

## BAB II

### KAJIAN PUSTAKA

#### A. Hakikat Matematika

##### 1. Pengertian Matematika

Istilah Matematika berasal dari kata Yunani “*Mathein*” atau “*Manthenein*”, yang artinya “mempelajari”. Mungkin juga kata tersebut erat hubungannya dengan kata sensekerta “*medha*” atau “*widya*” yang artinya “kepandaian”, “ketahuan” atau “intelegenesi”.<sup>24</sup> Definisi matematika sendiri sampai saat ini belum ada definisi tunggal. Hal ini terbukti adanya banyak definisi matematika yang belum mendapat kesepakatan diantaranya para matematikawan, mereka saling berbeda dalam mendefinisikan matematika, namun yang jelas hakikat matematika dapat diketahui karena obyek penelaahan matematika yaitu sarannya telah diketahui sehingga dapat diketahui pula bagaimana cara berfikir matematika tersebut.<sup>25</sup>

Pengertian matematika diantaranya dijelaskan menurut W. W. Sawyer adalah studi dari semua kemungkinan, maksud dari pola adalah keteraturan yang dapat dimengerti pikiran kita.<sup>26</sup> Sedangkan menurut R.

---

<sup>24</sup> Moch. Masykur Ag & Abdul Halim Fathani, *Mathematical Intelegence: Cara...*, hal.42

<sup>25</sup> Herman Hudoyo, *Pengembangan Kurikulum dan Pengembangan Matematika*, (Malang: Universitas Negeri Malang, 2001), hal.45

<sup>26</sup> Herman Hudoyo, *Mengajar Belajar Matematika*, (Depdikbud, 1998), hal.74

Soedjadi menyebutkan beberapa definisi atau pengertian dengan Matematika menurut sudut pandangnya adalah sebagai berikut:<sup>27</sup>

- a. Matematika adalah cabang ilmu pengetahuan, eksak dan terorganisir.
- b. Matematika adalah pengetahuan tentang bilangan dan kalkulasi.
- c. Matematika adalah pengetahuan tentang penalaran logik dan berhubungan dengan bilangan.
- d. Matematika adalah pengetahuan tentang fakta-fakta kuantitatif dan masalah tentang ruang dan bentuk.
- e. Matematika adalah pengetahuan tentang unsur-unsur yang ketat.

Menurut Abdul Halim Fathani matematika adalah sebuah ilmu pasti yang memang selama ini menjadi induk dari segala ilmu pengetahuan di dunia ini.<sup>28</sup> Selain itu menurut Herman Hudoyo matematika adalah suatu alat untuk mengembangkan cara berpikir.<sup>29</sup>

Menurut Johnson dan Myklehost dalam Mulyono Matematika adalah bahasa simbolis yang fungsi praktisnya mengekspresikan hubungan-hubungan kuantitatif dan keuangan sedangkan fungsi teoritisnya adalah untuk memudahkan berpikir. Sedangkan Leiner mengatakan bahwa selain sebagai bahasa simbolis, matematika juga merupakan bahasa yang universal yang memungkinkan manusia memikirkan, mencatat dan mengkomunikasikan ide mengenai elemen dan kuantitas. Kline juga

---

<sup>27</sup> Soedjadio. R, *Kiat Pendidikan Matematika Di Indonesia, Konstanta Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan*, ( Jakarta: Dirjen Diknas, 2000), hal.11

<sup>28</sup> Abdul Halim Fathani, *Matematika hakikat dan Logika*, (Jogjakarta: AR-RUZZ MEDIA, 2009), hal. 5

<sup>29</sup> Herman Hudoyo, *Pengembangan Kurikulum...*, hal. 45

mengemukakan bahwa selain sebagai bahasa simbolis. Ciri utama matematika adalah penggunaan cara bernalar deduktif tetapi juga tidak merupakan cara bernalar induktif.<sup>30</sup> Reys dkk. mengatakan bahwa matematika itu bukanlah pengetahuan menyendiri yang dapat sempurna karena dirinya sendiri, adanya matematika itu terutama untuk membantu manusia dalam memahami dan menguasai permasalahan sosial, ekonomi dan alam.<sup>31</sup>

Sujono dalam Fathani mengemukakan beberapa pengertian matematika. Pertama, matematika sebagai cabang ilmu pengetahuan yang eksak dan terorganisasi secara sistematis. Kedua, matematika merupakan ilmu pengetahuan tentang penalaran yang logis dan masalah yang berhubungan dengan bilangan. Ketiga, matematika diartikan sebagai ilmu bantu dalam menginterpretasikan berbagai ide dan kesimpulan. Dan Sumardiyono dalam Fathani, secara umum juga mendefinisikan matematika di antaranya: matematika sebagai struktur yang terorganisasi, matematika sebagai alat, matematika sebagai pola pikir deduktif, matematika sebagai cara bernalar, matematika sebagai bahasa artifisial, dan matematika sebagai seni yang kreatif.<sup>32</sup>

Berdasarkan pengertian yang telah disebutkan di atas dapat dikatakan matematika merupakan pola pikir, yakni pola

---

<sup>30</sup> Mulyono Abdurrahman, *Pendidikan Bagi Anak Berkesulitan Belajar*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2003), hal. 252

<sup>31</sup> Erman Suherman. Ar.dkk, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia, 2003), hal. 7

<sup>32</sup> Abdul Halim Fathani, *Matematika Hakikat dan...*, hal. 19-24.

mengorganisasikan dan pembuktian yang membutuhkan penalaran logis tentang bentuk, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan yang lain untuk membantu manusia dalam mengatasi permasalahannya baik dalam bidang sosial, ekonomi, dan alam.

## 2. Pembelajaran Matematika

Kamus besar bahasa Indonesia mendefinisikan kata “pembelajaran” berasal dari kata “ajar” yang berarti petunjuk yang diberikan kepada orang supaya diketahui atau dituntut, sedangkan pembelajaran berarti proses, cara, perbuatan menjadikan orang atau makhluk hidup belajar.<sup>33</sup> Sedangkan menurut Kimble dan Garnezy dalam Thobroni dan Mustofa, pembelajaran adalah suatu perubahan perilaku yang relatif tetap dan merupakan hasil praktik yang diulang-ulang.<sup>34</sup>

Disamping itu, Ruseffendi dalam Erman Suherman mengemukakan bahwa matematika mempelajari tentang pola keteraturan, tentang struktur yang terorganisasikan. Hal itu dimulai dari unsur-unsur yang tidak terdefiniskan (*undefined terms, basic terms, primitive terms*), kemudian pada unsur-unsur yang didefinisikan, ke aksioma/postulat dan akhirnya pada teorema. Konsep-konsep matematika tersusun secara hierarkis, terstruktur, logis dan sistematis

---

<sup>33</sup> Pusat Bahasa Departemen Pendidikan Nasional, *Kamus Besar Indonesia Edisi Ketiga*, (Jakarta: Balai Pustaka, 2007), hal. 17

<sup>34</sup> Muhammad Thobroni dan Arif Mustofa, *Belajar & Pembelajaran Pengembangan Wacana dan Praktik Pembelajaran dalam Pembangunan Nasional*, (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2013), hal. 18

mulai dari konsep yang paling sederhana sampai pada konsep yang paling kompleks.<sup>35</sup>

Pembelajaran matematika menurut Bruner dalam Herman Hudoyo adalah belajar tentang konsep dan struktur matematika yang terdapat dalam materi yang dipelajari serta mencari hubungan antara konsep dan struktur matematika di dalamnya.<sup>36</sup> Pada hakekatnya belajar matematika sangat terkait dengan pola berpikir sistematis, yaitu berpikir merumuskan sesuatu yang dilakukan atau yang berhubungan dengan struktur-struktur yang telah dibentuk dari hal yang ada.

Berdasarkan paparan diatas dapat dikatakan bahwa pembelajaran matematika merupakan proses belajar tentang pola keteraturan, tentang struktur dan konsep pada matematika mulai dari unsur-unsur yang tidak terdefiniskan kemudian pada unsur-unsur yang didefinisikan, aksioma/postulat hingga teorema dan konsep yang paling sederhana sampai konsep yang paling kompleks.

Pada proses pembelajaran matematika, para siswa dibiasakan untuk memperoleh pemahaman melalui pengalaman tentang sifat-sifat yang dimiliki dan yang tidak dimiliki dari sekumpulan objek (abstraksi). Melalui pengamatan contoh-contoh dan bukan contoh diharapkan siswa mampu menangkap pengertian suatu konsep. Selanjutnya dengan abstraksi ini, siswa dilatih untuk membuat perkiraan, terkaan, atau kecenderungan berdasarkan kepada pengalaman atau pengetahuan yang

---

<sup>35</sup> Erman Suherman. Ar.dkk, *Strategi Pembelajaran...*, hal. 22

<sup>36</sup> Herman Hudoyo, *Mengajar dan Belajar...*, hal. 56

dikembangkan melalui contoh-contoh khusus (generalisasi). Di dalam proses penalarannya dikembangkan pola pikir induktif maupun deduktif. Namun tentu semua itu harus disesuaikan dengan perkembangan kemampuan siswa, sehingga pada akhirnya akan sangat membantu kelancaran proses pembelajaran matematika di sekolah.

Erman Suherman menyebutkan tiga fungsi pembelajaran matematika yaitu :

- a. Sebagai alat untuk memahami dan menyampaikan informasi, misalnya menggunakan tabel-tabel atau model-model matematika untuk menyederhanakan soal-soal cerita atau soal-soal uraian
- b. Sebagai upaya pembentukan pola pikir dalam pemahaman suatu pengertian maupun dalam penalaran suatu hubungan diantara pengertian-pengertian itu.
- c. Sebagai ilmu pengetahuan, dimana matematika senantiasa mencari kebenaran dan mencoba mengembangkan penemuan-penemuan dengan mengikuti tata cara yang tepat.<sup>37</sup>

Tujuan pembelajaran telah dijelaskan dalam Permendiknas Nomor 22 Tahun 2006, yaitu agar siswa mampu:

- a. Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, efisien dan tepat dalam pemecahan masalah;

---

<sup>37</sup> Erman Suherman. Ar.dkk, *Strategi Pembelajaran...*, hal. 56-57

- b. Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika;
- c. Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh;
- d. Mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah;
- e. Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki keingintahuan, perhatian dan minat dalam mempelajari matematika serta sikap ulet dan percaya diri dalam memecahkan masalah.<sup>38</sup>

## **B. Penalaran**

Menurut Lithner, penalaran adalah pemikiran yang diadopsi untuk menghasilkan pernyataan dan mencapai kesimpulan pada pemecahan masalah yang tidak selalu didasarkan pada logika formal sehingga tidak terbatas pada bukti.<sup>39</sup> Berdasarkan hal tersebut bahwa penalaran merupakan suatu kegiatan, suatu proses, suatu aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang benar.

Menurut R.G Soekadijo penalaran diartikan sebagai proses berfikir dengan bertolak dari pengamatan indera atau observasi empirik berdasarkan

---

<sup>38</sup> Nita Putri Utami dkk, "Kemampuan Penalaran Matematis...", hal. 7.

<sup>39</sup> Cita Dwi Rosita, "Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematis: Apa, Mengapa, dan Bagaimana Ditingkatkan pada Mahasiswa", dalam jurnal *Euclid*, Vol. 1, No. 1, hal. 33

sejumlah proposisi yang diketahui atau dianggap benar, orang lalu menyimpulkan sebuah proposi baru yang sebelumnya tidak diketahui.<sup>40</sup>

Suria Sumantri mengemukakan bahwa penalaran adalah suatu proses berfikir dalam menarik sesuatu kesimpulan yang berupa pengetahuan. Penalaran ini menghasilkan pengetahuan yang dikaitkan dengan kegiatan berfikir yang mempunyai karakteristik tertentu dalam menemukan kebenaran.<sup>41</sup>

Sebagaimana yang ditulis Suria Sumantri bahwa sebagai suatu kegiatan berfikir maka penalaran mempunyai ciri-ciri tertentu, yaitu adanya pola berfikir yang biasa disebut logika, dan bersifat analitik dari proses berfikirnya.<sup>42</sup>

1. Adanya suatu pola berfikir yang secara luas dapat disebut logika. Dalam hal ini maka dapat dikatakan bahwa tiap bentuk penalaran mempunyai bentuk logikanya sendiri. Atau dapat disimpulkan bahwa kegiatan penalaran merupakan proses berfikir logis, dimana berfikir logis disini harus diartikan sebagai kegiatan berfikir menurut suatu pola tertentu.
2. Sifat analitik dari proses berfikirnya. Penalaran merupakan kegiatan berfikir yang menyadarkan diri kepada suatu analisis, dan kerangka berfikir yang dipergunakan untuk analisis tersebut adalah logika penalaran yang bersangkutan. Artinya penalaran ilmiah merupakan suatu kegiatan

---

<sup>40</sup> R.G. Soekadijo, *Logika Dasar*, (Jakarta, Gramedia Pustaka Utama, 1994), hal. 6

<sup>41</sup> Jujun S. Suria Sumantri, *Filsafat Ilmu Sebuah Pengantar*, (Jakarta: Pustaka Sinar Harapan, 2002), hal. 42

<sup>42</sup> *ibid*, hal. 43



analisis yang mempergunakan logika ilmiah, dan demikian juga penalaran lainnya yang mempergunakan logika tersendiri pula

Definisi berbeda diungkapkan oleh Bjuland yang mendefinisikan penalaran berdasarkan pada tiga model pemecahan masalah Polya. Menurutnya, “Penalaran merupakan lima proses yang saling terkait dari aktivitas berpikir matematik yang dikategorikan sebagai *sense-making, conjecturing, convincing, reflecting, dan generalising*”. *Sense-making* terkait erat dengan kemampuan membangun skema permasalahan dan merepresentasikan pengetahuan yang dimiliki. Ketika memahami situasi matematik kemudian mencoba dikomunikasikan kedalam simbol atau bahasa matematik maka pada saat itu juga terjadi proses *sense-making* melalui proses adaptasi dan pengaitan informasi yang baru diperoleh dengan pengetahuan sebelumnya sehingga membentuk suatu informasi baru yang saling berhubungan dalam struktur pengetahuannya. Proses pemaknaan akan tepat tergantung pada *prior experience* dan kualitas *prior knowledge (conceptual framework)* mahasiswa. *Conjecturing* berarti aktivitas memprediksi suatu kesimpulan, dan teori yang didasarkan pada fakta yang belum lengkap dan produk dari proses *conjecturing* adalah strategi penyelesaian. Berargumentasi, dan berkomunikasi matematis merupakan proses kognitif yang memungkinkan mahasiswa untuk dapat melakukan proses ini. *Convincing* berarti melakukan atau mengimplementasikan strategi penyelesaian yang didasarkan pada kedua proses sebelumnya. *Reflecting* berupa aktivitas mengevaluasi kembali ketiga proses yang sudah

dilakukan dengan melihat kembali keterkaitannya dengan teori-teori yang dianggap relevan. Kesimpulan akhir yang diperoleh dari keseluruhan proses kemudian diidentifikasi dan digeneralisasi dalam suatu proses yang disebut *generalising*.<sup>43</sup>

Kegiatan penalaran haruslah diisi dengan materi pengetahuan yang berasal dari suatu sumber kebenaran. Adapun pengetahuan yang dipergunakan dalam penalaran pada dasarnya bersumber pada rasio dan fakta. Dengan demikian sesuai dengan beberapa pengertian yang telah dikemukakan diatas, yang kami maksud penalaran dalam penelitian ini adalah proses berfikir untuk menarik kesimpulan yang berupa pengetahuan pada pemecahan masalah yang tidak selalu didasarkan pada logika formal sehingga tidak terbatas pada bukti.

Dijelaskan pada dokumen Peraturan Dirjen Dikdasmen No.506/C/PP/2004 tentang indikator-indikator penalaran yang harus dicapai oleh siswa. Indikator yang menunjukkan penalaran antara lain adalah:

1. Menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar, dan diagram,
2. Mengajukan dugaan (*conjectures*),
3. Melakukan manipulasi matematika,
4. Memberikan kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi,
5. Menarik kesimpulan dari pernyataan,

---

<sup>43</sup> Cita Dwi Rosita, "Kemampuan Penalaran...", hal. 34

6. Memeriksa kesahihan suatu argumen,
7. Menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.<sup>44</sup>

NCTM menguraikan bahwa kemampuan penalaran matematis adalah jika siswa mampu:

1. Mengetahui pemahaman dan bukti sebagai aspek yang mendasar dalam matematika.
2. Membuat dan menyelidiki dugaan-dugaan matematis.
3. Mengembangkan dan mengevaluasi argumen dan bukti matematis.
4. Memilih dan menggunakan berbagai macam pemahaman dan metode pembuktian.<sup>45</sup>

Berdasarkan pendapat tentang penalaran di atas, maka peneliti mengambil indikator kemampuan penalaran pada penelitian ini sebagai berikut:

1. Mengajukan dugaan (*konjektur*),
2. memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi,
3. menarik kesimpulan dari pernyataan,
4. memeriksa kesahihan suatu argumen,

---

<sup>44</sup> Yenni dan Ragil Setyo Aji, "Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa SMP Melalui Pembelajaran *Numbered Heads Together*", dalam jurnal *Prima*, vol. V, No. II, Juli 2016, hal 73.

<sup>45</sup> Junaidi, "Pengembangan Soal Model PISA pada Konten Change and Relationship untuk Mengetahui Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Sekolah Menengah Pertama", dalam *Jurnal Pendidikan Matematika*, volume 7, no. 2, Juli 2013, hal. 41.

## C. Soal Matematika PISA

### 1. PISA

PISA (*Programme for International Student Assessment*) merupakan salah satu program evaluasi tingkat internasional yang diselenggarakan oleh OECD (*Organization for Cooperation and Development*) setiap tiga tahun sekali sejak tahun 2000. PISA menilai sejauh mana siswa menjelang akhir wajib belajar telah memperoleh beberapa pengetahuan dan keterampilan yang penting untuk partisipasi penuh dalam masyarakat modern, dengan fokus pada membaca, matematika dan sains.

Karakteristik unik PISA meliputi:

- a. Orientasi kebijakan, yang menghubungkan data hasil belajar siswa dengan data tentang karakteristik siswa dan pada faktor-faktor kunci yang membentuk pembelajaran mereka di dalam dan di luar sekolah untuk menarik perhatian pada perbedaan dalam kinerja pola dan mengidentifikasi karakteristik siswa, sekolah dan sistem pendidikan yang memiliki kinerja tinggi standar.
- b. Konsep inovatif "keaksaraan", yang mengacu pada kapasitas siswa untuk menerapkan pengetahuan dan keterampilan dalam kunci bidang-bidang subjek dan untuk menganalisis, beralasan dan berkomunikasi secara efektif saat mereka mengajukan, menafsirkan, dan memecahkan masalah berbagai situasi.

- c. Relevansi dengan pembelajaran seumur hidup, yang tidak membatasi PISA untuk menilai kompetensi siswa dalam mata pelajaran sekolah, tetapi juga meminta mereka untuk melaporkan motivasi mereka sendiri untuk belajar, keyakinan mereka tentang diri mereka dan pembelajaran mereka strategi.
- d. Keteraturan, yang memungkinkan negara untuk memantau kemajuan mereka dalam memenuhi tujuan pembelajaran utama.
- e. Luasnya cakupan geografis dan sifat kolaboratif, yang dalam PISA 2009, mencakup 34 OECD negara anggota dan 41 negara mitra dan ekonomi.<sup>46</sup>

## 2. Soal Matematika PISA

Wardhani mengemukakan bahwa soal PISA menuntut kemampuan penalaran dan pemecahan masalah. Kemudian Setiawan mengemukakan soal PISA selain menuntut kemampuan penalaran juga menuntut kemampuan analisis, evaluasi dan kreasi dalam pengerjaannya.<sup>47</sup> Karakteristik soal matematika PISA adalah menuntut siswa untuk melatih kemampuan matematika karena tidak ada petunjuk yang jelas pada soal. Siswa dituntut untuk memadukan semua konsep yang telah dipelajari untuk menemukan hasil penyelesaian.<sup>48</sup> Jadi, dalam menyelesaikan soal

---

<sup>46</sup> OCED, *PISA 2009 Results: What a School Successful? - Resources, Policies and Practices (Volume IV)*, OCED Publishing, 2010, hal. 17

<sup>47</sup> Dian Kurniawati dkk, "Kemampuan Berpikir Tingkat...", hal. 143-155.

<sup>48</sup> Ratih Maharani dan Ika Kurniawati, "Kemampuan Literasi Matematika...", hal. 456.

matematika PISA siswa dituntut untuk menggunakan kemampuan penalarannya.

OECD dalam Rahmah bahwa PISA meliputi tiga komponen mayor dari domain matematika, yaitu konteks, konten, dan kompetensi yang dijelaskan sebagai berikut.<sup>49</sup>

a. Konten (*Content*)

Sesuai dengan tujuan PISA untuk menilai kemampuan siswa menyelesaikan masalah real (*students' capacity to solve real problems*), maka masalah pada PISA meliputi konten (*content*) matematika yang berkaitan dengan fenomena. Dalam PISA fenomena ini dikenal dengan *over-arching ideas*. Karena domain matematika banyak dan bervariasi, tidak mungkin untuk mengidentifikasi secara lengkap. Oleh karena itu PISA hanya membatasi pada 4 *over-arching ideas* yang utama, yaitu perubahan dan hubungan (*change and relationship*), ruang dan bentuk (*Space and Shape*), kuantitas (*Quantity*), dan ketidakpastian dan data (*Uncertainty and data*).

OECD juga menguraikan masing-masing konten matematika seperti berikut.

- 1) Perubahan dan hubungan (*Change and relationship*), merupakan kejadian/peristiwa dalam *setting* yang bervariasi seperti pertumbuhan organisma, musik, siklus dari musim, pola dari cuaca, dan kondisi ekonomi. Kategori ini berkaitan dengan aspek konten matematika pada

---

<sup>49</sup> Rahmah Johar, *Domain Soal PISA untuk Literasi Matematika*, Jurnal Peluang, Volume 1, Nomor 1, Oktober 2012, hal. 33-35

kurikulum yaitu fungsi dan aljabar. Bentuk aljabar, persamaan, pertidaksamaan, representasi dalam bentuk tabel dan grafik merupakan sentral dalam menggambarkan, memodelkan, dan perubahan dari suatu fenomena. Interpretasi data juga merupakan bagian yang esensial dari masalah pada kategori *Change and relationship*.

- 2) Ruang dan bentuk (*Space and Shape*), meliputi fenomena yang berkaitan dengan dunia visual (*visual world*) yang melibatkan pola, sifat dari objek, posisi dan orientasi, representasi dari objek, pengkodean informasi visual, navigasi, dan interaksi dinamik yang berkaitan dengan bentuk yang riil. Kategori ini melebihi aspek konten geometri pada matematika yang ada pada kurikulum.
- 3) Kuantitas (*Quantity*), merupakan aspek matematis yang paling menantang dan paling esensial dalam kehidupan. Kategori ini berkaitan dengan hubungan bilangan dan pola bilangan, antara lain kemampuan untuk memahami ukuran, pola bilangan, dan segala sesuatu yang berhubungan dengan bilangan dalam kehidupan sehari-hari, seperti menghitung dan mengukur benda tertentu. Termasuk ke dalam konten kuantitas ini adalah kemampuan bernalar secara kuantitatif, mempresentasikan sesuatu dalam angka, memahami langkah-langkah matematika, berhitung di luar kepala (*mental calculation*), dan melakukan penaksiran (*estimation*).
- 4) Ketidakpastian dan data (*Uncertainty and data*). Ketidakpastian merupakan suatu fenomena yang terletak pada jantungnya analisis

matematika (*at the heart of mathematical analysis*) dari berbagai situasi. Teori statistik dan peluang digunakan untuk penyelesaian fenomena ini. Kategori *Uncertainty and data* meliputi pengenalan tempat dari variasi suatu proses, makna kuantifikasi dari variasi tersebut, pengetahuan tentang ketidakpastian dan kesalahan dalam pengukuran, dan pengetahuan tentang kesempatan/peluang (*chance*). Presentasi dan interpretasi data merupakan konsep kunci dari kategori ini.

b. Konteks (*Context*)

Masalah (dan penyelesaiannya) bisa muncul dari situasi atau konteks yang berbeda berdasarkan pengalaman individu. Oleh karena itu, soal-soal yang diberikan dalam PISA disajikan sebagian besar dalam situasi dunia nyata sehingga dapat dirasakan manfaat matematika itu untuk memecahkan permasalahan kehidupan keseharian. Situasi merupakan bagian dari dunia nyata siswa dimana masalah (tugas) ditempatkan. Sedangkan konteks dari item soal merupakan *setting* khusus dari situasi. Pemilihan strategi dan representasi yang cocok untuk menyelesaikan sering masalah bergantung pada konteks yang digunakan.

Soal untuk PISA melibatkan empat konteks, yaitu berkaitan dengan situasi/konteks pribadi (*personal*), pekerjaan (*occupational*), /umum (*societal*), dan ilmiah (*scientific*) dengan kategori konten meliputi. Berikut uraian masing-masing.



- 1) Konteks pribadi yang secara langsung berhubungan dengan kegiatan pribadi siswa sehari-hari. Dalam menjalani kehidupan sehari-hari tentu para siswa menghadapi berbagai persoalan pribadi yang memerlukan pemecahan secepatnya. Matematika diharapkan dapat berperan dalam menginterpretasikan permasalahan dan kemudian memecahkannya.
- 2) Konteks pekerjaan yang berkaitan dengan kehidupan siswa di sekolah dan atau di lingkungan tempat bekerja. Pengetahuan siswa tentang konsep matematika dapat membantu untuk merumuskan, melakukan klasifikasi masalah, dan memecahkan masalah pendidikan dan pekerjaan pada umumnya.
- 3) Konteks umum yang berkaitan dengan penggunaan pengetahuan matematika dalam kehidupan bermasyarakat dan lingkungan yang lebih luas dalam kehidupan sehari-hari. Siswa dapat menyumbangkan pemahaman mereka tentang pengetahuan dan konsep matematikanya itu untuk mengevaluasi berbagai keadaan yang relevan dalam kehidupan di masyarakat.
- 4) Konteks ilmiah yang secara khusus berhubungan dengan kegiatan ilmiah yang lebih bersifat abstrak dan menuntut pemahaman dan penguasaan teori dalam melakukan pemecahan masalah matematika.

c. Kelompok Kompetensi (*Competencies Cluster*)

Kompetensi pada PISA diklasifikasikan atas tiga kelompok (*cluster*), yaitu: reproduksi, koneksi, dan refleksi.

- 1) Kelompok reproduksi

Pertanyaan pada PISA yang termasuk dalam kelompok reproduksi meminta siswa untuk menunjukkan bahwa mereka mengenal fakta, objek-objek dan sifat-sifatnya, ekivalensi, menggunakan prosedur rutin, algoritma standar, dan menggunakan *skill* yang bersifat teknis. Item soal untuk kelompok ini berupa pilihan ganda, isian singkat, atau soal terbuka (yang terbatas).

2) Kelompok koneksi

Pertanyaan pada PISA yang termasuk dalam kelompok koneksi meminta siswa untuk menunjukkan bahwa mereka dapat membuat hubungan antara beberapa gagasan dalam matematika dan beberapa informasi yang terintegrasi untuk menyelesaikan suatu permasalahan. Dalam koneksi ini siswa diminta untuk menyelesaikan masalah yang non-rutin tapi hanya membutuhkan sedikit translasi dari konteks ke model (dunia) matematika.

3) Kelompok Refleksi

Pertanyaan pada PISA yang termasuk dalam kelompok refleksi ini menyajikan masalah yang tidak terstruktur (*unstructured situation*) dan meminta siswa untuk mengenal dan menemukan ide matematika dibalik masalah tersebut. Kompetensi refleksi ini adalah kompetensi yang paling tinggi dalam PISA, yaitu kemampuan bernalar dengan menggunakan konsep matematika. Mereka dapat menggunakan pemikiran matematikanya secara mendalam dan menggunakannya untuk memecahkan masalah. Dalam melakukan refleksi ini, siswa

melakukan analisis terhadap situasi yang dihadapinya, menginterpretasi, dan mengembangkan strategi penyelesaian mereka sendiri.

#### **D. Soal Matematika PISA dengan Konten *Change and Relationship***

Perubahanhan dan hubungan (*Change and relationship*), merupakan kejadian/peristiwa dalam *setting* yang bervariasi seperti pertumbuhan organisma, musik, siklus dari musim, pola dari cuaca, dan kondisi ekonomi. Kategori ini berkaitan dengan aspek konten matematika pada kurikulum yaitu fungsi dan aljabar. Bentuk aljabar, persamaan, pertidaksamaan, representasi dalam bentuk tabel dan grafik merupakan sentral dalam menggambarkan, memodelkan, dan perubahan dari suatu fenomena. Interpretasi data juga merupakan bagian yang esensial dari masalah pada kategori *Change and relationship*.<sup>50</sup>

Keseluruhan soal-soal PISA dengan konten *Change and Relationship* berfokus pada kebutuhan untuk kuantifikasi. Aspek penting meliputi pemahaman ukuran relatif, pengakuan pola numerik, dan kemampuan untuk menggunakan angka untuk mewakili atribut kuantitatif objek dunia nyata. Pada konten ini juga berkaitan dengan pokok pelajaran aljabar. Hubungan matematika sering dinyatakan dengan persamaan atau hubungan yang bersifat umum, seperti penambahan, pengurangan, dan

---

<sup>50</sup> IWS Putri dkk, “Analisis Soal PISA Konten *Change And Relationship* Untuk Mengukur Kemampuan Komunikasi Matematis Dan Penalaran Siswa”, dalam Seminar Nasional Pendidikan, 30 Mei 2015 di Universitas Jember, hal. 2.

pembagian. Hubungan itu juga dinyatakan dalam berbagai simbol aljabar, grafik, bentuk geometris, dan tabel. Oleh karena setiap representasi simbol itu memiliki tujuan dan sifatnya masing-masing, proses penerjemahannya sering menjadi sangat penting dan menentukan sesuai dengan situasi dan tugas yang harus dikerjakan. Steward dalam OECD merekomendasikan mengenai pola perubahan, yaitu:<sup>51</sup>

1. menampilkan perubahan yang ada dalam bentuk komprehensif;
2. memahami jenis perubahan fundamental;
3. mengenali perubahan tipe tertentu ketika hal tersebut terjadi;
4. menerapkan teknik ini ke dunia luar;
5. mengendalikan perubahan alam semesta untuk hasil terbaik.

#### **E. Penelitian Terdahulu**

Adapun penelitian terdahulu yang mendukung penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penelitian yang dilakukan oleh Wahyu Widia Pangestika dengan judul “Pengembangan soal serupa PISA konten *space and Shape* untuk mengukur kemampuan penalaran siswa “. Mengatakan bahwa hasil tes keseluruhan dengan nilai rata-rata kemampuan penalaran matematis 63,11, termasuk pada kategori kemampuan penalaran matematis yang baik, walaupun masih ada siswa yang masuk pada kategori kemampuan penalaran cukup. Namun dari hasil juga dapat dikatakan bahwa soal model

---

<sup>51</sup> OCED, *PISA 2012 Assesment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Finansial Literacy*, OCED Publising, 2003, hal. 33-34

PISA yang dikembangkan dikategorikan valid dan praktis serta memiliki efek potensial terhadap penalaran matematis siswa.<sup>52</sup>

2. Penelitian yang dilakukan oleh Rialita Fitri Azizah, Sunardi dan Dian Kurniati dengan judul “Penalaran Matematis dalam Menyelesaikan Soal PISA pada Siswa Usia 15 Tahun di SMA Negeri 1 Jember”, menyatakan bahwa dari hasil analisis data, (1) siswa berkemampuan matematika rendah memiliki kecenderungan dalam penalaran matematis yaitu dapat menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal secara lengkap tanpa menggunakan simbol, dapat menuliskan satu strategi pengerjaan namun langkah-langkah penyelesaiannya kurang lengkap atau terdapat bagian yang salah serta dapat melaksanakan satu strategi yang benar, dapat menuliskan hasil akhir yang benar dengan disertai satuan serta sesuai dengan pekerjaan yang ditulis, dan memeriksa setiap langkah strategi pemecahan masalah baik perhitungan maupun penggunaan rumus sebanyak satu kali. (2) Siswa berkemampuan matematika sedang memiliki kecenderungan dalam penalaran matematis yaitu dapat menuliskan apa yang diketahui dalam soal dan apa yang ditanyakan dalam soal secara lengkap tanpa menggunakan simbol, dapat menuliskan satu strategi dengan benar dan mampu melaksanakan strategi tersebut dengan tepat dan sistematis, dapat menuliskan hasil akhir yang benar disertai dengan satuan serta sesuai dengan pekerjaan yang ditulis, melakukan pemeriksaan pada setiap langkah strategi pemecahan masalah terhadap perhitungan tanpa

---

<sup>52</sup> Wahyu Widia Pangestika, “pengembangan soal PISA konten space and Shape Untuk Mengukur Kemampuan Penalaran Siswa”, (Surakarta: Publikasi Ilmiah, 2016).

memeriksa tepat tidaknya rumus yang digunakan. (3) Siswa berkemampuan matematika tinggi memiliki kecenderungan dalam penalaran matematis yaitu dapat menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal secara lengkap tanpa menggunakan simbol, dapat menuliskan dan melaksanakan satu strategi dengan benar dengan tepat dan sistematis, dapat menuliskan hasil akhir yang benar disertai satuan serta sesuai dengan pekerjaan yang ditulis, melakukan pemeriksaan pada setiap langkah strategi pemecahan masalah terhadap perhitungan dan penggunaan rumus sebanyak satu kali.<sup>53</sup>

3. Penelitian yang dilakukan oleh Ratih Maharani dan Ika Kurniasari dengan judul “Kemampuan Literasi Matematika Siswa Kelas X SMAN 1 Mojo dalam Menyelesaikan Soal Model *Programme For International Student Assessment* (PISA) Ditinjau dari Kemampuan Matematika”. Dari hasil penelitian yang dilakukan menunjukkan bahwa: 1) Siswa berkemampuan matematika tinggi dapat memahami permasalahan yang disajikan dan menulisnya pada tes tertulis. Siswa dapat menjabarkan proses menemukan penyelesaian pada tes tertulis. Siswa dapat memberikan argumen untuk mengaitkan hasil penyelesaian dengan konteks nyata. 2) Siswa berkemampuan matematika sedang dapat memahami permasalahan yang disajikan. Siswa dapat memberikan argumen untuk mengaitkan hasil penyelesaian dengan konteks nyata. 3) Siswa berkemampuan matematika rendah memahami permasalahan yang disajikan. Siswa tidak dapat

---

<sup>53</sup> Azizah, dkk, “Penalaran Matematis dalam ...”, hal. 102-103.

menentukan konsep dengan tepat karena ide awal yang dipikirkan salah. Siswa tidak dapat mengaitkan hasil penyelesaian nomor 1 dengan konteks nyata.<sup>54</sup>

4. Penelitian yang dilakukan oleh Anni Malihatul Hawa dengan judul “Analisis Kemampuan Siswa Menyelesaikan Soal Matematika Bertipe PISA”, mengemukakan bahwa hasil analisis kemampuan siswa dari Segi Konten, Proses dan Konteks dalam menyelesaikan soal matematika bertipe PISA meliputi kelompok berikut : (1) Siswa mampu menguasai konten matematika dalam mengerjakan soal matematika bertipe PISA. Selain itu soal matematika bertipe PISA ini membuat siswa mudah mengerjakan soal matematika walaupun konten matematika yakni ruang dan bentuk, perubahan dan keterkaitan dan bilangan dalam tes matematika bertipe PISA menurut siswa adalah sulit, namun dengan soal bertipe PISA siswa mampu untuk menyelesaikannya. Kemampuan siswa dalam menguasai konten matematika berkategori baik, karena soalnya dibuat dengan konten yang jelas maka soal lebih mengarah dan mudah diuraikan oleh siswa. Kemampuan penguasaan proses matematika dalam menyelesaikan soal matematika bertipe PISA berkembang dengan sendirinya setelah siswa mengerjakan soal bertipe PISA. Bisa dikatakan bahwa soal bertipe PISA ini dapat merangsang kemampuan penguasaan proses matematika dalam mengerjakan soal Matematika dengan kemampuannya serta menggunakan formula yang tepat khususnya pada kategori *mathematising*, *reasoning*

---

<sup>54</sup> Ratih Maharani dan Ika Kurniasari, “Kemampuan Literasi Matematika...”, hal. 455.

*and argument, problem solving dan using mathematic tools.* (3)

Kemampuan penguasaan konteks matematika siswa memiliki kategori baik yakni dapat memperjelas siswa dalam penyelesaian soal-soal, kemampuan penguasaan konteks matematika yang baik memudahkan siswa dalam menemukan cara dan jawaban yang tepat dalam mengerjakan soal matematika bertipe PISA. Bisa dikatakan bahwa siswa mampu menguasai konteks matematika khususnya pada kategori umum dan sains.<sup>55</sup>

5. Penelitian yang dilakukan oleh Hidayati dan Widodo dengan judul “Proses Penalaran Matematis Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika pada Materi Pokok Dimensi Tiga Berdasarkan Kemampuan Siswa di SMA Negeri 5 Kediri”. Menyimpulkan tentang proses penalaran matematis siswa dengan kemampuan rendah, sedang, dan tinggi dalam memecahkan masalah berdasarkan tahap-tahap pemecahan masalah sebagai berikut: (1) Subjek dengan kemampuan matematika rendah (SR) menunjukkan proses penalaran matematisnya dalam memecahkan masalah kecuali pada tahap membuat rencana pemecahan masalah dan tahap melaksanakan rencana pemecahan masalah. Karena pada tahap membuat rencana pemecahan masalah tersebut SR hanya menunjukkan proses bernalar untuk menyusun rencana yang berupa langkah-langkah pemecahan masalah berdasarkan pengetahuan yang dimiliki dengan satu rencana pemecahan saja. Sedangkan pada tahap melaksanakan rencana pemecahan masalah SR tidak dapat bernalar saat melakukan operasi hitung

---

<sup>55</sup> Anni Malihatul Hawa, “Analisis Kemampuan Siswa Menyelesaikan Soal Matematika Bertipe PISA”, dalam *SNEP II* Tahun 2014, hal. 898.



terbukti dengan kesalahan pada beberapa operasi hitung yang dilakukan saat memecahkan masalah. (2) Subjek dengan Kemampuan Matematika Sedang (SS) menunjukkan proses penalaran matematisnya pada setiap tahap memecahkan masalah kecuali tahap melaksanakan rencana pemecahan masalah. Karena pada tahap melaksanakan rencana pemecahan SS hanya dapat bernalar saat memecahkan masalah dengan satu rencana saja dan tidak dapat bernalar saat memecahkan masalah menggunakan rencana pemecahan lain yang telah direncanakan sebelumnya pada tahap membuat rencana pemecahan masalah. (3) Subjek dengan kemampuan matematika tinggi (ST) menunjukkan proses penalaran matematisnya pada setiap tahap memecahkan masalah yaitu memahami masalah, membuat rencana pemecahan masalah, melaksanakan rencana pemecahan masalah, dan memeriksa kembali pemecahan masalah.<sup>56</sup>

Tabel 2.1  
Persamaan dan Pertidaksamaan Penelitian Terdahulu terhadap Penelitian Sekarang

No	Aspek	Penelitian Terdahulu					Penelitian Sekarang
		Wahyu W.P	Azizah dkk	Ratih M. & Ika K.	Anni M.H	Hidayati & Widodo	
1.	Judul	Pengembangan Soal Serupa PISA Konten <i>Space and Shape</i> Untuk Mengukur Kemampuan Penalaran Siswa	Penalaran Matematis dalam Menyelesaikan Soal PISA pada Siswa Usia 15 Tahun di SMA Negeri 1 Jember	Kemampuan Literasi Matematika Siswa Kelas X SMAN 1 Mojo dalam Menyelesaikan Soal Model <i>Programme For</i>	Analisis Kemampuan Siswa Menyelesaikan Soal Matematika Bertipe PISA	Proses Penalaran Matematis Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika pada Materi Pokok Dimensi Tiga	Analisis Penalaran Siswa Kelas X dalam Menyelesaikan Soal Matematika PISA pada Konten <i>Change and Relationship</i>

<sup>56</sup> Hidayati dan Widodo, "Proses Penalaran Matematis...", hal. 140-141.

				<i>International Student Assessment (PISA)</i> Ditinjau dari Kemampuan Matematika		Berdasarkan Kemampuan Siswa di SMA Negeri 5 Kediri	
2.	Subyek	Siswa kelas IX SMP N 1 Jatiroto	Siswa usia 15 tahun di kelas X MIPA 1 dan X MIPA 3	Siswa kelas X SMAN 1 Mojo	Siswa kelas IX SMP Negeri 1 Gemolong	Siswa kelas X SMA Negeri 5 Kediri	Siswa kelas X di SMK Negeri 1 Bandung
3.	Materi	Soal model PISA pada konten <i>Space and Shape</i>	Soal PISA	Soal PISA konten data, aljabar, geometri, ukuran dan bilangan	Soal matematika Bertipe PISA berdasarkan konten, konteks dan proses	Dimensi Tiga	Soal matematika PISA dengan konten <i>change and relationship</i> .
4.	Pendekatan		Deskriptif	Deskriptif	Deskriptif	Deskriptif	Deskriptif
5.	Jenis Penelitian	Penelitian pengembangan atau <i>research and development (R&amp;D)</i>	Kualitatif	Kualitatif	Kualitatif	Kualitatif	Kualitatif

## F. Paradigma Penelitian

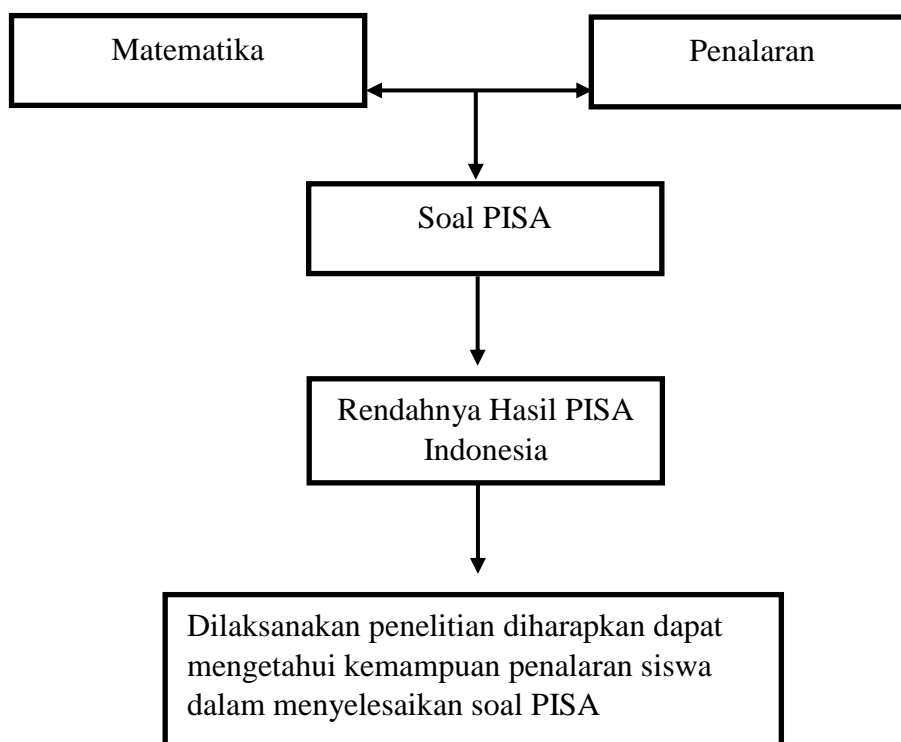
Matematika merupakan ilmu pengetahuan yang erat dalam kehidupan manusia dan memiliki peranan yang penting dalam perkembangan peradaban manusia, sehingga pembelajaran matematika seharusnya mempersiapkan siswa dalam menghadapi masa depan. Salah satu kemampuan yang harus dikuasai dalam pembelajaran matematika adalah penalaran. Hal tersebut karena materi penalaran dan matematika merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan, yaitu penalaran dipahami dan dilatih melalui belajar materi matematika dan materi matematika dipahami melalui penalaran.

Kemampuan penalaran dapat melatih siswa untuk ikut terlibat berpikir dan mempertimbangkan sesuatu. Saat siswa diberikan sebuah permasalahan, siswa dituntut untuk memberikan dan mengembangkan ide matematikanya melalui kemampuan penalarannya. Jadi, siswa tidak hanya sekedar menerima dari guru dan tidak hanya sekedar memahami konsep ataupun rumus saja. Ide matematika yang dimiliki siswa dapat dikembangkan menjadi sebuah penyelesaian menurut Keman siswa itu sendiri dalam menangani persoalan yang diberikan oleh guru. Dengan Penalaran siswa dirasa mampu mandiri lebih mandiri dalam menggunakan daya pikirnya.

Meskipun kemampuan penalaran sangat penting, namun hasil prestasi kemampuan penalaran siswa masih tergolong rendah. Hal ini terlihat dari hasil PISA. Hasil PISA dari tahun 2000-2015 menempatkan posisi Indonesia pada golongan rendah.

Salah satu cara untuk mengukur kemampuan penalaran matematika yaitu dengan tes PISA. PISA (*Programme for International Student Assessment*) merupakan salah satu program evaluasi tingkat internasional yang diselenggarakan oleh OECD (*Organization for Cooperation and Development*) setiap tiga tahun sekali sejak tahun 2000. Soal matematika PISA menuntut siswa untuk melatih kemampuan matematika karena tidak ada petunjuk yang jelas pada soal. Siswa dituntut untuk memadukan semua konsep yang telah dipelajari untuk menemukan hasil penyelesaian. Jadi, dalam menyelesaikan soal PISA siswa dituntut menggunakan kemampuan penalarannya.

Dalam penelitian yang berjudul “Analisis Penalaran Siswa Kelas X dalam Menyelesaikan Soal Matematika PISA pada Konten *Change and Relationship*”, peneliti bermaksud untuk mengetahui kemampuan penalaran siswa kelas X dalam menyelesaikan soal matematika PISA dengan konten *change and relationship* di SMK Negeri 1 Bandung.



Bagan 2.1 Paradigma Penelitian