

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Hakikat Matematika

Kata matematika berasal dari bahasa Yunani yaitu *mathematike*, yang mempunyai arti “*relating to learning*”. Kata tersebut memiliki kata dasar yaitu *mathema* yang berarti pengetahuan atau ilmu. Kemudian kata *mathematike* mempunyai hubungan yang sangat erat dengan kata lainnya yang serupa, yaitu *mathanein* yang mengandung arti belajar (berpikir).¹²

Matematika merupakan hasil dari pemikiran dan juga penalaran manusia yang bertumpu pada logika dan daya cipta. Adapun yang membedakan antara sains dan matematika adalah matematika berkembang atas dasar anggapan awal yang disusun oleh matematikawan, bahwa tidak dipersoalkan lagi kebenarannya atau bisa disebut ilmu pasti. Andalan utama matematika adalah pengenalan dan pemahaman pola-pola keteraturan dan hubungan-hubungan antara berbagai sifat melalui penyederhanaan permasalahan menjadi intinya yang paling dasar.¹³

Istilah “matematika” lebih tepat digunakan daripada “ilmu pasti”, karena dengan menguasai matematika orang akan dapat belajar untuk mengatur jalan pemikirannya dan sekaligus belajar menambah kepandaiannya. Dengan kata lain, belajar matematika sama halnya dengan belajar logika,

¹² Erman, Suherman dan Turmudi dkk, *Metode Pembelajaran Matematika Kontemporer* , (Bandung: UPI, 2003), hal.18.

¹³ Rizqon Halal Syah Aji, *Khazanah Sains dan Matematika dalam Islam* , (Jakarta: UIN Jakarta, 2014), hal. 60

karena kedudukan matematika dalam ilmu pengetahuan adalah sebagai ilmu dasar atau ilmu alat. Sehingga untuk berkecimpung di dunia lainnya, langkah awal yang harus ditempuh adalah menguasai alat atau ilmu dasarnya, yakni menguasai matematika secara benar.¹⁴ Dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), matematika didefinisikan sebagai ilmu tentang bilangan, hubungan antara bilangan, dan prosedur operasional yang digunakan dalam penyelesaian masalah mengenai bilangan.¹⁵

Sujono mengemukakan beberapa pengertian matematika. Di antaranya, matematika diartikan sebagai cabang ilmu pengetahuan yang eksak dan terorganisir secara sistematis. Selain itu, matematika merupakan ilmu pengetahuan tentang penalaran yang logis dan masalah yang berhubungan dengan bilangan. Bahkan dia mengartikan matematika sebagai ilmu bantu dalam menginterpretasikan berbagai ide dan kesimpulan.¹⁶

Secara *umum* definisi matematika dapat dideskripsikan sebagai berikut:¹⁷

1. Matematika sebagai struktur yang terorganisasi Berbeda dengan ilmu pengetahuan yang lain, matematika merupakan suatu bangunan yang terorganisasi. Sebagai sebuah struktur, ia terdiri atas beberapa komponen, yang meliputi aksioma/postulat, pengertian pangkal/primitif, dan dalil/ teorema (termasuk didalamnya lemma (teorema pengantar/ kecil) dan corolly/ sifat).

¹⁴ Moch. Masykur dan Abdul Halim Fathani, *Mathematical Intelligence...* hal. 42

¹⁵ Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI)

¹⁶ sujono, *Pengajaran Matematika untuk Sekolah Menengah*, (Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan, 1998), hal. 5

¹⁷ Abdul Halim Fathani, *Matematika Hakikat dan Logika*, (Jogjakarta: Ar-ruzz Media, 2012), hal. 23-24

2. Matematika sebagai alat (tool) Matematika juga sering dipandang sebagai alat dalam mencari solusi berbagai masalah dalam kehidupan sehari-hari.

3. Matematika sebagai pola pikir deduktif

Matematika merupakan pengetahuan yang memiliki pola pikir deduktif. Artinya, suatu teori atau pernyataan dalam matematika dapat diterima kebenarannya apabila telah dibuktikan secara deduktif (umum).

4. Matematika sebagai cara bernalar (the way of thinking)

Matematika dapat pula dipandang sebagai cara bernalar, paling tidak karena beberapa hal, seperti matematika memuat cara pembuktian yang valid, rumus-rumus atau aturan yang umum, atau sifat penalaran matematika yang sistematis.

5. Matematika sebagai bahasa artifisial

Simbol merupakan ciri yang paling menonjol dalam matematika. Bahasa matematika adalah simbol yang bersifat artifisial, yang baru memiliki arti bila dikenakan pada suatu konteks.

6. Matematika sebagai seni yang kreatif

Penalaran yang logis dan efisien serta perbendaharaan ide-ide dan pola-pola yang kreatif dan menakjubkan, maka matematika sering disebut pula sebagai seni, khususnya seni berpikir yang kreatif.

Matematika juga merupakan ide-ide abstrak yang berisi simbol-simbol, maka konsep-konsep matematika harus dipahami terlebih dahulu sebelum memanipulasi simbol-simbol tersebut.¹⁸

Sebagai ilmu yang bersifat abstrak dan terdiri dari simbol-simbol, matematika mempunyai prosedur operasional yang tersusun secara sistematis dalam menyelesaikan permasalahan matematika. Itulah yang membedakan matematika dengan disiplin ilmu lainnya. Matematika memiliki bahasa sendiri yang terdiri atas simbol-simbol dan angka. Dengan demikian jika kita ingin mempelajari matematika dengan baik, maka langkah yang harus ditempuh adalah harus menguasai bahasa matematika itu sendiri, tidak hanya sekedar tahu tentang bahasa matematika melainkan kita juga harus berusaha memahami makna dibalik ambang dan simbol tersebut.¹⁹ Karena bahasa merupakan suatu sistem yang digunakan sekelompok orang untuk berkomunikasi.

Bahasa matematika merupakan alat komunikasi dalam pembelajaran matematika. Sebagai bahasa, matematika memiliki kelebihan, jika dibandingkan dengan bahasa-bahasa yang lain. Bahasa matematika, memiliki makna yang tunggal, sehingga suatu kalimat matematika tidak dapat ditafsirkan bermacam-macam.²⁰ Ketunggalan bahasa matematika ini merupakan kesepakatan para ahli untuk menghindari kerancuan arti dalam

¹⁸ Ahmad Susanto, "Teori Belajar dan Pembelajaran di Sekolah Dasar". (Jakarta: Prenadamedia Group, 2013), hal. 183

¹⁹ Moch. Masykur dan Abdul Halim Fatani, "Matemathical Intelligence". (Jogjakarta: ArRuzz Media, 2012), hal. 44

²⁰ Moch. Masykur dan Abdul Halim Fatani, "Matemathical Intelligence". (Jogjakarta: ArRuzz Media, 2012), hal. 47

memahami matematika. Sehingga bahasa matematika ini merupakan bahasa yang bercorak global dan universal di semua negara yang tidak dibatasi oleh suku, agama, bangsa, negara, maupun bahasa yang mereka gunakan sehari-hari. Dengan demikian anggapan bahwa bahasa matematika sebagai alat komunikasi dalam pembelajaran matematika dapat terwujud.

Menanggapi pendapat matematika sebagai alat komunikasi, berikut akan dijelaskan tentang komunikasi matematika yang dapat terjadi, antara lain, dalam:²¹

1. Dunia nyata, ukuran dan bentuk lahan dalam dunia pertanian (geometri), banyaknya barang dan nilai uang logam dalam dunia bisnis dan perdagangan (bilangan), ketinggian pohon dan bukit (trigonometri), kecepatan gerak benda angkasa (kalkulus), peluang dalam perjudian (probabilitas), sensus dan data kependudukan (statistika), dan sebagainya.
2. Struktur abstrak dari suatu sistem, antara lain struktur sistem bilangan (grup, ring), struktur penalaran logika (logika matematika), struktur berbagai gejala dalam kehidupan manusia (pemodelan matematika), dan sebagainya.
3. Matematika sendiri, yaitu bentuk komunikasi yang digunakan untuk pengembangan diri matematika.

Uraian di atas dapat kita ambil kesimpulan bahwa ilmu matematika sangat erat kaitannya dalam kehidupan. Bahkan dapat dikatakan bahwa sejak awal kehidupan manusia ilmu matematika telah menjadi alat bantu untuk mengatasi berbagai macam permasalahan yang terjadi dalam kehidupan

²¹ *Ibid*, hal. 51

masyarakat. Terlepas itu permasalahan yang berkaitan dengan ilmu eksak maupun permasalahan yang bersifat sosial. Tidak dapat dipungkiri bahwa ilmu matematika berperan penting terhadap sains dan teknologi. Bahkan bisa dikatakan tanpa ilmu matematika sains dan teknologi tidak akan berkembang.²²

Matematika merupakan salah satu disiplin ilmu yang dapat meningkatkan kemampuan berpikir dan berargumentasi, memberikan kontribusi dalam penyelesaian masalah sehari-hari dan dalam dunia kerja, serta memberikan dukungan dalam pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi.²³ Pengaplikasian ilmu matematika sangatlah dibutuhkan di seluruh penjuru dunia. Oleh karena itu matematika disebut sebagai subjek yang paling penting dalam sistem pendidikan di seluruh dunia. Negara yang mengabaikan pendidikan matematika sebagai prioritas utama akan tertinggal dari kemajuan segala bidang (terutama sains dan teknologi), dibandingkan dengan negara lainnya yang memberikan tempat bagi matematika sebagai subjek yang sangat penting. Di Indonesia, sejak bangku SD sampai perguruan tinggi, bahkan mungkin sejak *play group* atau sebelumnya, syarat penguasaan terhadap matematika jelas tidak bisa dikesampingkan. Untuk dapat menjalani pendidikan selama di bangku sekolah sampai kuliah dengan baik, maka anak didik dituntut untuk dapat menguasai matematika dengan baik.

Dari berbagai pendapat yang dikemukakan, menunjukkan matematika sebagai bahasa simbolis yang memiliki unsur penalaran secara deduktif dan induktif. Penalaran deduktif ini bekerja atas dasar asumsi kebenaran konsistensi,

²² *Ibid*, hal. 51

²³ Ahmad Susanto, "Teori Belajar dan Pembelajaran di Sekolah Dasar". (Jakarta: Prenadamedia Group, 2013), hal. 185

sedangkan penalaran induktif bekerja atas dasar fakta dan gejala yang muncul untuk sampai pada perkiraan tertentu. Perkembangan matematika dalam peranannya sangatlah berpengaruh di semua bidang. Khususnya dalam bidang pendidikan, pembelajaran matematika juga ditekankan oleh lembaga formal pada umumnya agar dapat mendasari dan membentuk pola pikir dalam memecahkan setiap persoalan dengan jalan pikiran teratur, sistematis, dan objektif. Ini menunjukkan cara berfikir matematika disesuaikan dengan pola perkembangan berfikir siswa, agar konsep matematika yang abstrak dapat dipahami secara wajar oleh peserta didik.

B. Kemampuan Komunikasi Matematis

1. Pengertian Komunikasi

Istilah komunikasi atau *communication* berasal dari bahasa latin *communicatio* yang berarti pemberitahuan, pemberian bagian (dalam sesuatu), pertukaran, dimana si pembicara mengharapkan pertimbangan atau jawaban dari pendengarnya (ikut mengambil bagian).²⁴ Menurut Edward Depari, komunikasi adalah proses penyampaian gagasan, harapan, dan pesan yang disampaikan melalui lambang tertentu, mengandung arti, dilakukan oleh penyampai pesan dan ditujukan kepada penerima pesan.²⁵

Menurut Hoveland, Janis dan Kelley mendefinisikan komunikasi sebagai berikut : *“the process by which an individual (the communicator) transmits*

²⁴ Anwar Arifin, Ilmu Komunikasi. (Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada, 2006), hal. 19

²⁵ H.A.W Widjaja, Ilmu Komunikasi Pengantar Studi. (Jakarta: PT. Rineka Cipta, 2000), hal. 13

stimult (usually verbal symbols) to modify, the behavior of other individu."²⁶

(komunikasi adalah suatu proses yang mana melalui seseorang (komunikator) menyampaikan stimulus (biasanya dalam bentuk kata-kata) dengan tujuan mengubah atau membentuk perilaku orang-orang lainnya).

Secara umum komunikasi dipahami sebagai suatu bentuk aktivitas penyampaian informasi dalam suatu komunitas tertentu. Komunikasi merupakan suatu proses, dimana suatu ide dialihkan dari sumber kepada satu penerima atau lebih dengan maksud dapat merubah perilaku, persepsi tentang sesuatu.²⁷ Komunikasi dapat terjadi dalam satu arah, yaitu dari penyampai pesan kepada penerima pesan. Pada aktivitas komunikasi seperti ini bisa terdapat banyak penyampaian dan penerimaan pesan, sehingga komunikasi ini merupakan aktivitas berbagi ide dan gagasan, curah pendapat, sumbang saran dan kerjasama dalam kelompok.

Beberapa pengertian diatas dapat disimpulkan bahwa komunikasi adalah proses penyampaian pesan dari komunikator kepada komunikan yang menghasilkan tujuan dengan mengharapkan umpan balik. Di dalam berkomunikasi tentunya harus dipikirkan bagaimana caranya agar pesan yang disampaikan seseorang itu dapat dipahami oleh orang lain dan segala aktivitas yang ada dapat dijalankan dengan baik melalui komunikasi yang harmonis antar manusia.

²⁶ Marhaeni fajar, ilmu komunikasi teori dan praktik, (Yogyakarta, graha ilmu :2009) hal. 31

²⁷ Sukandarrumidi, Metodologi Penelitian, (Yogyakarta: Gadjah Mada Universitas Press, 2002), hal. 3

Dalam kehidupan ini terjadi berbagai macam interaksi yang memungkinkan terjadinya komunikasi. Namun komunikasi yang akan dibahas dalam penelitian ini bukanlah komunikasi secara umum. Melainkan komunikasi matematis yang secara khusus terjadi di dalam proses pembelajaran matematika. Dalam penelitian ini kemampuan komunikasi matematis yang akan diukur adalah kemampuan komunikasi matematis tertulis. Dengan menulis, maka akan mengungkapkan apa yang dipikirkan siswa dan tingkat pemahaman siswa akan nampak.

2. Komunikasi Matematis

Komunikasi matematis dapat diartikan sebagai suatu peristiwa dialog atau saling hubungan yang terjadi lingkungan kelas, dimana terjadi pengalihan pesan dan pesan yang dialihkan tersebut berisikan tentang materi matematika yang dipelajari siswa, misalnya berupa konsep, rumus atau strategi penyelesaian suatu masalah.²⁸ Komunikasi dalam matematika merupakan penggunaan simbol-simbol untuk menyatakan sesuatu, misalnya menyatakan suatu fakta. Konsep, operasi, prinsip atau aturan dengan simbol-simbol beserta sifat-sifat serta pengertian yang terkandung didalamnya mampulah matematika bertindak sebagai bahasa keilmuan.²⁹

NCTM menyebutkan bahwa *“Students who have opportunities, encouragement, and support for speaking, writing, reading, and listening in mathematics classes reap dual benefits: they communicate to learn mathematics,*

²⁸ Ahmad Susanto, *Teori Belajar...*, hal 198

²⁹ Soejadi, *Kiat Pendidikan Matematika Di Indonesia*, (Jakarta: Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi Depdiknas), hal. 188

and they learn to communicate mathematically".³⁰ Komunikasi merupakan bagian penting dari matematika. Komunikasi dapat mempermudah siswa untuk mengungkapkan ide-ide matematis, menyajikan dalam bentuk aljabar, ataupun menggunakan simbol matematika.

Matematika bukan alat untuk sekedar berpikir, tetapi juga alat untuk menyampaikan ide yang jelas dan tepat. Oleh karena itu, matematika harus disampaikan sebagai suatu bahasa yang bermakna. Matematika merupakan aktivitas sosial yang melibatkan proses interaksi yang aktif, dimana siswa harus menerima ide-ide matematika melalui mendengar, membaca dan membuat visualisasi. Siswa juga harus dapat mengungkapkan bahan konkrit. Komunikasi matematis merupakan hal yang sangat penting dalam pembelajaran matematika di sekolah, karena selain sebagai kemampuan yang harus dimiliki oleh setiap siswa, komunikasi matematis juga merupakan sebuah alat yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan permasalahan khususnya permasalahan matematika.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), menyatakan bahwa :
 "In classrooms where students are challenged to think and reason about mathematics, communication is an essential feature as students express the results of their thinking orally and in writing".

Artinya: Komunikasi merupakan suatu tantangan bagi siswa di kelas untuk mampu berpikir dan bernalar tentang matematika yang merupakan

³⁰ NCTM, *Principles And Standar For School Mathematics*, (The National Council Of Teacher Of Mathematics, 2000), hal. 60

sarana pokok dalam mengekspresikan hasil pemikiran siswa baik secara lisan maupun tertulis.³¹

Lebih lanjut, komunikasi dalam hubungannya dengan matematika, dipertegas oleh Kusumah bahwa:

komunikasi merupakan bagian yang sangat penting dalam pembelajaran matematika. Melalui komunikasi ide matematika dapat dieksploitasi dalam berbagai perspektif; cara berpikir siswa dapat dipertajam; pertumbuhan pemahaman dapat diukur; pemikiran siswa dapat dikonsolidasikan dan diorganisir; pengetahuan matematika dan pengembangan masalah siswa dapat dibentuk.³²

Menurut Satriawati, komunikasi matematika adalah sebuah cara berbagi ide-ide dan memperjelas pemahaman, maka melalui komunikasi ide-ide direfleksikan, diperbaiki, didiskusikan dan diubah.³³ Komunikasi matematika adalah kemampuan menyatakan dan menafsirkan gagasan matematika secara lisan, tertulis, tabel, dan grafik.³⁴

Baroody berpendapat bahwa pembelajaran harus dapat membantu siswa mengomunikasikan ide matematika melalui 5 aspek komunikasi yaitu:

a. Representasi (*Representing*)

Konsep yang mempunyai beberapa pengertian. Ia adalah proses sosial dari "*representing*". Representasi baik pada proses maupun produk

³¹ NCTM, *Principles And Standar For School Mathematics*, (The National Council Of Teacher Of Mathematics, 2000), hal. 268

³² Ali Awa dkk, *Analisis Kemampuan Komunikasi Matematik Siswa dalam Memahami Volume Bangun Volume Ruang Sisi Datar*, *Jurnal Pendidikan Matematika Universitas Negeri Gorontalo*, 2013, hal. 3

³³ Gusni Satriawati, "*Pembelajaran Dengan Pendekatan Open-Ended untuk Meningkatkan Pemahaman dan Kemampuan Komunikasi Matematik Siswa*", *Algoritma, Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika : CeMED*, Vol. 1 no. 1 hal. 109

³⁴ Depag, *Standar Kompetensi*, (Jakarta : Dirjen Kelembagaan Agama Islam, 2004), hal. 222

dari pemaknaan suatu tanda. Representasi juga bisa berarti proses perubahan konsep-konsep ideology yang abstrak dalam bentuk-bentuk yang konkrit.

b. Mendengar (*Listening*)

Siswa dapat menangkap suara dengan telinga kemudian memberi respon terhadap apa yang di dengar. Siswa akan mampu memberikan respon atau komentar dengan baik apabila telah mendengar dan menyimak penjelasan dengan baik.

c. Membaca (*Reading*)

Melalui membaca siswa mengkontruksi makna matematika. Membaca tidak hanya melafalkan sajian tertulis saja, tetapi dengan menggunakan pengetahuannya, minatnya, nilainya, membaca dapat mengembangkan makna yang termuat di dalam teks yang sedang dibaca.

d. Berdiskusi (*Discussing*)

Merupakan kegiatan pertukaran pemikiran mengenai suatu masalah. Siswa dikatakan mampu berdiskusi dengan baik apabila mempunyai kemampuan membaca, mendengar dan keberanian.

e. Menulis (*Writing*)

Menulis adalah melahirkan pikiran atau perasaan (seperti mengarang, membuat surat) dengan tulisan. Menulis berarti menuangkan isi hati si penulis kedalam bentuk tulisan, sehingga maksud hati penulis bisa diketahui banyak orang melalui tulisannya. Kemampuan seseorang dalam menuangkan isi hatinya ke dalam sebuah tulisan sangatlah berbeda,

dipengaruhi oleh latar belakang penulis. Dengan demikian, mutu atau kualitas tulisan setiap penulis berbeda pula satu sama lain.³⁵

Dengan demikian kemampuan komunikasi matematika mengandung arti kemampuan siswa dalam matematika yang meliputi kemampuan membaca, menyimak, berdiskusi, menelaah, mengevaluasi ide, symbol, istilah, serta informasi matematika. Dalam prosesnya siswa dapat mengembangkan kemampuan berkomunikasi dengan temannya untuk memperoleh informasi, membagi pikiran dan penemuan curah pendapat, menilai dan mempertajam ide untuk meyakinkan bagi yang lain melalui komunikasi matematika siswa diharapkan mampu menyelesaikan suatu permasalahan dengan menggunakan grafik, tabel, atau strategi untuk menjelaskan hasil pemikirannya.

3. Indikator Kemampuan Komunikasi Matematis

Indikator komunikasi matematis sangat diperlukan dalam proses pembelajaran di kelas untuk melihat sejauh mana kemampuan komunikasi matematis yang dimiliki siswa.

Pada dokumen peraturan dirjen dikdasmen no 506/C/PP/2004, dijelaskan bahwa komunikasi merupakan kompetensi yang ditujukan siswa dalam mengkomunikasikan gagasan matematika. Menurut dokumen diatas indikator yang menunjukkan komunikasi matematik antara lain adalah :

- a. Menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar dan diagram.
- b. Mengajukan dugaan (*conjectures*)

³⁵ *Ibid*

- c. Melakukan manipulasi matematika.
- d. Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi.
- e. Menarik kesimpulan dari pernyataan.
- f. Memeriksa kesahihan suatu argument.
- g. Menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.³⁶

Indikator kemampuan komunikasi matematis yang lain dikemukakan oleh Yosmarniati, Edwin Musdi, dan Yusmet Rizal dalam jurnalnya mengemukakan bahwa indikator kemampuan komunikasi matematika adalah sebagai berikut:

- a. Menyatakan pernyataan matematika melalui gambar/symbol/model matematika.
- b. Menjelaskan strategi penyelesaian suatu masalah matematika.
- c. Menyajikan solusi permasalahan matematika secara rinci dan benar.
- d. Merumuskan generalisasi.³⁷

Dalam NCTM (2000) dinyatakan bahwa indikator komunikasi matematis adalah penekanan pengajaran matematika pada kemampuan siswa dalam hal :

- a. Mengatur dan menggabungkan pemikiran - pemikiran matematis (mathematical thinking) melalui komunikasi.;

³⁶ *Ibid.*, hal. 14.

³⁷ Yosmarniati, dkk., *Upaya Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Matematika Siswa melalui Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik*. (Vol. 1 No. 1: jurnal Pendidikan Matematika, 2012), hal. 64

- b. Mengkomunikasikan mathematical thinking mereka secara koheren (tersusun secara logis) dan jelas kepada teman-temannya, guru dan orang lain;
- c. Menganalisis dan mengevaluasi berfikir matematis (mathematical thinking) dan strategi yang dipakai orang lain;
- d. Menggunakan bahasa matematika untuk mengekspresikan ide-ide matematika secara benar.³⁸

Indikator kemampuan komunikasi matematis yang dikemukakan oleh Nina Agustyaningrum dalam jurnalnya adalah sebagai berikut:

- a. Kemampuan menyatakan ide-ide matematis melalui lisan, tulisan, serta menggambarkan secara visual.
- b. Kemampuan menginterpretasikan dan mengevaluasi ide-ide matematis baik secara lisan maupun tertulis.
- c. Kemampuan dalam menggunakan istilah-istilah, simbol-simbol matematika, dan struktur-strukturnya untuk memodelkan situasi atau permasalahan matematika.³⁹

Sedangkan indikator dari komunikasi matematis tertulis dapat dilihat sebagai berikut:

- a. Menggambarkan situasi masalah dan menyatakan solusi masalah menggunakan gambar, bagan tabel, dan secara aljabar.
- b. Menyatakan hasil dalam bentuk tertulis.

³⁸ NCTM, Principles And Standar For School Mathematics, (The National Council Of Teacher Of Mathematics, 2000), hal. 194

³⁹ Nina Agustyaningrum, Implementasi model..., (UNY Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika dengan tema “*Matematika dan Pendidikan Karakter dalam Pembelajaran*”, 2011).

- c. Menggunakan representasi menyeluruh untuk menyatakan konsep matematika dan solusi.
- d. Membuat situasi matematika dengan menyediakan ide dan keterangan dalam bentuk tertulis.
- e. Menggunakan bahasa matematika dan simbol secara tepat.⁴⁰

Berdasarkan beberapa penjelasan dari tahapan uraian diatas, maka kemampuan komunikasi matematika dalam penelitian ini adalah suatu kemampuan dalam menyatakan suatu situasi/soal cerita kedalam bahasa/symbol matematika, kemampuan dalam menyelesaikan masalah serta kemampuan dalam menarik kesimpulan. Sedangkan indikator kemampuan komunikasi matematis yang digunakan sebagai berikut:

1. Mengatur dan menggabungkan pemikiran - pemikiran matematis (mathematical thinking) melalui komunikasi.;
2. Mengkomunikasikan mathematical thinking mereka secara koheren (tersusun secara logis) dan jelas kepada teman-temannya, guru dan orang lain;
3. Menganalisis dan mengevaluasi berfikir matematis (mathematical thinking) dan strategi yang dipakai orang lain;
4. Menggunakan bahasa matematika untuk mengekspresikan ide-ide matematika secara benar.

⁴⁰ Ahmad Susanto, *Teori Belajar...*, hal. 195

4. Teknik Penskoran Tes Komunikasi Matematis

Berikut ini adalah tabel rubrik Pemberian skor pada tes kemampuan komunikasi matematis yang digunakan dalam penelitian ini

Tabel 2.1
Tabel Rubrik Pemberian Skor Tes Kemampuan Komunikasi
Matematis.⁴¹

Indikator Komunikasi matematis	Jawaban	Skor
Menyatakan situasi matematis atau peristiwa sehari-hari kedalam model matematika dan menyelesaikannya	Tidak ada jawaban	0
	Mengidentifikasi unsur/data yang diketahui dan ditanyakan serta menyatakannya dalam simbol matematika	0-2
	Mengidentifikasi kaitan antar unsur/data yang diketahui dan yang ditanyakan	0-2
	Menyusun model matematika masalah dalam bentuk gambar atau ekspresi matematika dan menjelaskan konsep matematika yang terlibat	0-3
	Menyelesaikan masalah/model matematika disertai dengan alasan	0-3
	Menetapkan solusi yang relevan disertai alasan	0-2
	Sub-total (satu butir tes)	0-12
Menyatakan model matematika (gambar ekspresi aljabar) ke dalam bahasa biasa (menyusun soal cerita)	Tidak ada jawaban	0
	Melengkapi model matematika (gambar) atau ekspresi matematika dengan unsur-unsur yang relevan	0-3
	Mengidentifikasi konsep/prinsip matematika yang termuat dalam model matematika (gambar atau ekspresi) yang diberikan	0-3
	Mengidentifikasi masalah yang akan diajukan dan menentukan konsep matematika yang termuat dalam masalah yang bersangkutan	0-3
	Menyusun soal cerita yang relevan dengan model matematika yang bersangkutan	0-3
	Sub- total (satu butir tes)	0-12
Memberi penjelasan terhadap model matematika atau pola	Tidak ada jawaban	0
	Mengidentifikasi konsep dan proses matematika yang termuat dalam model matematika/pola yang diberikan	0-3

⁴¹ J. Cai, Jane and Jakobensin, *The Role Of Open- Ended Task and Holistic Scoring Rubrics. Assessing Students' Reasoning and Communication* " In Patria, C., Elliot and Kenney, M.J. Communication in Mathematic K-12 and Beyond. NCTM

Lanjutan tabel 2.1

Indikator Komunikasi matematis	Jawaban	Skor
	Mengidentifikasi kaitan antar konsep dan proses matematika yang termuat dalam model matematika /pola yang diberikan	0-2
	Memberi penjelasan terhadap kaitan antar konsep dan proses matematika yang termuat dalam model matematika/pola yang diberikan	0-3
	Sub- total (satu butir tes)	0-12
Menyusun pertanyaan terhadap situasi yang diberikan disertai alasan	Tidak ada jawaban	0
	Mengidentifikasi konsep dan proses matematika yang termuat dalam situasi yang diberikan	0-3
	Mengidentifikasi konsep dan proses matematika yang akan ditanyakan	0-3
	Menyusun pertanyaan berkaitan dengan konsep dan proses matematika yang akan ditanyakan disertai alasan	0-3
	Sub- total (satu butir tes)	0-12

C. Kajian Materi Persamaan dan pertidaksamaan linier dua variabel.⁴²

1. Persamaan Linier

Persamaan adalah kalimat terbuka yang memuat tanda “sama dengan “ atau “=”. Sedangkan yang dimaksud kalimat terbuka adalah kalimat yang belum diketahui nilai kebenranya atau kalimat yang masih memuat variabel. persamaan linier adalah suatu persamaan yang variabelnya memiliki pangkat tertinggi satu.

2. Sistem Persamaan Linier Dua Variabel (SPLDV)

Bentuk umum persamaan linier dua variabel adalah :

$$a_1 + b_1 = c_1 \quad \dots(1)$$

$$a_2 + b_2 = c_2 \quad \dots(2)$$

dengan $a_1, a_2, b_1, b_2,$ dan $c_2 \in R$

⁴²Kasmina dan toali, *Matematika untuk SMK/MAK kelas X*, (YOKYAKARTA : ERLANGGA, 2013) hal. 30-40

persamaan 1 dan persamaan 2 merupakan suatu sistem persamaan kareananya keduanya saling berkaitan.

Mencari himpunan penyelesaian sistem persamaan linier adalah dengan cara mengetahui nilai variabel atau peubah yang memenuhi sistem persamaan tersebut, yaitu dapat dicari dengan menggunakan metode eliminasi, substitusi, atau gaungan dari kedua metode tersebut.

a. Metode eliminasi

Menyelesaikan sistem persamaan linier dua variabel dengan cara eliminasi artinya mencari nilai variabel dengan menghilangkan variabel yang lain . prinsip yang digunakan untuk menghilangkan suatu variabel adalah mengurangi atau menjumlahkannya.

Contoh :

$$3x - 2y = 11$$

$$-4x + 3y = -2$$

Penyelesaian :

Untuk mencari variabel y berarti variabel x dihilangkan.

$$\begin{array}{r}
 3x - 2y = 11 \quad \left| \begin{array}{l} \times 4 \\ \times 3 \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} 12x - 8y = 44 \\ -12x + 9y = -6 \end{array} \\
 -4x + 3y = -2 \quad \left| \begin{array}{l} \times 4 \\ \times 3 \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} -12x + 9y = -6 \\ 12x - 8y = 44 \end{array} \\
 \hline
 y = 38
 \end{array}$$

Untuk menentukan nilai variabel x , maka variabel y harus dihilangkan.

$$\begin{array}{r|l} 3x - 2y = 11 & \times 3 \\ -4x + 3y = -2 & \times 2 \\ \hline & \end{array} \quad \begin{array}{l} 9x - 6y = 33 \\ -8x + 6y = -4 \\ \hline x = 29 \end{array}$$

Jadi, himpunan penyelesaian sistem persamaan linier tersebut $\{(29,38)\}$

b. Metode substitusi

Substitusi artinya menggantai atau menyatakan salah satu variabel dengan variabel lainnya. Untuk dapat menyelesaikan sistem persamaan dengan cara substitusi.

Contoh :

Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan

$$\begin{cases} 2x - 5y = -2 \\ -3x + 4y = -4 \end{cases}$$

Penyelesaian :

$$2x - 5y = -2 \dots (1)$$

$$-3x + 4y = -4 \dots (2)$$

Misalkan yang akan disubstitusi adalah variabel x pada persamaan (2), maka persamaan (1) dinyatakan dalam bentuk :

$$\begin{aligned} 2x - 5y &= -2 \\ \Leftrightarrow 2x &= -2 + 5y \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-2 + 5y}{2} \dots(3) \end{aligned}$$

Substitusikan nilai x pada persamaan (3) ke persamaan (2).

$$-3x + 4y = -4$$

$$\Leftrightarrow -3\left(\frac{-2+5y}{2}\right) + 4y = -4 \quad \text{kedua ruas dikalikan 2}$$

$$\Leftrightarrow -3(-2 + 5y) + 8y = -8$$

$$\Leftrightarrow 6 - 15y + 8y = -8$$

$$\Leftrightarrow -7y = -8 - 6$$

$$\Leftrightarrow -7y = -14$$

$$\Leftrightarrow y = 2$$

Untuk mendapatkan x , substitusikan $y = 2$ ke persamaan (3)

$$x = \frac{-2 + 5y}{2} = \frac{-2 + 5(2)}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(4, 2)\}$

c. Metode gabungan (eliminasi dan substitusi)

Untuk menyelesaikan suatu sistem persamaan terkadang lebih mudah menggunakan gabungan dua metode sebelumnya yaitu mengeliminasi terlebih dahulu baru dilakukan substitusi atau sebaliknya.

3. Pertidaksamaan linear dua variabel

Pertidaksamaan adalah kalimat terbuka yang memuat tanda “ $<$, \leq , $>$, \geq atau \neq ”. Sedangkan pertidaksamaan linear dua variabel adalah suatu pertidaksamaan yang mempunyai dua variabel dengan pangkat tertinggi satu.

4. Daerah Himpunan Penyelesaian Pertidaksamaan Linear Dua Variabel.

Penyelesaian suatu pertidaksamaan linear dua variabel adalah pasangan berurut (x,y) yang memenuhi pertidak samaan linear tersebut. Himpunan penyelesaian tersebut dinyatakan dengan suatu daerah pada bidang kartesius (bidang XOY) yang diarsir.

Contoh:

Tentukan daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan dua variabel berikut!

$$\begin{cases} x + y \leq 9 \\ 6x + 11y \leq 66 \end{cases}$$

Penyelesaian:

Mencari titik potong dengan sumbu x dan y

$$x + y \leq 9$$

$$x + y = 9$$

X	9	0
Y	0	9
(x,y)	(9,0)	(0,9)

$$6x + 11y \leq 66$$

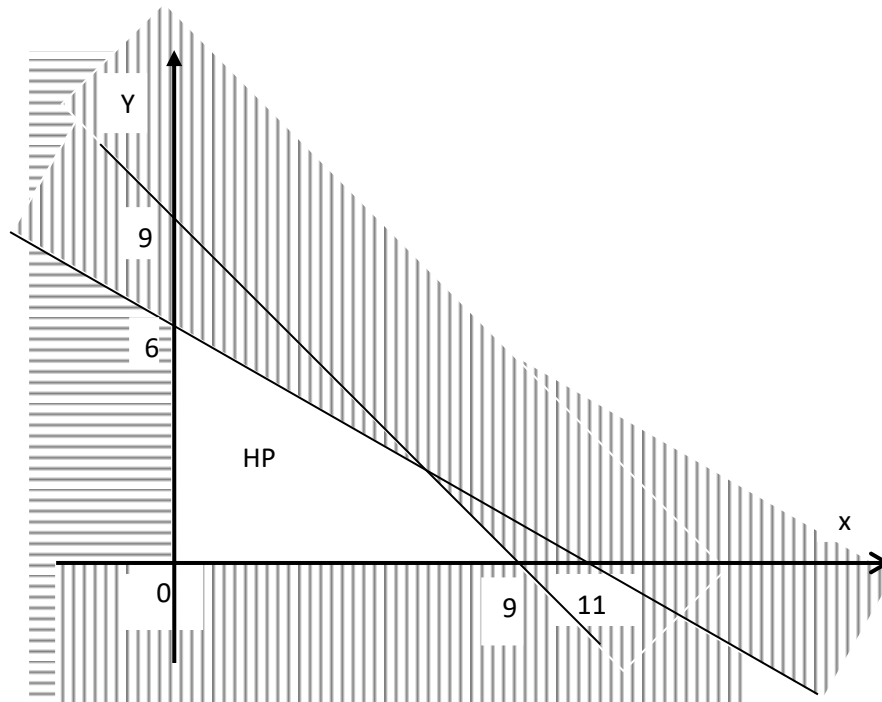
$$6x + 11y = 66$$

X	9	0
Y	0	9
(x,y)	(9,0)	(0,9)

$x \geq 0$, gambar garisnya berimpit dengan sumbu Y dengan daerah penyelesaian di kanan sumbu Y

$y \geq 0$, gambar garisnya berimpit dengan sumbu X dengan daerah penyelesaian di atas sumbu X

Grafik penyelesaian



Uji titik (0,0)

$$0 + 0 \leq 9$$

$$0 \leq 9 \text{ (benar)}$$

Uji titik (0,0)

$$6(0) + 11(0) \leq 66$$

$$0 \leq 66 \text{ (benar)}$$

5. Aplikasi persamaan dan pertidaksamaan linear dua variabel dalam kehidupan sehari-hari.

Contoh :

1. Ahli kesehatan mengatakan bahwa akibat menghisap satu batang rokok, waktu hidup seseorang berkurang 5,5 menit. Berapa rokok yang dihisap Fahri tiap harinya jika ia merokok selama 20 tahun dan waktu hidupnya berkurang selama 275 hari (1 tahun = 360 hari) ?

Penyelesaian :

Misalnya banyak rokok yang dihisap setiap hari adalah x , maka waktu hidup berkurang tiap harinya $5,5x$ menit. Dalam setahun, waktu hidup berkurang sebanyak $5,5x \times 360$ menit. Dalam 20 tahun, waktu hidup berkurang sebanyak $5,5x \times 360 \times 20$ menit. Sehingga diperoleh persamaan:

$$5,5x \times 360 \times 20 = 275 \times 60 \times 24$$

$$39.600x = 396.000$$

$$x = \frac{396.000}{39.600} = 10 \quad 275 \text{ hari} = (275 \times 24 \times 60) \text{ menit}$$

Jadi, fahri menghisap rokok 10 batang setiap hari.

2. Agar tumbuh subur tanaman palawija harus diberi 3 jenis pupuk, yaitu pupuk A, B, dan C. Perbandingan ketiga pupuk tersebut berturut-turut adalah $5 : 3 : 1$. Masa total pupuk yang diberikan tidak boleh melebihi 300 gram. Jika pupuk A dan pupuk C yang diberikan berturut-turut 20 gram dan 40 gram. Berapa maksimum pupuk B yang harus diberikan?

Penelesaian:

Misalkan pupuk B = x , maka

$$5(20) + 3(x) + 1(40) \leq 300$$

$$\Leftrightarrow 140 + 3x \leq 300$$

$$\Leftrightarrow 3x \leq 160$$

$$\Leftrightarrow x \leq 53,33$$

Jadi, petani tersebut harus memberi pupuk B paling banyak 53,33 gram.