalah matematika siswa ditinjau dari gaya	Perbedaannya, penelitian ini mendeskripsikan profil pemecahan masalah matematika siswa, dan penelitian sekarang lebih menekankan pada kemampuan penalaran siswa.

	<p>Hikmah Surabaya". (2017)</p>	<p>membuat rencana penyelesaian, siswa dengan gaya kognitif reflektif dapat menyebutkan dan menuliskan langkah-langkah penyelesaian yang digunakan, serta menyebutkan bahwa informasi yang diberikan sudah cukup untuk menjawab pertanyaan yang ada. Pada tahap melaksanakan rencana penyelesaian, siswa dengan gaya kognitif reflektif dapat menyelesaikan masalah sesuai dengan rencana yang telah dibuat walaupun ada sedikit kendala dalam perhitungan dan menuliskan jawaban serta perhitungannya dengan runtut dan menggunakan bahasanya sendiri meskipun belum disertai penjelasan yang jelas. Pada tahap memeriksa kembali, siswa dengan gaya kognitif reflektif masih melakukan lebih dari satu kesalahan perhitungan, serta dapat memberikan solusi jawabannya di waktu akhir penyelesaian.</p> <p>Pada tahap memahami masalah, siswa dengan gaya kognitif impulsif dapat menceritakan kembali permasalahan yang ada dengan kata sendiri pada beberapa soal saja, serta dapat</p>	<p>kognitif reflektif dan impulsif</p>	
--	---------------------------------	---	--	--

		<p>menyebutkan hal-hal yang diketahui soal meskipun tidak dituliskan pada lembar jawaban. Pada membuat rencana penyelesaian, siswa dengan gaya kognitif impulsif dapat menyebutkan informasi yang diberikan tidak cukup untuk menjawab pertanyaan yang ada dan menuliskan langkah-langkah penyelesaian yang dia digunakan pada beberapa soal saja. Pada melaksanakan perencanaan penyelesaian, siswa dengan gaya kognitif impulsif dapat menyelesaikan masalah sesuai dengan rencana yang telah dibuat pada soal pada semua soal, walaupun akhirnya cenderung salah dan tidak dapat menuliskan jawaban serta perhitungannya secara runtut. Pada tahap memeriksa kembali, siswa dengan gaya kognitif impulsif memeriksa keseluruhan pada semua jawaban saja secara tergesa-gesa dan tidak dapat memberikan solusi jawabanya di waktu akhir jawabannya.</p>		
2.	“Profil Metakognitif Siswa yang Bergaya Kognitif Reflektif dan	Hasil penelitian menunjukkan Siswa dengan gaya kognitif reflektif optimal dalam memanfaatkan pengetahuan dan	Persamaan penelitian ini dengan penelitian sekarang adalah	Perbedaan penelitian ini dengan penelitian ini dengan penelitian

	<p>Impulsif Kelas VIII SMP Negeri 16 Surakarta Tahun 2016/2017”</p>	<p>informasi, mengetahui ketidakpahamannya, mengetahui langkah penyelesaian dan rumusnya untuk menyelesaikan masalah namun belum dapat menggunakan strategi lain, Siswa dengan gaya kognitif impulsif kurang optimal dalam memanfaatkan pengetahuan dan informasi, mengetahui ketidakpahamannya, kesulitan menentukan langkah dan rumus untuk menyelesaikan masalah. Dari hasil analisis data pada aspek Pengaturan metakognitif diperoleh deskripsi bahwa (1) siswa dengan gaya kognitif reflektif dalam merencanakan cukup lengkap menulis diketahui dan ditanyakan. Dalam memantau optimal meskipun dengan waktu yang cukup lama, langkah penyelesaian lengkap dan menyadari kesalahan. Dalam evaluasi memeriksa kembali cukup maksimal, (2) siswa dengan gaya kognitif impulsif dalam merencanakan, kurang lengkap menulis diketahui dan ditanyakan. Dalam memantau tidak optimal, waktu pengerjaan cukup singkat, langkah penyelesaian tidak</p>	<p>penelitian ini meninjau metakognitif siswa dari gaya kognitif reflektif dan impulsif pula.</p>	<p>sekarang adalah penelitian ini menganalisis profil metakognitif siswa sedangkan penelitian sekarang menganalisis kemampuan penalaran siswa.</p>
--	---	---	---	--

		lengkap dan tidak menyadari kesalahan. Dalam evaluasi, tidak memeriksa kembali.		
3.	“Kemampuan Penalaran Siswa dalam Pemecahan Masalah Matematis ditinjau dari Gaya Kognitif Pada Materi Sistem Persamaan Linier dan Kuadrat Dua Variabel Kelas X-2 SMA Negeri 14 Semarang” Tahun 2014.	Hasil penelitian menunjukkan bahwa subjek bergaya kognitif <i>field independent</i> menguasai lebih tiga dari tujuh indikator kemampuan penalaran matematis. Sementara subjek bergaya kognitif <i>field dependent</i> hanya menguasai kurang empat dari tujuh indikator kemampuan penalaran matematis.	Persamaan penelitian ini dengan penelitian sekarang adalah sama-sama menganalisis kemampuan penalaran siswa.	Perbedaan penelitian ini adalah penelitian ini bertolak pada kemampuan penalaran siswa yang memiliki gaya kognitif <i>Field Independent</i> (FI) dan <i>Field Dependent</i> (FD) sedangkan penelitian kali ini akan bertolak pada penalaran siswa dalam pemecahan masalah matematika ditinjau dari Gaya kognitif <i>Reflektif</i> dan <i>Impulsif</i> .
4.	“Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Pada Materi SPLDV Kelas X SMA Negeri 7 Pontianak” Tahun 2014	Hasil analisis data menunjukkan bahwa kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan soal cerita hanya mencapai 27,27%, kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan soal gambar mencapai 69,7% dan kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan soal simbol hanya mencapai 18,18%. Hal ini menunjukkan bahwa kemampuan penalaran matematis siswa pada	Persamaan penelitian ini dengan penelitian sekarang adalah sama-sama untuk mengetahui kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan soal.	Perbedaannya yaitu soal yang disajikan dalam penelitian terdahulu ini berupa soal cerita, gambar dan simbol, sedangkan dalam penelitian sekarang hanya fokus dalam penyelesaian masalah soal cerita.

		materi sistem persamaan linear dua variabel hanya mencapai 56% dari 33 orang siswa sehingga kemampuan siswa dalam bernalar masih kurang baik.		
5.	“Penalaran Matematis Siswa Dalam Pemecahan Masalah Pada Materi Pokok Faktorisasi Bentuk Aljabar di Kelas VIII SMP Negeri 1 Surakarta” Tahun 2014	Hasil penelitian menunjukkan bahwa Penalaran matematis siswa yang mempunyai kemampuan tinggi, yaitu: (a) memahami masalah, siswa membaca soal dengan cermat serta menuliskan informasi yang diketahui dari permasalahan dan menuliskan apa yang ditanyakan dari permasalahan; (b) menyajikan pernyataan matematika dan melakukan perhitungan, siswa menuliskan persamaan matematika menghitung dengan menggunakan operasi penjumlahan, pengurangan maupun perkalian aljabar dengan lancar; (c) mengajukan dugaan dan manipulasi matematika, siswa menuliskan dugaan jawaban untuk menentukan panjang dan lebar sawah dengan cara pemfaktoran dan menuliskan hasil pemfaktoran yang diperoleh; (d) menarik	Persamaan penelitian ini dengan penelitian sekarang yaitu sama-sama meneliti kemampuan penalaran siswa dalam pemecahan masalah matematika.	Perbedaan penelitian ini dengan penelitian sekarang yaitu, terdapat pada subjek yang menjadi sasaran penelitian, penelitian ini meneliti kemampuan matematika siswa tinggi, sedang dan rendah. Sedangkan penelitian sekarang mengambil subjek berdasar gaya kognitif <i>reflektif</i> dan <i>impulsif</i> .

		<p>kesimpulan, siswa menuliskan panjang dan lebar sawah serta mengalikan hasil pemfaktoran yang diperoleh untuk meyakinkan jawaban yang diperoleh.</p> <p>Penalaran matematis siswa yang mempunyai kemampuan sedang, yaitu: (a) memahami masalah, siswa membaca soal berulang-lang setelah itu menuliskan informasi yang diketahui dari permasalahan dan menuliskan apa yang ditanyakan dari permasalahan; (b) menyajikan pernyataan matematika dan melakukan perhitungan, siswa menuliskan persamaan matematika menghitung dengan menggunakan operasi penjumlahan, pengurangan maupun perkalian aljabar walaupun waktu yang digunakan untuk menuliskan pernyataan matematika dan melakukan perhitungan lama namun siswa mendapatkan luas sawah yang diharapkan.</p> <p>Penalaran matematis siswa yang mempunyai kemampuan rendah, yaitu: memahami masalah, siswa</p>		
--	--	---	--	--

		membaca soal berulang-ulang namun masih kebingungan setelah itu menuliskan informasi yang diketahui dan ditanyakan.		
--	--	---	--	--

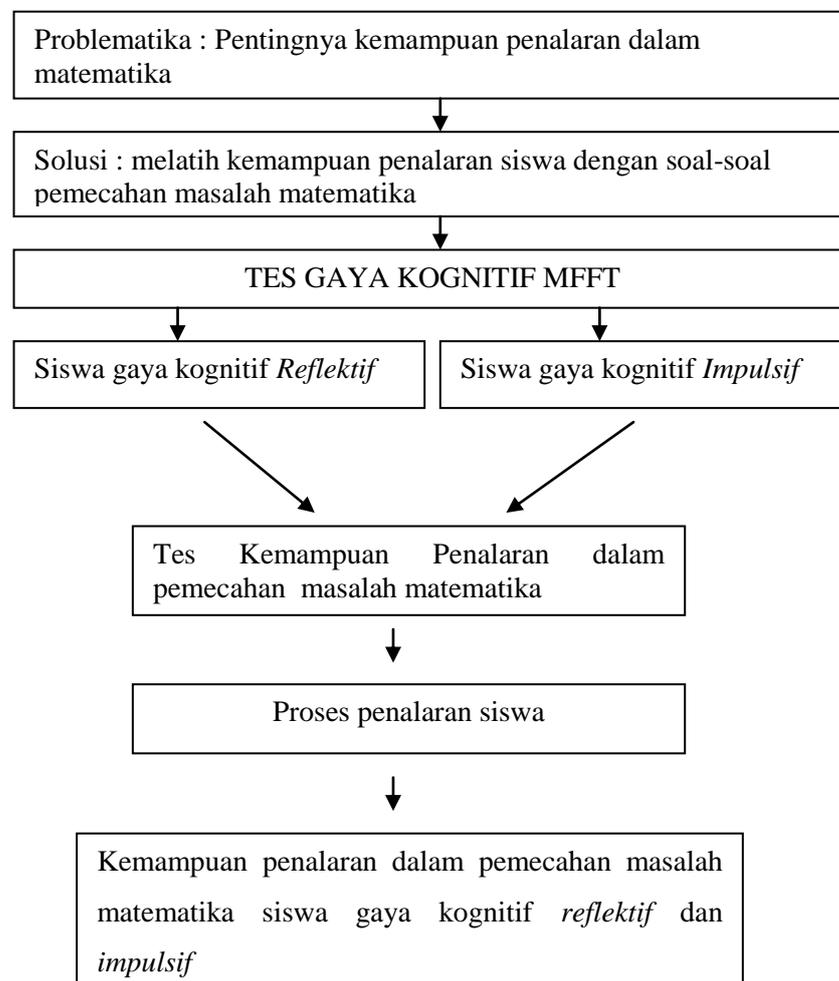
C. Paradigma Penelitian

Kemahiran siswa dalam memecahkan masalah matematis dipengaruhi oleh kemampuannya dalam memahami matematika. Kemampuan bernalar berperan penting dalam memahami matematika. Bernalar secara matematis merupakan suatu kebiasaan berpikir, dan layaknya suatu kebiasaan, maka penalaran semestinya menjadi bagian yang konsisten dalam setiap pengalaman-pengalaman matematis siswa. Kemampuan penalaran siswa dapat dikembangkan melalui latihan berpikir, merumuskan dan memecahkan masalah, serta menarik kesimpulan logis (masuk akal) dari permasalahan yang ada dalam soal.

Kemampuan penalaran setiap anak pun berbeda – beda, hal tersebut dipengaruhi oleh beberapa faktor, salah satunya adalah gaya kognitif. Gaya kognitif adalah karakteristik individu dalam penggunaan fungsi kognitif (berpikir, mengingat, memecahkan masalah, membuat keputusan, mengorganisasi dan memproses informasi), yang bersifat konsisten dan berlangsung lama. Setiap orang memiliki gaya kognitif yang berbeda dalam memproses informasi dan menghadap tugas maupun masalah. Masing-masing peneliti menciptakan penggolongan gaya belajar ini menurut pokok-pokok pengertian yang mendasarinya, salah satunya yaitu gaya kognitif *reflektif* dan

impulsif. Gaya kognitif ini terkait dengan waktu pengerjaan dan keakuratan jawaban dalam memecahkan masalah.

Untuk menggambarkan secara jelas tentang penelitian yang akan dilakukan, perlu adanya ilustrasi konsep berpikir yang akan digunakan dalam penelitian, yaitu sesuai dengan bagan berikut :



Gambar 2.5 Bagan Paradigma Penelitian