BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Deskripsi Teori.

1. Matematika.

Matematika adalah salah satu alat untuk mengembangkan dan membina kemampuan berfikir logis, kritis dan sistematis pada diri seseorang.[1]Robyn mengatakan "*mathematics is a way of thinkng, it is essentially about representing relationships in the world and manipulating them*".[2]Pernyataan Robyn ini mengartikan matematika sebagaai jalan berfikir atau metode berfikir dan dengan matematika, dunia bisa dipelajari bahkan sampai tingkat manipulasi didalamnya. Lebih lanjut, Robyn menegaskan bahwa *Mathematics is the study of paterns and relationships.*[3] Lanjutan ini menegaskan tentang konsep umum matematika sekaligus menegaskan pernyataan yang sebelumnya. Lain halnya dengan Alan R. Hoffer,

> "*Mathematics is more than just numbers, some mathematics problem do not use number at all. They use pictures, drawings, maps, or even cartoons, what do they in common thrn ? every matheatics problem ask you to use a logical approach to find a solution*".[4]

Pernyataan Alan sedikit lebih luas dari penuturan Robyn, Alan mengartikan matematika tidak hanya dengan angka, tetapi lebih dari itu, dan setiap permasalahaan matematika membutuhkan pendekatan logis untuk mencari pemecahan masalah atau solusi. Matematika bukan hanya berkaitan

---

[1]Hasratuddin, *Permasalahan Pembelajaran Matematika Sekolah dan alternatif Pemecahannya*, (dalam Jurnal Pythagoras :Vol 4 No 1) Tahun 2008 hal. 69

[2]*Pembelajaran Matematika SMP/MTs di LPTK (Resource Books for TTI Lecturers : Teaching Mathematics in The junior Secondary School for TTIs)*, (United States Agency for International Development (USAID) : RTI International, 2014) hal. 3

[3]*Ibid.*,

[4]*Ibid.*,

dengan angka dengan permasalahan yang berkaitan dengan angka, lebih dari itu matematika membutuhkan logika dalam penyelesaiannya.

Sesuai dengan pengertian matematika yang dikemukakakan para ahli diatas, penulis berkesimpulan bahwa matematika dalam lingkup kecil diartikan sebagai angka dan pola yang tergambar jelas dalam penyataan dan konsep abstraknya, tetapi dalam sekala besar matematika diartikan lebih dari itu. Karena matematika adalah cara berfikir, bukan sekedar angka.

2. Pembelajaran Matematika

Fontana menegaskan pengertian belajar adalah proses perubahan tingkah laku individu yang relatif tetap sebagai hasil pengalaman, sedangkan pembelajaran diartikan upaya penataan lingkungan yang memberi nuansa program belajar tumbuh dan berkembang secara optimal.[5] Sardiman AM menyebut istilah pembeajaran dengan interaksi edukatif. Menurutnya, pembelajaran adalah proses yang berfungsi membimbing peserta didik di dalam kehidupannya, yakni membimbing mengembangkan diri sesuai dengan tugas perkembangan yang harus dijalani. Sedangkan interaksi edukatif diartikan sebagai interaksi atau hubungan timbal-balik yang dilakukan secara sadar dan mempunyai tujuan untuk mendidik, dalam rangka mengantar peserta didik ke arah kedewasaan.[6]

Lebih lanjut Sardiman AM menuturkan ciri-ciri proses edukatif,[7] sebagai berikut ;

---

[5]Kutipan Eman Suherman yang dikutip Endang Listiani dalam *Studi tentang Stratei Guru dalam Pembelajaran Matematika Menyikapi Pergeseran Paradigma Pendidikan Teacher Centered ke Student Centered*, (dalam Jurnal Pythagoras : Vol 3 No 2) Tahun 2007 hal. 40

[6]Karman Lanani, *Belajar Berkomunikasi dan Komunikasi untuk Belajar dalam Pembeajaran*, (dalam Infinity : Jurnal Ilmiah Program Studi Matematika STKIP Siliwangi Bandung, Vol 2 No 1) Tahun 2013 hal. 16

[7]*Ibid.*, hal 16-17

a. Ada tujuan yang ingin dicapai
b. Ada pesan yang akan ditransfer
c. Ada peserta didik
d. Ada pendidik
e. Ada metode
f. Ada situasi dan ada penilaian

Merujuk pendapat diatas dapat ditarik garis merah, bahwa pembelajaaran dimaknai hubungan timbal-balik yang dilakukan secara sadar dengan tujuan mendidik dalam proses perubahaan tingkah laku individu ke arah yang lebih baik sebagai hasil dari pengalaman. Hubungan timbal balik berlangsung dari satu sabjek ke subjek atau objek lain, misalnya manusia dengan manusia, atau manusia dengan hewan. Hasil dari hubungan ini akan menjadi pengalaman individu yang nantinya akan dikonstruksi menjadi pengetahuan.

Pemaknaan Pembelajaran Karman Lanani juga perlu dipertimbangkan, Karman memaknai pembelajaraan sebagai interaksi antara pendidik dengan peserta didik yang dilakukan secara sengaja dan terencana serta memiliki tujuan yang positif.[8] Pemaknaan ini ditekankan pada kejadian proses pembelajaran itu disengaja, adanya perencanaan proses pembalajaran, dan tujuan yang diharapkan memiliki nilai yang baik. Sehingga pembelajaaran yang dimaksudkan Karman lebih mengarah kepada pembelajaran yang terencana dan terstruktur dengan baik, seperti diklat, sekolah, madrasah, dan lain sebagainya.

[8]*Ibid.*, hal 17

Belajar matematika dimaknai sebagai suatu aktivitas konstruktif dan bukan suatu aktivitas pasif. Lebih lanjut, belajar matematika menggunakaan pengetahuan dan konsep yang ada untuk mengkonstruksi pengetahuan matematika yang baru.[9] Pemaknaan ini, mengakibatkan proses belajar-mengajar berlangsung sepanjang hayat. Hal ini terjadi, karena berawal dari pengetahuan yang dimilik akan menimbukan pengetaahuan yang baru. Pernyataan ini jelas sesuai dengan Sabda Nabi SAW, yang berarti "*tuntutlah ilmu dari ayunan sampai ke liang lahad*". Hadits ini menggunakan pengkiasan 'ayunan' sebagai masa kecil ketika anak sudah mampu mempelajar sutu hal, dan 'liang lahad' untuk menunjukkan akhir dari sebuah perjalanan hidup itu sendiri. Dari sini dapat dipahami bahwa pembelajaran itu adalah hidup itu sendiri.

Sehingga pembelajaraan matematika diartikan sebagai aktivitas konstruktif aktif menggunakan pengetahuan lama dan menyusun pengetahuan baru selama kehidupan masih berjalan sebagaimana mestiya. Karena belajar matematika berarti menghidupkan matematika. Akibatnya, tidak ada kata selesai dalam pembelajaran matematika.

Perlu diperhatikan dalam proses pembelajaran matematika, matematika adalah konsep abstrak dan tidak mudah diterima secara langsung. Sehingga pendidik perlu mengupayakan pembelajaran yang kongkrit dan berdasar pada kemampuan yang dimiliki siswa agar mudah dipahami.[10] Melihat penegasan Hasratuddin ini, proses pembelajaran matematika perlu adanya transformasi konsep matematika abstrak menjadi konsep nyata dan jelas untuk dipahami.

---

[9]*Ibid.,* Hasratuddin …, hal. 71
[10]*Ibid.,* hal. 69

3. Kemampuan Penalaran Matematis

a. Penalaran

Keraf berpendapat sebagaimana yang dituturkan oleh Shadiq, penalaran adalah proses berpikir dengan usaha menghubungkan fakta yang terjadi atau evidensi yang diketahui menuju suatu kesimpulan[11]. Lain halnya dengan Keraf, R.G Soekadijo menjelaskan bahwa penalaran adalah suatu bentuk pemikiran.[12]

> "W. Poespoprodjo mengartikan ilmu penalaran atau logika sebagai ilmu dan kecakapan menalar atau melogika, berpikir dengan tepat *(the science and art of correct thinking)*. Dengan kata lain ditunjuk sasaran atau bidang logika, yaitu kegiatan pikiran atau akal budi manusia. Dengan berpikir dimaksudkan kegiatan akal untuk "mengolah" pengetahuan yang diterima melalui panca indera, dan ditunjukkan untuk mencapai suatu kebenaran."[13]

Namun, tidak semua berpikir dapat dikatakan sebagai penalaran. Sebagaimana pernyataan R. G Soekadijo mengenai proses penalaran,

> "Berpikir dimulai dari pengamatan indera atau observasi empiris. Proses itu dalam akal akan menghasilkan sejumlah pengertian dan proposisi sekaligus. Berdasarkan pengamatan-pengamatan indera yang sejenis, akal akan menyusun proposisi yang sejenis pula. Proses inilah yang dinamakan dengan penalaran yaitu bahwa berdasarkan sejumlah proposisi diketahui atau dianggap benar kemudian digunakan untuk menyimpulkan sebuah proposisi yang baru yang sebelumnya tidak diketahui."[14]

Artinya, berfikir hanya sebatas pengamatan empiris sampai akal menyusun proposisi yang sesuai dengan pengamatan empiris yang telah dilakukan tadi, dan penalaran mulai dari pengamatan empiris, menyusun proposisi sesuai pengamatan, hingga penyusunan proposisi yang sejenis, terakhir menyimpulkan proposisi sama sekali baru dengan proposisi

---

[11] *Ibid.*, Fajar Shadiq, *Pemecahan Masalah*, ...

[12] Soekadijo, *Logika Dasar Internasional, Simbolik dan Induktif,* (Jakarta : PT Gramedia, 1985), hal. 3

[13] W. Poespoprodjo, *Logika Ilmu Nalar*, (Bandung : Pustaka Grafika, 2011), hal. 13

[14] *Ibid.*, Soekadijo, *Logika Dasar …*, hal. 6

pertama. Secara tidak langsung, Soekadijo menjelaskan bahwa proses berfikir adalah bagian dari proses penalaran.

Adapun ciri-ciri penalaran yakni [15]:

1) Adanya suatu pola pikir yang disebut logika. Dalam hal ini dapat dikatakan bahwa kegiatan penalaran merupakan suatu proses berpikir logis. Berpikir logis ini diartikan sebagai berpikir menurut suatu pola tertentu atau menurut logika tertentu.
2) Proses berpikirnya analitik. Penalaran merupakan suatu kegiatan yang mengandalkan diri pada suatu analitik, kerangka berpikir yang dipergunakan untuk menganalisa adalah logika penalaran yang bersangkutan.
3) Objeknya rasional. Artinya, objek dalam kegiatan menalar merupakan suatu fakta atau kenyataan yang riil adanya dan dapat dipikirkan secara mendalam.

Menurut Suharnan, ada dua hal yang berkaitan dengan penalaran yang perlu diperhatikan dalam upaya peningkatannya, yaitu ; secara induktif dan deduktif, sehingga dikenal dengan istilah ‘penalaran induktif’ dan ‘penalaran deduktif’.[16]

Lebih lanjut, penalaran induktif diartikan sebagai proses berfikir yang berusaha menghubungkan fakta-fakta, gejala-gejala, kejadian-kejadian, atau pola-pola khusus yang sudah diketahui mengerucut pada kesimpulan yang bersifat umum. Langkah-langkah penalaran induktif

---

[15] *Ibid.*, Fajar Shadiq, *Pemecahan Masalah, …*
[16] Suharnan, *Psikologi Kognitif*, (Surabaya: Srikandi,2005)

secara umum adalah sebagai berikut[17] :

1) Mengamati pola yang terjadi.
2) Membuat dugaan (*conjecture*) tentang pola yang mungkin berlaku.
3) Membuat generalisasi.
4) Membuktikan generasilasi secara deduktif.

Sebaliknya, penalaran deduktif diartikan sebagai proses berfikir untuk menarik kesimpulan mengenai hal khusus yang diketahui dari fakta-fakta, gejala-gejala, atau kejadian-kejadian umum yang sebelumnya telah dibuktikan atau diasumsikan kebenarannya. Pernyataan deduktif dibuktikan melalui serangkaian pernyataan yang disebut dengan silogisme yang terdiri atas :[18]

1) Dasar pemikiran utama (premis mayor).
2) Dasar pemikiran pendukung (Premis minor).
3) Kesimpulan.

Kemudian Yenni menyatakan indikator penalaran matematis sebagai berikut :[19]

1) Mengajukan dugaan (konjektur).
2) Memberikan alasan terhadap beberapa solusi atau bukti.
3) Menarik kesimpulan dari pernyataan.
4) Memeriksa kesahihan argumen.
5) Menemukan pola dari gejala sistematis untuk membuat generalisasi.

---

[17] John W. Santrock dalam Nurmini, *Pengaruh Penerapan Metode Discovery Learning terhadap Kemampuan Penalaran Matematika Siswa di SMP Negeri 23 Pekanbaru,* (UIN Sultan Syarif Kasim : Sekripsi, Tidak Diterbitkan) Tahun 2016, hal. 13

[18] *Ibid.,*

[19] Yenni Ragil Setyo Aji, *Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa SMP Melalui Model Pembelajaran Numbered Heads Together,* (dalam Jurnal Prima : Vol. 5 No. 2) Tahun 2016 hal. 74-75.

6) Melakukan manipulasi matematika.

Melihat dari langkah-langkah penalaran induktif dan penalaran deduktif yang dipaparkan oleh Yenni dan John Santrock, selain sebagai sebuah proses penalaran, penalaran deduktif juga merupakan bagian dari penalaran induktif. Hal ini terbukti secara tidak langsung pada langkah ke-4 penalaran induktif, pada langkah ini memuat cara atau langkah penalaran deduktif. Sehingga dapat disimpulkan bahwa :

1) Proses penalaran induktif, memiliki dua tahapan besar, yaitu *pertama* tahapan induksi (yang meliputi mengamati pola, membuat dugaan, dan membuat generalisasi), *kedua* tahapan deduksi (yang meliputi memberikan bukti generalisasi, memeriksa kebenaran bukti, dan menarik kesimpulan).
2) Proses penalaran deduktif hanya memiliki sati tahapan saja, yaitu tahapan deduksi yang meliputi 3 langkah yaitu : dasar pemikiran utama, dasar pemikiran pendukung, dan menarik kesimpulan.

Untuk lebih jelasnya dapat dilihat dalam tabel berikut :

Tabel 2.1
Proses Penalaran

	Penalaran Induktif		**Penalaran Deduktif**
Proses Induksi	Mengamati Pola		
	Membuat Dugaan		
	Membuat Generalisasi		
Proses Deduksi	Membuktikan Generalisasi	Memberikan Bukti	Bukti Dasar Pemikiran Pertama
		Memeriksa Kebenaran Bukti	Bukti Pendukung (Pemikiran Kedua)
		Menarik Kesimpulan	Menarik Kesimpulan

b. Penalaran Matematis

Penalaran matematis merupakan salah satu dari tujuh pilar yang dikemukakan oleh Wardani Sri Rumiyati sebagai kemampuan dasar pada PISA (*Programe for International Students Assesments*), ketujuh pilar tersebut adalah :[20]

1) Komunikasi (*comunication*)

   Literasi matematika melibatkan kemampuan mengkomunikasikan masalah. Kemampuan komunikasi diperlukan dalam menyajikan hasil penyelesaian. Kemampuan ini menuntut untuk mentransformasikan bahasa yang hanya dipahami oleh akal seorang saja mampu untuk dipahami dan dimengerti orang lain.

2) Matematisasi (*Mathematishing*)

   Literasi matematika juga melibatkan kemampuan untuk mengubah (transform) permaslahan dari dunia nyata ke bentuk matematikaatau justru sebaliknya yaitu menafsirkan suatu hasil atau model matematika ke dalam permasalahan aslinya.

3) Representasi (*Representation*)

   Literasi matematika melibatkan kemampuan untuk menyajikan kembali (representasi) suatu masalah atau suatu obyek matematika melalui hal-hal seperti: memilih, menafsirkan, menerjemahkan, dan mempergunakan grafik, tabel, gambar, diagram, rumus, persamaan, maupun benda konkret untuk memotret permasalahan sehinnga lebih jelas.

---

[20] Igne Wiliandri Setya Putri, dkk, *Instrumen Kemampuan Penalaran Dan Komunikasi Matematis : Analisis Pendahuluan*, (Artikel : Disampaikan dalam Seminar Nasional Matematika Dan Pendidikan Matematika, 2015), hal. 1056

4) Penalaran dan Argumen (*Reasonning and Argument*)

   Literasi matematika melibatkan kemampuan menalar dan memberika alasan. Kemampuan ini berakar pada kemampuan berpikir secara logis untuk melakukan anlisis terhadap informasi untuk menghasilkan kesmpulan yang beralasan.

5) Merumusan strategi pemecahan masalah (*Devising strategics for solving problems*)

   Literasi matematika melibatkan kemampuan menggunakan strategi untuk memecahkan masalah. bebeapa masalah mungkin mengkin sederhana dan strategi pemecahannya terlihat jelas, namun ada juga masalah yang perlu strategi rumit.

6) Menggunakan bahasa simbolis, formal, dan tenik serta operasi (*Using symbolic, formal and technical, language operation*)

   Literasi matematika melibatkan kemampuan menggunakan bahasa simbol, bahasa formal dan bahasa teknis.

7) Menggunaan alat-alat matematika (*using mathematic's tools*)

   Literasi matematika melibatkan kemampuan menggunakan alat-alat matematika, misalnya melakukan pengukuran, operasi dan sebagainya.

Melihat paparan diatas, penalaran matematis menjadi salah satu pilar dari tujuh pilar dalam pembelajaran matematika. Untuk itu, penalaran matematis menjadi hal yang penting untuk terus dikaji dan dikembangkan, untuk mewujudkan cita-cita bangsa yang tertuang dalam pembukaan UUD 1945 "… mencerdaskan kehidupan bangsa, ...".

> "Penalaran matematis berperan penting untuk mengetahui dan mengerjakan matematika. Kemampuan bernalar menjadikan siswa

dapat memecahkan masalah-masalah dalam kehidupan sehari-hari baik di dalam maupun di luar sekolah, maka dapat disimpulkan bahwa penalaran matematis merupakan proses atau aktivitas berpikir dalam menarik kesimpulan berdasarkan pada pernyataan yang telah dibuktikan kebenaranya."[21]

Ramdani Y (dalam Igne)[22] menyatakan bahwa

"Kemampuan penalaran meliputi memberikan penjelasan terhadap model, gambar, fakta, sifat, hubungan atau pola yang ada; memperkirakan jawaban dan proses solusi, dan menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematik; menyusun dan menguji konjektur, memberikan lawan contoh; dan mengikuti aturan inferensi, menyusun dan menguji konjektur, memeriksa validitas argumen."

Math Glossary juga menyatakan bahwa

Mathematical reasoning : thinking through math problems logically in order to arrive at solutions. It involves being able to identify what is important and unimportant in solving a problem and to explain or justify a solution.[23]

Penalaran matematis adalah berpikir mengenai permasalahan-permasalahan matematika secara logis untuk memperoleh penyelesaian. Penalaran matematis juga mensyaratkan kemampuan untuk memilah apa yang penting dan tidak penting dalam menyelesaikan sebuah permasalahan dan untuk menjelaskan atau memberikan alasan atas sebuah penyelesaian.

Penjelasan ini mensyaratkan bahwa penalaran matematika diharuskan ada kelogisan dalam prosesnya. Selain itu, diperlukan adanya sikap selektif terkait informasi-informasi yang termuat dalam persoalan matematika. Sehingga dalam prosesnya, penalaran matematis yang dikemukakan Math Glossary memiliki dua thapan yaitu : 1) seleksi informasi yang tertera dalam persoalan, dan 2) kelogisan dalam tahapan penalaran.

---

[21] *Ibid.,* Yenni Ragil Setyo Aji, … hal. 74
[22] *Ibid.,* Igne Wiliandri Setya Putri, … hal. 1057
[23] http ://www.surfinetparents.com/ Diakses pada Rabu 11 April 2018 Pukul 13:00 WIB

Selain itu, NCTM menyatakan dalam proses belajar-mengajar matematika, demi kelancaran proses pembelajaran, siswa dituntut untuk memiliki beberapa kemampuan yaitu :[24]

1) Komunikasi matematis.
2) Penalaran matematis.
3) Pemecahan masalah masalah.
4) Koneksi matematis.
5) Representasi matematis.

Pemaparan NCTM mengungkapkan kemampuan-kemampuan dalam proses berfikir matematis. Diantara kelima poin yang ditampilkan, ada poin yang menegaskan tentang penalaran matematis. Sehingga melalui penjelasan NCTM dapat diambil pengertian bahwa penalaran matematis menempati posisi dasar dan sebagai landasan berfikir matematis. Akibatnya, penalaran matematis dan prosesnya menjadi suatu hal yang menuntut untuk dikembangkan demi mewujudkan cita-cita bangsa yang termaktub dalam Pembukaan UUD 1945 alinea keempat.

Direrktorat Jendral Pendidikan Sekolah Menengah lewat peraturan nomor 506/C/PP/2004, menyatakan indikator-indikator penalaran matematis antara lain :[25]

a. Menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar, dan diagram.
b. Mengajukan dugaan (*conjectures*),
c. Melakukan manipulasi matematika,

[24] Mikrayanti, *Meningkatkan Penalaran Matematis melalui Pembelajaran Berbasis Masalah*, (dalam Jurnal Mathematics Education Vol. 2 No. 2) Tahun 2016, hal. 97

[25] Dalam Fajar Shadiq yang dikutip oleh Igne Wiliandri Setya Putri, …

d. Memberikan kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadapbeberapa solusi,
e. Menarik kesimpulan dari pernyataan,
f. Memeriksa kesahihan suatu argumen,
g. Menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Akhirnya, banyak indikator kemampuan penalaran matematis yang dikemukakan para ahli, dan tak menutup kemungkinan ada perbedaan diantara para ahli. Sehingga perlu ditentukan salah satu indikator penalaran yang akan digunakan dalam penelitian ini. Adapun indikator penalaran dalam penelitian ini adalah indikator yan digunakan oleh Yenni dalam penelitiannya yaitu sebagai berikut :[26]

a. Memperkirakan, menyajikan pernyataan matematika baik lisan dan tertulis.
b. Mengajukan dugaan (konjektur).
c. Melakukan manipulasi matematika.
d. Memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi.
e. Memeriksa keshahihan argumen.
f. Menarik kesimpulan yang logis.

Indikator-indikator yang telah dituliskan diatas kemudian disesuaikan dengan hasil kajian yang dilakukan peneliti terkait penalaran dalam sub-Bab sebelumnya yakni konklusi dari pendapat Yenni dan John Santrock. Peneliti menyimpulkkan ada dua proses dalam sebuah penalaran, yaitu proses induksi dan proses deduksi. Kemudian indikator yang telah digunakan akan

[26] *Ibid.*, Yenni Ragil Setyo Aji, … hal. 75

disesuaikan dengan hasil tersebut yaitu sebagi berikut :

Tabel 2.2
Proses Penalaran dan Indikatornya

Proses Penalaran	**Indikator**
Proses Induksi	Memperkirakan, menyajikan pernyataan matematika secara lisan dan tertulis.
	Mengajukan dugaan (konjektur)
	Melakukan manipulasi matematika
Proses Deduksi	Memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi
	Memeriksa keshahihan argumen
	Menarik kesimpulan

Untuk memperjelas indikator yang peneliti pergunakan, perlu adanya deskripsi indikator. Sehingga tidak ada kesalahpahaman yang tidak diinginkan. Setiap indikator dikatakan ‘sangat baik’ jika subjek menyatakan indikator tersebut dengan pola-pola yang memungkinkan atau dengan argumen yang logis. Selanjutnya, indikator dikatakan ‘baik’ jika subjek penelitian menyatakan indikator penlaran menggunakan cara manual atau menggunakan argumen yang kelogisannya masih kurang. Terakhir indikator dikatakan ‘kurang baik’ jika subjek penelitian menyatakan indikator dengan perhitungan yang kurang tepat pun salah atau menggunakan argumen yang sama sekali tidak logis.

Berikut deskripsi indikator yang digunakan sebagai berikut akan digambarkan dalam bentuk tabel untuk memudahkan pembacaan dan pemahaman indikator-indikator yang telah dijelaskan dan yang digunakan dalam penelitian ini. Deskripsi ini sesuai dengan yang diutarakan Yenni dalam penelitiannya.[27] Adapun deskripsinya adalah sebagai berikut :

[27] *Ibid.,* Yenni Ragil Setyo Aji, … hal 75

Tabel 2.3
Deskripsi Indikator Penalaran Matematis

Indikator	Deskripsi	Ket.
Memperkirakan, menyajikan pernyataan matematika secara lisan dan tertulis.	Siswa mampu menuliskan hal-hal yang diketahui dan dinyatakan dalam soal dan membuat model matematikanya	Sangat Baik
		Baik
		Kurang Baik
Mengajukan dugaan (konjektur)	Siswa dapat merumuskan atau menentukan cara yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal	Sangat Baik
		Baik
		Kurang Baik
Melakukan manipulasi matematika	Siswa dapat menggunakan metode atau cara dengan pengetahuan yang dimilik serta mampu melakukan operasi hitung	Sangat Baik
		Baik
		Kurang Baik
Memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi	Siswa mampu memberikan alasan dan ukti terkait dengan penyelesaian yang dituliskan	Sangat Baik
		Baik
		Kurang Baik
Memeriksa keshahihan argumen	Siswa mampu menyelidiki dan memeriksa kebenaran dari proses penyelesaian yang dikerjakan	Sangat Baik
		Baik
		Kurang Baik
Menarik kesimpulan	Siswa dapat menarik kesimpulan yang logis sesuai dengan langkah-langkah penyelesaian	Sangat Baik
		Baik
		Kurang Baik

4. Matematika Olimpiade.

Dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), kata ‘olimpiade’ diartikan menjadi tiga hal.[28]*Pertama,* olimpiade diartikan sebagai sebuah ajang pertandingan olahraga antar bangsa yang diselenggarakan setiap empat tahun sekali di negara yang berlainan. *Kedua,* olimpiade diartikan seebuah festifal kuno yang diadakan setiap empat tahun sekali untuk menghormati Dewa Zeus. *Ketiga,* olimpiade diartikan sebagai festival kompetisi yang mempertandingkan sains, seni, matematika, dan sebagainya yang melibatkan banyak negara.

[28]*Ibid.,* KBBI Daring, …

Dalam hal ini, pemaknaan kata ’olimpiade’ yang digunakan adalah makna ketiga, tetapi perlu adanya penambahan dan pembatasan pengertian. Karena sebuah kompetisi tidak hanya diselenggarakan antar negara saja, melainkan juga diselenggarakan dalam lingkup wilayah tertentu, misalkan nasional, regional, ataupun daerah. Sehingga olimpiade matematika diartikan sebagai ajang kompetisi matematika yang mempertandingkan konsep-konsep matematika tingkat tinggi (*higher order thinking*) yang diwujudkan dalam persoalan yang menuntut untuk dipecahkan.[29]

Dalam kancah internasional olimpiade matematika diberi nama *International Mathematics Olimpiad* (*IMO*), dalam bahasa indonesia dirtikan sebagai Olimpiade matematika Internasiaonal (OMI). IMO adalah ajang bergengsi matematika yang sekarang diikuti sekitar 90 Negara. Ajang ini diselenggarakan pertama kali di Rumania pada tahun 1959 yang diikuti oleh 7 Negara peserta yaitu, Bulgaria, Cekosloakia, Hungaria, Jerman Barat, Polandia, Uni Soviet, dan Rumania sebagai tuan rumah. Indonesiamengikuti ajang ini mulai tahun 1988 sampai sekarang.[30]

Di Indonesia sendiri ajang kompetisi sains mulai muncul ketika Indonesia dipercaya sebagai tuan rumah *International Physical Olimpiad*(*IPO*) atau Olimpiade Fisika Internasional (OFI) dalam bahasa Indonesia. Ajang ini dikuti oleh 72 Negara kala itu, diselenggarakan di Bali, Indonesia dan berjalan dengan lancar dan sukses. Berawal dari kesuksesan penyelenggaraan ajang ini, tim pelaksana bermimpi untuk menyelenggarakan ajang ini dalam kancah nasional, dan langsung diselenggarakan tahun itu juga. Ajang ini diberi nama

---

[29]Simpulan arti dua kata dalam KBBI Daring, …,

[30]Rika Moniarti, *Olimpiade Matematika dari Masa ke Masa*, (www.academia.edu) diakses pada tanggal 4 Oktober 2017 pukul 06.00 WIB)

Olimpiade Sains Nasional (OSN), OSN Pertama kali deselenggarakan dengan peserta siswa jenjang SMA, dan mulai beranjak ke jenjang SD, SMP, dan SMA pada tahun berikutnya sesuai mandat Menteri Pendidikan Nasional (Mendiknas) Malik Fajar kala itu.[31]

Penelitian ini menggunakan tiga instrumen soal untuk tes, yaitu soal nomor 1 dan 3 adalah konsep aljabar, sedangkan soal nomor 2 adalah konsep teori bilangan. Kedua soal ini dipilih berdasarkan pengamatan yang dilakukan peneliti, bahwa kedua konsep ini yang sering dikeluarkan dalam soal kompesi atau olimpiade. Soal pertama diambil dari briliant.com, soal kedua hasil modifikasi dari soal salah satu dosen tadris matematika IAIN Tulungagung, sedangkan soal ketiga adalah soal APOTEMA tahun 2016. Berikut soal yang akan dijadikan sebagai instrumen tes tertulis kemampuan penalaran matematis dalam penelitian ini adalah :

a. Berapa angka terakhir dari $X^{\sqrt[Y]{Z}}$, jika diketahui $X \neq Y \neq Z$) !

$$\begin{array}{r} XXXXXXX \\ YYYYYYY \\ ZZZZZZZ \\ \hline YXXXXXXZ \end{array}$$

b. Perhatikan gugusan angka berikut !

	C1	C2	C3	C4	C5	…	Cn
B1	1						
B2	2						
B3	3	4					
B4	5	6	7	8			
B5	9	10	11	…	…	…	
…	…	…	…				
Bn							

Ket :
C1 : kolom ke-1
Cn : kolom ke-n
B1 : baris ke-1
Bn : baris ke-n

[31] *OSN dari Masa ke Masa*, www.republika.co.id/ diakses tanggal 4 Oktober 2018 pada pukul 06.00 WIB

Dalam tabel diketahui angka 1 terletak pada kolom 1 baris 1, dan 10 terletak pada kolom 2 baris 5, tentukan letak angka 2018 pada tabel tersebut !

c. Suatu bilangan x jika dikalikan 11 hasilnya terletak antara 1500 dan 2000, jika dikalikan 7 hasilnya terletak antara 970 dan 1275, jika dikalikan 5 hasilnya antara 690 dan 900. Banyaknya x yang habis dibagi 3 dan 5 ada sebanyak …

B. Penelitian Terdahulu.

1. Penelitian yang dilakukan oleh Manar Aruna Irani (NIM. 3214113106) berasal dari Institut Agama Islam Negeri (IAIN) Tulungagung pada tahun 2015, dengan judul "Analisis Perilaku Siswa Berprestasi dalam Menghadapi Ujian Nasional Mata Pelajaran Matematika di SMP Jawahirul Hikmah", perbedaan penelitian ini adalah penelitian ini bertolak pada perilaku siswa ketika dihadapkan dengan Ujian Nasional atau ujian secara serempak se-Indonesia. Sedangkan penelitian kali ini akan bertolak pada tingkat kognitif siswa dan penalarannya yang mengikuti bimbingan belajar.
2. Penelitian yang dilakukan oleh Agnesya Madini (NIM. 3214113037) berasal dari Institut Agama Islam Negeri (IAIN) Tulungagung pada tahun 2015, dengan judul "Analisis Kemampuan Abstraksi Siswa dalam Menyelesaikan Soal materi Pokok Segitiga di MTsN Aryojeding Rejotangan Kelas VII Tahun Ajaran 2014/2015". Penelitian ini dilakukan untuk memperoleh gambaran kemampuan siswa dalam mencerna materi segitiga dalam bahasa mereka sendiri yang diperoleh dari cara menjawab dan mengerjakan soal yang

diberikan, sedangkan penelitian kali ini akan mengulas proses penalaran matematis siswa olimpiade

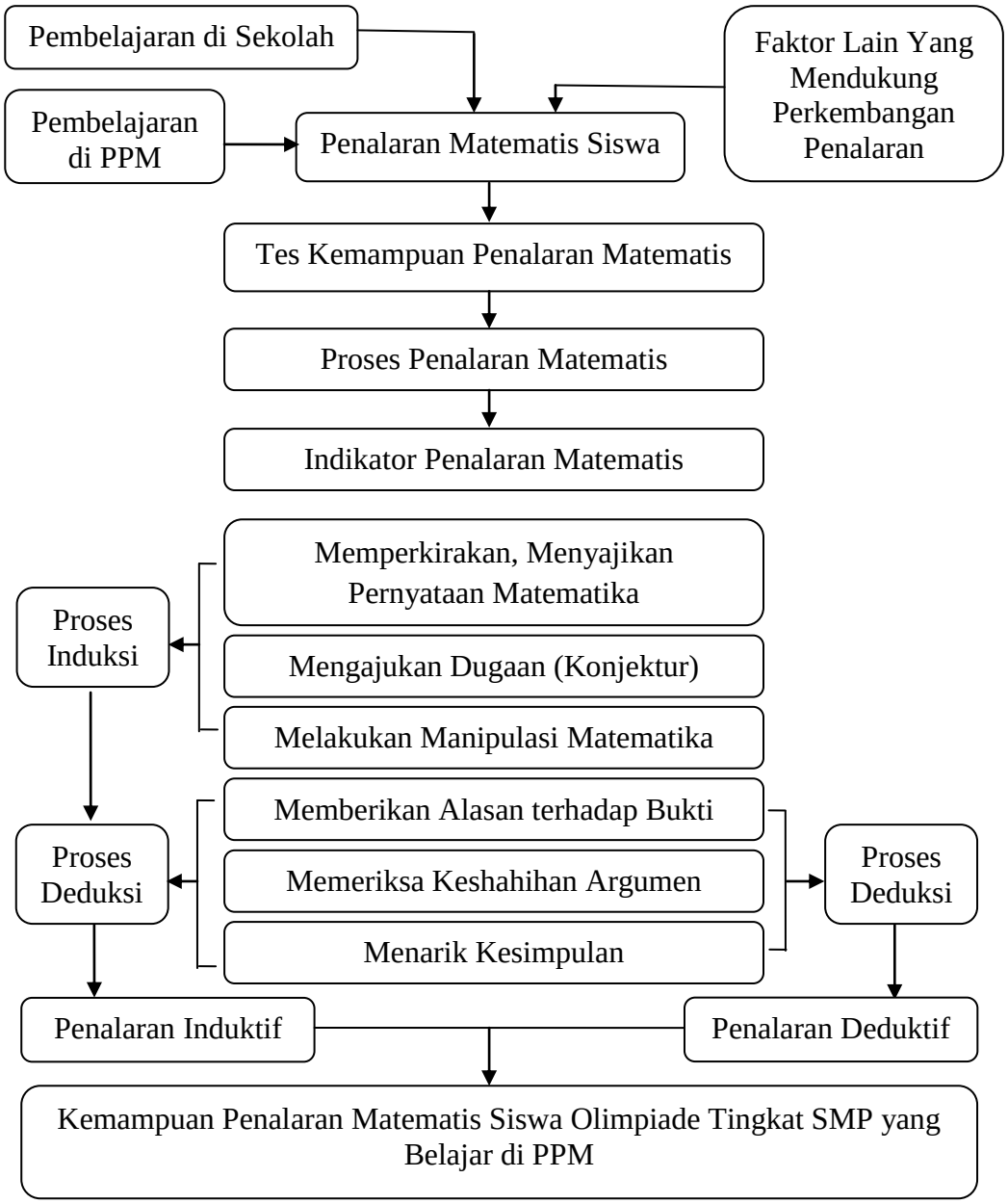
3. Penelitian oleh Lina Shofiyaunadah (NIM. 3214103092) berasal dari Institut Agama Islam Negeri (IAIN) Tulungagung pada tahun 2014, dengan judul "Analisis Tingkat Berfikir Matematika Siswa Kelas VII pada Materi Pokok Sudut dan Garis di MTs Assfi'iyah Gondang". Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui tingkatan berfikir matematika siswa MTs Assafi'iyah Gondang, penelitian ini bertolak dari siswa dan diakhiri dengan kesimpulan yang mengarah kepada siswa juga, sedangkan penelitian kali ini bertolak dari siswa dan mengarah pada analisa kemampuan penalaran matematis siswa olimpiade di lembaga bimbingan belajar.

C. Paradigma Penelitian.

Dalam hal ini, proses penalaran matematis siswa dipengaruhi oleh beberapa hal diantaranya pembelajaran di sekolah, pembelajaran di lembaga bimbingan belajar dalam hal ini Pusat Pendidikan Matematika, dan faktor-faktor lain yang mendukung perkembanangan penalaran matematis siswa yang tidak mampu disebutkan satu per satu. Untuk mengetahui proses penalaran tersebut dilakukan uji tes kemampuan penalaran matematis menggunakan instrumen tes tertulis maupun lisan. Sehingga akan diperoleh data proses penalaran matematis yang akan dikategorikan sesuai indikator penalaran matematis yang telah dijelaskan.

Untuk menggambarkan secara jelas tentang penelitian yang akan dilakukan, perlu adanya perumusan teori dan konsep berfikir penulis untuk ditransformasikan serta diilustrasikan dalam bentuk visual yang mudah untuk

dipahami pembaca. Oleh karenanya, peneliti mengilustrasikan konsep berfikir dan perumusan teori yang digunakaan peneliti dalam visual bagan berikut :



Bagan 2.1
Paradigma Penelitian