

# BAB I

## PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan ilmu universal yang mendasari perkembangan teknologi modern, mempunyai peran penting dalam berbagai hal, dan mengembangkan daya pikir manusia. Sejak awal kehidupan manusia matematika itu merupakan alat bantu untuk mengatasi berbagai macam permasalahan yang terjadi dalam kehidupan masyarakat. Baik itu permasalahan yang masih memiliki hubungan erat dengan ilmu eksak maupun permasalahan yang bersifat sosial. Peranan matematika terhadap perkembangan sains dan teknologi sudah jelas, bahkan bisa dikatakan bahwa tanpa matematika, sains dan teknologi tidak akan dapat berkembang.<sup>1</sup>

Di dalam agama Islam, matematika telah digunakan sedemikian luas baik dalam hal ibadah maupun muamalah. Bahkan begitu pentingnya matematika, maka ada beberapa syari'at Islam yang tidak dapat dilaksanakan tanpa memanfaatkan ilmu matematika seperti ilmu falah dan waris.<sup>2</sup>

Berkat studi yang dilakukan terhadap al-Qur'an, kaum muslimin mulai mempelajari ilmu pengetahuan tentang angka-angka dan bilangan yang berlanjut

---

<sup>1</sup> Masykur Ag dan Abdul Halim Fathani, *Cara Cerdas Melatih Otak dan Menanggulangi Kesulitan Belajar*, (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2008), hal. 51

<sup>2</sup> Yusran Fauzi, *Keutamaan Mempelajari Matematika dalam Persepektif Al-Qur'an*, (Banjarmasin: Antasari Press, 2006), hal. 8.

kepada ilmu hitung hingga mencapai keberhasilan besar. Al-Qur'an menyebutkan tentang angka-angka itu dalam berbagai konteksnya,<sup>3</sup> misalnya:

فَضَرَبْنَا عَلَىٰ أذَانِهِمْ فِي الْكَهْفِ سِنِينَ عَدَدًا ۝ (١١) ثُمَّ بَعَثْنَا لَهُمْ إِنَّا الْغُرَابِينَ  
أَخَصَىٰ لِمَا لَبِئُوا أَمَدًا ۝ (١٢)

*“Maka kami tutup telinga mereka beberapa tahun dalam gua itu. Kemudian kami bangunkan mereka, agar kami mengetahui manakah diantara kedua golongan itu yang lebih tepat dalam menghitung berapa lamanya mereka tinggal (dalam gua itu)”* (QS. Al-Kahf [18]: 11-12).<sup>4</sup>

Al-Qur'an juga menyebutkan tentang perkalian dan perhitungan bilangan dalam berbagai peristiwa dan dalam berbagai konteksnya,<sup>5</sup> misalnya:

وَشَرَوْهُ بِثَمَنٍ بَخْسٍ دَرَاهِمَ مَعْدُودَةٍ وَكَأُتُوهُ مِنَ الزَّالِمِينَ ۝ (٢٠)

*“Dan mereka menjual Yusuf dengan harga yang murah, yaitu beberapa dirham saja, dan mereka merasa tidak tertarik hatinya kepada Yusuf”* (QS. Yusuf [12]: 20).<sup>6</sup>

لِيَعْلَمَ أَنَّ قَدَّابَلُغُوا رَسُلَاتِ رَبِّهِمْ وَأَحَاطَ بِمَا لَدَيْهِمْ وَأَحْصَىٰ كُلَّ شَيْءٍ عَدَدًا ۝ (٢٨)

*“Supaya dia mengetahui, bahwa Sesungguhnya rasul-rasul itu Telah menyampaikan risalah-risalah Tuhannya, sedang (sebenarnya) ilmu-Nya meliputi*

<sup>3</sup> Afzalur Rahman, *Al-Qur'an Sumber Ilmu Pengetahuan*, trj. Muzayyin Arifin, (Jakarta: PT Rineka Cipta, 1992) hal. 93

<sup>4</sup> Departemen Agama RI, *Al-Qur'anul Karim dan Terjemahnya*, (Bandung: CV Al-Jumanatul Ali, 2005), hal. 295.

<sup>5</sup> Afzalur Rahman, *Al-Qur'an Sumber...*, hal. 96

<sup>6</sup> Departemen Agama RI, *Al-Qur'anul Karim ...*, hal. 238

*apa yang ada pada mereka, dan dia menghitung segala sesuatu satu persatu”*  
(QS. Jin [72]: 28)<sup>7</sup>

Semua ayat tersebut memberikan ilham kepada para ahli matematika Muslimin untuk memecahkan dua aspek ilmu matematika, yaitu ilmu tentang bilangan dan ilmu hitung, serta memecahkan problema yang rumit yang berkaitan dengan masalah sosial sesuai dengan petunjuk Tuhan.<sup>8</sup>

Ilmu matematika memiliki sifat khas yang berbeda dari ilmu pengetahuan yang lain. Ilmu matematika lebih menekankan aktifitas dalam dunia rasio (penalaran), sedangkan ilmu lain lebih menekankan hasil observasi atau eksperimen di samping penalaran.<sup>9</sup> Maka dari itu, proses pembelajaran matematika berbeda dari proses pembelajaran ilmu lain. Proses pembelajaran matematika membutuhkan kemampuan kognitif yang tinggi, sebagaimana yang diungkapkan oleh Bloom. Bloom membagi tingkat kemampuan atau tipe hasil belajar yang termasuk aspek kognitif menjadi enam, yaitu pengetahuan hapalan, pemahaman atau komprehensi, aplikasi, analisis, sintesis, dan evaluasi.<sup>10</sup> Dari uraian di atas dapat dipahami bahwa kemampuan kognitif siswa dalam memahami matematika tidak hanya diperoleh melalui ingatan (hapalan) pengetahuan faktual atau aplikasi sederhana dari berbagai rumus atau formula, tetapi siswa diharapkan juga harus mampu melakukan penalaran dan mampu mengekspresikan hasil penalarannya secara tertulis, sistematis, dan ketat (*rigorous*).

---

<sup>7</sup> Departemen Agama RI, *Al-Qur'anul Karim ...*, hal. 575

<sup>8</sup> *Ibid.*, hal 100

<sup>9</sup> Erman Suherman et.al, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Bandung: JICA, 2003), hal. 16

<sup>10</sup> Ngalm Purwanto, *Prinsip – prinsip dan Teknik Evaluasi Pengajaran*, (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2008) hal.43

Tujuan proses pembelajaran matematika di sekolah adalah untuk mendapatkan pengetahuan yang baru. Pengetahuan merupakan proses pengalaman khusus yang bertujuan menciptakan perubahan terus menerus dalam perilaku atau pemikiran.<sup>11</sup> Akan tetapi, pengetahuan bukanlah sesuatu yang dapat dipindah tangankan dari pikiran seseorang yang telah mempunyai pengetahuan kepada pikiran orang lain yang sama sekali belum memiliki pengetahuan tersebut. Bila guru bermaksud mentransfer konsep, ide, dan pengetahuannya tentang sesuatu kepada siswa, pentransferan itu masih akan diinterpretasikan dan dikonstruksi oleh siswa sendiri melalui pengalaman dan pengetahuannya sendiri<sup>12</sup>. Guru hanya memiliki peranan membantu siswa dalam membentuk pengetahuannya sendiri bukan untuk mengklaim bahwa satu-satunya cara yang tepat adalah yang sama atau sesuai dengan kemauannya, karena hal tersebut akan mengakibatkan konstruksi mental peserta didik tidak berkembang.

Setelah terjadi proses pembelajaran matematika, setiap siswa seharusnya akan memperoleh pemahaman matematis. Kemampuan matematis merupakan kemampuan untuk menyerap dan memahami ide-ide matematika. Adapun aspek-aspek pemahaman matematis meliputi: (1) Pemahaman konsep, yaitu kemampuan yang berkenaan dengan memahami ide-ide matematika yang menyeluruh dan fungsional; (2) Pemahaman mekanikal, yaitu kemampuan mengingat dan menerapkan notasi, simbol, rumus/formula dalam matematika secara rutin atau melalui perhitungan yang sederhana; (3) Pemahaman rasional, yaitu kemampuan membuktikan kebenaran suatu prinsip atau teorema secara matematis; (4)

---

<sup>11</sup> Kelvin Seifert, *Manajemen Pembelajaran & Instruksi Pendidikan*,. (Jogjakarta: IRCisod), hal. 5

<sup>12</sup> Budiningsih, *Belajar dan Pembelajaran*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2005), hal. 57

Pemahaman induktif, yaitu kemampuan mencoba sesuatu dalam kasus sederhana serta mampu menganalogikannya pada kasus yang serupa; (5) Pemahaman intuitif, yaitu kemampuan memperkirakan sesuatu tanpa keraguan, sebelum melakukan analisis secara analitik; (6) Pemahaman instrumental, yaitu kemampuan menghafal dan memahami konsep atau prinsip secara terpisah, menerapkan rumus dalam perhitungan sederhana, dan mengerjakan perhitungan secara algoritmik; (7) Pemahaman relasional, yaitu kemampuan mengkaitkan suatu konsep/aturan dengan konsep/aturan lainnya secara benar dan menyadari proses yang dilakukan.<sup>13</sup>

Akan tetapi kenyataan menunjukkan bahwa memahami suatu konsep dengan baik seringkali dilewatkan oleh siswa.<sup>14</sup> Siswa sering mengabaikan definisi, teorema, atau sifat-sifat yang berlaku dalam suatu topik bahasan matematika. Mereka cenderung kurang mampu dalam menghubungkan antar konsep matematika yang telah dimiliki dengan konsep yang baru diperoleh. Misalnya, permasalahan yang berkaitan dengan konsep turunan fungsi trigonometri, jika siswa tidak mampu mengkaitkan antara konsep trigonometri (yang pernah diperoleh di kelas sebelumnya) dengan definisi turunan fungsi (konsep yang baru diperoleh) maka mereka akan cenderung merasa kesulitan dalam memahami soal tersebut, bahkan kemungkinan besar penyelesaian yang dihasilkan kurang tepat (salah).

---

<sup>13</sup> Kurnia Eka Negarayudha Lestari, *Penelitian Pendidikan Matematika*, (Bandung: PT. Revika Aditama, 2015) hal. 81-82

<sup>14</sup> Maryono, *Eksplorasi Pemahaman Mahasiswa Mengenai Konsep Keterbagian Bilangan Bulat*, (Malang: Universitas Negeri Malang, 2008, tesis tidak diterbitkan), hal. 2

Apabila keadaan tersebut terus berlanjut, tentu akan mengakibatkan dangkalnya pengetahuan siswa karena kurangnya pemahaman, sedangkan disadari bahwa konsep-konsep dalam matematika memiliki keterkaitan. Demikian pula dengan konsep turunan fungsi aljabar, konsep turunan merupakan pengetahuan baru bagi siswa kelas XI. Dimana materi turunan fungsi pada mata pelajaran matematika wajib SMA/MAN kelas XI hanya sampai pada turunan fungsi aljabar. Konsep turunan fungsi aljabar merupakan konsep yang abstrak dan hanya menyediakan simbol  $f'(x)$  atau  $\frac{df(x)}{dx}$  atau  $\frac{dy}{dx}$ . Konsep turunan fungsi selanjutnya akan digunakan untuk memahami konsep integral fungsi. Konsep integralpun juga merupakan konsep matematika yang abstrak. Sehingga siswa harus memiliki pemahaman konsep turunan fungsi yang matang, supaya ia tidak kesulitan memahami konsep materi selanjutnya. Oleh karena itu, penting bagi guru menentukan sebuah strategi bagaimana menanamkan konsep matematika berdasarkan pemahaman siswa. Hal ini karena pemahaman merupakan aspek fundamental dalam belajar.

Menurut guru matematika kelas XI IIS U MAN 1 Tulungagung ternyata siswa masih kesulitan memahami konsep turunan fungsi yang abstrak. Siswa masih sering lupa untuk memulai mengerjakan soal terkait turunan fungsi, sehingga siswa membutuhkan petunjuk atau *clue* agar mereka dapat menyelesaikan soal tersebut. Mereka juga sering kesulitan untuk menyelesaikan soal yang berbeda dari contoh soal yang ada. Hal ini berarti bahwa siswa belum memiliki pemahaman yang utuh terhadap konsep turunan fungsi.

Pemahaman siswa terhadap konsep turunan fungsi aljabar dapat dianalisis melalui suatu analisis dekomposisi genetik sebagai operasionalisasi dari Teori APOS (*Action, Processes, Object, Schema*). Menurut Dubinsky, Teori APOS adalah suatu konstruksi tentang bagaimana kemungkinan berlangsungnya pencapaian/pembelajaran suatu konsep atau prinsip matematika, yang digunakan sebagai elaborasi tentang konstruksi mental dari aksi, proses, objek, dan skema.<sup>15</sup>

Teori APOS ini sangat bermanfaat untuk memahami bagaimana siswa belajar suatu topik matematika diantaranya pada topik aljabar abstrak termasuk operasi binari, grup, subgrup, koset, grup normal dan grup hasil bagi; topik pada matematika diskret seperti induksi matematika, permutasi, kesimetrian, quantifier eksistensial dan universal; topik pada kalkulus di dalamnya terdapat limit, aturan rantai, pemahaman grafis pada turunan dan barisan tak hingga; topik statistik seperti rata-rata, standar deviasi dan teorema limit tengah; topik pada teori bilangan dasar dan lain-lain.<sup>16</sup> Dari pengertian di atas dapat digarisbawahi bahwa Teori APOS dapat dijadikan sebagai suatu alat analisis yang digunakan peneliti untuk mengetahui pemahaman siswa pada topik kalkulus. Dan konsep turunan merupakan salah satu kajian pada topik kalkulus.

Berdasarkan uraian di atas, peneliti tertarik untuk mengadakan penelitian dengan judul **“Analisis Pemahaman Siswa Tentang Turunan Fungsi Berdasarkan Teori APOS (*Action, Process, Object, Scheme*) pada Siswa Kelas XI IIS U MAN 1 Tulungagung Tahun Ajaran 2017/2018”**.

---

<sup>15</sup> *Ibid.*, hal. 11

<sup>16</sup>Ed Dubinsky., & McDonal, *APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research* dalam <http://trident.msc.kent.edu/~edd/ICMIPaper.pdf>. diakses 10 Januari 2018

## **B. Fokus Penelitian**

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka fokus penelitian ini adalah sebagai berikut: “Bagaimana pemahaman siswa tentang konsep turunan fungsi berdasarkan Teori APOS di kelas XI IIS U MAN 1 Tulungagung tahun ajaran 2017/2018 ?”

## **C. Tujuan Penelitian**

Berdasarkan fokus penelitian di atas, maka tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mendeskripsikan pemahaman siswa berkemampuan tinggi tentang konsep turunan fungsi berdasarkan Teori APOS di kelas XI IIS U MAN 1 Tulungagung tahun ajaran 2017/2018
2. Untuk mendeskripsikan pemahaman siswa berkemampuan tinggi tentang konsep turunan fungsi berdasarkan Teori APOS di kelas XI IIS U MAN 1 Tulungagung tahun ajaran 2017/2018
3. Untuk mendeskripsikan pemahaman siswa berkemampuan rendah tentang konsep turunan fungsi berdasarkan Teori APOS di kelas XI IIS U MAN 1 Tulungagung tahun ajaran 2017/2018

## **D. Kegunaan Penelitian**

Adapun yang diharapkan dari hasil penelitian ini, diantaranya adalah sebagai berikut:

1. Manfaat teoritis

Untuk kepentingan teoritis, penelitian ini diharapkan mampu melengkapi teori-teori pembelajaran matematika, khususnya pada materi kalkulus.



## 2. Manfaat praktis

### a. Bagi sekolah

Sebagai bahan masukan dan evaluasi untuk menetapkan suatu kebijakan yang berhubungan dengan pembelajaran matematika di sekolah.

### b. Bagi guru matematika

Sebagai bahan alternatif dan masukan dalam pembelajaran agar guru selalu memperhatikan perkembangan, kemampuan, dan kesulitan yang dialami oleh siswanya sehingga tujuan pembelajaran dapat tercapai dengan baik. Dan juga sebagai bahan pertimbangan dalam merancang pembelajaran sesuai dengan karakteristik siswanya.

### c. Bagi siswa

Sebagai bahan masukan bagi siswa mengenai kinerja mereka dalam memahami dan menyelesaikan persoalan berkenaan dengan turunan fungsi, sehingga dapat dijadikan sebagai bekal mereka agar lebih kreatif dan inovatif dalam menyelesaikan soal-soal matematika, khususnya soal mengenai turunan fungsi.

### d. Bagi peneliti lain

Penelitian ini diharapkan mampu menjadi acuan bagi peneliti lain sehingga penelitian ini tidak berhenti sampai di sini, akan tetapi dapat terus dikembangkan dan disempurnakan menjadi sebuah karya yang lebih baik lagi.

## E. Penegasan Istilah

Untuk menghindari adanya banyak penafsiran terhadap definisi yang digunakan dalam penelitian ini, maka peneliti membuat penegasan istilah sebagai berikut:

1. Secara Konseptual
  - a. Analisis adalah penyelidikan terhadap suatu peristiwa (karangan, perbuatan, dan sebagainya) untuk mengetahui keadaan yang sebenarnya (sebab-musabab, duduk perkaranya, dan sebagainya).<sup>17</sup> Analisis adalah kesanggupan memecah, mengurai suatu integritas (kesatuan yang utuh) menjadi unsur-unsur atau bagian-bagian yang mempunyai arti, atau mempunyai tingkatan/herarki.<sup>18</sup>
  - b. Pemahaman adalah proses, cara, perbuatan memahami atau memahamkan<sup>19</sup> atau pemahaman adalah kemampuan untuk menangkap makna dari bahan yang dipelajari.<sup>20</sup>
  - c. Turunan fungsi  $f$  adalah fungsi lain  $f'$  (dibaca “ $f$  aksen”) yang nilainya pada  $x$  sebarang bilangan adalah

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Jika nilai limitnya ada, fungsi  $f$  dikatakan diferensiabel di  $x$  dan  $f'$  disebut fungsi turunan dari  $f$ . Turunan dari  $y = f(x)$  seringkali ditulis dengan  $y' = f'(x)$ . Notasi dari  $y' = f'(x)$  juga dapat ditulis:

$$\frac{dy}{dx} \text{ dan } \frac{df(x)}{dx}$$

---

<sup>17</sup> Sugono et.al, *Kamus Bahasa Indonesia*. (Jakarta: Pusat Bahasa, 2008), hal. 59

<sup>18</sup> Nana Sudjana, *Dasar – dasar Proses Belajar mengajar*, (Bandung: Sinar Baru Algisendo, 1987), hal. 51 - 52

<sup>19</sup> Ibid., hal. 979

<sup>20</sup> H. Hudojo, *Strategi Mengajar Belajar Matematika*, (Malang: IKIP Malang, 1990), hal. 4

- d. Menurut Dubinsky, Teori APOS adalah suatu teori konstruktivistik tentang bagaimana kemungkinan berlangsungnya pencapaian/pembelajaran suatu konsep atau prinsip matematika yang dapat digunakan sebagai suatu elaborasi tentang konstruksi mental dari aksi (*action*), proses (*process*), objek (*object*), skema (*schema*).<sup>21</sup> Perbedaan antara aksi dengan proses ditunjukkan oleh kegiatan prosedural dan pemahaman prosedural. Sedangkan perbedaan antara proses dengan objek ditunjukkan oleh suatu pemahaman prosedural dan pemahaman konseptual. Sedangkan skema ditunjukkan dengan kemampuan siswa dalam menghubungkan konsep baru dengan konsep yang telah dimiliki sebelumnya.<sup>22</sup>

## 2. Secara Operasional

Berdasarkan penegasan konseptual di atas, maka diperoleh penegasan istilah secara operasional sebagai berikut:

- a. Analisis adalah penyelidikan terhadap kemampuan untuk memahami konsep turunan fungsi siswa pada tahap aksi, proses, objek, dan skema menggunakan terorema APOS
- b. Pemahaman dalam penelitian ini diartikan sebagai kemampuan siswa untuk mengkonstruksi dan merekonstruksi aksi, proses dan objek matematika serta mengorganisasikannya dalam struktur kognitif (skema) yang digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan tentang konsep turunan fungsi.
- c. Turunan fungsi dalam penelitian ini adalah suatu konsep turunan fungsi pertama pada fungsi aljabar. Sebelum menggunakan aturan-aturan pada

---

<sup>21</sup> Ed Dubinsky. *Using A Theory of Learning ...* hal. 11

<sup>22</sup> Maryono. *Eksplorasi Pemahaman Mahasiswa ...*, hal. 19

turunan fungsi, siswa diharapkan memahami konsep limit terlebih dahulu. Dimana dalam turunan fungsi aljabar terdapat aturan turunan seperti aturan pangkat, aturan hasil kali, aturan hasil bagi, aturan kali dan aturan pembagian serta aturan rantai.

- d. Teori APOS (*Action, Process, Object, Scheme*) merupakan teori konstruktivis tentang bagaimana terjadinya/berlangsungnya pencapaian pembelajaran suatu konsep atau prinsip matematika, yang dapat digunakan sebagai suatu elaborasi tentang konstruksi mental, aksi, proses, objek, dan skema.

#### **F. Sistematika Pembahasan**

Penyusunan skripsi ini dikemukakan ke dalam tiga bagian, yaitu awal, utama, dan akhir.

Bagian awal memuat halaman judul, halaman persetujuan pembimbing, halaman pengesahan, pernyataan keaslian, motto, persembahan, kata pengantar, daftar tabel, daftar gambar, daftar lampiran, abstrak, dan daftar isi.

Bagian utama terdiri dari lima bab dan masing-masing bab berisi sub-sub bab antara lain, yaitu:

**Bab I adalah Pendahuluan**, yang terdiri dari: a) Latar Belakang Masalah; b) Fokus Penelitian; c) Tujuan Penelitian; d) Kegunaan Penelitian; e) Penegasan Istilah; dan f) Sistematika Pembahasan.

**Bab II adalah Kajian Pustaka**, yang terdiri dari subbab, yaitu: a) Hakekat Matematika; b) Belajar Matematika; c) Pemahaman; d) Teori APOS; e) Materi Turunan Fungsi; f) Pemahaman Konsep Matematika Berdasarkan Teori Apos Pada Materi Turunan Fungsi; g) Penelitian Terdahulu; dan g) Kerangka Berfikir.

**Bab III adalah Metode Penelitian**, yang terdiri dari delapan subbab, yaitu: Rancangan Penelitian; Kehadiran Peneliti; Lokasi Penelitian; Sumber Data; Teknik Pengumpulan Data; Teknik Analisis Data; Pengecekan Keabsahan Temuan; dan Tahap-Tahap Penelitian.

**Bab IV adalah Hasil Penelitian**, yang terdiri dari Deskripsi Data; Temuan Penelitian; dan Analisis Data.

**Bab V adalah Pembahasan** yang berisi gambaran umum pemahaman siswa dalam menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan turunan fungsi berdasarkan Teori APOS.

**Bab VI adalah Penutup**. Pada bab ini berisi: Kesimpulan; dan Saran-saran dari hasil penelitian.

Bagian akhir dari skripsi ini memuat hal-hal yang sifatnya komplementatif yang berfungsi untuk menambah validitas isi penelitian yang terdiri dari Daftar Pustaka; Lampiran-lampiran dan Biodata Penulis.