

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Hakikat Belajar Matematika

1. Definisi Belajar Matematika

Dalam keseluruhan proses pendidikan di sekolah, kegiatan belajar merupakan kegiatan yang paling pokok. Berikut beberapa definisi belajar menurut beberapa ahli.

Menurut Slameto mendefinisikan belajar sebagai suatu proses usaha yang dilakukan seseorang untuk memperoleh suatu perubahan tingkah laku yang baru secara bertahap maupun keseluruhan, sebagai bentuk pengetahuan yang di peroleh dari hasil pengalamannya sendiri dalam berinteraksi dengan lingkungannya¹. Begitu pula menurut Uno menjelaskan belajar sebagai perubahan tingkah laku secara relatif permanen sebagai hasil dari praktik yang dilandasi tujuan untuk mencapai tujuan tertentu.²

Menurut Sumadi Suryabrata, belajar merupakan suatu proses yang dapat membawa perubahan yang terjadi pada diri seseorang sehingga diperoleh suatu kecakapan baru atau pengalaman yang didapat karena usaha yang secara tekun dilakukan.³ Sejalan dengan itu, Mustaqim mengemukakan belajar adalah perubahan tingkah laku yang relatif tetap yang terjadi karena latihan dan pengalaman.⁴

Matematika menurut Ruseffendi adalah bahasa simbol, ilmu deduktif yang tidak menerima pembuktian secara induktif tentang pola keturaturan, dan struktur yang terorganisasi, mulai dari unsur yang tidak didefinisikan ke unsur

¹ Slameto, *Belajar dan faktor-faktor yang mempengaruhinya*, dalam *Alifa Muhandis sholiha afif*, 26 September 2018, hal. 13

² *Ibid*, hal. 13

³ Sumadi Suryabrata, *Psikologi Pendidikan*, dalam *Nuzulia Rahmi*, 06 Februari 2019, hal. 14

⁴ *Ibid*, hal. 14

yang didefinisikan, ke aksioma atau postulat, dan akhirnya ke dalil.⁵ Sedangkan menurut Johnson dan Myklebust dalam soedjadi matematika adalah bahasa simbolis yang fungsi praktisnya untuk mengkspresikan hubungan-hubungan kuantitatif dan keruangan sedangkan fungsi teoritisnya adalah untuk memudahkan pemikiran.⁶

Menurut Soedjadi bahwa tujuan umum pembelajaran matematika di jenjang pendidikan dasar dan menengah umum adalah:

- 1) Mempersiapkan siswa agar sanggup menghadapi perubahan keadaan di dalam kehidupan yang sedang berkembang, melalui latihan bertindak atas dasar pemikiran secara logis, rasional, kritis, cermat, jujur, efektif dan efisien.
- 2) Mempersiapkan siswa agar dapat menggunakan matematika, pola berpikir dan bernalar matematika dalam kehidupan sehari-hari dan dalam mempeajari berbagai ilmu pengetahuan yang lain.⁷

Dari beberapa uraian tersebut, dapat disimpulkan bahwa belajar merupakan suatu proses yang ditandai adanya perubahan tingkah laku secara bertahap maupun keseluruhan yang di peroleh dari pengalaman sendiri untuk mempersiapkan siswa menghadapi perubahan dalam kehidupan sehari-hari khususnya matematika dengan cara melatih pola pikir, dan mengembangkan kemampuan menyampaikan informasi dalam pemecahan masalah dan melatih cara berpikir serta menalar dalam menarik kesimpulan. Adapun yang berhubungan dengan kemampuan penalaran matematis siswa adalah mengolah, menyaji, dan menalar dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai,

⁵ Heruman, *Model Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar*, dalam Artikel <https://www.academia.edu> Diakses 15 Maret 2019

⁶ Sanni Merdekawati, *Pengembangan Student worksheet Berbahasa Inggris Berbasis Konstruktivisme Dengan Pendekatan Pemecahan Masalah Pada Pembelajaran Matematika Materi Aritmatika Sosial Sederhana Untuk SMP VII Kelas Bilingual*, (Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta, Skripsi Tidak diterbitkan, 2011) hal. 14

⁷ R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*, dalam Nita gusliana, 06 Februari 2019, hal. 11

merangkai, memodifikasi, dan membuat) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah.

2. Kemampuan Penalaran Matematis

1. Pengertian Penalaran Matematis

Penalaran berasal dari kata dasar “nalar”. Menurut Kamus Bahasa Indonesia bahwa “nalar” yang berarti pertimbangan akal budi manusia atau cara pemecahan masalah persoalan.⁸ Sehingga dapat dikatakan bahwa menalar adalah cara berpikir seseorang dalam sebuah persoalan yang awalnya tidak tahu menjadi tahu. Kemampuan adalah kapasitas seorang individu untuk melakukan beragam tugas dalam suatu pekerjaan. Kemampuan juga sebuah penilaian terkini atas apa yang dapat dilakukan seseorang.⁹

Istilah penalaran matematika atau biasa yang dikenal dengan penalaran matematis dalam beberapa literatur disebut dengan mathematical reasoning, sebagaimana yang dikutip oleh Shadiq dalam Ali Ma’sum menyatakan sebagai berikut: “Reasoning is a special kind of thinking in which inference takes place, in which conclusions are drawn from premises”. Berdasarkan definisi yang disampaikan Shadiq tersebut, Ali Ma’sum menerjemahkan pernyataan bahwa penalaran merupakan kegiatan atau proses berpikir untuk menarik suatu kesimpulan berdasarkan pada beberapa pernyataan yang dianggap benar yang disebut premis.¹⁰

Pernyataan tersebut dapat diartikan bahwa penalaran matematis adalah berpikir mengenai permasalahan-permasalahan matematika secara logis untuk memperoleh penyelesaian.¹¹ Penalaran matematis juga mensyaratkan kemampuan untuk memilah apa yang penting dan tidak penting untuk di cerna dalam menyelesaikan sebuah permasalahan dan untuk menjelaskan atau

⁸ Sulchan Yasyin, *Kamus Pintar Bahasa Indonesia*, (Surabaya: Amanah, 1995), h.161

⁹ Robbins, *Perilaku Organisasi Buku 1*, dalam *Maris fitriana*, 28 februari 2019, hal. 7

¹⁰ Ali Ma’sum, *Profil Kemampuan Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Bangun Ruang Sisi Lengkung*. Artikel Skripsi Gasal, Vol.1, No.3, 2013.

¹¹ Nita Gusliana, *Pengaruh Model Problem Based Learning Terhadap Kemampuan Penalaran Matematis Pada Siswa SMP*, (Banda Aceh: Universitas Islam Negeri Ar-Raniry Darussalam, Skripsi Tidak Diterbitkan, 2017), hal. 24

memberikan alasan pada sebuah penyelesaian. Terdapat dua jenis penalaran matematika yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif.

berfikir dan bernalar tidak dapat dipisahkan, berpikir adalah aktifitas jiwa dengan arah yang ditentukan oleh masalah yang dihadapi. Prosesnya diawali dengan pembentukan pengertian, diteruskan pembentukan pendapat serta di analisis, dan diakhiri oleh penarikan kesimpulan.¹² Begitupula Kusumah mengemukakan bahwa penalaran matematis sebagai penarikan kesimpulan dalam sebuah argumen dan cara berpikir yang merupakan sebuah upaya dalam memperjelas hubungan antara dua hal atau lebih berdasarkan sifat-sifat atau hukum-hukum yang telah di sepakati dan diakui kebenarannya, dengan menggunakan langkah-langkah tertentu yang berakhir dengan sebuah kesimpulan.¹³

Berdasarkan penjelasan diatas dapat disimpulkan bahwa penalaran matematis adalah suatu kegiatan atau proses berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat pernyataan matematis berdasarkan pernyataan matematis yang telah diketahui sebelumnya.

2. Penalaran Matematika

Matematika pada dasarnya suatu alat untuk mengembangkan cara berpikir, oleh karena itu matematika sangat diperlukan baik dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam kemajuan IPTEK sehingga perlu dibekalkan kepada peserta didik, mulai dari jenjang pendidikan taman kanak-kanak sampai pendidikan perguruan tinggi.

Matematika pada hakikatnya merupakan suatu ilmu yang menggunakan penalaran logis, dan berhubungan dengan bilangan-bilangan serta operasinya yang dititikberatkan kepada hubungan, pola, bentuk, dan struktur (unsur ruang). Penalaran matematika diperlukan untuk menentukan apakah sebuah argumen

¹² Ririn Dwi Agustin, *Kemampuan Penalaran Matematika Mahasiswa Melalui Pendekatan Problem Solving*, Jurnal Pedagogia ISSN 2089-3833 Vol. 5 No 2 Agustus 2016 hal. 181

¹³ Marfi Ario, *Analisis Penalaran Matematis Siswa SMK Setelah Mengikuti Pembelajaran Berbasis Masalah*, Jurnal Ilmiah Edu Research vol. 5 No 2 Desember 2016 hal. 125

matematika benar atau salah dan dipakai untuk membangun suatu argumen matematika. Penalaran matematika tidak hanya penting untuk melakukan pembuktian atau pemeriksaan program, tetapi juga untuk inferensi dalam suatu sistem kecerdasan buatan.

Menurut suherman penalaran matematika adalah suatu kegiatan menyimpulkan fakta, menganalisa data, memperkirakan, menjelaskan dan membuat suatu kesimpulan. Sebagai suatu kegiatan berpikir maka penalaran mempunyai ciri – ciri tertentu. Ciri yang pertama ialah adanya suatu pola berpikir yang secara luas disebut logika. Hal ini dapat dikatakan bahwa dalam tiap bentuk penalaran mempunyai logika sendiri. Dan ciri kedua adalah proses berpikir bersifat analitik. Penalaran adalah suatu kegiatan berpikir yang menggunakan logika alamiah.¹⁴

Proses bernalar terbagi menjadi penalaran deduktif dan penalaran induktif. Penalaran deduktif menurut Barnes dan Nobel merupakan suatu metode penarikan kesimpulan yang sangat valid. Artinya kesimpulan yang diperoleh merupakan hasil dari kumpulan fakta atau data yang diketahui sebelumnya.¹⁵ Jika sebuah argumen valid dan anggapannya benar maka kesimpulannya akan dijamin benar. Jika dalam penarikan kesimpulan bernilai salah, maka yang salah bukan aturannya tetapi ada premis yang salah. Beberapa kegiatan yang tergolong pada penalaran deduktif di antaranya adalah:

- a. Melaksanakan perhitungan berdasarkan aturan atau rumus tertentu.
- b. Menarik kesimpulan logis berdasarkan aturan inferensi, memeriksa validitas argumen, membuktikan, dan menyusun argumen yang valid.
- c. Menyusun pembuktian langsung, pembuktian tak langsung dan pembuktian dengan induksi matematika.¹⁶

¹⁴ *Ibid*, hal. 125

¹⁵ Syarifah Yurianti, et. all., Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Pada Materi Sistem Persamaan Linier Dua Variable Kelas X SMA, dalam <http://www.researchgate.net> Diakses 26 Februari 2019.

¹⁶ Cita Dwi Rosita, *Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematis: Apa, Mengapa dan Bagaimana Ditingkatkan Pada Mahasiswa*, Jurnal Euclid Vol. 1, No. 1 hal. 35

Menurut Sumarno Penalaran induktif adalah proses berpikir berupa penarikan kesimpulan yang bersifat umum atas dasar pengetahuan tentang hal – hal khusus. Dengan kata lain, dalam penalaran induktif diperlukan aktivitas mengamati contoh-contoh spesifik dan sebuah pola dasar atau keteraturan.¹⁷ Dengan demikian penalaran induktif merupakan aktivitas penarikan kesimpulan yang bersifat umum berdasarkan pada data-data berupa contoh-contoh khusus dan pola atau keteraturan yang diamati. Nilai kebenaran suatu penalaran induktif dapat benar atau salah tergantung pada argumen selama penarikan kesimpulan. Adapun indikator dari penalaran induktif ialah menjelaskan keterkaitan antar konsep matematika dan menarik kesimpulan logis dari hubungan antar konsep secara umum dengan nilai kebenaran yang bersifat benar atau salah.¹⁸

3. Indikator Penalaran Matematika

Siswa dikatakan mampu melakukan penalaran matematika bila ia mampu menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika. Pada penjelasan teknis Peraturan Dirjen Dikdasmen Depdiknas No. 506/C/PP/2004 tanggal 11 November 2004 tentang rapor diuraikan bahwa indikator siswa yang memiliki kemampuan dalam penalaran matematika¹⁹ adalah :

a. Kemampuan mengajukan dugaan.

Kemampuan mengajukan dugaan merupakan kemampuan siswa dalam merumuskan berbagai kemungkinan pemecahan masalah sesuai dengan pengetahuan yang dimilikinya. Indikator mengajukan dugaan dalam penelitian ini akan muncul pada saat siswa menduga cara apa yang digunakan untuk menyelesaikan soal yang diberikan.

¹⁷ Syarifah Yuniarti, et. all., *Kemampuan Penalaran Matematis ...*, hal. 1

¹⁸ Cita Dwi Rosita, *Kemampuan Penalaran dan Komunikasi ...*, hal. 35

¹⁹ Depdiknas, *Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia No 22 Tahun 2006 tentang Standar Isi untuk Satuan Pendidikan Dasar Dan Menengah*, (Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional), hlm. 15.

b. Kemampuan melakukan manipulasi matematika.

Kemampuan manipulasi matematika merupakan kemampuan siswa dalam mengerjakan atau menyelesaikan suatu permasalahan dengan menggunakan cara sehingga tercapai tujuan yang dikehendaki. Sehingga subjek yang memenuhi kemampuan manipulasi matematika mampu membuat cara atau rekayasa matematika untuk memudahkan suatu perhitungan dan memperoleh hasil yang benar.

c. Kemampuan menyusun bukti, memberi alasan / bukti terhadap beberapa kebenaran solusi.

Kemampuan menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi merupakan kemampuan memberikan alasan melalui suatu penyelidikan hingga mencapai suatu kesimpulan. Indikator ini menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi dalam penelitian ini akan muncul pada saat siswa memberikan bukti dan alasan dari kebenaran jawaban yang telah diberikan.

d. Kemampuan menarik kesimpulan.

Kemampuan menarik kesimpulan dari pernyataan kemampuan siswa dalam menggunakan pengetahuannya untuk menghasilkan suatu pikiran. Indikator menarik kesimpulan dari pernyataan dalam penelitian ini akan muncul pada saat siswa memberikan kesimpulan dari pernyataan-pernyataan yang telah dikemukakan pada wawancara dari hasil penyelesaian soal yang telah dikerjakan.

e. Kemampuan memeriksa kesahihan suatu argument.

Kemampuan memeriksa kesahihan argumen merupakan kemampuan siswa dalam memeriksa atau menyelidiki kebenaran dari suatu pernyataan. Indikator memeriksa kesahihan argumen dalam penelitian ini akan muncul pada saat siswa menyelesaikan permasalahan matematika dengan cara atau metode sampai menarik kesimpulan dari penyelesaian yang telah dilakukan.

B. Pembelajaran Berbasis Masalah dan Bahan Ajar Berbasis Masalah

Pembelajaran Berbasis Masalah atau *Problem Based Learning (PBL)* merupakan salah satu model pembelajaran yang sesuai dan digalakkan dengan kurikulum 2013, dimana siswa dituntut untuk bersikap kritis, bekerja sama, cermat dalam menyelesaikan masalah, termotivasi dan percaya diri dalam memecahkan masalah nyata yang berkaitan dengan matematika. Pembelajaran berbasis masalah tersebut bercirikan mengenai masalah-masalah pada kehidupan nyata dan merupakan pembelajaran yang menekankan kepada aktivitas penyelidikan dalam memecahkan masalah tersebut.²⁰ Dalam hal ini diharapkan, peserta didik dapat mengembangkan kemampuan berpikirnya karena ia akan memperoleh informasi dari berbagai sumber belajar mengenai materi yang sedang dipelajari.

Sebagaimana yang diungkapkan oleh Suyanto model *problem based learning* merupakan proses pembelajaran titik awal yang di mulai berdasarkan masalah dalam kehidupan dunia nyata. Siswa dirangsang untuk mempelajari masalah berdasarkan pengetahuan dan pengalaman yang telah mereka miliki sebelumnya untuk membentuk pengetahuan yang baru.²¹ *Problem Based Learning (PBL)* merupakan model pembelajaran yang berpusat pada siswa dimana siswa mengelaborasi pemecahan masalah dengan pengalaman sehari-hari. Pembelajaran berbasis masalah merupakan inovasi dalam pembelajaran karena didalam PBL kemampuan berpikir siswa betul-betul dioptimalisasikan melalui proses kerja kelompok atau tim yang sistematis sehingga siswa dapat memberdayakan, mengasah, menguji, dan mengembangkan kemampuan berpikirnya secara berkesinambungan.²²

²⁰ Aditya Surya Pratama, *Penerapan Model Pembelajaran Problem Based Learning untuk Meningkatkan Hasil Belajar Pada Mata Pelajaran Sosiologi Kelas X-3 SMA Negeri 1 Mojolaban* (Surakarta: Universitas Sebelas Maret, Skripsi Tidak Diterbitkan, 2016) hal. 4

²¹ Yenis Darlia, et. all., *Penerapan Model Pembelajaran Problem Based Learning (PBL) dalam Meningkatkan Kemampuan Berpikir Siswa Pada Materi Pecahan Pada Kelas VII SMP*, Jurnal Numeracy Vol.5, No.1 April 2018

²² *Ibid*, Vol. 5

PBL membantu siswa mengembangkan kemampuan berpikir dan menyelesaikan masalah serta bermain peran melalui berbagai situasi yang diangkat dalam masalah. Tujuan PBL menurut Ibrahim dan Nur adalah untuk (1) membantu siswa mengembangkan kemampuan berpikir dan memecahkan masalah, (2) belajar berperan sebagai orang dewasa dengan melibatkan siswa dalam pengalaman nyata, dan (3) menjadi siswa yang otonom.²³

Berdasarkan pendapat di atas dapat ditegaskan bahwa PBL merupakan model pembelajaran yang menghadapkan siswa pada masalah dunia nyata (real world) untuk memulai pembelajaran dan merupakan bahan ajar inovatif yang dapat memberikan kondisi belajar aktif kepada siswa terutama pada penyelesaian soal matematika berbasis masalah dalam bentuk cerita. seperti yang kita ketahui tidak mudah untuk melaksanakan pembelajaran yang dapat meningkatkan prestasi belajar matematika dan sekaligus melatih kemampuan Penalaran Matematis siswa dalam pemecahan masalah. Banyak kendala yang harus dihadapi dalam melatih kemampuan penalaran pada pemecahan masalah, salah satunya adalah bahan ajar yang digunakan sekolah dalam pembelajaran. Kemampuan pemecahan masalah dan prestasi belajar matematika yang baik tidak akan tercapai dengan sendirinya tanpa upaya dan fasilitas yang mendukung termasuk bahan ajar yang digunakan. Bahan ajar matematika adalah seperangkat materi matematika sekolah yang disusun secara matematis baik tertulis maupun tidak tertulis sedemikian sehingga tercipta lingkungan atau suasana yang memungkinkan siswa untuk belajar matematika.²⁴

Pada sebagian besar sekolah, bahan ajar yang digunakan dalam kegiatan pembelajaran matematika belum memberikan permasalahan yang kontekstual dan bersifat masalah di awal pembelajaran dan hanya sedikit yang memuat soal-soal bernalar dalam pemecahan masalah. Soal-soal yang ada pada bahan ajar lebih banyak memuat soal-soal untuk pemahaman konsep dan kemampuan

²³ Alifa Muhandis Sholiha Afif, *Analisis Kemampuan Penalaran Matematis...*, hal. 19

²⁴ Jeaniver Yuliane Kharisma dan Aslim Asman, "Pengembangan Bahan Ajar Matematika Berbasis Masalah.....", hal. 37

berhitung.²⁵ Hal ini menyebabkan buku siswa yang digunakan kurang menunjang kemampuan pemecahan masalah dan penalaran matematis siswa. Latihan soal dalam bahan ajar tersebut sebagian belum memfasilitasi kemampuan penalaran matematis siswa dan prestasi belajar matematika siswa karena soal-soal yang disajikan masih bersifat soal rutin pada bagian soal yang menuntut siswa menjawab secara berstruktur.²⁶ Oleh karena itu, soal yang sesuai dengan Pembelajaran Berbasis Masalah untuk melatih kemampuan penalaran matematis siswa dalam pemecahan masalah yaitu Soal berbentuk cerita. Soal cerita merupakan permasalahan yang dinyatakan dalam bentuk kalimat bermakna dan mudah dipahami.

Menurut Raharjo Soal cerita yang terdapat dalam matematika merupakan persoalan-persoalan yang terkait dengan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang dapat dicari penyelesaiannya dengan menggunakan kalimat matematika. Soal cerita berguna untuk menerapkan pengetahuan yang dimiliki oleh siswa sebelumnya. Dalam menyelesaikan soal matematika bentuk cerita bukan hanya sekedar mendapatkan jawaban dari pertanyaan yang ada, melainkan yang lebih penting adalah siswa harus mengetahui dan memahami proses berpikir atau langkah-langkah pemecahan masalah untuk mendapatkan jawaban tersebut.²⁷ Sedangkan menurut Erman untuk menyelesaikan soal matematika dipergunakan heuristic. *Heuristic* adalah mempelajari cara-cara dan aturan penemuan serta hasil penemuan. Dalam hal ini yang dimaksud heuristic adalah pada penyelesaian soal matematika bentuk cerita siswa perlu diarahkan untuk mempelajari langkah-langkah atau cara-cara maupun aturan-aturan yang seharusnya dilakukan dalam menemukan suatu jawaban sebagai hasil temuan terhadap pemecahan masalah yang terkandung pada suatu soal matematika

²⁵ *Ibid*, hal. 37

²⁶ *Ibid*, hal. 37

²⁷ Raharjo dan Astuti, Pembelajaran Soal Cerita Operasi Hitung Campuran di Sekolah Dasar, www.p4tkmatematika.org, Diakses pada tanggal 4 Juli 2019.

bentuk cerita.²⁸ Pernyataan tersebut diperkuat dengan pendapat Polya dalam Aisyah, ada empat langkah dalam pemecahan masalah, yaitu: understanding the problem (memahami masalah), devising a plan (merencanakan penyelesaian), carrying out the plan (dilaksanakan rencana penyelesaian), dan looking back (memeriksa proses dan hasil).²⁹

Berdasarkan pendapat di atas dapat ditegaskan bahwa soal cerita adalah sebuah kalimat yang memiliki makna dan permasalahan yang dalam penyelesaiannya tidak hanya menuntut hasil saja melainkan makna dan proses dalam menyelesaikan masalah untuk mendapatkan hasil yang tepat dengan menggunakan berbagai langkah secara runtut dan sistematis.

Soal matematika bentuk cerita adalah soal yang disajikan dalam bentuk kalimat sehari-hari dan umumnya merupakan aplikasi dari konsep matematika yang dipelajari. Penerapan (aplikasi) adalah proses berpikir yang setingkat lebih tinggi dari pemahaman. Dalam aplikasinya siswa diharapkan mampu memilih, menggunakan dan menerapkan dengan tepat suatu teori, hukum, metode pada situasi baru atau situasi lain.

²⁸ Erman Suherman, et. all. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: JICA-Universitas Pendidikan Indonesia (UPI). Hal. 32

²⁹ Aisyah, et. all., *Pengembangan Pembelajaran Matematika SD*. Jakarta: Depdiknas.

C. Teorema Pythagoras

1. Luas persegi

Luas persegi dapat ditentukan dengan cara mengalihkan sisi-sisinya. Jika sebuah persegi adalah s maka luasnya dapat ditulis sebagai berikut

$$L = s \times s \quad \text{atau} \quad L = s^2$$

Contoh: Tentukan luas persegi jika diketahui sisi-sisinya berukuran 15 cm!

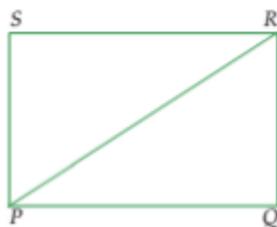
Penyelesaian:

$$\begin{aligned} L &= s \times s \\ &= 15 \text{ cm} \times 15 \text{ cm} \\ &= 225 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Jadi luas persegi adalah 225 cm^2

2. Luas daerah segitiga

Kita tentu sudah mempelajari cara menghitung luas dan keliling segitiga. Pada bab ini akan mempelajari hubungan antara luas segitiga dengan luas persegi panjang. Perhatikan gambar persegi panjang PQRS berikut ini!



Dari persegi panjang tersebut kita peroleh dua buah segitiga, yaitu ΔPQR dan ΔPSR .

Luas ΔPQR = luas daerah ΔPSR .

Hal ini menunjukkan bahwa

$$\text{Luas } \Delta PQR = \frac{1}{2} \times \text{luas } PQRS$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{luas } PQ \times \text{panjang } QR$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$$

Jadi, luas segitiga dirumuskan:

$$\frac{1}{2} \times a \times t$$

Dengan a = alas segitiga, dan t = tinggi segitiga.

Contoh: Tentukan luas segitiga jika diketahui alasnya berukuran 12 cm dan tingginya 5 cm!

Penyelesaian:

$$L = \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$$

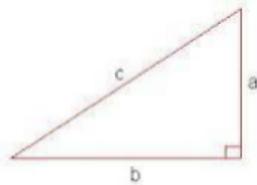
$$= 30 \text{ cm}^2$$

Jadi luas segitiga adalah 30 cm^2 .

3. Pembuktian Dalil Pythagoras

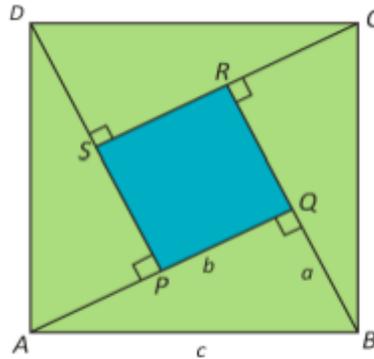
Jika kita punya sebuah segitiga siku-siku dengan sisi a, b dan c seperti disamping. Akan berlaku:

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Dalam teorema yang dikemukakan oleh Pythagoras, sisi c atau sisi miring disebut dengan *hipotenusa*. Banyak cara yang bisa digunakan untuk membuktikan kebenaran teorema ini. Kita bisa praktek langsung dengan alat atau menggunakan coret-coretan di kertas. Salah satu pembuktian teorema Pythagoras adalah dengan bukti dari Bhaskara. Bukti berikut ini pertama kali terdapat pada karya Bhaskara (matematikawan India sekitar abad X). Bangun ABCD di bawah

ini berupa bujur dengan panjang sisi c . Di dalamnya dibuat empat buah segitiga siku-siku dengan panjang sisi a dan b .



Dengan konstruksi bangun tersebut, maka:

Luas persegi PQRS + $(4 \times \text{segitiga luas ABQ}) = \text{Luas ABCD}$

$$(b - a)^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times a \times b = c^2$$

$$b^2 - 2ab + a^2 + 2ab = c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (terbukti)}$$

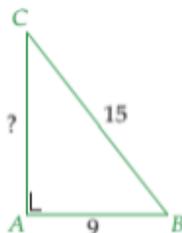
4. Menggunakan dalil pythagoras

a) Menghitung panjang salah satu sisi segitiga siku-siku

Pada sebuah segitiga siku-siku, jika dua buah sisinya diketahui maka salah satu sisinya dapat dicari dengan menggunakan dalil pythagoras.

Perhatikan contoh berikut ini!

Contoh:



Panjang sisi miring suatu segitiga siku-siku adalah 15 cm. Jika panjang salah satu sisi siku-sikunya 9 cm, tentukan panjang sisi segitiga siku-siku yang lainnya!

Penyelesaian:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$= 15^2 - 9^2$$

$$= 225 - 81$$

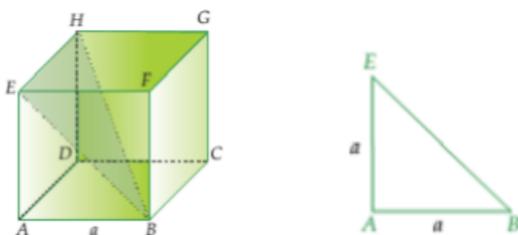
$$= 144$$

$$AC = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

Jadi, panjang sisi segitiga siku-siku yang lainnya adalah (AC) = 12 cm

b) Menentukan panjang diagonal sisi dan diagonal ruang kubus

Dalil Pythagoras dapat digunakan untuk mencari panjang diagonal sisi atau diagonal ruang kubus dan balok. Hal ini dikarenakan diagonal sisi dan diagonal ruang yang merupakan sisi Pada kubus ABCD.EFGH rusuk EB merupakan salah satu diagonal sisi pada kubus dan rusuk HB merupakan salah satu diagonal ruangnya. Jika panjang sisi kubus ABCD.EFGH adalah a satuan panjang maka kita dapat menentukan panjang rusuk EB dan HB.



Untuk menentukan panjang diagonal sisi EB, perhatikan segitiga siku-siku ABE pada kubus ABCD.EFGH. Berdasarkan dalil Pythagoras hubungan sebagai berikut.

$$EB^2 = AB^2 + AE^2$$

$$EB^2 = a^2 + a^2$$

$$EB^2 = 2a^2$$

$$EB = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

Jadi, panjang diagonal sisi sebuah kubus yang panjang sisinya a adalah $a\sqrt{2}$.

Untuk menentukan panjang diagonal ruang HB, perhatikan segitiga BDH yang siku-siku di D. Karena rusuk BD merupakan diagonal sisi kubus ABCD. EFGH, maka panjangnya adalah a . Dengan menggunakan dalil Pythagoras diperoleh hubungan berikut.

$$HB^2 = DB^2 + DH^2$$

$$HB^2 = (a\sqrt{2})^2 + a^2$$

$$HB^2 = 2a^2 + a^2$$

$$HB^2 = 3a^2$$

$$HB = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$$

Jadi, panjang diagonal ruang kubus yang panjang sisinya a adalah $a\sqrt{3}$

c) Aplikasi dalil Pythagoras dalam kehidupan sehari-hari

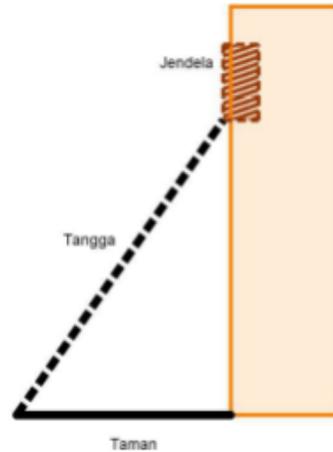
Pada bagian sebelumnya kita telah mempelajari bagaimana menggunakan dalil Pythagoras untuk menentukan jenis segitiga dan panjang diagonal ruang serta diagonal sisi sebuah kubus. Setelah itu, kita gunakan dalil Pythagoras untuk menyelesaikan permasalahan di kehidupan sehari-hari.

Dibawah ini merupakan aplikasi yang menggunakan teorema Pythagoras dalam kehidupan sehari-hari:

Tangga adalah salah satu peralatan penting bagi orang-orang yang bekerja di dunia konstruksi. Orang-orang di dunia konstruksi ini menggunakan aplikasi teorema Pythagoras untuk menyelesaikan masalah-masalah dalam dunia kerja mereka.

Contoh:

Tinggi sebuah jendela lantai 2 sebuah gedung kira-kira 8 m. Di depan gedung tersebut ada sebuah taman dengan lebar 6 m. Berapa panjang tangga minimum yang dibutuhkan agar kaki-kaki tangga tidak merusak taman tersebut? Perlihatkan sketsa di bawah ini.



Jika panjang tangga dianggap sebagai x , maka:

$$x^2 = 8^2 + 6^2$$

$$x = \sqrt{8^2 + 6^2}$$

$$x = \sqrt{64 + 36}$$

$$x = \sqrt{100}$$

$$x = 10 \text{ m}$$

Maka panjang tangga minimum adalah 10 m.

D. Penelitian Terdahulu

Hasil penelitian terdahulu merupakan hasil penelitian yang sudah teruji kebenarannya yang dalam penelitian ini dapat dipergunakan sebagai acuan atau pembandingan. Hasil penelitian terdahulu yang dipergunakan dalam penelitian ini adalah:

- 1) Penelitian oleh Alifa Muhandis Sholihah Afif dari Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang Tahun 2016 dengan judul *“Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Ditinjau Dari Gaya Belajar Siswa Dalam Problem Based Learning (PBL)”*.

Dalam penelitian ini diperoleh kesimpulan bahwa siswa kelas VIII E didominasi oleh siswa tipe gaya belajar auditorial. Begitu juga terdapat peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa yang signifikan dengan menggunakan model PBL.

Tabel 2.2 Persamaan dan Perbedaan Penelitian Ini dengan Penelitian Terdahulu

Aspek	Penelitian Terdahulu	Penelitian Sekarang
Judul Penelitian	Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Ditinjau Dari Gaya Belajar Siswa Dalam Problem Based Learning (PBL)	Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Berbasis Masalah Di SMPN 2 Gondang Pada Materi Teorema Pythagoras
Tahun Penelitian	2016	2019
Materi Penelitian	Bangun Ruang Limas	Teorema Pythagoras
Subjek Penelitian	Kelas VIII SMP	Kelas VIII SMP
Lokasi Penelitian	SMP Negeri 2 Batang	SMP Negeri 2 Gondang
Fokus Penelitian	Kemampuan penalaran matematis siswa dianalisis berdasarkan tipe gaya belajar	Kemampuan penalaran matematis siswa dianalisis berdasarkan kemampuan matematis tinggi, sedang, rendah melalui dalam menyelesaikan soal berbasis masalah

Metode Penelitian	Kuantitatif	Kualitatif
-------------------	-------------	------------

- 2) Penelitian oleh Andike Riski Noviani dari Program Studi Pendidikan Matematika FTIK IAIN Tulungagung Tahun 2018 dengan judul “*Analisis Proses Penalaran Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Pada Materi Sistem Persamaan Linier Dua Variabel Berdasarkan Kamapuan Akademik Kelas X – AK2 SMK PGRI 1 Tulungagung*”.

Dalam penelitian ini diperoleh kesimpulan bahwa Subjek dengan kemampuan akademik tinggi memenuhi proses penalaran matematis pada indikator mengajukan dugaan; melakukan manipulasi matematika; menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa kebenaran solusi; menarik kesimpulan dari suatu pernyataan; memeriksa kesahihan suatu argument. Sedangkan subjek dengan kemampuan akademik sedang hanya memenuhi proses penalaran matematis pada indikator mengajukan dugaan dan melakukan manipulasi matematika. Dan subjek dengan kemampuan akademik rendah hanya memenuhi proses penalaran matematis pada indikator mengajukan dugaan.

Tabel 2.3 Persamaan dan Perbedaan Penelitian Ini dengan Penelitian Terdahulu

Aspek	Penelitian Terdahulu	Penelitian Sekarang
Judul Penelitian	Analisis Proses Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika pada Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel Berdasarkan Kemampuan Akademik Siswa Kelas X-AK2 SMK PGRI 1 Tulungagung	Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Berbasis Masalah Di SMPN 2 Gondang Pada Materi Teorema Pythagoras
Tahun Penelitian	2017	2019
Materi	Sistem Persamaan Linear Dua	Teorema Pythagoras

Penelitian	Variabel	
Subjek Penelitian	Kelas X SMK	Kelas VIII SMP
Lokasi Penelitian	SMK PGRI 1 Tulungagung	SMP Negeri 2 Gondang
Fokus Penelitian	Penalaran matematis siswa pada soal pemecahan masalah berdasarkan kemampuan akademik	Kemampuan penalaran matematis siswa dianalisis berdasarkan kemampuan matematis tinggi, sedang, rendah dalam menyelesaikan Soal Berbasis Masalah
Metode Penelitian	Kualitatif	Kualitatif

- 3) Penelitian oleh Nita Gusliana dari Program Studi Pendidikan Matematika FTIK Universitas Islam Negeri Ar-Raniry Darussalam Banda Aceh Tahun 2017 dengan judul *“Pengaruh Model Problem Based Learning Terhadap Kemampuan Penalaran Matematis Pada Siswa SMP”*.

Dalam penelitian ini diperoleh kesimpulan bahwa Kemampuan Penalaran Matematis pada Siswa SMP yang diajarkan dengan penerapan model problem based learning lebih baik dibandingkan dengan kemampuan penalaran matematis siswa yang diajarkan dengan penerapan model pembelajaran STAD.

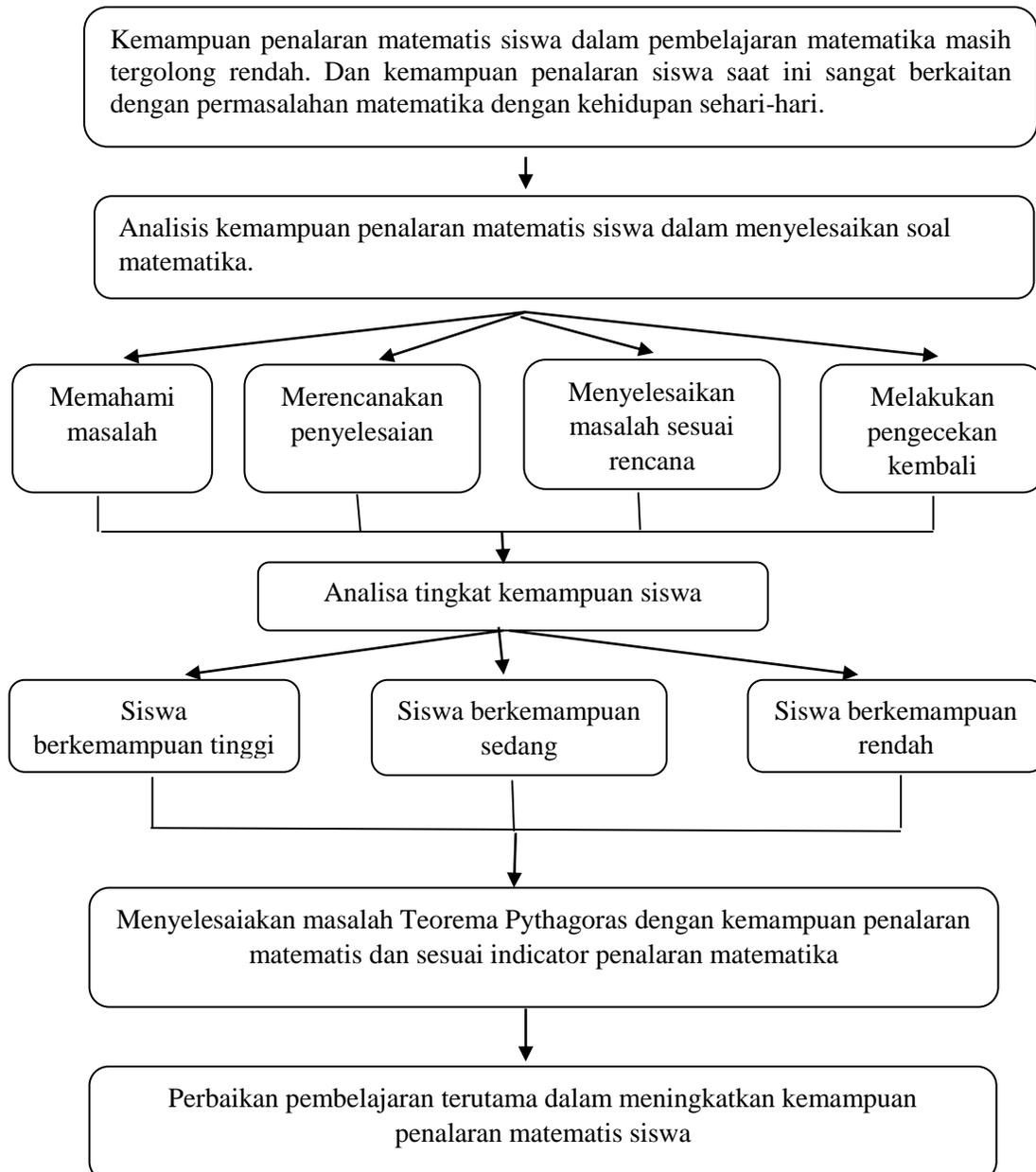
Tabel 2.4 Persamaan dan Perbedaan Penelitian Ini dengan Penelitian Terdahulu

Aspek	Penelitian Terdahulu	Penelitian Sekarang
Judul Penelitian	Pengaruh Model Problem Based Learning Terhadap Kemampuan Penalaran Matematis Pada Siswa SMP	Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Berbasis Masalah Di SMPN 2 Gondang Pada Materi Teorema Pythagoras
Tahun Penelitian	2017	2019

Materi Penelitian	Perbandingan	Teorema Pythagoras
Subjek Penelitian	Kelas VII SMP	Kelas VIII SMP
Lokasi Penelitian	SMPN 1 Lembah Seulawah.	SMP Negeri 2 Gondang
Fokus Penelitian	Untuk mengetahui perbandingan kemampuan penalaran matematis siswa yang diajarkan dengan menggunakan model pembelajaran Problem Based Learning (PBL) lebih baik dari pada menggunakan pembelajaran Student Team Achievement Division (STAD)	Kemampuan penalaran matematis siswa dianalisis berdasarkan kemampuan matematis tinggi, sedang, rendah melalui dalam menyelesaikan soal berbasis masalah
Metode Penelitian	Kuantitatif	Kualitatif

4) Paradigma Penelitian

Dalam pembelajaran diperlukan adanya proses berfikir pada siswa. Setiap siswa memiliki kemampuan yang berbeda-beda sesuai dengan tingkat pengetahuan yang dimiliki termasuk kemampuan dalam bernalar. Peneliti ingin mendiskripsikan kemampuan penalaran matematis siswa yang berkemampuan tinggi, berkemampuan sedang dan berkemampuan rendah.



Kemampuan penalaran matematis siswa dalam pembelajaran matematika masih tergolong rendah. Kemampuan penalaran matematis siswa berkaitan erat dengan permasalahan matematika di dalam kehidupan sehari-hari. Siswa membutuhkan kemampuan penalaran matematis dalam menyelesaikan masalah ataupun memecahkan masalah. Tahapan memecahkan masalah meliputi kemampuan memahami masalah, merencanakan penyelesaian, menyelesaikan masalah sesuai rencana, dan melakukan pengecekan kembali. Permasalahan matematika di dalam kehidupan sehari-hari salah satunya terdapat pada materi teorema pythagoras dimana terdapat banyak soal yang berbentuk memecahkan masalah yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari.

Dalam suatu kelas, tentunya tingkat kemampuan siswa bersifat berbeda-beda. Sehingga perlu dilakukan analisis tingkat kemampuan siswa yaitu siswa dengan berkemampuan tinggi, siswa yang berkemampuan sedang, dan siswa yang berkemampuan rendah. Kemudian peneliti akan menganalisis kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika dan mendapatkan hasil berupa deskripsi kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika pada materi teorema pythagoras.

Peneliti berharap dari penelitian ini dapat memberikan gambaran kemampuan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika perlu dikembangkan. Guru juga dapat mengupayakan perbaikan dalam pembelajaran sehingga tujuan dari pembelajaran matematika bisa tercapai sepenuhnya.