

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Masalah Matematika

Masalah (*problem*) merupakan sesuatu yang tidak dapat dipisahkan dalam kehidupan manusia, bahkan masalah bisa muncul kapan dan di mana saja. Berdasarkan KBBI, masalah adalah sesuatu yang harus diselesaikan (dipecahkan).²¹ Sehingga, adanya sebuah masalah membuat manusia menjadi tertantang untuk mencari sebuah solusi dari permasalahan tersebut. Masalah tidak hanya dihadapi oleh orang dewasa saja, bahkan anak kecil yang duduk di bangku sekolah juga mengalami masalah dalam lingkungan belajarnya.²² Masalah dalam lingkungan belajar pun beragam, khususnya dalam pembelajaran matematika yang disebut masalah matematika.

Masalah atau pertanyaan yang biasanya diberikan kepada siswa dalam pembelajaran matematika disebut masalah matematika. Masalah matematika adalah sebuah soal atau pertanyaan dalam matematika yang melibatkan kemampuan matematis dan membutuhkan sebuah solusi atau penyelesaian untuk menemukan jawaban akhir.²³ Namun, tidak semua pertanyaan matematika akan menjadi masalah.²⁴ Masalah dalam matematika terjadi jika ada suatu pertanyaan

²¹ Pusat Bahasa Departmen Pendidikan Nasional, *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, (Jakarta: Balai Pustaka, 2008), hal. 921

²² Yusuf Hartono, *MATEMATIKA Strategi Pemecahan Masalah*, (Yogyakarta: Graha Ilmu, 2014), hal. 2

²³ Asma' Nurul dan Rubono Setiawan, "Analisis Strategi Bekerja ...," hal. 79-88

²⁴ Fadjar Shadiq, *Belajar Memecahkan Masalah Matematika*, (Yogyakarta: Graha Ilmu, 2014), hal. 6

yang memerlukan tantangan dan tidak bisa dijawab serta dipecahkan dengan pengetahuan seketika. Sehingga matematika yang disajikan dalam bentuk masalah akan memberikan tantangan dan motivasi kepada siswa untuk mempelajari matematika lebih dalam. Jadi tidak semua permasalahan dikatakan masalah, sehingga masalah akan muncul ketika siswa tidak mengenal masalah tersebut dan harus menyelesaikannya.

Masalah dalam matematika sangatlah beragam, tergantung dari mana seseorang memandangnya. Menurut Polya ada dua macam masalah matematika, yaitu:

1) Masalah untuk menemukan (*Problem to find*)

Masalah untuk menemukan bersifat teoritis atau praktis, abstrak atau konkrit, serta masalah nyata ataupun teka-teki. Tujuan utama dari masalah ini yaitu untuk menemukan semua jenis objek yang tidak diketahui sebelumnya guna mendapatkan sebuah penyelesaian yang sesuai dengan masalah yang ada.²⁵ Sehingga pada masalah untuk menemukan, siswa harus mencoba untuk mendapatkan dan menghasilkan serta mengkonstruksi semua jenis objek atau informasi yang telah didapatkan untuk menyelesaikan permasalahan yang ada pada soal.

2) Masalah untuk membuktikan (*Problem to prove*)

Tujuan utama dari masalah untuk membuktikan adalah untuk menunjukkan salah satu kebenaran dari suatu pernyataan, yakni pernyataan itu benar atau salah, atau tidak kedua-duanya. Bagian utama dalam masalah ini yaitu hipotesis dan

²⁵ G. Polya, *How to Solve It*, (United States of America: Princeton University Press, 1973), hal. 154

kesimpulan dari suatu teorema yang harus dibuktikan kebenarannya.²⁶ Sehingga pada masalah untuk membuktikan, siswa harus menunjukkan kebenaran dari suatu pernyataan yang telah dituliskan dalam bentuk hipotesis dan kemudian akan menghasilkan sebuah jawaban jawaban yang berupa kesimpulan.

Sehingga masalah dalam matematika tidak hanya pada masalah menemukan dan membuktikan saja, tetapi masih banyak masalah-masalah lain yang sering dilakukan siswa dalam mengerjakan soal matematika. Di mana masalah dalam matematika muncul ketika siswa kesulitan dalam mengerjakan soal matematika, dan akhirnya akan mendorongnya untuk mencari solusi atau penyelesaian dari masalah tersebut.

B. Penyelesaian Masalah Matematika

Pemecahan masalah sama dengan penyelesaian masalah yaitu proses yang digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah. Di mana, pemecahan masalah matematika merupakan salah satu tujuan penting dalam pembelajaran matematika.²⁷ Sehingga, setiap siswa dituntut untuk memiliki kemampuan pemecahan masalah. Selain itu pemecahan masalah adalah kemampuan memahami suatu masalah, merancang model matematika dan menafsirkan solusi yang diperoleh serta mengkomunikasikan gagasan yang berupa kesimpulan

²⁶ *Ibid.*, hal 155

²⁷ Shovia Ulvah dan Eksatya Aldila, "Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Ditinjau Melalui Model Pembelajaran SAVI dan Konvensional," dalam *Jurnal Riset Pendidikan* 2, no. 2 (2016): 142-153

dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.²⁸

Belajar matematika tidak hanya dituntut untuk menguasai keterkaitan antar konsep matematika saja, tetapi juga menerapkan konsep yang ada untuk menyelesaikan masalah sehari-hari. Dalam menyelesaikan masalah matematika, siswa dapat meningkatkan kemampuan analisisnya yang dapat diterapkan dalam situasi serta kondisi yang berbeda. Sehingga penyelesaian masalah matematika merupakan bagian terpenting dalam pembelajaran matematika, karena dengan penyelesaian masalah siswa dapat memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuan serta keterampilan yang telah dimiliki untuk diterapkan pada penyelesaian masalah yang berbeda.²⁹

Ada beberapa tahapan dalam menyelesaikan masalah matematika. Menurut Polya tahapan menyelesaikan masalah matematika terdiri dari empat langkah, yaitu:

1) Memahami masalah

Pada tahapan memahami masalah, siswa dituntut untuk teliti dalam membaca soal, sehingga siswa akan mengerti maksud dari setiap kalimat dan notasi yang ada di soal dan mampu menyatakan soal dengan kalimat sendiri. Selain itu pada tahapan ini, siswa harus mampu mengidentifikasi unsur diketahui dan ditanyakan dalam soal. Sehingga memahami masalah merupakan tahapan utama yang akan menentukan arah siswa dalam melakukan penyelesaian sesuai dengan masalah yang telah dipahaminya.

²⁸ Mulyadi, dkk, "Analisis Kesalahan...", hal. 370-382

²⁹ Yuwono, "Problem Solving...", hal. 143-156

2) Merencanakan penyelesaian

Sebelum melakukan tahapan perencanaan penyelesaian, siswa harus benar-benar memahami masalah yang ada di soal. Di mana, rencana penyelesaian ini disusun berdasarkan masalah yang ada di soal, sehingga siswa harus bisa menghubungkan keterkaitan antar konsep matematika. Selain itu, siswa juga harus mampu mengidentifikasi operasi hitung dan strategi yang akan digunakan dalam menyelesaikan soal. Jadi, pada tahapan ini siswa harus menentukan rumus atau metode yang akan digunakannya dalam menyelesaikan permasalahan yang ada pada soal.

3) Melakukan rencana penyelesaian

Penyelesaian dilakukan sesuai dengan rencana penyelesaian yang telah dibuat. Pada tahapan ini, siswa harus melakukan perhitungan dengan operasi hitung dan strategi yang telah ditentukan sebelumnya. Sehingga, tahap penyelesaian memerlukan ketelitian dan kejelian agar hasil yang didapat benar dan sesuai dengan masalah yang diberikan.

4) Mengecek kembali hasil penyelesaian

Pada tahapan ini, siswa harus melakukan pengecekan terhadap hasil penyelesaian mulai dari tahap pertama sampai tahap ketiga. Di mana, tahap ini dilakukan agar apa yang telah dikerjakan siswa mulai awal sampai akhir benar sesuai dengan soal yang diberikan. Selain itu, tahap pengecekan juga dapat dilakukan dengan melakukan substitusi pada jawaban akhir ke persamaan awal.³⁰

³⁰ Polya, *How to...*, hal. 92

Sehingga, siswa dikatakan menyelesaikan soal penyelesaian masalah jika telah melalui empat tahapan tersebut. Dari uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa penyelesaian masalah adalah suatu proses yang dilakukan seseorang dalam menyelesaikan masalah dengan menerapkan kemampuan matematika yang diperolehnya untuk mendapatkan hasil dari sebuah masalah tersebut.

C. *Newman's Error Analysis (NEA)*

Terdapat beberapa metode yang biasa digunakan untuk menganalisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika, salah satunya adalah Polya. Di mana langkah-langkah dalam Polya tidak jauh berbeda dengan langkah-langkah yang ada pada NEA. Perbedaannya hanya langkah-langkah pada Polya tidak ada tahap membaca, sehingga tahap awalnya adalah tahap memahami. Padahal tahap membaca merupakan tahap yang penting dalam menyelesaikan masalah matematika. Selain itu kemampuan siswa dalam membaca merupakan kemampuan awal untuk menentukan siswa dalam menyelesaikan permasalahan yang ada pada soal. Sehingga peneliti memilih NEA untuk menganalisis kesalahan siswa, karena pentingnya tahap membaca dalam menyelesaikan masalah matematika yang berupa soal cerita.

Kesalahan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika dapat dianalisis dengan berbagai metode, salah satunya adalah dengan metode *Newman's Error Analysis (NEA)*. NEA pertama kali diperkenalkan pada tahun 1977 oleh Anne

Newman yaitu seorang guru mata pelajaran matematika di Australia.³¹ NEA merupakan sebuah metode untuk menganalisis kesalahan siswa dalam mengerjakan masalah matematika yang berbentuk soal cerita.³² Dalam metode NEA ada lima kegiatan yang harus dilakukan untuk menemukan penyebab dan jenis kesalahan siswa dalam menyelesaikan suatu masalah matematika yang berbentuk soal cerita.

NEA merupakan metode analisis kesalahan siswa pada masalah matematika yang proses penyelesaian masalahnya harus melalui tahapan-tahapan yang telah ada. Di mana ada beberapa faktor pendukung untuk siswa mencapai jawaban benar. Prakitipong dan Nakamura mengandaikan bahwa dalam proses penyelesaian masalah ada dua jenis hambatan yang meghalangi siswa untuk sampai pada jawaban benar, yaitu (1) masalah dalam kelancaran linguistik dan pemahaman konseptual yang sesuai dengan ketelitian siswa dalam membaca dan memahami masalah yang ada di soal, di mana hambatan ini dikaitkan dengan tahapan membaca (*reading*) dan memahami (*comprehension*), dan (2) masalah dalam pengolahan matematika yang terdiri dari transformasi (*transformation*), keterampilan proses (*procces skills*), dan penulisan jawaban (*encoding*).³³

Ketika siswa mencari solusi untuk menyelesaikan sebuah masalah matematika, maka siswa harus melakukan lima kegiatan yaitu, (1) membaca soal dengan cermat dan teliti, ketika membaca soal siswa harus memahami setiap kalimat dan notasi yang ada pada soal. Di mana dengan memahami itu semua

³¹ Allan Leslie White, "Numeracy, Literacy, and Newman's Error Analysis," dalam *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia* 33, no. 2 (2010): 129-148

³² Prakitipong dan Nakamura, "Analysis of...", hal. 111-122

³³ *Ibid.*, hal. 111-122

siswa akan lebih mudah dalam memahami masalah yang ada di soal, sehingga siswa dapat mengerjakan soal tersebut dengan benar dan tepat, (2) menuliskan unsur diketahui dan ditanyakan dalam soal, di mana unsur diketahui dan ditanyakan dalam soal diperoleh dari membaca soal. Jika siswa teliti dalam membaca dan memahami masalah yang ada di soal, maka siswa akan mudah menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal dengan benar, (3) menentukan rumus yang sesuai dengan apa yang ada di soal, di mana rumus yang ditentukan harus sesuai dengan masalah yang ada di soal. Sehingga jika siswa tidak memahami masalah yang ada di soal dengan benar, maka siswa akan kesulitan menentukan rumus yang sesuai dengan masalah yang ada di soal, (4) mengerjakan soal dengan rumus yang sudah ditentukan, ketika mengerjakan soal siswa harus menggunakan rumus dan strategi yang telah ditentukan sebelumnya. Di mana dalam mengerjakan soal siswa juga harus teliti dalam proses perhitungannya, dan (5) menuliskan jawaban akhir yang berupa kesimpulan, ketika siswa menuliskan kesimpulan, maka apa yang dituliskannya harus jelas sesuai dengan apa yang telah dikerjakan. Selain itu dalam menuliskan kesimpulan, siswa harus teliti agar apa yang dituliskannya benar dan sesuai dengan apa yang ditanyakan dalam soal.

Sedangkan untuk mengetahui kesalahan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika berdasarkan NEA, ada lima tahapan, yaitu membaca (*reading*), memahami masalah (*comprehension*), transformasi (*transformation*),

keterampilan proses (*process skill*), dan penulisan jawaban akhir (*encoding*).³⁴ Sehingga siswa dikatakan telah menyelesaikan soal penyelesaian masalah, jika siswa tersebut telah melewati kelima tahapan pada NEA tersebut. Penjelasan dari kelima tahapan untuk mengetahui kesalahan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika berdasarkan NEA adalah sebagai berikut:

1. Kesalahan Membaca (*Reading Error*)

Kesalahan membaca adalah kesalahan yang dilakukan siswa pada saat membaca soal. Kesalahan siswa dalam membaca soal terjadi jika siswa tidak dapat membaca kata, simbol, atau angka yang menjadi kata kunci dari masalah yang ada pada soal.³⁵ Sehingga dapat disimpulkan bahwa kesalahan yang dilakukan siswa pada tahap ini adalah siswa tidak bisa dan kurang teliti dalam membaca soal serta kurang bisa memahami kata-kata, simbol, dan notasi yang terdapat pada soal.

2. Kesalahan Memahami (*Comprehension Error*)

Kesalahan memahami adalah kesalahan yang dilakukan siswa pada saat memahami masalah yang ada pada soal. Kesalahan siswa dalam memahami masalah terjadi saat siswa mampu membaca soal, tetapi gagal memahami setiap kata yang ada di soal yang menyebabkan siswa gagal dalam menyelesaikan masalah.³⁶ Selain itu kesalahan yang dilakukan siswa pada tahap ini adalah siswa

³⁴ An Nur Ami Widodo, dkk, "Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Kesebangunan Berdasarkan Prosedur Newman Ditinjau dari Kemampuan Spasial (Penelitian dilaksanakan di Kelas IX SMPN 1 Paguyangan Kabupaten Brebes)," dalam *Journal of Mathematics and Mathematics Education* 7, no. 1 (2017): 13-20

³⁵ Reni Dwi Susanti dan Marhan Taufik, "Analysis Students' Mistakes of Teacher Professional Education in Completing Story Problems Based on Newman Procedure," dalam *International Journal of Trends in Mathematics Education Research* 2, no 2 (2019): 72-75

³⁶ Singh, dkk, "The Newman...", hal. 264-271

tidak bisa menentukan atau tidak menuliskan unsur diketahui dan ditanyakan dalam soal. Sehingga pada tahapan ini, siswa dikatakan memahami masalah jika siswa mampu memahami setiap kata yang ada pada soal dan mampu menyatakannya dalam kalimat sendiri. Serta siswa harus mampu menentukan ide masalah dari soal tersebut yang akan direpresentasikan ke dalam unsur diketahui dan ditanya.

3. Kesalahan Transformasi (*Transformation Error*)

Kesalahan transformasi adalah kesalahan yang dilakukan karena siswa tidak mampu memilih rumus atau perhitungan yang sesuai dengan masalah yang ada pada soal. Kesalahan pada tahap ini terjadi ketika siswa tidak mampu mengubah masalah matematika menjadi model matematika dengan mencari hubungan antara yang diketahui dan yang ditanyakan.³⁷ Sehingga pada tahap ini siswa harus mencari hubungan antar konsep dan fakta yang akan diubah ke dalam bentuk matematika dan bisa menuliskan rumus yang sesuai dengan masalah yang ada. Selain itu kesalahan yang terjadi pada tahap ini, yaitu siswa tidak bisa menentukan rumus atau metode yang akan digunakannya untuk menyelesaikan permasalahan yang ada pada soal.

4. Kesalahan Keterampilan Proses (*Process Skill Error*)

Kesalahan keterampilan proses adalah kesalahan yang dilakukan siswa pada saat proses perhitungan matematika. Kesalahan pada tahap ini terjadi ketika siswa telah benar dalam menentukan dan mengurutkan operasi hitung, tetapi gagal dalam mengerjakan langkah-langkah perhitungan dengan benar.³⁸ Sehingga pada tahapan ini siswa harus mengimplementasikan rancangan-rancangan pemecahan

³⁷ Dinawati Trapsilasiwi, dkk, "Analisis Kesalahan Pengolahan Matematika dalam Menyelesaikan Masalah Lingkaran," dalam *Pancaran* 5, no. 4 (2016):159-168

³⁸ Singh, dkk, "*The Newman...*," hal. 264-271

masalah melalui tahapan transformasi masalah untuk menghasilkan sebuah solusi yang diinginkan. Kesalahan siswa pada bagian keterampilan proses adalah saat siswa tidak dapat melakukan perhitungan dengan tepat atau siswa sudah melakukan perhitungan, tetapi tidak sampai jawaban akhir.

5. Kesalahan Penulisan Jawaban Akhir (*Encoding Error*)

Kesalahan penulisan jawaban akhir adalah kesalahan yang dilakukan karena siswa kurang teliti dalam menuliskan jawaban akhir. Pada tahap ini siswa telah menyelesaikan soal sampai akhir dengan benar, tetapi tidak dapat menuliskan jawaban akhir yang berupa kesimpulan dengan benar yang menyebabkan berubahnya makna dari jawaban tersebut.³⁹ Sehingga siswa dikatakan telah mencapai tahap penulisan jawaban apabila siswa dapat menuliskan jawaban akhir yang ditanyakan secara tepat beserta satuannya.

Berikut ini beberapa indikator NEA dalam menyelesaikan masalah matematika yang berupa soal cerita.

³⁹ Susanti dan Taufik, "*Analysis Students' ...*," hal. 72-75

Tabel 2.1 Indikator Newman's Error Analysis⁴⁰

No.	Jenis Kesalahan	Indikator
1.	Kesalahan membaca (<i>Reading error</i>)	<ul style="list-style-type: none"> - Siswa tidak dapat membaca kata-kata, satuan, atau simbol yang ada dalam soal. - Siswa dapat membaca kata-kata, satuan, atau simbol yang ada dalam soal, tetapi tidak tepat.
2.	Kesalahan memahami (<i>Comprehension error</i>)	<ul style="list-style-type: none"> - Siswa tidak menuliskan apa yang diketahui dalam soal. - Siswa menuliskan apa yang diketahui dalam soal, tetapi tidak tepat. - Siswa tidak menuliskan apa yang ditanyakan dalam soal. - Siswa menuliskan apa yang ditanyakan dalam soal, tetapi tidak tepat.
3.	Kesalahan transformasi (<i>Transformation error</i>)	<ul style="list-style-type: none"> - Siswa tidak menuliskan rumus atau metode yang digunakan dalam menyelesaikan masalah matematika. - Siswa salah dalam menuliskan rumus atau metode yang digunakan dalam menyelesaikan masalah matematika.
4.	Kesalahan keterampilan proses (<i>Process skills error</i>)	<ul style="list-style-type: none"> - Siswa salah menggunakan kaidah atau aturan matematika. - Siswa salah dalam melakukan perhitungan. - Siswa benar dalam melakukan perhitungan, tetapi tidak tuntas sampai jawaban akhir.
5.	Kesalahan penulisan jawaban (<i>Encoding error</i>)	<ul style="list-style-type: none"> - Siswa salah dalam menuliskan satuan dari jawaban akhir - Siswa tidak menuliskan jawaban akhir yang berupa kesimpulan. - Siswa salah dalam menuliskan jawaban akhir yang berupa kesimpulan.

D. Teorema Pythagoras

Materi Teorema Pythagoras merupakan salah satu materi yang terdapat dalam Kurikulum 2013 pada kelas VIII SMP/MTs semester genap yang tertera pada Kompetensi Inti (KI): Memahami pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi,

⁴⁰ Dwi Oktaviana, "Analisis Tipe Kesalahan Berdasarkan Teori Newman dalam Menyelesaikan Soal Cerita Pada Mata Kuliah Matematika Diskrit," dalam *EduSains: Jurnal Pendidikan Sains & Matematika* 5, no. 2 (2017): 22-32

seni, budaya, terkait fenomena dan kejadian tampak mata dan (KD): 3.5 Menjelaskan dan membuktikan teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras, 4.1 Menyelesaikan masalah matematika yang berkaitan dengan teorema Pythagoras dan tripel Pythagoras.

1. Pengertian kuadrat dan akar kuadrat suatu bilangan

Bilangan kuadrat adalah bilangan bulat yang merupakan hasil kali dari bilangan yang sama.⁴¹ Di mana, cara menentukan kuadrat dari sebuah bilangan adalah dengan mengalikan bilangan tersebut dengan dirinya sendiri. Secara umum bentuk kuadrat dapat ditulis $a^2 = a \times a$, untuk sembarang bilangan a .

Contoh:

a. $7^2 = 7 \times 7$

c. $(0,8)^2 = 0,8 \times 0,8$

b. $(-5)^2 = (-5) \times (-5)$

d. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$

Sedangkan kebalikan dari kuadrat adalah akar kuadrat. Di mana akar kuadrat merupakan bilangan tak negatif yang jika dikuadratkan akan menghasilkan bilangan yang sama dengan bilangan yang dicari akarnya. Dengan kata lain $b = \sqrt{a} \rightarrow b^2 = a$. Setiap bilangan bulat positif yang bukan bilangan selain prima, akar-akar kuadratnya dapat disederhanakan dengan menggunakan sifat-sifat berikut:⁴²

1) $\sqrt{A \times B} = \sqrt{A} \times \sqrt{B}, A \geq 0, B \geq 0$

2) $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}, A \geq 0, B \neq 0$

3) $A\sqrt{B} + A\sqrt{C} = A(\sqrt{B} + \sqrt{C}), B \geq 0, C \geq 0$

⁴¹ J. Dris dan Tasari, *Matematika Jilid...*, hal. 96

⁴² *Ibid.*, hal 98

$$4) \sqrt{A} \times \sqrt{A} = A, A \geq 0$$

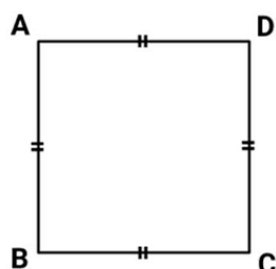
Contoh:

$$a. \sqrt{25} = \sqrt{5 \times 5} = \sqrt{5^2} = 5$$

$$b. \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

2. Luas persegi dan segitiga siku-siku

a. Luas persegi



Gambar 2.1 Persegi

Luas persegi = sisi \times sisi

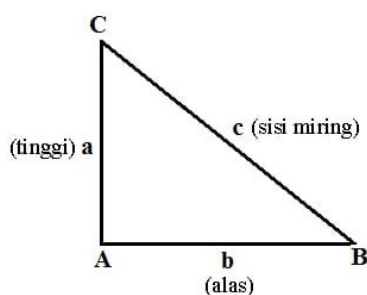
Perhatikan gambar di samping:

$$\begin{aligned} \text{Luas persegi } ABCD &= AB \times BC, \text{ di mana } BC = AB \\ &= AB \times AB \\ &= AB^2 \end{aligned}$$

Untuk sebuah persegi yang sisinya s , maka:⁴³

$$L = s \times s = s^2$$

b. Luas segitiga siku-siku



Gambar 2.2 Segitiga siku-siku

$$\text{Luas segitiga} = \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$$

Di mana rumus di atas berlaku untuk semua jenis segitiga, yaitu segitiga lancip, segitiga siku-siku, maupun segitiga tumpul.⁴⁴

⁴³ Marsigit, dkk, *Matematika untuk Sekolah Dasar; Sebuah Pendekatan Realistik Reflektif*, (Yogyakarta: Matematika, 2018), hal. 102

⁴⁴ *Ibid.*, hal 103

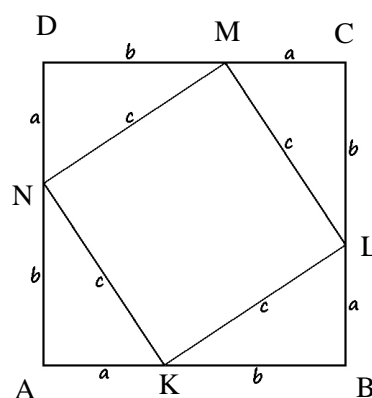
Perhatikan gambar 2.2:

$$\text{Luas segitiga } ABC = \frac{1}{2} \times AB \times AC$$

Di mana, AB dan AC adalah panjang sisi siku-siku pada segitiga dan BC merupakan sisi terpanjang yang disebut sisi miring.

3. Teorema Pythagoras

Teorema Pythagoras dikembangkan oleh seorang filsuf Yunani yang termasyhur pada era *pra-Socrates* yang bernama Pythagoras pada tahun 582 – 500 SM. Teorema ini membahas mengenai panjang dan sisi yang terdapat pada segitiga siku-siku. Di mana teorema Pythagoras menyatakan bahwa pada segitiga siku-siku, kuadrat *hypotenusa* (sisi yang paling panjang) adalah sama dengan hasil jumlah kuadrat dari dua sisi siku-siku lainnya.⁴⁵ Sehingga teorema Pythagoras dinyatakan dalam bentuk $a^2 + b^2 = c^2$, dengan c adalah *hypotenusa* dan a, b adalah dua sisi siku-siku. Adapun untuk menemukan teorema Pythagoras perhatikan gambar di bawah ini:



Gambar 2.3 Pembuktian Teorema Pythagoras

⁴⁵ Kusaeri, *Historiografi Matematika; Rujukan Paling Otoritatif tentang Sejarah Perkembangan Matematika*, (Yogyakarta: Matematika, 2017), hal. 73

Dari gambar 2.3 dapat diketahui:

$$\begin{aligned} \text{Luas } KLMN &= s \times s \\ &= c \times c \\ &= c^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas } ABCD &= s \times s \\ &= (a + b) \times (a + b) \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

$$\text{Luas } KLMN = \text{Luas } ABCD - 4(\text{Luas } \Delta KBL)$$

$$\begin{aligned} \text{Luas } KLMN &= a^2 + 2ab + b^2 - 4\left(\frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}\right) \\ &= a^2 + 2ab + b^2 - 4\left(\frac{1}{2} \times KB \times BL\right) \\ &= a^2 + 2ab + b^2 - 4\left(\frac{1}{2} \times b \times a\right) \\ &= a^2 + 2ab + b^2 - 2ab \\ &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

Jika $\text{Luas } KLMN = c^2$, maka $c^2 = a^2 + b^2$

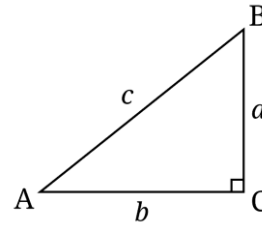
Jadi, terbukti bahwa rumus teorema Pythagoras adalah $c^2 = a^2 + b^2$, dengan sudut siku-siku di B dan $a < b < c$, serta c merupakan sisi miring (*hypotenusa*).⁴⁶

Berdasarkan rumus teorema Pythagoras pada segitiga siku-siku di atas berlaku:

⁴⁶ Endah Budi Rahaju, dkk, *Contextual Teaching and Learning Matematika Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah Kelas VIII Edisi 4*, (Jakarta: Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional, 2008), hal. 113

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Gambar 2.4 Segitiga siku-siku ABC

Dengan menggunakan rumus umum teorema Pythagoras, maka dapat diperoleh perhitungan sebagai berikut:⁴⁷

$$c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow a^2 = c^2 - b^2$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow b^2 = c^2 - a^2$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Dari uraian di atas rumus teorema Pythagoras pada setiap sisi segitiga siku-siku adalah sebagai berikut:

$c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$
$a^2 = c^2 - b^2 \rightarrow a = \sqrt{c^2 - b^2}$
$b^2 = c^2 - a^2 \rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2}$

4. Tripel Pythagoras

Tripel Pythagoras adalah tiga bilangan positif yang merupakan sisi dari segitiga siku-siku yang memenuhi dalil Pythagoras dan bilangan terbesarnya merupakan sisi miring (*hypotenusa*) dari segitiga tersebut. Di mana tiga bilangan tersebut yang dimisalkan dengan bilangan a, b, c dengan $a < b < c$ dikatakan tripel Pythagoras jika memenuhi rumus teorema Pythagoras yaitu $c^2 = a^2 + b^2$.

⁴⁷ Nuniek Avianti Agus, *Mudah Belajar Matematika 2: Untuk Kelas VIII Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah*, (Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional, 2008), hal. 94

Tripel Pythagoras dari sembarang bilangan bulat dapat ditentukan jika bilangan m dan n merupakan sembarang bilangan bulat positif, maka bilangan $m^2 + n^2$, $2mn$, dan $m^2 - n^2$ adalah bentuk dari tripel Pythagoras.⁴⁸

Contoh:

- 1) Apakah 2,4,5 merupakan tripel Pythagoras?

Jawab:

$2 < 4 < 5$, maka:

$$5^2 = 25$$

$$2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$$

$5^2 \neq 2^2 + 4^2$, karena kuadrat sisi terpanjang tidak sama dengan jumlah kuadrat sisi lainnya maka 2,4,5 bukan tripel Pythagoras.

- 2) Apakah 6,8,10 merupakan tripel Pythagoras?

$6 < 8 < 10$, maka:

$$10^2 = 100$$

$$6^2 + 8^2 = 36 + 64$$

$$= 100$$

$10^2 = 6^2 + 8^2$, karena kuadrat sisi terpanjang sama dengan jumlah kuadrat sisi lainnya maka 6,8,10 merupakan tripel Pythagoras.

5. Penerapan Teorema Pythagoras

Teorema Pythagoras dapat digunakan untuk memecahkan suatu permasalahan yang ada dalam matematika. Misalnya saja untuk menghitung panjang sisi suatu segitiga jika diketahui panjang sisinya yang lain, mencari sisi

⁴⁸ J. Dris dan Tasari, *Matematika Jilid...*, hal. 104-105

dan diagonal pada bangun datar dan bangun ruang (balok dan kubus) serta penerapan dalam kehidupan sehari-hari.⁴⁹

Contoh:

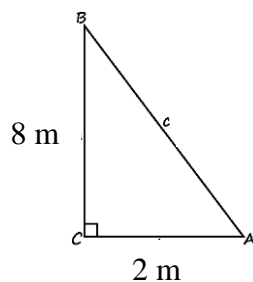
Sebuah tangga bersandar pada tembok dengan jarak antara kaki tangga dengan tembok 2 meter dan jarak antara tanah dan ujung atas tangga 8 meter. Hitunglah panjang tangga tersebut!

Jawaban:

Diketahui:

- jarak antara kaki tangga dengan tembok 2 meter
- jarak antara tanah dan ujung atas tangga 8 meter

Jika digambarkan menjadi:



Ditanya: Panjang tangga/AB

Jawab:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AB^2 = 2^2 + 8^2$$

$$AB^2 = 4 + 64$$

$$AB^2 = 68$$

⁴⁹ *Ibid.*, hal. 113

$$AB = \sqrt{68}$$

$$AB = \sqrt{4 \times 17}$$

$$AB = \sqrt{4} \times \sqrt{17}$$

$$AB = 2\sqrt{17}$$

Jadi, panjang tangga tersebut adalah $2\sqrt{17}$ meter.

E. Penelitian Terdahulu

Pertama, penelitian yang dilakukan oleh Asri Devi Asmarani pada tahun 2016 dengan judul *Analisis Kesalahan Siswa di Kelas VII SMP Aloysius Turi Tahun Ajaran 2015/2016 dalam Menyelesaikan Soal Cerita Matematika Pada Topik Bilangan Bulat Berdasarkan Metode Analisis Newman*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kesalahan yang muncul saat siswa menyelesaikan soal cerita adalah: (1) kesalahan memahami soal, yang meliputi tidak lengkap menuliskan hal yang diketahui dan ditanyakan dalam soal, (2) kesalahan transformasi, yang meliputi tidak dapat menjelaskan prosedur yang digunakan dan tidak lengkap dalam menuliskan metode penyelesaian, (3) kesalahan keterampilan proses, yang meliputi kesalahan dalam perhitungan dan tidak menuliskan cara perhitungannya, dan (4) kesalahan menuliskan jawaban akhir, yang meliputi menuliskan jawaban akhir yang tidak sesuai dengan soal dan tidak menuliskan satuan yang sesuai.⁵⁰

Kedua, penelitian yang dilakukan oleh Sry Ratu Humaerah pada tahun 2017 dengan judul *Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal-soal Pada*

⁵⁰ Asri Devi Asmarani, *Analisis Kesalahan Siswa di Kelas VII SMP Aloysius Turi Tahun Ajaran 2015/2016 dalam Menyelesaikan Soal Cerita Matematika Pada Topik Bilangan Bulat Berdasarkan Metode Analisis Newman*, (Yogyakarta: Skripsi Tidak Diterbitkan, 2016), hal. 133-137

Materi Geometri dengan Prosedur Newman Kelas VIII MTs Muhammadiyah Tanetea Kabupaten Jeneponto. Hasil penelitian menunjukkan bahwa presentase kesalahan yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan soal matematika terkait materi bangun ruang sisi datar berdasarkan prosedur Newman adalah: (1) kesalahan membaca sebesar 17% yang disebabkan karena tidak lancarnya siswa dalam membaca dan kurangnya pengetahuan tentang simbol-simbol dalam matematika, (2) kesalahan memahami sebesar 74% yang disebabkan karena siswa tidak memiliki kemampuan untuk menuliskan apa yang diketahui dan ditanya dalam soal, (3) kesalahan transformasi sebesar 83% yang disebabkan karena siswa tidak menguasai materi bangun ruang sisi datar dan tidak paham dengan rumus yang seharusnya digunakan, (4) kesalahan keterampilan proses sebesar 87% yang disebabkan karena siswa terburu-buru dalam menyelesaikan soal penyelesaian, dan (5) kesalahan penulisan jawaban akhir sebesar 100% yang disebabkan karena siswa tidak menuliskan jawaban akhir yang berupa kesimpulan. Di mana presentase kesalahan total siswa ada 72%.⁵¹

Ketiga, penelitian oleh Dwi Oktaviana tahun 2017 dengan *judul Analisis Tipe Kesalahan Berdasarkan Teori Newman dalam Menyelesaikan Soal Cerita pada Mata Kuliah Matematika Diskrit.* Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa melakukan (1) kesalahan membaca soal sebesar 24% berupa tidak mengetahui makna dari soal, (2) kesalahan memahami soal sebesar 24% berupa tidak mengetahui apa yang ditanyakan pada soal, (3) kesalahan transformasi soal sebesar 54,67% berupa tidak dapat membentuk fungsi pembangkit dari soal, (4)

⁵¹ Sry Ratu Humaerah, *Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal-soal Pada Materi Geometri dengan Prosedur Newman Kelas VIII MTs Muhammadiyah Tanetea Kabupaten Jeneponto*, (Makassar: Skripsi Tidak Diterbitkan, 2017), hal. 60-63

kesalahan keterampilan proses sebesar 88% berupa kesalahan dalam perhitungan, dan (5) kesalahan penulisan jawaban akhir sebesar 89,33% berupa kesalahan menuliskan jawaban akhir dari soal.⁵²

Keempat, penelitian oleh Rizka Awalul Lailiyah tahun 2019 dengan judul *Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita Operasi Aljabar Berdasarkan Tahapan Newman's Error Analysis (NEA) Kelas VII B SMP Islam Gandusari Trenggalek*. Hasil penelitian menunjukkan jenis kesalahan yang dilakukan oleh siswa dalam menyelesaikan soal matematika terkait materi aljabar berdasarkan prosedur Newman adalah: (1) siswa berkemampuan tinggi dalam menyelesaikan soal sudah mampu menyelesaikan pada tiga prosedur yaitu, kesalahan membaca, kesalahan memahami, dan kesalahan transformasi, (2) siswa berkemampuan sedang dalam menyelesaikan soal sudah mampu menyelesaikan pada dua prosedur yaitu, kesalahan membaca dan kesalahan transformasi, dan (3) siswa berkemampuan rendah dalam menyelesaikan soal masih mampu menyelesaikan satu prosedur yaitu pada kesalahan membaca. Faktor penyebab kesalahan siswa adalah tidak lancarnya siswa dalam membaca dan memahami soal, tidak memiliki kemampuan dalam menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal, tidak menguasai materi aljabar, dan tidak paham dengan konsep yang akan digunakan.⁵³

⁵² Dwi Oktaviana, "Analisis Tipe ...," hal. 22-32

⁵³ Rizka Awalul Lailiyah, *Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita Operasi Aljabar Berdasarkan Tahapan Newman's Error Analysis (NEA) Kelas VII B SMP Islam Gandusari Trenggalek*, (Tulungagung: Skripsi Tidak Diterbitkan, 2019), hal. 93-95

Tabel 2.2 Kajian Penelitian Terdahulu

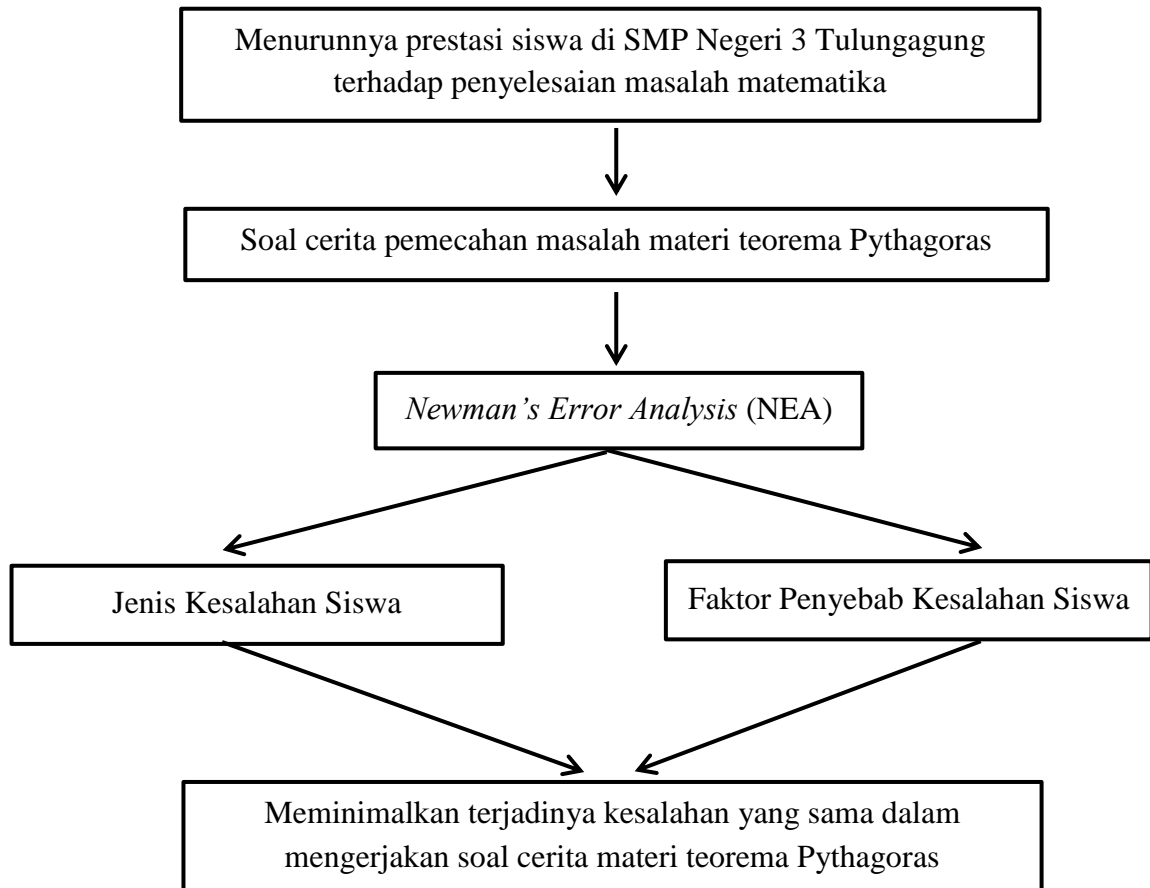
No.	Judul Penelitian/ Nama Peneliti	Tahun Penelitian	Dengan Penelitian Sekarang	
			Persamaan	Perbedaan
1.	“Analisis Kesalahan Siswa di Kelas VII SMP Aloysius Turi Tahun Ajaran 2015/2016 dalam Menyelesaikan Soal Cerita Matematika Pada Topik Bilangan Bulat Berdasarkan Metode Analisis Newman” oleh Asri Devi Asmarani	2016	<ul style="list-style-type: none"> - Meneliti tentang kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal cerita matematika berdasarkan metode Analisis Newman - Subjek penelitian jenjang SMP 	<ul style="list-style-type: none"> - Materi Bilangan Bulat - Lokasi penelitian di SMP Aloysius Turi Yogyakarta
2.	“Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal-soal Pada Materi Geometri dengan Prosedur Newman Kelas VIII MTs Muhammadiyah Tanetea Kabupaten Jeneponto” oleh Sry Ratu Humaerah	2017	<ul style="list-style-type: none"> - Meneliti tentang kesalahan siswa dalam dengan Prosedur Newman. - Subjek penelitian jenjang SMP 	<ul style="list-style-type: none"> - Materi Geometri - Lokasi penelitian di MTs Muhammadiyah Tanetea Kabupaten Jeneponto, Makassar
3.	“Analisis Tipe Kesalahan Berdasarkan Teori Newman dalam Menyelesaikan Soal Cerita Pada Mata Kuliah Matematika Diskrit” oleh Dwi Oktaviana	2017	<ul style="list-style-type: none"> - Meneliti tentang kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal cerita berdasarkan NEA. 	<ul style="list-style-type: none"> - Materi Matematika Diskrit - Subjek penelitian jenjang mahasiswa S1. - Lokasi penelitian di IKIP PGRI Pontianak
4.	“Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita Operasi Aljabar Berdasarkan Tahapan <i>Newman’s Error Analysis</i> (NEA) Kelas VII B SMP Islam Gandusari Trenggalek” oleh Rizka Awalul Lailiyah	2019	<ul style="list-style-type: none"> - Meneliti tentang kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal cerita matematika berdasarkan <i>Newman’s Error Analysis</i> (NEA). - Subjek penelitian jenjang SMP 	<ul style="list-style-type: none"> - Materi Operasi Aljabar - Lokasi penelitian di SMP Islam Gandusari Trenggalek

Adanya penelitian terdahulu dimaksudkan untuk memperjelas posisi penelitian yang peneliti lakukan. Penelitian yang peneliti lakukan ini mempunyai titik perbedaan dengan penelitian terdahulu. Meskipun demikian, peneliti mengakui tentang teori yang digunakan dalam penelitian ini mempunyai persamaan teori oleh keempat peneliti terdahulu. Kami melakukan hal itu karena terbatasnya teori yang membahas tentang NEA.

Berdasarkan beberapa hasil penelitian terdahulu, maka dapat digambarkan beberapa persamaan dan perbedaannya. Permasalahan penelitian ini dengan hasil penelitian sebelumnya adalah pada pokok permasalahannya, yaitu menurunnya hasil belajar siswa dalam menyelesaikan masalah matematika yang berupa soal cerita. Sedangkan perbedaan antara penelitian ini dengan penelitian sebelumnya adalah pada materi dan lokasi penelitiannya.

F. Paradigma Penelitian

Berdasarkan penelitian terdahulu yang relevan, peneliti akan menggambarkan paradigma penelitian untuk mengetahui hubungan antara tindakan yang akan dilakukan dan hasil yang diharapkan dalam penelitian ini. Adapun paradigma penelitian dalam penelitian ini disajikan pada gambar 2.5 sebagai berikut:



Gambar 2.5 Bagan Kerangka Berpikir

Kemampuan penyelesaian masalah matematika siswa di SMP Negeri 3 Tulungagung pada materi teorema Pythagoras mengalami penurunan. Di mana penurunan kemampuan siswa dikarenakan siswa tidak paham mengenai pelajaran matematika, sehingga siswa melakukan kesalahan-kesalahan dalam menyelesaikan masalah matematika yang berupa soal cerita. Hal tersebut menyebabkan menurunnya prestasi siswa dalam pelajaran matematika.

Materi teorema Pythagoras merupakan salah satu materi dalam matematika yang berhubungan dengan kehidupan sehari-hari. Di mana materi ini dapat diwujudkan dalam bentuk soal cerita penyelesaian masalah yang berbentuk pilihan ganda maupun uraian. Pada penelitian ini, peneliti memberikan soal cerita yang berbentuk uraian dikarenakan dengan soal uraian dapat diketahui cara berpikir siswa dalam mengerjakan soal cerita. Selain itu dalam mengerjakan soal berbentuk uraian, siswa akan menuliskan hal yang diketahui, ditanyakan, dan jawaban yang lebih rinci disertai jawaban akhir yang berupa kesimpulan, sehingga peneliti akan mudah mengetahui kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.

Analisis kesalahan yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Newman's Error Analysis* (NEA). NEA dipilih karena dengan analisis kesalahan tersebut, peneliti akan mengetahui jenis kesalahan yang dilakukan siswa beserta faktor penyebabnya. Jenis kesalahan siswa diketahui dari hasil tes siswa dalam mengerjakan soal cerita, sedangkan untuk mengetahui faktor penyebab kesalahannya dilakukan wawancara. Setelah mengetahui jenis kesalahan siswa dan faktor penyebabnya, maka peneliti mengelompokkan berdasarkan jenis

kesalahan menurut NEA. Di mana jenis kesalahan menurut NEA yaitu, kesalahan membaca (*reading error*), kesalahan memahami masalah (*comprehension error*), kesalahan transformasi (*transformation error*), kesalahan keterampilan proses (*process skill error*), dan kesalahan penulisan jawaban akhir (*encoding error*).

Setelah diketahui jenis kesalahan menurut NEA beserta faktor penyebabnya, diharapkan dapat meminimalkan terjadinya kesalahan yang sama yang dilakukan siswa dalam mengerjakan soal cerita materi teorema Pythagoras. Selain itu, diharapkan dapat meningkatkan kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.