

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Kemampuan Penalaran Matematis

1. Penalaran

Penalaran dapat didefinisikan sebagai suatu proses mental yang bergerak dari apa yang kita ketahui kepada apa yang tidak kita ketahui sebelumnya. Proses berpikir kita bergerak dari pengetahuan yang sudah kita miliki tentang sesuatu yang ada menuju pengetahuan baru yang terkait dengannya.¹ Penalaran dapat pula diartikan sebagai suatu proses dalam akal budi yang berupa kegiatan menghubungkan satu pikiran dengan pikiran atau pikiran-pikiran lain untuk menarik sebuah kesimpulan. Penalaran juga merupakan proses berpikir yang berusaha menghubungkan-hubungkan fakta yang diketahui menuju kepada suatu kesimpulan yang sebelumnya tidak diketahui.²

Penalaran merupakan konsep yang paling umum menunjuk pada salah satu proses pemikiran untuk sampai pada suatu kesimpulan sebagai pernyataan baru dari beberapa pernyataan lain yang diketahui. Pernyataan itu sendiri terdiri atas pengertian-pengertian sebagai unsurnya yang antara pengertian satu dengan yang lain ada batas-batas tertentu untuk menghindarkan kekaburan arti.³ Penalaran

¹ Rafael Raga Maran, *Pengantar Logika*, (Jakarta: Grasindo, 2007), hal. 80

² Karomani, *Logika...*, hal.33

³ Surajiyo, *Dasar-dasar Logika*, (Jakarta: PT Bumi Aksara, 2006), hal.20

merupakan tahapan berpikir matematika tingkat tinggi, mencakup kapasitas untuk berpikir logis dan sistematis.⁴

Berkenaan dengan penalaran Bjuland mendefinisikan penalaran berdasarkan pada tiga model pemecahan masalah Polya. Menurutnya, “penalaran merupakan lima proses yang saling terkait dari aktivitas berpikir matematik yang dikategorikan sebagai *sense making*, *conjecturing*, *convincing*, *reflecting*, dan *generalizing*”. *Sense-making* terkait erat dengan kemampuan membangun skema permasalahan dan merepresentasikan pengetahuan yang dimiliki. *Conjecturing* berarti aktivitas memprediksi suatu kesimpulan, dan teori yang didasarkan pada fakta yang belum lengkap dan produk dari proses *conjecturing* adalah strategi penyelesaian. *Convincing* berarti melakukan atau mengimplementasikan strategi penyelesaian yang didasarkan pada kedua proses sebelumnya. *Reflecting* berupa aktivitas mengevaluasi kembali ketiga proses yang sudah dilakukan dengan melihat kembali keterkaitannya dengan teori-teori yang dianggap relevan. Kesimpulan akhir yang diperoleh dari keseluruhan proses kemudian diidentifikasi dan digeneralisasi dalam suatu proses yang disebut *generalizing*.⁵

Dari hal tersebut di atas dapat kita ketahui bahwa penalaran merupakan suatu proses berpikir tingkat tinggi yang menghubungkan antara pengetahuan yang telah diketahui sebelumnya menuju pada suatu kesimpulan dari penyelesaian atau peristiwa yang dihadapi.

⁴ Herdian, *Kemampuan Penalaran Matematika, Blog Edukasi*, diakses dari <https://herdy07.wordpress.com/2010/05/27/kemampuan-penalaran-matematis/>, tanggal 12 Mei 2018.

⁵ Hamsiah, dkk, *Analisis kemampuan penalaran matematis siswa SMPN 13 Mataram pada materi bangun ruang*, (JMPM IKIP Mataram Volume 5 Nomor 2, 2017), hal. 184-185

a. Jenis-jenis Penalaran

Dilihat dari prosesnya, penalaran terdiri atas penalaran induktif dan penalaran deduktif. Penalaran induktif meliputi: analogi dan generalisasi, sedangkan penalaran deduktif meliputi: silogisme, modus ponens, dan modus tollens.⁶

1) Penalaran induktif

Seseorang menggunakan penalaran induktif jika orang tersebut berpikir dari hal-hal yang bersifat khusus ke hal-hal umum.⁷ Penalaran induktif merupakan suatu kegiatan, suatu proses atau suatu aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru bersifat umum (general) berdasarkan pada beberapa pernyataan khusus yang diketahui benar. Dalam hal ini telah diproses berpikir yang berusaha menghubungkan-hubungkan fakta-fakta atau evidensi-evidensi khusus yang sudah diketahui menuju kepada suatu kesimpulan yang bersifat umum.

Misalkan, jika ada siswa diminta untuk menunjukkan bahwa jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga adalah 180° , lalu setiap siswa diminta untuk membuat model segitiga sembarang dari kertas, menggunting sudut-sudut segitiga tersebut, dan mengimpitkannya. Di antara siswa mungkin ada yang membuat segitiga siku-siku, ada yang membuat segitiga sama kaki, sama sisi atau segitiga sembarang. Dari hasil yang diperoleh menunjukkan hasil yang sama, yaitu besar sudut-sudut segitiga adalah 180° . Berdasarkan hal ini, dari beberapa kasus khusus itu yaitu dari setiap

⁶ Herdian, *Kemampuan Penalaran Matematika, Blog Edukasi*, diakses dari <https://herdy07.wordpress.com/2010/05/27/kemampuan-penalaran-matematis/>, diakses tanggal 12 Mei 2018.

⁷ Soedjadi, *Pengantar Logika Dasar*, (Jakarta: Depdikbud Dirjen Dikti, 1998), hal.41

segitiga akan didapat hasil yang sama. Sehingga dapat ditarik kesimpulan yang bersifat umum bahwa jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga adalah 180° .

Pernyataan atau kesimpulan yang didapat dari penalaran induktif bisa bernilai benar atau salah. Karenanya, di dalam matematika kesimpulan yang didapat dari proses penalaran induktif masih disebut dengan dugaan (*conjecture*). Kesimpulan tersebut boleh jadi valid pada contoh yang diperiksa, tetapi tidak dapat diterapkan pada keseluruhan contoh. Sebagai contoh, siswa diminta menentukan aturan yang digunakan untuk bilangan 3, 6, 9. Jika aturan itu adalah “suatu barisan bilangan kelipatan tiga”, maka aturan itu sesuai dengan contoh. Tetapi jika contohnya lebih variasi, misalnya “2, 3, 5”, maka aturan semula tidak lagi dapat digunakan.⁸

Dengan demikian melalui penalaran induktif dapat dihasilkan suatu kesimpulan yang benar berkenaan dengan contoh khusus yang dipelajari, tetapi kesimpulan tersebut tidak terjamin untuk generalisasi. Meskipun penarikan kesimpulan dengan penalaran induktif tidak valid, penalaran induktif sangat bermanfaat dalam pengembangan matematika.

Yang merupakan penalaran induktif adalah:

a) Penalaran analogi

Penalaran analogi merupakan penalaran induktif dengan membandingkan dua hal yang banyak persamaannya. Berdasarkan persamaan kedua hal tersebut, Anda dapat menarik kesimpulan. Kesimpulan yang diambil dengan jalan analogi,

⁸ Ulul Azmi, *Profil Kemampuan Penalaran Matematika dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Kemampuan Matematika pada Persamaan Garis Lurus Kelas VIII SMP YPM 4 Bohar Sidoarjo*, (Surabaya: Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, 2013), hal.13

yakni kesimpulan dari pendapat khusus dari beberapa pendapat khusus yang lain, dengan cara membandingkan situasi yang satu dengan yang sebelumnya. Dalam berfikir analogis, meletakkan suatu hubungan baru berdasarkan hubungan-hubungan baru itu. Dan juga dapat menarik kesimpulan bahwa jika sudah ada persamaan dalam berbagai segi, ada persamaan pula dalam bidang yang lain.⁹

Pada pembentukan kesimpulan dengan jalan analogi, jalan pikiran didasarkan atas persamaan suatu keadaan yang khusus lainnya. Karena pada dasarnya hanya membandingkan persamaan-persamaan dan kemudian dicari hubungannya. Maka sering kesimpulan yang diambil tidak logis. Soekardijo mengatakan bahwa analogi adalah berbicara tentang suatu hal yang berlainan, dan dua hal yang berlainan itu diperbandingkan. Selanjutnya ia mengatakan jika dalam perbandingan hanya diperhatikan persamaan saja tanpa melihat perbedaan, maka timbullah analogi. Diane mengatakan bahwa dengan analogi suatu permasalahan mudah dikenali, dianalisis hubungannya dengan permasalahan lain, dan permasalahan yang kompleks dapat disederhanakan. Secara umum, mengemukakan bahwa terdapat dua analogi yaitu:¹⁰

⁹ Noviyana Nuryan, *Penalaran Induktif dan Penalaran Deduktif*, diakses dari <https://noviananuryan/2013/05/31/penalaran-induktif-dan-penalaran-deduktif/>, pada 12 Januari 2016.

¹⁰ Suwidiyanti, *Proses Berpikir Analogi Siswa dalam Memecahkan Masala Matematika*, diakses dari <http://dian-math.blogspot.co.id/2013/04/proses-berpikir-analogi-siswa-dalam.html>, pada 10 Mei 2018.

(1) Analogi Deklaratif

Analogi deklaratif adalah analogi yang digunakan untuk menjelaskan sesuatu yang belum diketahui atau masih samar, dengan menggunakan hal yang sudah dikenal.

(2) Analogi Induktif

Analogi induktif adalah analogi yang disusun berdasarkan persamaan prinsip dari dua hal yang berbeda, selanjutnya ditarik kesimpulan bahwa apa yang terdapat pada hal pertama terdapat pula pada hal yang kedua.

b) Penalaran generalisasi

Generalisasi adalah suatu proses penalaran yang bertolak dari sejumlah fenomena individual (khusus) menuju kesimpulan umum yang mengikat seluruh fenomena sejenis dengan fenomena individual yang diselidiki.

Berikut ini macam-macam Generalisasi:

(1) Generalisasi sempurna adalah generalisasi di mana seluruh fenomena yang menjadi dasar penyimpulan diselidiki. Misalnya setelah memperhatikan jumlah hari pada setiap bulan tahun Masehi kemudian disimpulkan bahwa: Semua bulan Masehi mempunyai hari tidak lebih dari 31.

Dalam penyimpulan ini, keseluruhan fenomena yaitu jumlah hari pada setiap bulan diselidiki tanpa ada yang ditinggalkan. Generalisasi macam ini memberikan kesimpulan amat kuat dan tidak dapat diserang. Tetapi tentu saja tidak praktis dan tidak ekonomis.

(2) Generalisasi tidak sempurna yaitu generalisasi berdasarkan sebagian fenomena untuk mendapatkan kesimpulan yang berlaku bagi fenomena sejenis yang

belum diselidiki. Misalnya setelah menyelidiki sebagian bangsa Indonesia bahwa mereka adalah manusia yang suka bergotong-royong, kemudian disimpulkan bahwa bangsa Indonesia adalah bangsa yang suka bergotong-royong, maka penyimpulan ini adalah generalisasi tidak sempurna.¹¹

2) Penalaran deduktif

Deduksi didefinisikan sebagai proses penalaran yang menerapkan hal-hal umum terlebih dahulu untuk seterusnya dihubungkan dalam bagian-bagian yang khusus. Pada penalaran deduktif proses penalaran konklusinya diturunkan secara mutlak dari premis-premisnya. Pada deduksi yang valid atau shahih, kesimpulan yang didapat dinyatakan tidak akan pernah salah jika premis-premisnya bernilai benar.

Melalui penalaran deduktif dapat disimpulkan informasi yang lebih banyak daripada penalaran induktif. Artinya, dari keterangan tertentu dapat ditarik kesimpulan tentang hal-hal lain tanpa perlu memeriksanya secara langsung. Sebagai contoh, selalu dapat ditambahkan satu dari suatu sudut bilangan. Dari keterangan tersebut dapat disimpulkan bahwa tidak ada bilangan terbesar atau bilangan terakhir, melainkan tak terbatas. Penalaran deduktif dapat menentukan apakah suatu konjektur yang muncul dikarenakan suatu intuisi atau deduksi secara logis serta konsisten dan apakah penalaran itu hanya untuk kasus-kasus tertentu atau kasus yang lebih umum.¹²

¹¹ Setiawan, *Belajar Matematika dengan Penalaran, Penalaran akan Terlatih dengan Belajar Matematika*, diakses dari <http://setiawan-pendidikanmatematika.blogspot.co.id/2011/04/logika-silogisme-dan-generalisasi.html>, tanggal 29 Desember 2018. hal. 1

¹² Ibid, hal. 3

Seseorang menggunakan penalaran deduktif jika orang tersebut berpikir dari hal-hal yang bersifat umum ke hal-hal yang bersifat khusus. Pada penalaran deduktif, harus diperhatikan bahwa kebenaran suatu pernyataan haruslah didasarkan pada kebenaran pernyataan-pernyataan lain. Penarikan yang demikian ini sangat berbeda dengan penarikan kesimpulan pada penalaran induktif yang didasarkan pada hasil pengamatan atau eksperimen yang terbatas. Kebenaran yang diperoleh dari hasil pengamatan tidak bisa dijamin bebas dari kesalahan atau salah menafsirkan. Penalaran induktif cocok untuk IPA yang hasil perumusannya sering harus direvisi sedemikian hingga teori-teorinya sesuai dengan hasil pengamatan baru.

Secara umum dapatlah dikatakan bahwa penalaran induktif berperan besar dalam bidang non-matematika, namun berperan kecil dalam bidang matematika. Penalaran deduktif berperan kecil dalam bidang non-matematika namun berperan besar dalam matematika. Pada penalaran deduktif, kebenaran setiap pernyataan harus didasarkan pernyataan sebelumnya. Matematika disusun berdasarkan penalaran deduktif, tetapi matematika dibentuk atau berkembang dari penalaran induktif atau deduktif. Artinya, sifat-sifat dalam matematika ada yang dikemukakan berdasarkan kenyataan di lapangan, ada pula yang dikemukakan berdasarkan penalaran manusia.¹³

¹³ Ibid, hal. 5

2. Penalaran Matematis

penalaran matematis adalah suatu kegiatan, suatu proses atau aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasarkan pada beberapa pernyataan yang diketahui sebelumnya menggunakan cara logis baik penalaran deduktif maupun induktif.¹⁴ Penalaran matematis merupakan suatu kebiasaan otak yang apabila dikembangkan dengan baik dan konsisten akan memudahkan dalam mengkomunikasikan matematika baik secara tertulis maupun lisan.¹⁵ Penalaran matematis merupakan suatu kegiatan menyimpulkan fakta, menganalisa data, memperkirakan, menjelaskan dan membuat suatu kesimpulan.¹⁶ Jadi dapat ditarik kesimpulan bahwa penalaran matematis adalah suatu proses berpikir untuk menarik suatu kesimpulan yang benar berdasarkan fakta yang dilakukan secara logis berdasarkan pengetahuan yang diketahui sebelumnya.

Depdiknas menyatakan bahwa matematika dan penalaran matematis merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan, yaitu materi matematika dipahami melalui penalaran dan penalaran dipahami dan dilatihkan melalui belajar materi matematika.¹⁷ Beberapa tokoh mengutarakan pendapatnya mengenai penalaran

¹⁴ Anisatul Hidayati dan Suryo Widodo, *Proses Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan masalah Matematika pada Materi Pokok Dimensi Tiga berdasarkan kemampuan siswa di SMA Negeri 5 Kediri*, Jurnal Math Educator Nusantara Vol. 1 Nomor 2 Nopember 2015. hal. 132

¹⁵ Nur Ainun, *Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Madrasah Aliyah Melalui Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Teams Games Tournament*, Jurnal Peluang Vol. 4 No. 1 oktober 2015 ISSN: 2302-5158, hal. 56

¹⁶ Syarifah Yurianti, dkk, *Kemampuan Penalaran Matematis Siswa pada Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel kelas X SMA*, FKIP UNTAN 2014, hal. 1

¹⁷ Diah Lestari Cahyani, *Pengaruh Strategi Pemecahan Masalah Working Backward terhadap Kemampuan Memberi Alasan Logis Siswa*, Skripsi Jurusan pendidikan Matematika (Jakarta: Perpustakaan UIN Syarif Hidayatullah, 2014), hal.10

matematis yaitu, Wahyudin menyatakan bahwa kemampuan penalaran sangat penting untuk memahami matematika. Begitu juga yang dikatakan Turmudi bahwa penalaran dan pembuktian merupakan aspek fundamental dalam matematika. Lebih lanjut, Sumarmo mengatakan bahwa “kemampuan penalaran matematis sangat penting dalam pemahaman matematis, mengeksplor ide, memperkirakan solusi, dan menerapkan ekspresi matematis dalam konteks matematis yang relevan, serta memahami bahwa matematika itu bermakna.¹⁸

Dari pemaparan-pemaparan di atas dapat kita tarik kesimpulan bahwa penalaran matematis adalah suatu proses mental untuk menarik suatu kesimpulan atau pernyataan baru berdasarkan langkah-langkah yang logis, terarah, dan sistematis. Penalaran dan matematika tidak bisa kita pisahkan begitu saja, karena penalaran dapat dilatih dengan belajar matematika dan matematika dapat dipahami dengan penalaran, jadi penting bagi guru untuk mengembangkan penalaran matematis siswa melalui pembelajaran matematika itu sendiri.

3. Kemampuan Penalaran Matematis

Kemampuan adalah kapasitas seorang individu untuk melakukan beragam tugas dalam suatu pekerjaan. Kemampuan juga merupakan sebuah penilaian terkini atas apa yang dapat dilakukan seseorang.¹⁹ Kemampuan penalaran matematis merupakan suatu kegiatan berpikir logis untuk menarik kesimpulan dari permasalahan yang ada.²⁰ Sehubungan dengan hal tersebut Herman mengatakan

¹⁸ Ario Marfi, *Analisis kemampuan penalaran matematis siswa SMK setelah mengikuti pembelajaran berbasis masalah*, Jurnal Ilmiah Edu Research Vol. 5 No. 2 Desember 2016. hal. 126

¹⁹ Robbins, *Perilaku Organisasi Buku 1.*, (Jakarta: Salemba Empat, 2008), hal.56

²⁰ Hamsiah, dkk, *Analisis kemampuan penalaran...*, hal. 185

bahwa kemampuan penalaran matematis merupakan salah satu kemampuan berpikir tingkat tinggi, adapun kegiatan yang termasuk dalam kemampuan penalaran matematis meliputi: (1) Menarik kesimpulan dari suatu data, (2) menggeneralisasi dan menarik kesimpulan umum dari pola, data, atau proses, (3) menganalogikan suatu permasalahan, (4) memperkirakan suatu model, (5) menjelaskan penyelesaian dari sebuah masalah, (6) menggunakan pola hubungan untuk menganalisis dan menyusun konjektur, (7) transduktif: menarik kesimpulan khusus dari satu kasus dan diterapkan untuk kasus lainnya.²¹

Jadi kemampuan penalaran matematis merupakan suatu kegiatan berpikir tingkat tinggi yang dimiliki oleh seseorang yang mana dalam penyelesaiannya menggunakan pemikiran yang logis berdasarkan fakta dalam menarik sebuah kesimpulan dari permasalahan yang dihadapi.

Adapun indikator kemampuan penalaran matematis dalam menyelesaikan atau memecahkan masalah matematika berdasarkan pada tahapan pemecahan masalah menurut G. Polya yang akan digunakan oleh peneliti merujuk pada penelitian yang dilakukan oleh Anisatul Hidayati dan Suryo Widodo dengan judul proses penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika pada materi pokok dimensi tiga berdasarkan kemampuan siswa di SMA Negeri 5 Kediri akan disajikan dalam bentuk tabel berikut:

²¹ Anisatul Hidayati dan Suryo Widodo, *Proses Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan masalah Matematika pada Materi Pokok Dimensi Tiga berdasarkan kemampuan siswa di SMA Negeri 5 Kediri*, Jurnal Math Educator Nusantara Vol. 1 Nomor 2 Nopember 2015. hal. 134

Tabel 2. 1 Indikator kemampuan penalaran matematis menurut Anisatul**Hidayati dan Suryo Widodo²²**

Tahapan Pemecahan Masalah	Indikator Penalaran Matematis
Memahami Masalah	1. Siswa dapat menjelaskan permasalahan yang ditemukan dalam soal setelah membaca soal.
	2. Siswa dapat menyebutkan yang diketahui dan ditanyakan dalam soal.
	3. Siswa dapat menjabarkan pernyataan-pernyataan atau data-data dan memberikan penjelasan/alasan yang dapat mendukung data yang dijabarkan.
Membuat Rencana	1. Siswa dapat memperkirakan jawaban dan proses solusi.
	2. Siswa dapat menggunakan pola/cara dan hubungan untuk menganalisis situasi yang dihadapi.
Melaksanakan Rencana	1. Siswa dapat menyusun dan menguji perkiraan jawaban yang telah ditentukan.
	2. Siswa dapat menggunakan data yang mendukung dan mengoprasikannya untuk mencari solusi permasalahan.
Memeriksa Kembali	1. Mengecek kembali hasil jawaban yang telah didapatkan dari penyelesaian yang telah dilakukan.
	2. Dapat menarik kesimpulan yang valid.

B. Masalah Matematika

Apa itu masalah?, terkadang kebanyakan dari kita akan menganggap suatu hal sebagai masalah apabila hal tersebut tidak sesuai atau sejalan dengan apa yang kita harapkan. Begitu juga dalam proses pembelajaran, jika kita diberikan sebuah soal atau pertanyaan dan kita tidak bisa menjawabnya maka itu pun bisa dikatakan sebagai masalah, tapi tidak semua soal atau pertanyaan bisa dikatakan sebagai masalah seperti yang diungkapkan oleh Dhurori, A & Markaban, suatu pertanyaan

²² *Ibid*, hal. 134

akan menjadi masalah hanya jika pertanyaan itu menunjukkan adanya suatu tantangan (*challenge*) yang tidak dapat dipecahkan oleh suatu prosedur rutin (*routine procedure*) yang sudah diketahui oleh pemecah masalah.²³ Djamilah Bondan W. menyatakan bahwa soal/pertanyaan disebut masalah tergantung kepada pengetahuan yang dimiliki penjawab, pertanyaan itu dapat dijawab dengan menggunakan prosedur rutin baginya, namun bagi orang lain untuk menjawab pertanyaan tersebut memerlukan pengorganisasian pengetahuan yang telah dimiliki secara tidak rutin.²⁴ Masalah adalah situasi yang mendorong seseorang untuk menyelesaikannya tetapi dia memerlukan sesuatu dan tidak mengetahui secara langsung tindakan yang akan dilakukan untuk mencapainya.²⁵

Dalam matematika yang disebut sebagai masalah merupakan soal-soal tidak rutin dimana diperlukan kemampuan bernalar, berpikir kreatif dan berfikir kritis dalam penyelesaiannya.²⁶ Selain ada dua hal terkait masalah. Pertama, suatu pertanyaan akan menjadi masalah jika pertanyaan itu menunjukkan adanya suatu tantangan yang tidak dapat dipecahkan dengan suatu prosedur yang sudah diketahui oleh penjawab pertanyaan. Kedua, suatu masalah bagi siswa A belum tentu menjadi

²³ Aep Sunendar, *Pembelajaran Matematika dengan Pemecahan Masalah*, Jurnal THEOREMS (The Original Research of Mathematics) Vol. 2 No. 1 ISSN: 2541-4321 Juli 2017, hal. 87

²⁴ Djamilah Bondan Widjajanti, *Kemampuan pemecahan masalah matematis mahasiswa calon guru matematika: apa dan bagaimana mengembangkannya*, Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika ISBN: 978-979-16353-3-2 Desember 2009, hal. 403

²⁵ Dewi Asmarani, dkk, *Metakognisi Mahasiswa Tadris Matematika IAIN Tulungagung menyelesaikan masalah berdasarkan langkah-langkah Polya dan De Corte*, (Tulungagung: Akademia Pustaka, 2017), hal. 16

²⁶ Rini Anggraeni, Indri Herdiman, *Kemampuan pemecahan masalah siswa SMP pada materi lingkaran berbentuk soal kontekstual ditinjau dari gender*, (Jurnal Numeracy Vol. 5 No. 1, 2018), hal. 19

masalah bagi siswa B jika siswa B sudah mengetahui prosedur untuk menyelesaikannya.²⁷

Dari uraian-uraian diatas dapatlah kita mengambil kesimpulan bahwa masalah adalah suatu situasi atau kondisi yang belum pernah dihadapi atau diselesaikan dalam hal ini masalah tidak rutin entah itu berupa soal-soal, pertanyaan, atau kondisi-kondisi lainnya yang mana orang tersebut tidak dapat menyelesaikannya dengan cara-cara rutin atau cara yang biasa ia gunakan.

C. Pemecahan/Penyelesaian Masalah

Pemecahan masalah merupakan suatu serangkaian proses tertentu yang dilakukan dalam menghadapi situasi yang direpresentasikan ke dalam pertanyaan dan pertanyaan disadari, serta menantang untuk diselesaikan meskipun tidak dapat segera ditentukan strategi untuk menjawab pertanyaan yang dihadapi.²⁸ Pemecahan masalah adalah suatu proses banyak langkah dengan si pemecah masalah harus menemukan hubungan antara pengalaman (skema) masa lalunya dengan masalah yang sekarang dihadapinya dan kemudian bertindak untuk menyelesaikannya.²⁹ Pemecahan masalah adalah suatu usaha mencari jalan keluar dari suatu kesulitan guna mencapai suatu tujuan yang tidak begitu segera dapat dicapai.³⁰ Jadi

²⁷ Anisatul Hidayati, Suryo Widodo, *Proses penalaran matematis...*, hal. 132-133

²⁸ Ema Mahardhikawati, dkk, *Analisis kemampuan pemecahan masalah berdasarkan langkah-langkah Polya pada materi turunan fungsi ditinjau dari kecerdasan logis-matematis siswa kelas XI IPA SMA Negeri 7 Surakarta tahun ajaran 2013/2014*, Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika (JPMM) Solusi Vol. 1 No. 4 Juli 2017, hal. 120

²⁹ Djamilah Bondan Widjajanti, *Kemampuan pemecahan masalah matematis...*, hal. 404

³⁰ Maya Gustiati, *Profil kemampuan penalaran matematis dalam pemecahan masalah ditinjau dari kecerdasan emosional dan gaya belajar siswa*, tesis Universitas Negeri Makasar 2016, hal. 52

pemecahan masalah adalah suatu proses atau langkah-langkah dalam menghadapi suatu permasalahan yang dihadapi.

Pemecahan masalah dalam matematika adalah proses menemukan jawaban dari suatu pertanyaan yang terdapat dalam suatu cerita, teks, tugas-tugas dan situasi-situasi dalam kehidupan sehari-hari. Pemecahan masalah merupakan salah satu aspek berfikir tingkat tinggi sebagai proses menerima masalah dan berusaha menyelesaikan masalah tersebut. Selain itu, pemecahan masalah merupakan suatu aktivitas intelektual untuk mencari penyelesaian masalah yang dihadapi dengan menggunakan bekal pengetahuan yang sudah dimiliki.³¹ Penyelesaian/pemecahan masalah dalam matematika merupakan suatu kegiatan mental yang kompleks yang memerlukan visualisasi, imajinasi, manipulasi, analisis, abstraksi, dan penyatuan ide.³²

Jadi dapat kita artikan pemecahan masalah adalah suatu cara atau metode yang dapat kita gunakan sebagai alat dalam memecahkan atau menyelesaikan masalah yang kita hadapi. Dalam memecahkan suatu masalah ada beberapa fase atau tahapan yang harus kita lakukan, adapun tahapan-tahapan tersebut akan disajikan sebagai berikut:

³¹ Ayu Yurmayani, *Analisis kemampuan pemecahan masalah matematis siswa kelas XI MIPA 1 kota Jamb*, Jurnal Ibniah DIKDAYA, 2016, HAL. 15

³² Dewi Asmarani, dkk, *Metakognisi Mahasiswa Tadris Matematika IAIN Tulungagung menyelesaikan masalah berdasarkan langkah-langkah Polya dan De Corte*, (Tulungagung: Akademia Pustaka, 2017), hal. 5

Tabel 2. 2 Fase atau tahapan dalam pemecahan masalah yang dikemukakan oleh beberapa ahli³³

Menurut Krulik & Rudnick	Menurut G. Polya	Menurut John Dewey
1. Membaca dan Memikirkan (<i>Read and Think</i>)	1. Memahami Masalah (<i>Understanding the Problem</i>)	1. Pengenalan (<i>Recognition</i>)
2. Mengeksplorasi dan Merencanakan (<i>Explore and Plan</i>)	2. Membuat rencana penyelesaian (<i>Devising a Plan</i>)	2. Pendefinisian (<i>Definition</i>)
3. Memilih suatu strategi (<i>Select a strategy</i>)	3. Melaksanakan rencana penyelesaian (<i>Carrying out the Plan</i>)	3. Perumusan (<i>Formulation</i>)
4. Menemukan suatu jawaban (<i>Find an answer</i>)	4. Memeriksa kembali hasilnya (<i>Looking Back</i>)	4. Mencobakan (<i>Test</i>)
5. Meninjau kembali dan mendiskusikan (<i>Reflect and extend</i>)		5. Evaluasi (<i>Evaluation</i>)

Dari tahapan-tahapan penyelesaian masalah di atas yang akan digunakan peneliti untuk menganalisis kemampuan penalaran matematis siswa dalam hal ini yaitu tahapan atau fase menurut G. Polya yang meliputi: Memahami Masalah (*Understanding the Problem*), Membuat rencana penyelesaian (*Devising a Plan*), Melaksanakan rencana penyelesaian (*Carrying out the Plan*), dan Memeriksa kembali hasilnya (*Looking Back*).

³³ Anisatul Hidayati dan Suryo Widodo, Proses Penalaran Matematis..., hal. 133

D. Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

1. Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Sistem persamaan linear tiga variabel adalah suatu sistem persamaan linear dengan tiga variabel. Bentuk umum sistem persamaan linear tiga variabel adalah sebagai berikut :

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

dengan a, b, c, dan d, untuk $i = 1, 2, 3$, merupakan bilangan nyata.

Contoh:

1) Diberikan tiga persamaan berikut

$$x + 2y - z = 7$$

$$p + q - r = 3$$

$$2p - q + r = 2$$

Apakah ketiga persamaan tersebut membentuk sistem persamaan linear tiga variabel?

Jawab:

Ketiga persamaan tersebut tidak membentuk sistem persamaan linear tiga variabel karena variabel-variabelnya tidak saling terkait.

2) Apakah persamaan-persamaan berikut membentuk sistem persamaan linear tiga variabel atau tidak? Berikan alasannya!

$$2x - 5y + z = 0$$

$$3x - z = 8$$

$$8p - q + z = 1$$

Jawab:

Ketiga persamaan tersebut tidak membentuk sistem persamaan linear tiga variabel karena variabel-variabelnya tidak saling terkait.

2. Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel

Penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel merupakan tripel bilangan (x, y, z) yang memenuhi ketiga persamaan tersebut. Ada beberapa metode yang dapat dipilih untuk menentukan penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel, di antaranya yaitu metode substitusi, metode eliminasi, metode gabungan eliminasi dan substitusi, serta metode determinan.

1) Metode Substitusi

Berikut adalah langkah-langkah untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel dengan metode substitusi.

- a) Pilihlah satu persamaan yang sederhana, kemudian nyatakan x , y , dan z dalam dua variabel yang lainnya.
- b) Substitusikan persamaan yang diperoleh dari langkah (1) ke kedua persamaan lainnya sehingga diperoleh sistem persamaan linear dua variabel.
- c) Selesaikan sistem persamaan linear dua variabel pada langkah (2) dengan metode substitusi.
- d) Substitusikan nilai-nilai dua variabel yang diperoleh pada langkah (3) ke dalam satu persamaan semula sehingga diperoleh nilai variabel yang ketiga.
- e) Tentukan himpunan penyelesaiannya.

Contoh Soal dan Alternatif Penyelesaiannya

Dengan metode substitusi, tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan berikut:

$$x - y + z = 2 \quad (i)$$

$$2x + y + z = 7 \quad (ii)$$

$$x + 3y - 2z = 1 \quad (iii)$$

Alternatif Penyelesaiannya;

Dari persamaan (i):

$$x - y + z = 2$$

$$x = y - z + 2 \quad (iv)$$

Persamaan (iv) disubstitusikan ke persamaan (ii) :

$$2(y - z + 2) + y + z = 7$$

$$2y - 2z + 4 + y + z = 7$$

$$3y - z = 3$$

$$z = 3y - 3 \quad (v)$$

Persamaan (iv) disubstitusikan ke persamaan (iii)

$$y - z + 2 + 3y - 2z = 1$$

$$4y - 3z = -1 \quad (vi)$$

Persamaan (v) disubstitusikan ke persamaan (vi):

$$4y - 3(3y - 3) = -1$$

$$4y - 9y + 9 = -1$$

$$-5y = -10$$

$$y = 2$$

Untuk $y = 2$ disubstitusikan ke persamaan (v):

$$z = 3(2) - 3 = 6 - 3 = 3$$

Untuk $y = 2$ dan $z = 3$ disubstitusikan ke persamaan (iv):

$$x = 2 - 3 + 2 = 1$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(1, 2, 3)\}$

2) Metode Eliminasi

Berikut adalah langkah-langkah untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel dengan metode eliminasi.

- a) Eliminasi sepasang-sepasang persamaan dengan mengalikan masing-masing persamaan dengan bilangan tertentu sehingga koefisien salah satu peubah (x , y , atau z) pada kedua persamaan sama.
- b) Jumlahkan atau kurangkan persamaan yang satu dengan yang lain sehingga diperoleh sistem persamaan linear dua variabel.
- c) Selesaikan sistem persamaan linear dua variabel yang diperoleh pada langkah (b) dengan metode eliminasi.
- d) Tuliskan himpunan penyelesaiannya.

Contoh Soal dan Alternatif Penyelesaiannya:

Tentukan nilai x , y , dan z yang memenuhi sistem persamaan berikut!

$$x - 3y + 2z = 8 \quad (i)$$

$$2x + 2y - 3z = 1 \quad (ii)$$

$$3x - 4y + 5z = 18 \quad (iii)$$

Alternatif Penyelesaiannya

Eliminasi variabel x dari persamaan (i) dan (ii) :

$$\begin{array}{r|l|l} x - 3y + 2z = 8 & x 2 & x - 3y + 2z = 8 \\ 2x + 2y - 3z = 1 & x 1 & 2x + 2y - 3z = 1 \\ \hline & & -8y + 7z = 15 \end{array} \quad (iv)$$

Eliminasi variabel x dari persamaan (i) dan (iii) :

$$\begin{array}{r|l|l} x - 3y + 2z = 8 & x 3 & 3x - 9y + 6z = 24 \\ 3x - 4y + 5z = 18 & x 1 & 3x - 4y + 5z = 18 \\ \hline & & -5y + z = 6 \end{array} \quad (v)$$

Eliminasi variabel y dari persamaan (i) dan (ii) :

$$\begin{array}{r|l|l} x - 3y + 2z = 8 & x 2 & 2x - 6y + 4z = 16 \\ 2x + 2y - 3z = 1 & x 3 & 6x + 6y - 9z = 3 \\ \hline & & 8x - 5z = 19 \end{array} \quad (vi)$$

Eliminasi variabel y dari persamaan (ii) dan (iii) :

$$\begin{array}{r|l|l} 2x + 2y - 3z = 1 & x 2 & 4x + 4y - 6z = 2 \\ 3x - 4y + 5z = 18 & x 1 & 3x - 4y + 5z = 18 \\ \hline & & 7x - z = 20 \end{array} \quad (vii)$$

Eliminasi variabel z dari persamaan (iv) dan (v) :

$$\begin{array}{r|l|l} -8y + 7z = 15 & x 1 & -8y + 7z = 15 \\ -5y + z = 6 & x 7 & -35y + 7z = 42 \\ \hline & & 27y = -27 \end{array}$$

$$y = -1$$

Eliminasi variabel y dari persamaan (iv) dan (v) :

$$\begin{array}{l|l|l} -8y + 7z = 15 & x \ 5 & -40y + 35z = 75 \\ -5y + z = 6 & x \ 8 & -40y + 8z = 48 \\ \hline & & 27z = 27 \end{array} \quad -$$

$$z = 1$$

Eliminasi variabel z dari persamaan (vi) dan (vii) :

$$\begin{array}{l|l|l} 8x - 5z = 19 & x \ 1 & 8x - 5z = 19 \\ 7x - z = 20 & x \ 5 & 35x - 5z = 100 \\ \hline & & -27x = -81 \end{array} \quad -$$

$$x = 3$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(3, -1, 1)\}$

3) Metode Gabungan

Berikut adalah langkah-langkah untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel dengan metode gabungan eliminasi dan substitusi.

- a) Eliminasi sepasang-sepasang dengan mengalikan masing-masing persamaan dengan bilangan tertentu sehingga koefisien salah satu peubah (x , y , atau z) pada kedua persamaan sama.
- b) Jumlahkan atau kurangkan persamaan yang satu dengan yang lain sehingga diperoleh sistem persamaan linear dua variabel.
- c) Selesaikan sistem persamaan linear dua variabel yang diperoleh pada langkah (b) dengan metode gabungan eliminasi dan substitusi sehingga diperoleh nilai dua buah variabel.

d) Substitusi nilai dua buah variabel yang diperoleh pada langkah (c) ke salah satu persamaan semula sehingga diperoleh nilai variabel yang ketiga.

e) Tuliskan himpunan penyelesaiannya.

Contoh Soal dan Alternatif Penyelesaiannya

Tentukan nilai x , y , dan z yang memenuhi sistem persamaan berikut!

$$2x - 3y + 3z = 24 \quad (i)$$

$$4x + 2y - z = 5 \quad (ii)$$

$$5x - 6y - 2z = 11 \quad (iii)$$

Alternatif Penyelesaiannya

Eliminasi variabel z dari persamaan (i) dan (ii) :

$$\begin{array}{r|l|l} 2x - 3y + 3z = 24 & \times 1 & 2x - 3y + 3z = 24 \\ 4x + 2y - z = 5 & \times 3 & 12x + 6y - 3z = 15 \quad + \\ \hline & & 14x + 3y = 39 \quad (iv) \end{array}$$

Eliminasi variabel z dari persamaan (ii) dan (iii) :

$$\begin{array}{r|l|l} 4x + 2y - z = 5 & \times 2 & 8x + 4y - 2z = 10 \\ 5x - 6y - 2z = 11 & \times 1 & 5x - 6y - 2z = 11 \quad - \\ \hline & & 3x + 10y = -1 \quad (v) \end{array}$$

Eliminasi variabel y dari persamaan (iv) dan (v) :

$$\begin{array}{r|l|l} 14x + 3y = 39 & \times 10 & 140x + 30y = 390 \\ 3x + 10y = -1 & \times 3 & 9x + 30y = -3 \quad - \\ \hline & & 131x = 393 \\ & & x = 3 \end{array}$$

untuk $x = 3$ disubstitusikan ke persamaan (v) :

$$3x + 10y = -1$$

$$3(3) + 10y = -1$$

$$10y = -10$$

$$y = 1$$

untuk $x = 3$ dan $y = 1$ disubstitusikan ke persamaan (ii) :

$$4x + 2y - z = 5$$

$$4(3) + 2(-1) - z = 5$$

$$z = 5$$

jadi penyelesaiannya adalah $x = 3$, $y = 1$ dan $z = 5$

E. Penelitian Terdahulu

Penelitian yang berhubungan dengan analisis penalaran matematis siswa dilaporkan oleh peneliti sebagai berikut:

Penelitian Delima Mei Minola, dkk, pada tahun 2017. Berdasarkan hasil penelitian kemampuan penalaran matematis peserta didik di SMAN 6 Malang memiliki tingkat kemampuan penalaran bervariasi yaitu peserta didik dengan kemampuan penalaran matematis kategori rendah sebesar 4%, peserta didik dengan kemampuan penalaran matematis kategori rendah apabila peserta didik dapat melakukan manipulasi matematika dengan benar namun kurang lengkap, dapat menyusun bukti dan memberikan alasan terhadap kebenaran solusi dengan benar namun kurang lengkap, tidak dapat menyajikan pernyataan matematika secara

tertulis, diagram, dan gambar, dapat menarik kesimpulan pernyataan secara logis dengan benar dan lengkap.

Peserta didik dengan kemampuan penalaran matematis kategori sedang sebesar 32%, peserta didik dapat melakukan manipulasi matematika dengan benar namun kurang, dapat menyusun bukti dan memberikan alasan terhadap kebenaran solusi dengan benar namun kurang lengkap, dapat menyajikan pernyataan matematika secara tertulis, diagram, dan gambar dengan benar namun kurang lengkap, dapat menarik kesimpulan pernyataan secara logis dengan benar namun kurang lengkap.

Peserta didik dengan kemampuan penalaran matematis kategori tinggi sebesar 64%, peserta didik dapat melakukan manipulasi matematika dengan benar dan lengkap, dapat menyusun bukti dan memberikan alasan terhadap kebenaran solusi dengan benar dan lengkap, dapat menyajikan pernyataan matematika secara tertulis, diagram, dan gambar dengan benar dan lengkap, dapat menarik kesimpulan pernyataan secara logis dengan benar dan lengkap. Secara umum sebagian besar peserta didik kelas XI MIPA 4 SMAN 6 Malang memiliki kemampuan penalaran yang tinggi.³⁴

Penelitian Muhammad Anshori, pada tahun 2018. Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, secara umum kemampuan penalaran matematis siswa tergolong dalam kategori sedang. Hal tersebut dikarenakan sebagian besar siswa masih belum mampu memenuhi keenam indikator kemampuan penalaran

³⁴ Delima Mei Linola, dkk, *Analisis kemampuan penalaran matematis peserta didik dalam menyelesaikan soal cerita di SMAN 6 Malang*, (Pi, Mathematics Education Journal, Volume 1 Nomor 1, 2017), hal. 31-32

matematis yaitu mengajukan dugaan atau konjektur, menarik kesimpulan dari suatu pernyataan, melakukan manipulasi matematika, memeriksa kesahihan suatu argumen, memberikan alasan terhadap kebenaran suatu pernyataan, dan menemukan pola terhadap suatu gejala matematis.

Secara khusus diperoleh kesimpulan yaitu, kemampuan penalaran matematis sebagian besar siswa tergolong dalam kategori sedang karena jika dilihat dari keenam indikator kemampuan penalaran matematis, terdapat 2 siswa yang mampu mencapai satu indikator, 5 siswa yang mampu mencapai 2 indikator, 10 siswa yang mampu mencapai 3 indikator, 14 siswa yang mampu mencapai 4 indikator, 1 siswa yang mampu mencapai 5 indikator, dan tidak ada siswa yang mampu mencapai keenam indikator kemampuan penalaran matematis.

Kemampuan penalaran matematis siswa secara induktif tergolong dalam kategori sangat rendah karena jika dilihat dari kedua indikator kemampuan penalaran induktif, terdapat 21 siswa yang sudah mampu mencapai 1 indikator yaitu indikator menemukan pola terhadap suatu gejala matematis, namun kurang mampu mengajukan dugaan atau konjektur. Meskipun demikian, siswa tersebut dianggap sudah mampu berpikir secara induktif. Sedangkan 31,25% lainnya tidak mampu mencapai satupun dari kedua indikator.

Kemampuan penalaran matematis siswa secara deduktif tergolong dalam kategori tinggi karena sebagian besar siswa berada pada kategori tinggi, 3,13% siswa berada pada kategori sangat rendah, 21,86% siswa berada pada kategori rendah, 8,38% siswa berada pada kategori sedang, 62,50% siswa berada pada kategori tinggi, dan 3,13% siswa berada pada kategori sangat tinggi. Jika dilihat

dari keempat indikator kemampuan penalaran deduktif, 12,50% siswa mampu mencapai satu indikator, 25,00% siswa mampu mencapai 2 indikator, 62,50% siswa mampu mencapai 3 indikator, dan tidak ada siswa yang mampu mencapai keempat indikator kemampuan penalaran deduktif.³⁵

Penelitian Hamsiah, dkk, pada tahun 2017. Berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan, maka dapat ditarik simpulan sebagai berikut:

kemampuan penalaran matematis siswa berbeda-beda, dilihat dari analisis hasil tes kemampuan penalaran yang diberikan secara umum kepada 28 siswa kelas VIII E SMPN 13 Mataram dan terlihat bahwa sebanyak 1 orang atau sebesar 3,57% dari sampel penelitian memiliki kemampuan penalaran sangat baik, sebanyak 6 orang atau sebesar 21,428% dari sampel penelitian memiliki kemampuan penalaran baik, sebanyak 5 orang atau sebesar 17,859% dari sampel penelitian memiliki kemampuan penalaran cukup, sebanyak 12 orang atau sebesar 42,859% dari sampel penelitian memiliki kemampuan penalaran sangat buruk, sebanyak 4 orang atau sebesar 14,285% dari sampel penelitian memiliki kemampuan penalaran sangat buruk.

Dalam kemampuan penalaran matematis siswa juga dapat dilihat pada persentase skor per indikator yang diperoleh seluruh siswa yang dimana pada indikator ke-1 terdapat pada soal nomor 4, menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar, dan diagram sebesar 60,714%, pada indikator ke-2 terdapat pada soal nomor 5, menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan

³⁵ Muhammad Anshori, dkk, *Analisis kemampuan penalaran matematis siswa kelas XII MIPA SMA Negeri 4 Pontianak*, (Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran, Volume 7 Nomor 8, 2018), hal. 6-7

alasan atau bukti terhadap beberapa solusi sebesar 60,714%, pada indikator ke-3 terdapat pada soal nomor 3 menarik kesimpulan dari pernyataan sebesar 28,571%, pada indikator ke-4 terdapat pada soal nomor 1 dan 2, menentukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi sebesar 96,428% dan 82,142%, dan 3) Sebagian besar siswa masih kurang mampu menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dari soal sebelum menjawab soal.³⁶

Penelitian Tri Roro Suprihatin, dkk. pada tahun 2018. Berdasarkan hasil penelitian di kelas IX SMP Negeri yang terdapat di Kabupaten Bandung Barat, maka diperoleh gambaran kemampuan penalaran matematis siswa perbutir soal berbeda-beda, namun tidak ada siswa yang mampu mencapai indikator melakukan manipulasi matematik dalam menyelesaikan permasalahan pada materi segitiga dan segiempat pada soal nomor 5 ini dikatakan katagori siswa rendah dengan pencapaian sebesar 44,79 untuk katagori siswa tinggi pada soal nomor 1 dengan indikator mengajukan dugaan, 69 dan 71 untuk katagori siswa sedang pada soal nomor 2 dan 4 dengan indikator menarik kesimpulan dari suatu pernyataan, dan 88 untuk soal nomor 3 siswa dikatakan tinggi dan mampu menyelesaikan permasalahan yang terdapat pada soal tersebut dengan indikator menentukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Pada umumnya siswa dikatakan sudah mampu dalam menyelesaikan permasalahan pada instrumen tes kemampuan penalaran matematik karena mencapai rata-rata keseuruhan sebesar 70,3. Saran berdasarkan hasil penelitian ini

³⁶ Hamsiah, dkk, *Analisis kemampuan penalaran matematis siswa SMPN 13 Mataram pada materi bangun ruang*, (JMPM IKIP Mataram Volume 5 Nomor 2, 2017), hal. 188

adalah strategi yang menarik dan sesuai dalam pembelajaran matematika harus diterapkan untuk mengembangkan semangat belajar siswa, pembelajaran harus lebih menekankan pada konsep.³⁷

Penelitian R. Azmil Musthafa, dkk. tahun 2014, Pada tingkat kemampuan penalaran siswa dalam menyelesaikan soal cerita materi FPB dan KPK kelas VII B SMP Negeri Jember berdasarkan hasil analisis data menunjukkan bahwa 2 siswa atau 5,56% menunjukkan amat baik, 8 siswa atau 22,22% menunjukkan baik, 10 siswa atau 27,78% menunjukkan cukup baik, 9 siswa atau 25% menunjukkan cukup, 5 siswa atau 13,89% menunjukkan rendah, dan 2 siswa atau 5,56% menunjukkan amat rendah. Kondisi ini menunjukkan bahwa pada tingkat kemampuan penalaran siswa dalam menyelesaikan soal cerita materi FPB dan KPK kelas VII B SMP Negeri Jember, kategori cukup baik mempunyai frekuensi tertinggi yaitu 27,78%.³⁸

1. Tingkat kemampuan penalaran siswa:

- a. Pada tingkat kemampuan penalaran siswa aspek mengajukan dugaan (*conjectures*), kategori cukup baik dan cukup mempunyai frekuensi tertinggi yaitu 33,33%;
- b. Pada tingkat kemampuan penalaran siswa aspek melakukan manipulasi matematika, kategori cukup baik dan cukup mempunyai frekuensi tertinggi yaitu 33,33%;

³⁷ Tri Roro Suprihatin, dkk, *Analisis kemampuan penalaran matematis siswa SMP pada materi segitiga dan segiempat*, (Jurnal kajian pembelajaran matematika, Volume 2 Nomor 1, 2018), hal. 13

³⁸ R. Azmil Musthafa, *Analisis tingkat kemampuan penalaran siswa dalam menyelesaikan soal cerita materi FPB dan KPK kelas VII B SMP Negeri 10 Jember*, (Jurnal Edukasi UNEJ, Volume 1 Nomor 3, 2014), hal. 6

- c. Pada tingkat kemampuan penalaran siswa aspek menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi, kategori cukup baik dan cukup mempunyai frekuensi tertinggi yaitu 33,33%;
 - d. Pada tingkat kemampuan penalaran siswa aspek menarik kesimpulan dari pernyataan, kategori cukup baik mempunyai frekuensi tertinggi yaitu 47,22%;
 - e. Pada tingkat kemampuan penalaran siswa aspek memeriksa kesahihan suatu argumen, kategori amat rendah mempunyai frekuensi tertinggi yaitu 30,56%;
 - f. Pada tingkat kemampuan penalaran siswa aspek menentukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi, kategori cukup baik mempunyai frekuensi tertinggi yaitu 41,67%;
 - g. Pada tingkat kemampuan penalaran siswa dalam menyelesaikan soal cerita materi FPB dan KPK kelas VII B SMP Negeri Jember, kategori cukup baik mempunyai frekuensi tertinggi yaitu 27,78%.
2. Aspek kemampuan penalaran yang jarang muncul dalam penyelesaian siswa adalah pada aspek memeriksa kesahihan suatu argumen yang frekuensinya 30,56%.³⁹

³⁹ R. Azmil Musthafa, *Analisis tingkat kemampuan penalaran siswa...*, hal. 6

Tabel 2.3 Persamaan dan Perbedaan Penelitian Terdahulu dengan Penelitian Sekarang

Nama Peneliti	Judul Penelitian	Tahun Terbit	Penelitian	
			Persamaan	Perbedaan
Delima Mei Minola, dkk.	Analisis kemampuan penalaran matematis peserta didik dalam menyelesaikan soal cerita di SMAN 6 Malang	2017	Penelitian ini sama-sama membahas tentang kemampuan penalaran matematis siswa, sama-sama menggunakan instrumen penelitian berupa tes.	Pada penelitian ini peneliti memfokuskan penelitian pada analisis yang berhubungan dengan soal cerita, penelitian ini juga dilakukan pada siswa kelas XI MIPA 4 SMAN Malang, dalam penelitian ini kemampuan penalaran matematis siswa dibagi menjadi tiga kategori yaitu rendah sedang dan tinggi.
Muhammad Anshori, dkk	Analisis kemampuan penalaran matematis siswa kelas XII MIPA SMA Negeri 4 Pontianak	2018	Penelitian ini sama-sama membahas tentang kemampuan penalaran matematis siswa, sama-sama menggunakan instrumen penelitian berupa tes.	Penelitian ini dilakukan pada kelas XII MIPA SMA Negeri 4 Pontianak, dalam penelitian ini indikator penelitian dibagi dalam tiga kategori yaitu rendah, sedang, dan tinggi.

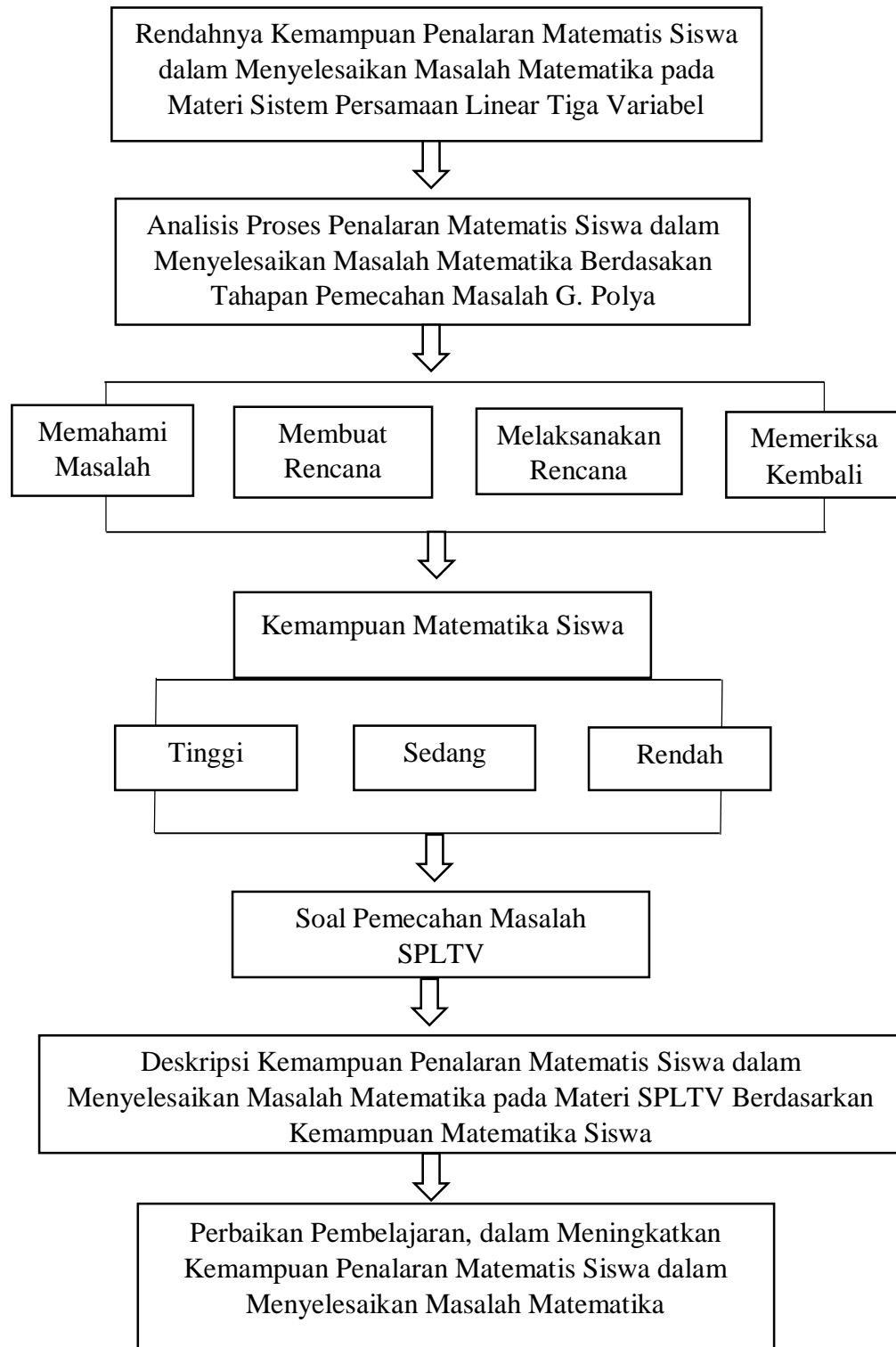
Lanjutan Tabel 2.3

Nama Peneliti	Judul Penelitian	Tahun Terbit	Penelitian	
			Persamaan	Perbedaan
Hamsiah, dkk.	Analisis kemampuan penalaran matematis siswa SMPN 13 Mataram pada materi bangun ruang	2017	Penelitian ini sama-sama membahas tentang kemampuan penalaran matematis siswa, sama-sama menggunakan instrumen penelitian berupa tes.	Penelitian ini dilakukan pada siswa SMP, dengan mengambil materi penelitian pada materi bangun ruang.
Tri Roro Suprihatin, dkk.	Analisis kemampuan penalaran matematis siswa SMP pada materi segitiga dan segiempat	2018	Penelitian ini sama-sama membahas tentang kemampuan penalaran matematis siswa, sama-sama menggunakan instrumen penelitian berupa tes.	Penelitian ini dilakukan pada siswa SMP dengan memfokuskan penelitian pada materi segitiga dan segiempat.
R. Azmil Musthafa, dkk	Analisis tingkat kemampuan penalaran siswa dalam menyelesaikan soal cerita materi FPB dan KPK kelas VII B SMP Negeri 10 Jember	2014	Penelitian ini sama-sama membahas tentang kemampuan penalaran matematis siswa, sama-sama menggunakan instrumen penelitian berupa tes.	Penelitian ini dilakukan pada siswa SMP dengan memfokuskan penelitian pada materi FPB dan KPK.

F. Paradigma Penelitian

Untuk mengetahui kemampuan penalaran matematis siswa kelas X MIPA 5 SMA Negeri 1 Ngunut. Dalam kesempatan ini peneliti menggunakan indikator kemampuan penalaran matematis yang merujuk pada Anisatul Hidayati dan Suryo Widodo dan berdasarkan tahapan pemecahan masalah menurut G. Polya yang mana indikator-indikator tersebut dikelompokkan dalam empat tahapan yaitu memahami masalah (*Understanding the Problem*), membuat rencana penyelesaian (*Devising a Plan*), melaksanakan rencana penyelesaian (*Carrying out the Plan*), dan memeriksa kembali hasilnya (*Looking Back*). Pada masing-masing tahapan tersebut memiliki indikator kemampuan penalaran matematis yang berbeda dan memiliki kriteria sendiri-sendiri. Dengan mengacu pada empat tahapan pemecahan masalah tersebut, peneliti dapat menentukan bagaimana kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan soal pada materi sistem persamaan linear tiga variabel. Untuk memberikan gambaran yang jelas dalam penelitian ini, peneliti menggunakan skema yang digambarkan pada **Bagan 2.1**.

Bagan 2.1 merupakan gambaran dari proses penelitian yang akan dilakukan oleh peneliti, yang mana dimulai dari proses pembelajaran dengan materi pokok sistem persamaan linear tiga variabel. Selanjutnya, akan dianalisis bagaimana kemampuan penalaran matematis siswa kelas X MIPA 5 SMAN 1 Ngunut berdasarkan kemampuan matematika siswa dengan menggunakan langkah-langkah menurut G. Polya dalam memecahkan masalah matematika pada materi sistem persamaan linear tiga variabel tersebut.



Bagan 2.1 Skema Penelitian yang akan Digunakan