

BAB II

LANDASAN TEORI

A. Hakikat Matematika

1. Definisi Matematika

Matematika merupakan salah satu bidang studi yang ada pada semua jenjang pendidikan, mulai dari tingkat sekolah dasar (SD) sampai perguruan tinggi. Bahkan matematika diajarkan di taman kanak – kanak (TK) secara informal. Matematika merupakan salah satu disiplin ilmu yang dapat meningkatkan kemampuan berpikir dan berargumentasi. Kebutuhan akan aplikasi matematika saat ini dan masa depan tidak hanya untuk kebutuhan sehari-hari, tetapi dalam dunia kerja untuk mendukung perkembangan ilmu pengetahuan. Oleh karena itu, matematika sebagai ilmu dasar perlu dikuasai dengan baik oleh siswa.²² Akan tetapi tidak sedikit diantara kita yang belum benar-benar paham tentang apa sebenarnya matematika itu.

Istilah matematika berasal dari kata Yunani “mathein” atau “manthanein” yang artinya “mempelajari”. Mungkin juga, kata tersebut erat hubungannya dengan kata Sanskerta, “medha” atau “widya” yang artinya “kepandaian”, “ketahuan” atau “intelegensia”.²³ Dalam buku *Landasan Matematika*, Andi Hakim Nasution tidak menggunakan istilah “ilmu pasti” dalam menyebut istilah matematika. Kata “ilmu pasti” merupakan terjemahan dari Bahasa Belanda

²² Fatrima Santri Syafri, *Pembelajaran Matematika Pendidikan Guru SD/MI* (Yogyakarta: Matematika, 2016) hal. 1

²³ Hardi Suyitno, *Filsafat Matematika* (Semarang: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Semarang, 2014) hal. 12

“*wiskunde*”. Kemungkinan besar bahwa kata “wis” ini ditafsirkan sebagai “pasti”, karena di dalam bahasa Belanda ada ungkapan “*wis zeker*” : “*zeker*” berarti “pasti”, tetapi “wis” di sini lebih dekat artinya ke “wis” dari kata “*wisdom*” dan “*wissenscraft*”, yang erat hubungannya dengan “*widya*”. Karena itu, “*wiskunde*” sebenarnya harus diterjemahkan sebagai “ilmu tentang belajar” yang sesuai dengan arti “*mathein*” pada matematika.²⁴

Menurut Hudojo dalam proses belajar matematika juga terjadi proses berpikir, sebab seseorang dikatakan berpikir apabila orang itu melakukan kegiatan mental, dan orang yang belajar matematika mesti melakukan kegiatan mental. Dalam berpikir, orang menyusun hubungan-hubungan antara bagian-bagian informasi yang telah direkam dalam pikirannya sebagai pengertian-pengertian. Dari pengertian tersebut, terbentuklah pendapat yang pada akhirnya dapat ditarik kesimpulan. Dan tentunya kemampuan berpikir seseorang dapat dipengaruhi oleh tingkat kecerdasannya. Dengan demikian terlihat jelas adanya hubungan antara kecerdasan dengan proses dalam belajar matematika.²⁵

Perlu diketahui, bahwa ilmu matematika itu berbeda dengan disiplin ilmu yang lain. Matematika memiliki bahasa sendiri, yakni bahasa yang terdiri atas simbol-simbol dan angka. Sehingga jika kita ingin belajar matematika dengan baik maka langkah yang harus ditempuh kita harus menguasai bahasa pengantar dalam matematika, harus berusaha memahami makna-makna dibalik lambang dan simbol tersebut.²⁶

²⁴ Mohammad Masykur dan Abdul Halim Fatani, *Mathematical Intelligence: Cara Cerdas Melatih Otak Dan Menanggulangi Kesulitan Belajar*, (Jogjakarta: Ar-ruzz Media, 2007), hal. 42

²⁵ Herman Hudojo, *Mengajar Belajar Matematika*, (Malang: IKIP Malang, 1990) hal. 4

²⁶ Mohammad Masykur dan Abdul Halim Fatani, *Mathematical Intelligence...* hal. 44

Banyak definisi matematika yang dirumuskan oleh pakar matematikawan dan tidak ada definisi yang dapat disepakati oleh semua ahli. Beberapa pendapat tentang matematika antara lain menurut Eves dan Newsom bahwa matematika bersifat abstrak dan berasal dari abstraksi dan generalisasi dari benda-benda khusus dan gejala-gejala umum. Freudenthal mengatakan bahwa matematika adalah suatu aktivitas manusia.²⁷ Matematika dapat dianggap sebagai proses dan alat pemecahan masalah (*mathematika as communication*), proses dan alat penalaran (*mathematics as reasoning*).²⁸

Jonson dan Rising mengatakan definisi matematika sebagai berikut:²⁹

1. Matematika adalah pengetahuan terstruktur, dimana sifat dan teori dibuat secara deduktif berdasarkan unsur-unsur yang didefinisikan atau tidak didefinisikan dan berdasarkan aksioma, sifat, atau teori yang telah dibuktikan kebenarannya.
2. Matematika ialah bahasa simbol tentang berbagai gagasan dengan menggunakan istilah-istilah yang didefinisikan secara cermat, jelas, dan akurat.
3. Matematika adalah seni, dimana keindahannya terdapat dalam keterurutan dan keharmonisan,

Dari beberapa pengertian matematika di atas dapat disimpulkan bahwa matematika merupakan ilmu yang mengkaji tentang suatu hal yang abstrak yang berhubungan dengan bahasa simbol, yang didalamnya terdapat konsep-konsep

²⁷ Hardi Suyitno, *Filsafat Matematika*...hal. 14

²⁸ *Ibid*, hal. 15

²⁹ J. Tombokan Runtukahu & Selpius Kandou, *PEMBELAJARAN MATEMATIKA DASAR BAGI ANAK BERKESULITAN BELAJAR*, (Yogyakarta: Ar- Ruzz Media, 2014) hal. 28

yang saling berhubungan satu dengan lainnya dan dapat membantu aktivitas manusia dalam berbagai hal. Definisi matematika di atas dapat dijadikan landasan awal untuk belajar dan mengajar dalam proses pembelajaran matematika. sehingga diharapkan matematika tidak dianggap sebagai momok yang menakutkan bagi siswa.³⁰ Tetapi sebaliknya matematika akan menjadi sesuatu yang menyenangkan untuk dipelajari oleh siapa saja tidak terkecuali siswa.

2. Karakteristik Matematika

Berdasarkan uraian di atas telah dikemukakan bahwa definisi matematika tidak tunggal. Oleh karena itu secara umum ada beberapa karakteristik matematika yang perlu diketahui, diantaranya sebagai berikut.³¹

1) Memiliki kajian obyek abstrak

Objek dasar dalam matematika yang dipelajari adalah abstrak, sering juga disebut objek mental. Objek-objek itu merupakan objek pikiran. Objek dasar meliputi (1) fakta, (2) konsep, (3) operasi ataupun relasi, (4) prinsip. Dari objek dasar tersebut dapat disusun suatu pola dan struktur matematika.

2) Bertumpu pada kesepakatan

Kesepakatan dalam matematika merupakan tumpuan yang amat penting. Kesepakatan yang amat mendasar adalah konsep primitif dan aksioma. Konsep primitif diperlukan untuk menghindarkan berputar-putar dalam pendefinisian, sedangkan aksioma diperlukan untuk menghindarkan berputar-putar dalam pembuktian.

3) Berpola pikir deduktif

³⁰ Mohammad Masykur dan Abdul Halim Fatani, *Mathematical Intelligence...* hal. 44

³¹ R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia: Konstataasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan*, (Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional, 1999), hal. 13

Matematika sebagai “ilmu” hanya diterima pola pikir deduktif secara sederhana dapat dikatakan pemikiran “yang berpangkal dari hal yang bersifat umum diterapkan atau diarahkan kepada hal yang bersifat khusus”.

4) Memiliki simbol yang kosong dari arti

Dalam matematika jelas terlihat banyak sekali simbol yang digunakan, baik berupa huruf ataupun bukan huruf. Rangkaian simbol-simbol dalam matematika dapat membentuk suatu model matematika. Model matematika dapat berupa persamaan, pertidaksamaan, bangun geometrik tertentu, dan sebagainya. Maka huruf dan tanda tersebut tergantung dari permasalahan yang mengakibatkan terbentuknya model.

5) Memperhatikan semesta pembicaraan

Sehubungan dengan kosongnya arti dari simbol-simbol dan tanda-tanda dalam matematika di atas, menunjukkan dengan jelas bahwa dalam menggunakan matematika diperlukan kejelasan dalam lingkup apa model itu dipakai. Lingkup pembicaraan itulah yang disebut dengan semesta pembicaraan.

6) Konsisten dalam sistemnya

Matematika mempunyai banyak sistem. Ada sistem yang mempunyai kaitan satu sama lain, tetapi juga ada sistem yang dapat dipandang terlepas satu sama lain.

B. Pembelajaran Matematika

Kegiatan mengajar merupakan kegiatan yang paling utama pada saat berlangsungnya proses pendidikan baik di sekolah maupun di lembaga pendidikan

lainnya. Seseorang harus berusaha dengan sungguh-sungguh untuk memperoleh hasil belajar yang memuaskan. Oleh karena itu, untuk memperoleh hasil yang lebih baik perlu didahului dengan kegiatan belajar yang baik pula, karena hanya dengan belajarlah manusia akan memperoleh bermacam-macam ilmu pengetahuan. Belajar merupakan kegiatan yang paling penting dalam proses pembelajaran. Berhasil tidaknya pencapaian tujuan pendidikan tergantung pada proses yang dialami siswa sebagai anak didik. Selain itu, belajar dapat dikatakan sebagai aktivitas manusia yang sangat vital dan secara terus menerus akan dilakukan selama manusia tersebut masih hidup. Manusia mampu hidup sebagai manusia jika ia tidak dididik atau diajar oleh manusia lainnya.³²

Belajar merupakan proses yang bersifat internal (a purely internal event) yang tidak dapat dilihat dengan nyata. Proses itu terjadi di dalam diri seseorang yang sedang mengalami proses belajar. Good dan Brophy dalam bukunya yang berjudul *Educational psychology: a Realistic Approach* mengemukakan arti belajar arti belajar dengan kata-kata yang singkat, yaitu “*Learning is the development of new association as a result of experience*”. Jadi, yang dimaksud “belajar” menurut Good dan Brophy bukan tingkah laku yang tampak, melainkan yang utama adalah prosesnya yang terjadi secara internal di dalam individu dalam usahanya memperoleh hubungan-hubungan baru tersebut dapat berupa antara perangsang-perangsang, antara reaksi-reaksi, atau antara perangsang dan reaksi.³³

Menurut Hilgard dan Bower, Belajar adalah berhubungan dengan perubahan tingkah laku seseorang terhadap sesuatu situasi tertentu yang disebabkan oleh

³² M. Thobroni, *BELAJAR DAN PEMBELAJARAN*, (Yogyakarta: AR-RUZZ MEDIA, 2015) hal. 15

³³ *Ibid*, hal. 16

pengalamannya yang berulang-ulang dalam situasi itu, perubahan tingkah laku tidak dapat dijelaskan atau dasar kecenderungan respons pembawaan, kematangan, atau keadaan-keadaan sesaat, misalnya kelelahan, pengaruh otot dan sebagainya. Sedangkan menurut Witherington, belajar adalah suatu perubahan di dalam kepribadian yang menyatakan diri sebagai suatu pola baru daripada reaksi yang berupa kecakapan, sikap, kebiasaan, kepandaian, atau suatu pengertian.³⁴

Berdasarkan definisi di atas dapat disimpulkan bahwa belajar merupakan suatu proses yang dilakukan individu untuk memperoleh suatu perubahan pada diri individu tersebut yang berbentuk pengetahuan, pemahaman, sikap dan tingkah laku yang relatif menetap, baik yang dapat diamati maupun yang tidak dapat diamati secara langsung yang terjadi sebagai pengalaman dalam interaksinya dengan lingkungan atau yang terjadi sebagai hasil latihan. Menurut Uzer Usman pembelajaran atau proses yang mengandung serangkaian kegiatan guru dan siswa atas dasar hubungan timbal balik yang berlangsung dalam situasi edukatif untuk mencapai tujuan tertentu.³⁵

Dalam uraian di atas telah dijelaskan mengenai proses belajar. Namun, selain proses belajar yang berperan dalam perubahan diri individu juga ada proses pembelajaran. Pengertian pembelajaran secara umum adalah suatu kegiatan yang dilakukan oleh guru sedemikian rupa sehingga tingkah laku siswa menjadi ke arah

³⁴ Muhammad Thobrini & Arif Mustofa, *BELAJAR & PEMBELAJARAN, Pengembangan Wacana dan Praktik Pembelajaran Dalam Pembangunan Nasional*, (Jogjakarta: AR-RUZZ MEDIA, 2011) hal. 19

³⁵ Uzer Usman, dkk. *Menjadi Guru Profesional*, (Bandung: PT. Remaja Rosdakarya, 2011), hal. 14

yang lebih baik.³⁶ Menurut Syaiful segala pembelajaran adalah suatu proses dimana lingkungan seseorang secara disengaja, dikelola untuk memungkinkan ia turut serta dalam tingkah laku dalam kondisi-kondisi khusus atau menghasilkan respon terhadap situasi tertentu, pembelajaran suatu subset khusus dari pendidikan. Sedangkan menurut Dimiyati dkk, pembelajaran adalah kegiatan guru secara terprogram dalam desain instruksional untuk membuat peserta didik belajar secara aktif yang menyediakan pada penyediaan sumber belajar. UUSPN No. 20 Tahun 2003 menyatakan bahwa pembelajaran adalah proses interaksi peserta didik dengan pendidik dan sumber belajar pada suatu lingkungan belajar.³⁷

Berdasarkan uraian di atas, pembelajaran matematika merupakan proses pendidikan dalam lingkup sekolah atau dapat dikatakan hubungan timbal balik dalam situasi belajar mengajar yang sengaja ditunjukkan dalam berbagai bentuk seperti perubahan pemahaman, sikap dan tingkah laku, kemampuan, kecakapan, pengetahuan, dan berbagai aspek lain yang ada pada diri individu dengan pola pikir dan pola mengorganisasikan, pembuktian yang logis yang berkenaan dengan ide-ide atau gagasan-gagasan, struktur-struktur, dan hubungannya. Menyelenggarakan proses pembelajaran matematika yang lebih baik dan bermutu di sekolah adalah suatu keharusan yang tidak dapat ditawar lagi. Sudah bukan zamannya matematika menjadi pelajaran yang menakutkan dan momok bagi siswa di sekolah. Jika selama ini siswa menganggap matematika sebagai ilmu yang abstrak dan kering, penuh dengan rumus-rumus dan soal-soal, maka sudah saatnya bagi siswa untuk menjadi lebih akrab dan familier dengan matematika.

³⁶ Chandra Ertikanto, *TEORI BELAJAR DAN PEMBELAJARAN*, (Yogyakarta: media akademi, 2016) hal 90

³⁷ Giyono, *BIMBINGAN KONSELING*, (Yogyakarta: media akademi, 2015) hal 29

Maka dari itu seorang guru harus dapat menghadirkan pembelajaran matematika yang humanis, efektif, bermakna bagi siswa, berkaitan dengan kehidupan sehari-hari, dan menjadikan siswa berperan aktif dalam memecahkan masalah dalam pembelajaran matematika.³⁸

Pembelajaran matematika di sekolah dapat efektif dan bermakna bagi siswa jika proses pembelajarannya memperhatikan konteks siswa. Konteks nyata dari kehidupan siswa meliputi latar belakang fisik, keadaan sosial, keluarga, politik, agama, ekonomi, budaya, dan kenyataan-kenyataan hidup lainnya. Seperti yang dikatakan Drost, pengertian-pengertian yang dibawa siswa ketika melalui proses belajar, pendapat dan pemahaman, yang diperoleh dari studi sebelumnya atau dari lingkungan hidup mereka, juga perasaan, sikap dan nilai-nilai yang diyakini, semua itu merupakan konteks nyata siswa.³⁹

Dari uraian di atas dapat ditarik kesimpulan bahwa sudah saatnya pembelajaran matematika menjadi hal yang paling menarik untuk siswa. Siswa akan lebih merasa senang jika mampu memecahkan masalahnya sendiri, terutama masalah matematika. Dengan demikian untuk dapat mewujudkan kesenangan dalam diri siswa dan menjadikan pembelajaran matematika lebih bermakna seorang guru harus dapat menghadirkan masalah-masalah kontekstual dan realistik, yaitu masalah-masalah yang sudah dikenal, dekat dengan kehidupan sehari-hari siswa. Masalah kontekstual dapat digunakan sebagai titik awal pembelajaran matematika dalam membantu siswa mengembangkan pengertian

³⁸ Mohammad Masykur dan Abdul Halim Fatani, *Mathematical Intelligence...* hal. 56

³⁹ *Ibid*, hal 58

terhadap konsep matematika yang dipelajari dan juga bisa digunakan sebagai sumber aplikasi matematika.⁴⁰

C. Kemampuan Representasi Matematis

Salah satu permasalahan dalam pembelajaran matematika adalah kemampuan representasi matematis. Kemampuan representasi matematis merupakan salah satu kemampuan yang harus dimiliki siswa dalam mempelajari matematika agar mampu menyampaikan ide-ide matematis dan berbagai permasalahan matematika ke dalam berbagai bentuk, seperti simbol, model matematika, gambar maupun bahasa atau kata-kata sendiri sehingga dapat digunakan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan dalam matematika. Menurut Jones & Knuth representasi adalah model atau bentuk pengganti dari suatu situasi masalah yang digunakan untuk menemukan solusi. Sebagai contoh, suatu masalah dapat direpresentasikan dengan objek, gambar, simbol matematika, atau kata-kata. Sedangkan dalam NCTM representasi merupakan cara yang digunakan seseorang untuk mengkomunikasikan jawaban atau gagasan matematik yang bersangkutan. NCTM juga mengatakan representasi yang dimunculkan oleh siswa merupakan ungkapan-ungkapan dari gagasan-gagasan atau ide-ide matematika yang ditampilkan siswa dalam upayanya untuk mencari solusi dari masalah yang sedang dihadapinya.⁴¹

Menurut Goldin, representasi adalah suatu konfigurasi. Secara umum, representasi adalah suatu konfigurasi yang dapat menyajikan suatu benda dengan

⁴⁰ *Ibid*, hal. 60

⁴¹ Muhammad Sabirin, "Representasi dalam Pembelajaran Matematika", *Jurnal Pendidikan Matematika IAIN Antasari*. Vol. 01, No. 2, 2015, hal. 34, dalam <http://www.neliti.com/publications/121557> diakses 25 November 2018

suatu cara.⁴² Pernyataan tersebut memperlihatkan bahwa kemampuan representasi merupakan salah satu kemampuan yang harus ada dalam proses pembelajaran matematika. Menurut Davis dkk, menyatakan sebuah representasi dapat berupa kombinasi dari sesuatu yang tertulis di atas kertas, sesuatu yang nyata dalam bentuk objek fisik dan susunan ide-ide yang terkonstruksi di dalam pikiran seseorang.⁴³ Dari beberapa pendapat di atas, dapat ditarik kesimpulan bahwa representasi matematis merupakan gagasan matematika / sebuah ide yang dihasilkan dari proses berpikir siswa dan diungkapkan ke dalam bentuk tulisan untuk mewakili suatu situasi masalah yang sedang dihadapi untuk memahami dan menemukan solusi dari masalah tersebut.

Untuk dapat memahami konsep kemampuan representasi siswa dan guru perlu mengetahui gagasan-gagasan yang digunakan dalam memahami konsep representasi. Menurut Pape & Tchoshanov ada empat gagasan yang digunakan dalam memahami konsep representasi, yaitu: (1) representasi dapat dipandang sebagai abstraksi internal dan ide-ide matematika atau skema kognitif yang dibangun oleh siswa melalui pengalaman; (2) sebagai reproduksi mental yang sebelumnya; (3) sebagai sajian secara terstruktur melalui gambar, simbol, ataupun lambang; (4) sebagai pengetahuan tentang sesuatu yang mewakili sesuatu yang lain.⁴⁴

⁴² Mokhammad Ridwan Yudhanegara, dkk. *Meningkatkan Kemampuan Representasi Beragam Matematis Siswa melalui Pembelajaran Berbasis Masalah Terbuka*, 2015, dalam <https://journal.unsika.ac.id/index.php/article/viw/60/60> ,diakses 8 januari 2019

⁴³ Kartini, “Peranan Representasi dalam Pembelajaran Matematika”, <http://eprints.uny.ac.id/id/eprint/7036> , diakses 8 Januari 2019

⁴⁴ Muhammad Sabirin, “Representasi dalam Pembelajaran Matematika”... hal. 34

Menurut Adu-Gyamfi, Representasi terbagi menjadi dua, yaitu representasi eksternal dan representasi internal. Janvier menjelaskan bahwa representasi eksternal menunjukkan wujud secara fisik dari suatu ide matematis. Representasi eksternal meliputi representasi tertulis (verbal), representasi piktorial dan skematik (visual), dan representasi persamaan yang menunjukkan hubungan dua atau lebih kuantitas (simbolik). Sedangkan As'ari mengatakan representasi internal adalah struktur kognitif "*unique*" yang memuat konsep matematika dan konsep-konsep lainnya. Hudiono mengatakan bahwa suatu aktivitas yang menghasilkan bentuk representasi eksternal sebagai suatu bentuk yang dapat diobservasi adalah menggambarkan proses yang terjadi secara internal di dalam pikiran siswa. Skema pengetahuan siswa terbentuk melalui interaksi siswa dengan representasi eksternal. Untuk memikirkan dan mengkomunikasikan gagasan-gagasan matematika, siswa perlu merepresentasikannya dengan cara-cara tertentu. Dengan demikian menurut NCTM, apabila siswa memiliki akses representasi-representasi dari gagasan-gagasan yang mereka tampilkan, maka mereka akan memiliki sekumpulan alat yang siap secara signifikan akan memperluas kapasitas mereka dalam berpikir matematis.⁴⁵

Menurut Albert, "*External representations are the representations we can easily communicate to other people: they are the marks on the paper, the drawings, the geometry sketches, and the equations. Internal representations are*

⁴⁵ Achmad Faruq dkk, "*Representasi (Eksternal-Internal) Pada Penyelesaian Masalah Matematika*". Jurnal Review Pembelajaran Matematika. tahun 2016, hal. 150 dalam <http://jrpm.uinsby.ac.id/index.php/jrpm/article/download/20/20>, diakses 9 Januari 2019

the images we create in our minds for mathematical objects processes".⁴⁶ Dari penjelasan Albert dapat diartikan bahwa: Representasi eksternal adalah representasi dimana kita dapat berkomunikasi secara mudah kepada orang lain dengan membuat tulisan (simbol tertulis), gambar, sketsa geometri ataupun persamaan. Sedangkan representasi internal adalah gambaran dalam mengkreasikan pemikiran kita terhadap objek dan proses matematika.

Berdasarkan uraian di atas dapat ditarik kesimpulan bahwa representasi internal adalah proses berpikir individu dalam menghasilkan ide-ide matematika atau suatu gagasan yang akan digunakan dalam menyelesaikan suatu masalah. Sedangkan, representasi eksternal adalah suatu cara mengkomunikasikan wujud dari pemikiran individu yang diungkapkan melalui berbagai media representasi dalam bentuk tulisan berupa kata-kata, *simbol, tabel, grafik, diagram*, persamaan dan sebagainya, untuk menyelesaikan suatu masalah yang berkaitan dengan matematika.

Kedua representasi tersebut diuraikan lebih rinci oleh Mudzakir ke dalam bentuk-bentuk operasional sebagai berikut:⁴⁷

Tabel 2.1 Bentuk-Bentuk Operasioanl Representasi Matematis

No	Representasi	Bentuk-Bentuk Operasioanl
1	Visual: a. Diagram, grafik, atau tabel b. Gambar	a. Menyajikan kembali data atau informasi dari suatu representasi ke representasi diagram, grafik atau tabel. b. Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah. c. Membuat gambar pola-pola geometri. d. Membuat gambar bangun geometri untuk

⁴⁶ Ummu Aiman, *Pendekatan Pembelajaran Model Eliciting Activities (MEAs) terhadap Kemampuan Representasi Matematis Siswa*, 2015, hal. 12 dalam <http://repository.uinjkt.ac.id/dspace/handle/123456789/24911> diakses 10 Januari 2019

⁴⁷ *Ibid*, hal. 16

		memperjelas masalah dan memfasilitasi penyelesaiannya.
2	Simbolik: Persamaan atau ekspresi matematik.	<ul style="list-style-type: none"> a. Membuat persamaan atau model matematis dari representasi lain yang diberikan. b. Membuat konjektur dari suatu pola bilangan. c. Penyelesaian masalah dengan melibatkan ekspresi matematis.
3	Verbal: Kata-kata atau teks tertulis.	<ul style="list-style-type: none"> a. Membuat situasi masalah berdasarkan data atau representasi yang diberikan. b. Menulis interpretasi dari suatu representasi. c. Menuliskan langkah-langkah penyelesaian masalah matematis dengan kata-kata. d. Menyusun cerita yang sesuai dengan suatu representasi yang disajikan. e. Menjawab soal dengan menggunakan kata-kata atau teks tertulis

D. Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika

Masalah (problem) merupakan bagian dari kehidupan manusia baik bersumber dari dalam diri maupaun lingkungan sekitar. Hampir setiap hari manusia berhadapan dengan suatu masalah yang jalan keluarnya perlu dicari. Adanya permasalahan tersebut secara tidak langsung menjadikan pemecahan sebagai aktivitas dasar manusia untuk dapat bertahan hidup. Oleh karena itu, untuk dapat mempertahankan kehidupannya setiap orang diharapkan mampu berperan sebagai pemecah masalah yang handal. Masalah tidak hanya dihadapi oleh orang dewasa, anak usia dini sekolah pun juga menghadapi masalah dalam lingkungan belajarnya. Dalam konteks ini, permasalahan yang dimaksud berupa soal maupun tugas yang dapat dimengerti, namun menantang untuk diselesaikan oleh siswa.⁴⁸

Berbicara mengenai masalah matematika, Lencher mendeskripsikannya sebagai soal matematika yang strategi penyelesaiannya memerlukan pengetahuan,

⁴⁸ Yusuf Hartono, “*Matematika Strategi Pemecahan Masalah*”, (Yogyakarta: Graha Ilmu, 2014). Hal. 12

keterampilan dan pemahaman yang telah dipelajari sebelumnya. Lebih lanjut, Polya mengemukakan dua macam masalah matematika yaitu:⁴⁹

1. Masalah untuk menemukan (*problem to find*) dimana kita mencoba untuk mengkonstruksi semua jenis objek atau informasi yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut.
2. Masalah untuk membuktikan (*problem to prove*) dimana kita akan menunjukkan salah satu kebenaran pernyataan, yakni pernyataan itu benar atau salah. Masalah jenis ini mengutamakan hipotesis ataupun konklusi dari suatu teorema yang kebenarannya harus dibuktikan.

Dalam uraian di atas telah disampaikan bahwa setiap orang pasti memiliki masalah dan setiap masalah tersebut perlu adanya suatu pemecahan. Pemecahan masalah merupakan bagian dari kurikulum matematika yang sangat penting. Hal ini dikarenakan siswa akan memperoleh pengalaman dalam menggunakan pengetahuan serta keterampilan yang dimiliki untuk menyelesaikan soal yang tidak rutin. Lencher mendefinisikan pemecahan masalah matematika sebagai “proses menerapkan pengetahuan matematika yang telah diperoleh sebelumnya ke dalam situasi baru yang belum dikenal”. Sebagai implikasinya, aktivitas pemecahan masalah dapat menunjang perkembangan kemampuan matematika yang lain seperti komunikasi dan penalaran matematika.⁵⁰

Pemecahan masalah matematika menurut Branca dapat diinterpretasikan dalam tiga kategori yang berbeda. Pertama, pemecahan masalah sebagai tujuan. Kategori ini menfokuskan belajar bagaimana cara memecahkan masalah. Dalam

⁴⁹ *Ibid*, hal 2

⁵⁰ *Ibid*, hal. 3

hal ini, pemecahan masalah terbebas dari prosedur atau metode dan konten matematika itu sendiri. Kedua, pemecahan masalah sebagai proses. Kategori ini terfokus pada metode, prosedur, strategi, serta heuristik yang digunakan dalam pemecahan masalah. Ketiga, pemecahan masalah sebagai keterampilan dasar yang salah satunya menyangkut keterampilan minimal yang dimiliki siswa dalam menguasai matematika.⁵¹

Selain uraian di atas pembahasan mengenai pemecahan masalah matematika tidak lepas dari tokoh utamanya, yakni George Polya. Menurut Polya terdapat empat tahapan penting yang harus ditempuh siswa dalam memecahkan masalah, yakni memahami masalah, menyusun rencana penyelesaian, melaksanakan rencana penyelesaian, dan memeriksa kembali. Melalui tahapan terorganisir tersebut, siswa akan memperoleh hasil dan manfaat yang optimal dari pemecahan masalah.⁵² Lebih lanjut keempat fase tersebut dijelaskan sebagai berikut:⁵³

- a. Memahami masalah, dalam tahap ini siswa mulai membaca masalah dan memahaminya untuk memperoleh gambaran informasi sebelum menentukan perencanaan pemecahannya.
- b. Merencanakan pemecahannya, setelah mengetahui informasi dari permasalahan tersebut, siswa dapat merencanakan strategi pemecahan masalah.

⁵¹ *Ibid*, hal 3

⁵² *Ibid*, hal 3

⁵³ Agus Prasetyo Kurniawan, “*Strategi Pembelajaran Matematika, Buku Perkuliahan Program S-1 Prodi Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Tarrbiyah dan Keguruan UIN Sunan Ampel Surabaya*” dalam <http://digilib.uinsby.ac.id/20207/1> , diakses 27 Januari 2019

- c. Menyelesaikan masalah sesuai rencana langkah ke dua, kemudian setelah membuat perencanaan, siswa dapat melakukan proses penyelesaian sesuai dengan yang telah dibuat.
- d. Memeriksa kembali hasil yang diperoleh (*looking back*), langkah selanjutnya setelah memperoleh hasil penyelesaiannya, siswa melakukan pemeriksaan kembali dari hasil yang diperoleh tersebut.

Berdasarkan uraian langkah-langkah pemecahan masalah yang dikemukakan di atas terlihat bahwa beberapa langkah pemecahan masalah memiliki kesamaan, dengan demikian pada penelitian ini tahap penelitian yang dipilih peneliti adalah tahap-tahap yang telah dikemukakan oleh Polya, yaitu memahami masalah, merencanakan penyelesaian, melaksanakan rencana penyelesaian, dan melakukan pengecekan kembali terhadap semua langkah yang telah dikerjakan. Dengan alasan bahwa langkah-langkah pemecahan masalahnya sangat mudah dimengerti dan sangat sederhana, kegiatan disetiap langkahnya jelas dan eksplisit mencakup semua langkah pemecahan masalah dari pendapat ahli lainnya. Berikut indikator kemampuan pemecahan masalah berdasarkan tahap pemecahan masalah oleh Polya.⁵⁴

Tabel 2.2 Indikator Pemecahan Masalah Matematika

Langkah	Pemecahan Masalah	Indikator
1.	Memahami masalah	<ol style="list-style-type: none"> 1. Siswa dapat menentukan hal yang diketahui dari soal. 2. Siswa dapat menentukan hal yang ditanyakan dari soal.
2.	Menyusun rencana penyelesaian	<ol style="list-style-type: none"> 1. Siswa dapat menentukan

⁵⁴ Rani Widyastuti, "Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Berdasarkan Teory Polya ditinjau dari Adversity Quotient Tipe Climber" Vol. 6, No. 5 dalam <http://ejournal.radenintan.ac.id/index.php/al-jabar/article/download/48/42> ,diakses 27 Januari 2019

		<p>syarat lain yang tidak diketahui pada soal seperti rumus atau informasi lainnya jika memang ada.</p> <ol style="list-style-type: none"> 2. Siswa dapat menggunakan semua informasi yang ada pada soal 3. Siswa dapat membuat rencana atau langkah-langkah penyelesaian dari soal yang diberikan.
3.	Menyelesaikan masalah sesuai perencanaan	<ol style="list-style-type: none"> 1. Siswa dapat menyelesaikan soal yang ada sesuai dengan langkah-langkah yang telah dibuat sejak awal. 2. Siswa dapat menjawab soal dengan tepat.
4.	Memeriksa kembali hasil yang telah diperoleh	<ol style="list-style-type: none"> 1. Siswa dapat memeriksa kembali jawaban yang telah diperoleh dengan menggunakan cara atau langkah yang benar. 2. Siswa dapat meyakini kebenaran dari jawaban yang telah dibuat

E. Pokok Bahasan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Sistem persamaan linear memiliki beberapa manfaat dalam matematika khususnya menentukan persamaan garis, menentukan koordinat titik potong dua garis, menentukan konstanta-konstanta pada suatu persamaan. Permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan matematika perlu adanya suatu penyelesaian, maka langkah pertama yang harus dilakukan adalah menyusun model matematika dari masalah tersebut. Data yang terdapat dalam permasalahan itu diterjemahkan ke dalam satu atau beberapa sistem persamaan linear dua variabel. Selanjutnya penyelesaiannya digunakan untuk memecahkan permasalahan tersebut.

Permasalahan-permasalahan tersebut bisa berupa angka dan bilangan, umur, uang, investasi, dan bisnis, ukuran, sembako, gerakan dan lain-lain.

1. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

a. Pengertian Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Bentuk umum sistem persamaan linear dua variabel adalah:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 & \dots 1 \\ a_2x + b_2y = c_2 & \dots 2 \end{cases}$$

Dengan $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \mathbf{R}$

Persamaan 1 dan persamaan 2 merupakan suatu sistem persamaan karena keduanya saling berkaitan. Mencari himpunan penyelesaian sistem persamaan linear adalah dengan cara mengganti nilai variabel atau peubah yang memenuhi sistem persamaan tersebut, yaitu dapat dicari dengan menggunakan metode eliminasi dan substitusi. Penjelasan tentang cara-cara untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel adalah sebagai berikut.⁵⁵

2. Metode Grafik

Pada metode grafik, himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear dua variabel adalah koordinat titik potong dua garis tersebut. Jika garis-garisnya tidak berpotongan di satu titik tertentu maka himpunan penyelesaiannya adalah kosong.

⁵⁵ Kasmira dan Toali, “*Matematika untuk SMK/MAK Kelas X*”, (Jakarta: Erlangga, 2013) hal 34-37

Contoh:

Dengan metode grafik tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel $x + y = 5$ dan $x - y = 1$ jika (x, y) variabel pada himpunan bilangan real

Penyelesaian:

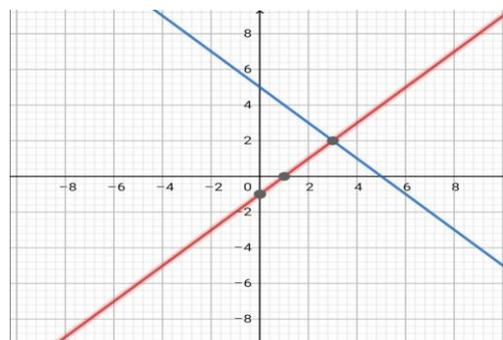
Untuk memudahkan menggambar grafik dari $x + y = 5$ dan $x - y = 1$, buatlah tabel nilai x dan y yang memenuhi kedua persamaan tersebut.

$$x + y = 5$$

$$x - y = 1$$

x	0	5
y	5	0
(x, y)	(0,5)	(5,0)

x	0	1
y	-1	0
(x, y)	(0,-1)	(1,0)



Gambar 4.6

Gambar 4.6 adalah grafik sistem persamaan dari $x + y = 5$ dan $x - y = 1$. Dari gambar tampak bahwa koordinat titik potong kedua garis adalah $(3, 2)$. Jadi, himpunan penyelesaian dari sistem persamaan $x + y = 5$ dan $x - y = 1$ adalah $\{(3,2)\}$.

3. Metode Eliminasi

Menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan cara eliminasi artinya mencari nilai variabel dengan menghilangkan variabel yang lain. Prinsip

yang digunakan untuk menghilangkan variabel adalah mengurangi atau menjumlahkan.

- Untuk menghilangkan suatu variabel, koefisien dari variabel tersebut pada kedua persamaan harus sama. Jika belum sama, masing-masing persamaan dikalikan dengan bilangan tertentu sehingga variabel tersebut memiliki koefisien yang sama.
- Jika variabel yang akan dihilangkan bertanda sama, dua persamaan dikurangi, dan jika memiliki tanda yang berbeda, dua persamaan ditambah.

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan berikut.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ -4x + 3y = -2 \end{cases}$$

Penyelesaian:

Untuk mencari variabel y berarti variabel x dieliminasi.

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ -4x + 3y = 2 \end{cases} \begin{array}{l} | \times 4 \\ | \times 3 \end{array} \begin{cases} 12x - 8y = 44 \\ -12x + 9y = -6 \end{cases} \\ \hline y = 38 \end{array} +$$

Untuk menentukan nilai variabel

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ -4x + 3y = 2 \end{cases} \begin{array}{l} | \times 3 \\ | \times 2 \end{array} \begin{cases} 9x - 6y = 33 \\ -8x \quad = 4 \end{cases} \\ \hline x = 29 \end{array} +$$

Jadi, himpunan penyelesaian sistem persamaan linear tersebut adalah $\{(29,38)\}$

4. Metode Substitusi

Substitusi artinya mengganti atau menyetakan salah satu variabel dengan variabel lainnya. Persamaan $2x - 5y = 2$ ekuivalen dengan $x = \frac{-2+5y}{2}$. Dengan

menyubstitusikan persamaan $x = \frac{-2+5y}{2}$ ke persamaan $-3x + 4y = -4$ diperoleh sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 & -3x + 4y = -4 \\
 \Leftrightarrow & -3\left(\frac{-2+5y}{2}\right) + 4 = -4 \\
 \Leftrightarrow & -3(-2 + 5y) + 8y = -8 \\
 \Leftrightarrow & 6 - 15y + 8y = -8 \\
 \Leftrightarrow & \qquad -7y = -8 - 6 \\
 \Leftrightarrow & \qquad -7y = -14 \\
 \Leftrightarrow & \qquad y = 2
 \end{aligned}$$

Selanjutnya untuk memperoleh nilai x , substitusikan nilai y ke persamaan

$x = \frac{-2+5y}{2}$, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
 \Leftrightarrow & x = \frac{-2+5y}{2} \\
 \Leftrightarrow & x = \frac{-2+5(2)}{2} \\
 \Leftrightarrow & x = 4
 \end{aligned}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(4,2)\}$

5. Metode Gabungan

Dengan metode gabungan, tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan $x + 2y = 2$ dan $x - y = -1$, jika $x, y \in \mathbf{R}$.

Penyelesaian:

Karena koefisien x sudah sama, maka variabel yang dieliminasi adalah x dengan cara mengurangkannya.

$$\begin{array}{r}
 x + 2y = 2 \\
 x - y = -1 \\
 \hline
 + 3y = 3 \Leftrightarrow y
 \end{array}$$

Substitusi $y = 1$ ke salah satu persamaan untuk mendapatkan nilai variabel x , misalnya ke persamaan $x + 2y = 2$

$$\iff x + 2y = 2$$

$$\iff x + 2(1) = 2$$

$$\iff x + 2 = 2$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(0,1)\}$

F. Penelitian Terdahulu

Hasil penelitian terdahulu merupakan hasil penelitian yang sudah teruji kebenarannya yang dalam penelitian ini dapat dipergunakan sebagai acuan atau pembandingan. Adapun perbedaan dan persamaan penelitian terdahulu dengan penelitian ini adalah sebagai berikut.

Tabel 2.3 Persamaan atau Perbedaan Penelitian

Persamaan atau Perbedaan Penelitian	Penelitian 1	Penelitian 2	Penelitian 3	Penelitian 4
Peneliti	Catharina Mara Apriani	Lina Marlina	Devi Aryanti	Khoirun Nisak
Judul	Analisis Representasi Matematis Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Matematika Kontekstual	Pengaruh Model Pembelajaran Collaborative Problem Solving Terhadap Kemampuan Representasi Matematis Siswa	Kemampuan Representasi Matematis Menurut Tingkat Kemampuan Siswa Pada Materi Segi Empat di SMPN 03 Semparuk	Kemampuan Representasi Matematis dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau Dari Kemampuan Matematika Siswa
Tujuan Penelitian	Mengetahui macam-macam representasi matematis siswa yang digunakan untuk menyelesaikan	Mengetahui pengaruh model pembelajaran collaborative problem solving terhadap	Mengetahui kemampuan dan kecenderungan representasi matematis menurut tingkat kemampuan	Mengetahui kemampuan representasi matematis siswa kemampuan matematika tinggi dalam memecahkan

	masalah kontekstual, Mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi siswa dalam menentukan representasi matematis yang digunakan untuk menyelesaikan masalah kontekstual	kemampuan representasi matematis siswa	siswa dalam menyelesaikan soal cerita	masalah Sistem Linear Dua Variabel, Mengetahui kemampuan representasi matematis siswa kemampuan matematika sedang dalam memecahkan masalah Sistem Linear Dua Variabel, Mengetahui kemampuan representasi matematis siswa kemampuan matematika rendah dalam memecahkan masalah Sistem Linear Dua Variabel
Materi yang digunakan dalam penelitian	SPLDV, Bangun Datar (Persegi dan Persegi Panjang), Bangun Ruang (Balok dan Kubus), dan Peluang	Garis dan Sudut	Segi empat	SPLDV
Jenis Penelitian	Deskripsi Kualitatif	Kualitatif	Deskripsi Kualitatif	Deskripsi Kualitatif
Subjek Penelitian	4 Siswa SMP Kelas VIII Semester Genap	Siswa kelas VII	Kelas VII C SMPN 03 Semparuk	Kelas X SMK Ngunut

G. Paradigma Penelitian

NCTM tahun 2000 menyatakan ada 5 kemampuan matematis yang harus dimiliki siswa yaitu : (1) pemecahan masalah; (2) penalaran dan pembuktian; (3) koneksi; (4) komunikasi; (5) representasi. Kemampuan representasi matematis

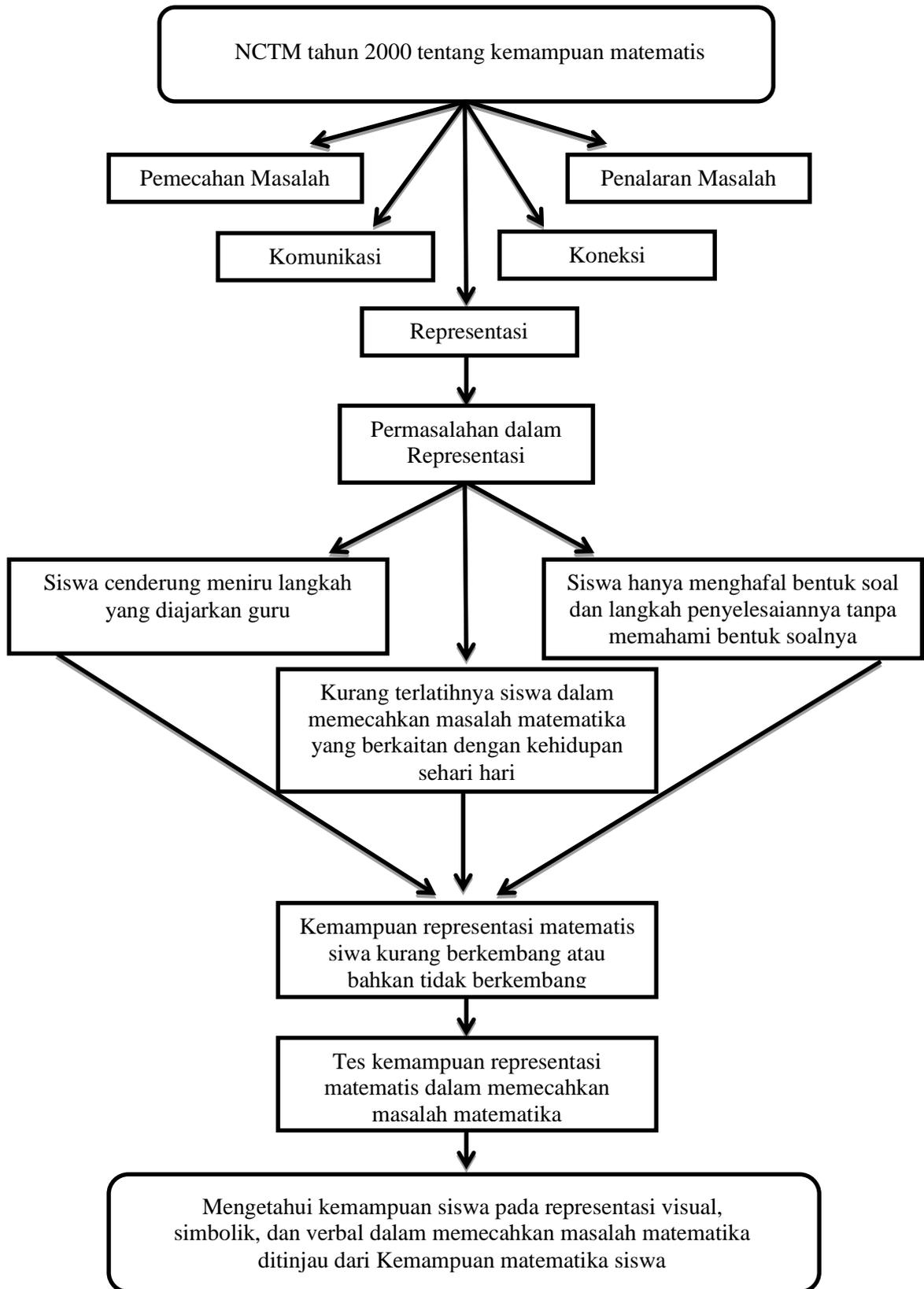
siswa pada masa sekarang masih jarang diteliti. Pemahaman materi dan Kemampuan representasi matematis yang baik sangat diperlukan oleh siswa ketika akan memecahkan masalah matematika. Penerapan representasi, akan membuat siswa menghadapi masalah yang awalnya terlihat rumit dan sulit menjadi lebih mudah dan sederhana, dengan demikian masalah yang disajikan mampu dipecahkan dengan mudah oleh siswa .

Kemampuan representasi matematis siswa khususnya siswa menengah atas kelas X masih rendah. Berikut ini permasalahan-permasalahan dalam representasi matematis yaitu, siswa hanya menghafal bentuk soal dan langkah penyelesaiannya tanpa memahami bentuk soal yang diberikan, siswa cenderung meniru langkah yang diajarkan guru, dan kurang terlatihnya siswa untuk menghadapi permasalahan yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari. Salah satu akibat dari beberapa faktor yang dialami siswa tersebut adalah kemampuan representasi matematis siswa kurang berkembang atau bahkan tidak berkembang. Oleh karena itu perlu adanya tes kemampuan representasi matematis dalam memecahkan masalah matematika. Kemudian diperkuat dengan mewawancarai perwakilan beberapa siswa yang bersangkutan untuk mengetahui kemampuan representasi matematisnya. Dengan demikian, dapat diketahui kemampuan representasi matematis dalam memecahkan masalah matematika ditinjau dari kemampuan matematika siswa khususnya pada materi SPLDV.

Hal ini dikarenakan materi SPLDV mampu membawa matematika ke dalam kehidupan sehari-hari sehingga wawasan siswa semakin luas. Dengan adanya

penelitian ini diharapkan mampu memberikan manfaat untuk mengembangkan kemampuan representasi siswa dalam pembelajaran matematika.

Dari penjelasan di atas jika digambarkan dalam suatu bagan terkait paradigma berpikir penelitian dengan judul “Kemampuan Representasi Matematis dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau dari Kemampuan Matematika Siswa Pada Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)” adalah sebagai berikut



Bagan 2.1 Paradigma Penelitian