

## BAB II

### KAJIAN TEORI

#### A. Hakikat Matematika

Ilmu matematika sudah ada sejak abad ke-6 SM, yang pada saat itu dikembangkan oleh Pythagoras, bukan ada sejak zaman Socrates (469 SM - 399 SM), Plato (427 SM - 347 SM), atau Aristoteles (384 SM - 322 SM). Karena “besar kemungkinan, Plato memperoleh pengetahuan tentang bilangan dari pengikut Pythagoras (Pythagorean)”.<sup>17</sup>

Istilah matematika berasal dari Yunani yaitu *mathein* atau *manthenein*, yang berarti *mempelajari*. Kata tersebut mungkin juga berkaitan erat dengan kata Sanskerta *medha* atau *widya* yang berarti kepandaian, ketahuan, atau inteligensi.<sup>18</sup> Andi Hakim Nasution tidak menggunakan istilah ilmu pasti dalam menyebut istilah matematika.

Kata “ilmu pasti” merupakan terjemahan dari Bahasa Belanda “*wiskunde*”. Kemungkinan besar bahwa kata “*wis*” ini ditafsirkan sebagai “pasti”, karena di dalam Bahasa Belanda ada ungkapan “*wis an zeker*”: “*zeker*” berarti “pasti”, tetapi “*wis*” di sini lebih dekat artinya ke “*wis*” dari kata “*wisdom*” dan “*wissenscraft*”, yang erat hubungannya dengan “*widya*”. Karena itu, “*wiskunde*” sebenarnya harus diterjemahkan sebagai “ilmu tentang belajar” yang sesuai dengan arti “*mathein*” pada matematika.<sup>19</sup>

Dalam pandangan formalis, matematika adalah pemeriksaan aksioma yang menegaskan struktur abstrak menggunakan logika simbolik dan notasi matematika

---

<sup>17</sup> Abdul Halim Fathani, *Matematika Hakikat & Logika*, (Jogjakarta: ar-Ruzz Media, 2012), hlm. 27

<sup>18</sup> Moch. Masykur, *Mathematical Intellegence*, (Jogjakarta: ar-Ruzz Media, 1993), hlm. 42

<sup>19</sup> Ibid, hlm. 42

pandangan lain tergambar dalam filosofi matematika.<sup>20</sup> Johnson dan Rising mengatakan hal yang hampir sama, bahwa “matematika adalah pola berpikir, pola mengorganisasikan, pembuktian yang logis. Matematika itu adalah bahasa yang menggunakan istilah yang didefinisikan dengan cermat, jelas, dan akurat, yang ditunjukkan dengan menggunakan simbol dan padat, lebih berupa bahasa simbol mengenai ide daripada mengenai bunyi”.<sup>21</sup> Berdasarkan beberapa definisi tersebut, dapat disimpulkan bahwa matematika merupakan ilmu yang memuat bahasa simbol yang digunakan untuk mengabstraksikan permasalahan dalam kehidupan manusia.

## **B. Abstraksi**

Pelajaran matematika sering kali dipandang mata pelajaran yang abstrak. Hal ini karena pelajaran matematika berkaitan erat dengan ide-ide, gagasan-gagasan, konsep-konsep serta hubungan ketiganya. Mitchelmore dan White menyebutnya dengan istilah *abstract-apart*.<sup>22</sup> Sehingga untuk memahami *abstract-apart* dibutuhkan suatu proses tertentu, yaitu abstraksi.

Menurut Gray dan Tall “abstraksi adalah proses penggambaran situasi tertentu ke dalam suatu konsep yang dapat dipikirkan melalui sebuah konstruksi”.<sup>23</sup> Berdasarkan definisi tersebut proses abstraksi dalam pemecahan

---

<sup>20</sup>Ibid, hlm. 45

<sup>21</sup>Harry Soeprianto, *Penerapan Pembelajaran Nilai-nilai yang Terintegrasi dalam Mata Pelajaran Matematika*, (Jurnal EducatiO, Vol. 4, No. 2, 2009), hlm. 31

<sup>22</sup>Farida Nurhasanah, *Abstraksi dan Alat Peraga Maya dalam Pembelajaran Matematika*, jurnal Program Pendidikan Matematika Universitas Sebelas Maret, hlm. 3

<sup>23</sup>N. N. Marsi, dkk, *Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD dan kemampuan Abstraksi terhadap Prestasi Belajar Matematika Siswa*, e-Journal Program Pascasarjana Universitas Pendidikan Ganesha, Volume 4, 2014, hlm. 3

masalah matematika merupakan proses penyederhanaan soal yang berkaitan dengan suatu situasi ke dalam kalimat matematika.

Menurut Mithelmore dan White secara garis besar proses abstraksi dibedakan menjadi dua, yaitu abstraksi empiris dan abstraksi teoritis.<sup>24</sup> Pada abstraksi empiris, konsep baru dibentuk berdasarkan pengamatan dan pengalaman. Sedangkan abstraksi teoritis, “konsep baru dibentuk dengan mencocokkan konsep jadi dengan pengalaman-pengalaman yang sudah terbentuk dan tersimpan lebih dulu dalam pemikiran individu”.<sup>25</sup> Selain Mithelmore dan White, Piaget juga mengungkapkan konsep abstraksi.

Piaget dalam Gray dan Tall mengemukakan tiga konsep abstraksi menjadi tiga, yaitu abstraksi empiris (*empirical abstraction*) yang memfokuskan pada cara anak mengkonstruksi sifat-sifat pada suatu objek, abstraksi empiris semu (*pseudo-empirical abstraction*) yang memfokuskan pada cara anak mengkonstruksi sifat-sifat aksi pada suatu obyek, dan abstraksi reflektif (*reflective abstraction*) “yang memfokuskan pada ide tentang aksi dan operasi menjadi objek tematik pada pemikiran atau asimilasi, yang berkaitan dengan kategorisasi operasi mental dan abstraksi terhadap objek mental”.<sup>26</sup> Konsep Piaget sejalan dengan konsep Mithelmore dan White.

Apabila Mithelmore dan White hanya membagi abstraksi menjadi dua yaitu, abstraksi empiris dan abstraksi teoritis, Piaget membagi abstraksi empiris menjadi dua bagian lagi, yaitu abstraksi empiris dan abstraksi empiris semu.

---

<sup>24</sup> Farida Nurhasanah, *Abstraksi dan Alat Peraga Maya dalam Pembelajaran Matematika*, (Jurnal Program Pendidikan Matematika Universitas Sebelas Maret), hlm. 3

<sup>25</sup>Ibid, hlm. 4

<sup>26</sup>Wiryanto, *Level-level Abstraksi dalam Pemecahan Masalah Matematika*, (Jurnal Pendidikan Teknik Elektro, Vol. 03, No. 03, 2014), hlm. 570

Sedangkan abstraksi reflektif yang dikemukakan Piaget sejalan dengan abstraksi teoritis yang dikemukakan Mithelmore dan White. Hal ini seperti yang diungkapkan Nurhasanah, “Teori Piaget, tentang abstraksi reflektif, yang berfokus pada hubungan-hubungan antar tindakan dapat dikategorikan dalam bentuk abstraksi teoritis”.<sup>27</sup>

Berdasarkan uraian mengenai abstraksi, hemat peneliti pembelajaran matematika di sekolah berhubungan erat dengan proses abstraksi reflektif (teoritis), yaitu mencocokkan konsep matematika yang sudah jadi dengan pengalaman yang sudah tersimpan terlebih dahulu. Terutama konsep mengenai sistem persamaan linear dua variabel.

Dubinsky membagi level abstraksi reflektif menjadi 4, yaitu interiorisasi, koordinasi, enkapsulasi, dan generalisasi.<sup>28</sup> Level pertama, interiorisasi, yaitu pembentukan proses internal untuk memahami fenomena yang dirasakan, “Aktivitas berpikir dalam konstruksi ini adalah aktivitas menggali informasi-informasi yang diperlukan”.<sup>29</sup> Level ini diawali dengan kata kerja “membaca dan mengamati”.

Level kedua, koordinasi, yaitu “komposisi dua atau lebih proses untuk perekonstruksian proses baru atau mengkoordinasikan hasil interiorisasi”.<sup>30</sup> Level ini diawali dengan kata kerja “mengkoordinasikan dan menghitung”. Level ketiga,

---

<sup>27</sup>Farida Nurhasanah, *Abstraksi dan Alat Peraga Maya dalam Pembelajaran Matematika*, (Jurnal Program Pendidikan Matematika Universitas Sebelas Maret), hlm. 4

<sup>28</sup>Sikky El Walida dan Anies Fuady, *Level Abstraksi Reflektif Mahasiswa dalam Pemecahan Masalah Matematika*, (Jurnal Pendidikan Matematika, Vol. 3, No. 1,2017), hlm. 43

<sup>29</sup>*Ibid*, hlm. 43

<sup>30</sup>*Ibid*, hlm. 44

enkapsulasi, yaitu dalam level ini terjadi perubahan dari proses ke dalam objek.<sup>31</sup> Level ini diawali dengan kata kerja “menetapkan”. Level keempat, generalisasi, yaitu “menerapkan skema yang ada ke sekumpulan yang lebih luas dari fenomena, maka kita mengatakan bahwa skema telah umum. Generalisasi juga bisa terjadi ketika proses dirumuskan ke objek”.<sup>32</sup> Level ini diawali dengan kata kerja “menggunakan”. Untuk mengetahui level atau tahapan abstraksi siswa peneliti akan menggunakan level abstraksi yang dikemukakan oleh Dubinsky.

### C. Pemecahan Masalah dalam Matematika

Menurut Polya pemecahan masalah adalah “suatu usaha untuk mencari jalan keluar dari suatu kesulitan guna mencapai suatu tujuan yang tidak dengan segera bisa dicapai”.<sup>33</sup> Polya membagi pemecahan masalah menjadi empat langkah sebagai berikut.<sup>34</sup>

#### 1. Memahami masalah (*understanding the problem*)

Pada langkah ini, siswa harus dapat menunjukkan bagian inti dari soal, yaitu “yang diketahui”, “yang ditanyakan” dan “syarat-syarat” yang terdapat dalam soal.

#### 2. Merencanakan pemecahan masalah (*devising a plan*)

Pada langkah ini, siswa memikirkan ide atau gagasan rencana. Gagasan yang baik didasarkan pada pengetahuan atau pengalaman sebelumnya. Guru boleh bertanya, apakah soal ini berhubungan dengan sesuatu?

---

<sup>31</sup>*Ibid*, hlm. 44

<sup>32</sup>*Ibid*, hlm. 44

<sup>33</sup>*Ibid*, hlm. 43

<sup>34</sup>Wiryanto, *Level-level Abstraksi dalam Pemecahan Masalah Matematika*, (Jurnal Pendidikan Teknik Elektro, Vol. 03, No. 03, 2014), hlm. 574

3. Melaksanakan rencana (*carrying out the plan*)

Pada langkah ini, guru seharusnya meminta siswa untuk memeriksa setiap langkah dalam melaksanakan rencana yang telah dirancang. Guru boleh bertanya, apakah siswa yakin bahwa langkah itu benar?

4. Memeriksa kembali (*looking back*)

Pada langkah ini, setelah diperoleh penyelesaian, siswa perlu memeriksa kembali hasil yang telah diperoleh. Guru boleh mengajukan pertanyaan, dapatkah siswa memeriksa hasilnya? Untuk memberikan tantangan dan kepuasan dalam pemecahan masalah guru dapat mengajukan pertanyaan, dapatkah siswa memperoleh jawaban dengan cara yang berbeda? Dapatkah siswa menggunakan hasil atau metode ini untuk masalah lain?

Berdasarkan uraian pemecahan masalah di atas, peneliti akan menggunakan level abstraksi menurut Dubinsky dan menggunakan proses pemecahan masalah yang dikemukakan oleh Polya untuk mengetahui kemampuan abstraksi siswa dalam pemecahan masalah.

Lebih lanjut peneliti akan menggunakan serta mengubah sedikit indikator level abstraksi dalam pemecahan masalah yang dikemukakan oleh Sikky El Walida dan Anies dalam jurnal *Level Abstraksi Reflektif Mahasiswa dalam Pemecahan Masalah Matematika*. Berikut indikator yang disusun oleh peneliti seperti pada tabel 2.1.

**Tabel 2.1 Indikator kemampuan Abstraksi Siswa dalam Pemecahan Masalah**

<b>Langkah Pemecahan Masalah</b>	<b>Level Abstraksi</b>	<b>Karakteristik dan Aktivitasnya</b>
Memahami masalah	Interiorisasi	Siswa mampu membaca dan memahami masalah yang diberikan
	Koordinasi	Siswa mampu mengkomposisikan masalah yang diberikan.
	Enkapsulasi	Siswa mampu menentukan penyelesaian masalah
	Generalisasi	Siswa mampu mengubah soal ke dalam variabel
Merencanakan pemecahan masalah	Interiorisasi	Siswa memahami soal yang diberikan dengan menuliskan persamaan
	Koordinasi	Siswa mengkoordinasikan soal dengan berusaha menyelesaikan soal dalam jangka waktu ertentu
	Enkapsulasi	Siswa mampu menetapkan metode pemecahan masalah yang akan digunakan
	Generalisasi	Siswa mampu menuliskan rasio di antara kalimat matematika
Menyelesaikan masalah sesuai rencana	Interiorisasi	Siswa mampu mencari salah satu variabel dengan menggunakan metode penyelesaian
	Koordinasi	Siswa mampu mengkoordinasikan nilai variabel yang didapat dengan metode penyelesaian untuk mendapatkan nilai variabel yang lain atau mampu menghitung nilai variabel lain yang belum diketahui
	Enkapsulasi	Siswa mampu menetapkan nilai variabel
	Generalisasi	Siswa mampu menuliskan nilai akhir yang dicari
Memeriksa kembali	Interiorisasi	Siswa mampu mengamati kembali nilai akhir yang didapat
	Koordinasi	Siswa mampu mengkoordinasikan nilai variabel yang didapat dengan persamaan untuk membuktikan kebenaran nilai variabel
	Enkapsulasi	Siswa mampu menetapkan hubungan nilai variabel dengan harga yang dicari
	Generalisasi	Siswa mampu menyusun kesimpulan akhir

#### **D. Sistem Persamaan Linear Dua Variabel**

Definisi sistem dalam KBBI adalah “perangkat unsur yang secara teratur saling berkaitan sehingga membentuk totalitas. Sedangkan persamaan linear dua variabel dapat dinyatakan dalam bentuk  $ax + by = c$  dengan  $a, b, c \in \mathbb{R}, a, b \neq$

Odan  $x, y$  suatu variabel.<sup>35</sup> Sehingga apabila didefinisikan persamaan linear dua variabel adalah kalimat terbuka yang dihubungkan oleh tanda sama dengan ( $=$ ), mempunyai dua variabel dengan masing-masing variabel berderajat satu. Jadi SPLDV terdiri dari dua persamaan linear dua variabel.

SPLDV dapat diselesaikan menggunakan 4 metode, yaitu metode grafik, substitusi, eliminasi dan metode campuran. Berikut contoh beserta penyelesaian SPLDV.

**Contoh Soal.**

Asep membeli 2 kg mangga dan 1 kg apel, ia harus membayar Rp 15.000.

Sedangkan Intan membeli 1 kg mangga dan 2 kg apel dengan harga Rp 18.000.

berapa harga 1 kg mangga dan 1 kg apel?

**Penyelesaian:**

Misalkan:

Harga 1 kg mangga =  $x$

Harga 1 kg apel =  $y$

Kalimat matematika dari soal di samping adalah

$$2x + y = 15.000$$

$$x + 2y = 18.000$$

Selanjutnya, selesaikan dengan menggunakan salah satu metode penyelesaian.

---

<sup>35</sup>Dewi Nuharini, Tri Wahyuni, *Matematika Konsep dan Aplikasinya*, (Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional, 2008), hlm. 97



## 1. Metode Grafik

$$2x + y = 15.000$$

$$\text{misal, } x = 0$$

$$2(0) + y = 15.000$$

$$0 + y = 15.000$$

$$y = 15.000$$

$$\text{misal, } y = 0$$

$$2x + (0) = 15.000$$

$$2x = 15.000$$

$$x = \frac{15.000}{2}$$

$$x = 7.500$$

$$x + 2y = 18.000$$

$$\text{misal, } x = 0$$

$$(0) + 2y = 18.000$$

$$2y = 18.000$$

$$y = \frac{18.000}{2}$$

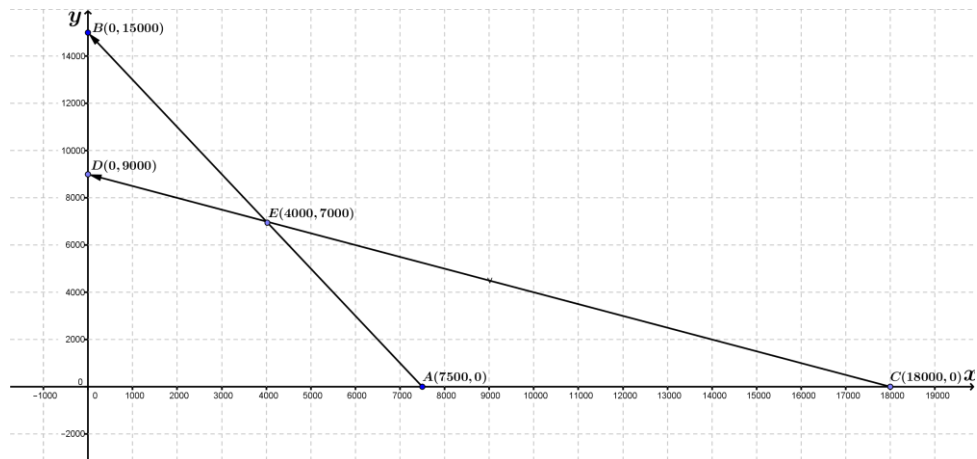
$$y = 9.000$$

$$\text{misal, } y = 0$$

$$x + 2y = 18.000$$

$$x + 2(0) = 18.000$$

$$x = 18.000$$



## 2. Metode Substitusi

$$2x + y = 15.000 \Leftrightarrow y = 15.000 - 2x \dots (i)$$

$$x + 2y = 18.000 \dots (ii)$$

Substitusi persamaan (i) ke persamaan (ii),

$$x + 2(15.000 - 2x) = 18.000$$

$$x + 30.000 - 4x = 18.000$$

$$-3x = 18.000 - 30.000$$

$$-3x = -12.000$$

$$x = \frac{12.000}{3}$$

$$x = 4.000 \dots (iii)$$

Substitusi persamaan (iii) ke persamaan (i),

$$y = 15.000 - 2(4.000)$$

$$= 15.000 - 8.000$$

$$= 7.000$$

Jadi, harga 1 kg mangga adalah Rp 4.000, dan harga 1 kg apel adalah Rp

7.000

### 3. Metode Eliminasi

$$\begin{array}{r} 2x + y = 15.000 \quad | \times 1 | \quad 2x + y = 15.000 \\ x + 2y = 18.000 \quad | \times 2 | \quad 2x + 4y = 36.000 \\ \hline -3y = -21.000 \\ y = 7.000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x + y = 15.000 \quad | \times 2 | \quad 4x + 2y = 30.000 \\ x + 2y = 18.000 \quad | \times 1 | \quad x + 2y = 18.000 \\ \hline 3x = 12.000 \\ x = \frac{12.000}{3} \\ x = 4.000 \end{array}$$

Jadi, harga 1 kg mangga adalah Rp 4.000, dan harga 1 kg apel adalah Rp

7.000

#### 4. Metode Campuran

$$\begin{array}{r}
 2x + y = 15.000 \quad | \times 2 | \quad 4x + 2y = 30.000 \\
 x + 2y = 18.000 \quad | \times 1 | \quad x + 2y = 18.000 \\
 \hline
 3x = 12.000 \\
 x = \frac{12.000}{3} \\
 x = 4.000
 \end{array}$$

Substitusi nilai  $x$  ke salah satu persamaan,

$$\begin{aligned}
 2x + y &= 15.000 \\
 2(4.000) + y &= 15.000 \\
 8.000 + y &= 15.000 \\
 y &= 15.000 - 8.000 \\
 y &= 7.000
 \end{aligned}$$

Jadi, harga 1 kg mangga adalah Rp 4.000, dan harga 1 kg apel adalah Rp 7.000

#### E. Penelitian Terdahulu

Pada penelitian ini peneliti ingin melengkapi penelitian sebelumnya terkait abstraksi. Berikut beberapa penelitian-penelitian sebelumnya,

1. Penelitian Wiryanto yang berjudul, *Level-level Abstraksi dalam Pemecahan Masalah Matematika*. Penelitian ini mengenai level-level atau tahap abstraksi dalam penyelesaian masalah pada mahasiswa Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknik Universitas Negeri Surabaya. Penelitian merupakan studi literatur yang bertujuan untuk membantu dosen menilai proses abstraksi mahasiswa jurusan tersebut.

2. Penelitian N. N. Marsi, I.M. Candiasa, I.M. Kirna yang berjudul, *Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD dan Kemampuan Abstraksi terhadap Prestasi Belajar Matematika Siswa*. Penelitian ini bertujuan “mengkaji pengaruh model pembelajaran tipe STAD terhadap prestasi belajar matematika siswa sebelum dan sesudah diadakan pengendalian pengaruh kovariabel kemampuan abstraksi”.<sup>20</sup> Terdapat dua hasil dari penelitian tersebut, pertama, terjadi peningkatan prestasi yang signifikan siswa yang belajar menggunakan model pembelajaran tipe STAD. Kedua, tidak ada pengaruh interaksi antara model pembelajaran dan kemampuan abstraksi.
3. Penelitian Farida Nurhasanah yang berjudul, *Abstraksi dan Alat Peraga Maya dalam Pembelajaran Matematika*. Penelitian ini merupakan kajian teoritis yang membahas mengenai penerapan alat peraga maya (alat peraga berbasis komputer) untuk membantu siswa apabila kesulitan pada materi yang tidak memungkinkan dilakukan abstraksi.

**Tabel 2.2 Posisi Penelitian Ini Dibandingkan dengan Penelitian Terdahulu**

<b>Persamaan atau Perbedaan Penelitian</b>	<b>Penelitian 1</b>	<b>Penelitian 2</b>	<b>Penelitian 3</b>	<b>Penelitian Ini</b>
Peneliti	Wiryanto	N. N. Marsi, I.M. Candiasa, I.M. Kirna	Farida Nurhasanah	Eni Fatatik

<sup>20</sup>N. N. Marsi dkk, *Pengaruh Model Pembelajaran Tipe STAD dan Kemampuan Abstraksi terhadap Prestasi Belajar Matematika Siswa*, (e-Jurnal Program Pascasarjana Universitas Pendidikan Ganesa Program Studi Teknologi Pembelajaran, Vol. 4, 2014), hlm. 1

Judul	Level-level abstraksi dalam pemecahan masalah matematika	Pengaruh model pembelajaran kooperatif tipe STAD dan kemampuan abstraksi terhadap prestasi belajar matematika siswa	Abstraksi dan alat peraga maya dalam pembelajaran matematika	Analisis kemampuan abstraksi siswa kelas 8 dalam pemecahan masalah pada materi sistem persamaan linear dua variable di SMP Terpadu Abul Faidl
Tujuan Penelitian	Studi literatur yang bertujuan untuk membantu dosen menilai proses abstraksi mahasiswa jurusan tersebut.	Mengkaji pengaruh model pembelajaran tipe STAD terhadap prestasi belajar matematika siswa sebelum dan sesudah diadakan pengendalian pengaruh kovariabel kemampuan abstraksi	Kajian teoritis yang membahas mengenai penerapan alat peraga maya (alat peraga berbasis komputer) untuk membantu siswa apabila kesulitan pada materi yang tidak memungkinkan dilakukan abstraksi	Mendeskripsikan level atau tahap abstraksi siswa SMP
Abstraksi	Memaparkan bentuk abstraksi untuk pemecahan masalah pada mahasiswa.	Abstraksi dalam penelitian 2 digunakan untuk melihat prestasi belajar siswa dan ada atau tidak pengaruh interaktif model pembelajar dan kemampuan abstraksi.	Memaparkan bentuk abstraksi untuk pemecahan masalah pada siswa.	Memaparkan bentuk abstraksi untuk pemecahan masalah pada siswa.