**BAB II**

**LANDASAN TEORI**

1. **HAKIKAT MATEMATIKA**
2. **Pengertian Matematika**

Istilah *matematika* (Indonesia), *methematics* (Inggris), *matematik* (Jerman), *mathemetique* (Prancis), *matematica* (Italia), *matematiceski* (Rusia) atau *mathematick* /*wiskude* (Belanda) berasal dari perkataan mathematica, yang mulanya diambil dari perkataan Yunani matematike yang berarti “*relating to learning*”. Perkataan ini mempunyai akar kata *mathema* yang berarti pengetahuan atau ilmu (knowledge, science). Perkataan mathematike berhubungan sangat erat dengan sebuah kata lainnya yang serupa yaitu *mathenein* yang berarti *belajar (berpikir)[[1]](#footnote-2)*

Penggunaan kata *“ilmu pasti*” untuk matematic merupakan terjemahan kata *wiskude* (Belanda). Kata ini seolah-olah membenarkan pendapat bahwa di dalam matematika semua hal sudah pasti dan tidak dapat diubah lagi. Pada hal, kenyataannya sebenarnya tidaklah demikian. Dalam matematika, banyak terdapat pokok bahasan yang justru tidak pasti, misalnya dalam statistika ada probabilitas (kemungkinan), perkembangan ilmu logika konvensional yang memiliki 0 dan 1 ke logika fuzzy yang bernilai antara 0 sampai 1 dan lain sebagainya. *[[2]](#footnote-3)* Maka dari itu penggunaan kata “*ilmu pasti*” kurang tepat untuk istilah “*matematika*”. Walaupun begitu, penggunaan kata *ilmu pasti* bisa saja diterima dengan batasan bahwa yang dimaksud adalah didalam matematika tidak ada suatu pernyataan yang dinyatakan benar, tetapi kontradiksi dengan pernyataan benar lainnya (dengan catatan pernyataan-pernyataan tersebut berada dalam suatu sistem yang sama).

Jadi berdasarkan Estimologi, perkataan matematika berarti “*ilmu pengetahuan yang diperoleh dengan bernalar*”. Hal ini dimaksudkan bukan berarti ilmu lain diperoleh tidak melalui penalaran, akan tetapi dalam ilmu matematika lebih menekankan aktivitas dalam rasio (penalaran), sedangkan dalam ilmu lain lebih menekankan observasi atau eksperimen disamping penalaran. Matematika terbentuk sebagai hasil pemikiran manusia yang berhubungan dengan ide, proses dan penalaran. Pada tahap awal matematika terbentuk dari pengalaman manusia dalam dunianya secara empiris karena matematika sebagai aktivitas manusia kemudian pengalaman itu diproses dalam rasio, diolah secara analisis dan sintesis dengan penalaran didalam struktur kognitif, sehingga sampailah pada suatu kesimpulan berupa konsep-konsep matematika.[[3]](#footnote-4)

Oleh karena itu dalam proses belajar matematika, juga terjadi proses berpikir. Sebab, seorang dikatakan berpikir apabila orang itu melakukan kegiatan mental, dan orang yang belajar matematika mesti melakukan kegiatan mental. Dalam berpikir orang menyusun hubungan yang telah direkam dalam pikiran sebagai pengertian-pengertian. Dari pengertian tersebut terbentuklah pendapat yang pada akhirnya dapat ditarik suatu kesimpulan. Dan tentunya kemampuan berpikir seseorang dipengaruhi tingkat kecerdasannya. Dengan demikian terlihat jelas adanya hubungan antara kecerdasan dan proses dalam belajar matematika.

Selanjutnya perlu diketahui bahwa agar konsep-konsep matematika yang telah terbentuk dapat dipahami orang lain dan dapat dengan mudah dimanipulasi secara tepat, maka digunakan istilah yang cermat dan disepakati bersama secara global (universal) yang dikenal dengan “**bahasa matematika”**

1. **Bahasa Matematika**

Bahasa merupakan suatu sistem yang terdiri dari lambang-lambang kata-kata dan kalimat-kalimat yang disusun menurut aturan tertentu dan digunakan sekelompok orang untuk berkomunikasi. Bahasa tumbuh dan berkembang karena manusia. Begitu pula sebaliknya, manusia berkembang karena bahasa. “ Dimana ada manusia, disitu ada bahasa”.

Dilihat dari segi fungsi, bahasa memiliki dua fungsi. *Pertama*, sebagai alat menyatakan ide, pikiran, gagasan/perasaan. *Kedua,* sebagai alat untuk berkomunikasi dengan orang lain. Apabila dalam berkomunikasi maka itu tidak mungkin.

Dilihat dari segi bahasa, matematika mempunyai keunikan dibandingkan dengan disiplin ilmu lain. Matematika memiliki bahasa sendiri, yakni bahasa yang terdiri atas simbol-simbol dan istilah-istilah. Sehingga jika kita ingin belajar matematika dengan baik, maka langkah yang harus ditempuh adalah kita harus menguasai bahasa pengantar dalam matematika, harus berusaha memahami makna-makna dibalik lambang dan istilah-istilah tersebut.[[4]](#footnote-5)

Sebagai suatu contoh “Sin A “ itu mempunyai arti sebuah perbandingan antara sisi di depan A dengan Hipotenusa. Atau mempunyai arti kesebangunan dalam bidang geometri.

Seperti halnya bahasa-bahasa lainnya di dunia ini, bahasa matematika tidaklah langsung jadi seperti model-model lambang dan istilah yang kita kenal seperti sekarang ini. Namun bahasa matematika mengalami perkembangan dari waktu ke waktu, sehingga terciptalah suatu bahasa yang “disempurnakan”. Contoh simbol pangkat yang kita kenal seperti sekarang bukanlah suatu simbol yang langsung jadi. Simbol itu memerlukan penyempurnaan dari waktu ke waktu.

52 yang menyatakan 5 x 5 mulanya dinyatakan dengan 5 , kemudian melalui waktu yang panjang disempurnakanlah seperti yang kita kenal sekarang ini. Sedangkan 5 x 5 x 5 = 53 awalnya dinyatakan dengan 5 kemudian dinyatakan dengan 5 barulah berkembang dengan simbol yang selama ini kita kenal.[[5]](#footnote-6)

3

Bahasa matematika memiliki beberapa kelebihan dibandingkan dengan bahasa verbal lainnya.

*Pertama,*  bahasa matematika memiliki makna “tunggal”, sehingga satu kalimat matematika tidak dapat ditafsirkan bermacam-macam. Bahasa matematika berusaha dan berhasil menghindari kerancuan arti, karena setiap kalimat (istilah/variabel) dalam matematika sudah memiliki arti yang tertentu. Ketunggalan arti ini mungkin karena adanya kesepakatan matematikawan atau ditentukan sendiri oleh penulis diawal tulisannya. Dalam hal ini, orang dibebaskan untuk menggunakan istilah/variabel metematika yang mengandung arti berlainan. Namun dia harus menjelaskan terlebih dahulu diawal pembicaraan atau tulisannya bagaimana tafsiran yang diinginkan tentang istilah matematika tersebut.

*Kedua,* bahasa matematika juga mengembangkan bahasa numerik yang memungkinkan untuk melakukan pengukuran secara kuantitatif. Sedangkan bahasa verbal hanya mampu mengemukakan pernyataan yang bersifat kualitatif. Jika kita menggunakan bahasa verbal, kita hanya dapat mengatakan A lebih cantik dibanding B, kita tidak dapat berbuat apa-apa dengan bahasa verbal jika kita ingin mengetahui seberapa eksak derajat kecantikan si A. Dengan bahasa matematika dengan pendekatan logika fuzzy berapa derajat kecantikan seseorang secara eksak dapat diketahui.

Fungsi lainnya, bagi dunia keilmuan, matematika memiliki peran sebagai bahasa simbolik yang memungkinkan terwujudnya komunikasi yang cermat dan tepat. Matematika sebagai komunikasi ilmiah memiliki peran ganda, yaitu sebagai ratu sekaligus pelayan ilmu. Sebagai ratu karena matematika merupakan bentuk tertinggi dari logika, sedangkan disisi lain sebagai pelayan karena matematika memberikan bukan saja sistem organisasi ilmu yang bersifat logis, tetapi juga pernyataan-pernyataan dalam bentuk model matematik. Matematika bukan saja menyampaikan informasi secara jelas dan tepat, melainkan juga singkat. Suatu rumus jika ditulis dalam bahasa verbal membutuhkan rentetan kalimat yang banyak sekali, dimana makin banyak kata-kata makin besar juga untuk peluang untuk terjadi salah informasi dan salah interpretasi, maka dalam bahasa matematika cukup ditulis dengan model yang sangat sederhana sekali. Dengan kata lain, ciri bahasa matematika adalah bersifat ekonomis. Mengutip ungkapan dar P. S. Laplace , “demikianlah keuntungan suatu bahasa yang disusun dengan baik, bahwa cara penulisan yang disederhanakan seringkali menjadi sumber dari teori-teori besar”.

1. **Obyek Kajian Matematika**

Menurut Soedjadi, obyek dasar matematika yang menjadi bahan kajian dasar adalah:

1. **Fakta**

Fakta adalah suatu konvensi yang merupakan suatu cara khas untuk menyajikan ide-ide matematika dalam bentuk kata atau simbol. Dengan demikian *fakta dalam matematika*  adalah segala sesuatu yang telah disepakati, dia dapat berupa simbol atau lambang dan dapat pula berupa kata-kata. Bila seseorang mengucap kata “tiga” maka yang akan terbayang pada benak kita adalah simbol “3’. Sebaliknya bila kita melihat simbol “3”, maka padanan yang kita buat adalah kata “tiga”. Kata “tiga’ dan simbol “3” merupakan fakta dalam matematika.

1. **Konsep**

Konsep adalah ide abstrak tentang klasifikasi obyek atau kejadian. Seseorang yang memahami suatu konsep akan mengatakan suatu termasuk konsep yang dipahaminya atau tidak. Dengan memahami suatu konsep seseorang juga akan dapat memberikan contoh dan bukan contoh dari konsep tersebut. **Jadi,** *konsep dalam matematika* merupakan suatu ide abstrak yang digunakan untuk melakukan klasifikasi atau penggolongan atau pengelompokan terhadap obyek. Dengan adanya suatu konsep dapat diterangkan apakah suatu termasuk atau merupakan contoh atau non contoh dari ide tersebut. Pada umumnya konsep dalam matematika disusun dari konsep-konsep terdahulu atau fakta. Jadi dalam pembelajaran matematika seseorang harus memahami terlebih dahulu konsep yang menjadi prasyarat

Contoh konsep : segiempat, bilangan, fungsi, sinus, cosinus, tangen, dan lain sebagainya. Untuk memahami jajar genjang seseorang setidaknya harus paham dengan konsep tentang sisi, sudut, kesejajaran garis, kekongruenan garis dan sebagainya.

1. **Relasi-Operasi**

Relasi merupakan suatu aturan yang memasangkan aturan untuk mengawankan anggota suatu himpunan dengan anggota himpunan lain, yang dapat sama dengan himpunan semula. Operasi adalah aturan untuk mendapatkan elemen tunggal dari satu atau lebih elemen yang diketahui. Elemen tunggal disebut elemen yang dioperasikan.

Jika operasi memerlukan 2 buah elemen untuk pemberlakuannya, operasi tersebut dinamakan **operasi biner.** Suatu operasi yang hanyamemerlukan satu elemen untuk memberlakukannya disebut **operasi uner**, misal √. Untuk mengoperasikannya hanya memerlukan sebuah bilangan, misal √9 = 3. dalam hal ini bilangan yang dioperasikan adalah bilangan 9 dan hasil operasinya adalah 3.

1. **Prinsip**

Prinsip adalah obyek matematioka yang paling kompleks. Kekompleksan tersebut dikarenakan adanya sekelompok konsep yang dikombinasikan dengan suatui relasi. Jadi prinsip merupakan hubungan antara 2 atau lebih obyek matematika. **[[6]](#footnote-7)**

Contoh: jumlah dua bilangan gasal adalah bilangan genap. Perbandingan sisi-sisi dari sebuah segitiga siku-siku adalah fungsi ukuran sudut lancip.

1. **Matematika sebagai Ilmu yang Terstruktur**

Matematika dikenal sebagai ilmu deduktif. Ini berarti proses pengerjaan matematika harus bersifat deduktif. Matematika tidak menerima generalisasi berdasarkan pengamatan (induktif), tetapi harus berdasarkan pembuktian deduktif. Meskipun demikian untuk membantu pemikiran, pada tahap-tahap permulaan sering kali kita memerlukan contoh-contoh khusus atau ilustrasi geometris.[[7]](#footnote-8) Misalnya dalam membuktikan jumlah sudut dalam segitiga, tidaklah cukup hanya dengan memotong-motong sudut dari suatu segitiga dan menunjukkan bahwa jumlah sudutnya sama dengan garis lurus. Tapi haruslah digunakan pembuktian secara deduktif untuk menunjukkan kebenarannya. Misalnya, dengan menggunakan teorema kesejajaran.

Selanjutnya, matematika mempelajari tentang pola keteraturan, tentang struktur yang terorganisasikan. Hal ini mulai dari unsur yang tidak didefinisikan (undifinited terms), kemudian pada unsur yang didefinisikan, ke aksioma/postulat, dan akhirnya pada teorema. Konsep-konsep matematika tersusun secara hierarkis, terstruktur, logis, dan sistematis mulai dari konsep yang sederhana sampai sampai pada konsep yang paling kompleks. Dalam matematika terdapat topik atau konsep prasyarat sebagai dasar untuk memahami topik/konsep selanjutnya. Ibarat membangun sebuah gedung bertingkat, lantai sebelumnya yang menjadi prasyarat harus benar-benar dikuasai agar dapat memahami konsep-konsep selanjutnya.[[8]](#footnote-9)

Sebagai suatu contoh untuk memahami konsep segitiga dan segiempat diperlukan pemahaman konsep-konsep yang menjadi prasyarat. Diantaranya konsep-konsep prasyarat tersebut adalah tentang konsep garis, sudut, kesejajaran garis, dan lain sebagainya. Apabila konsep-konsep prasyarat tidak dipahami siswa maka pelajaran tentang segitiga dan segi empat akan menjadi pelajaran yang kosong, kering dan tidak berisi serta tanpa makna.

Apabila matematika dipandang sebagai struktur dari hubungan-hubungan maka simbol-simbol formal diperlukan untuk menyertai himpunan benda-benda atau hal-hal. Simbol ini sangat penting didalam membantu manipulasi aturan-aturan yang beroperasi dalam struktur-struktur. Pemahaman terhadap struktur-struktur dan proses simbolisasi masing-masing merupakan stimulus yang satu terhadap yang lain. Simbolisasi merupakan fasilitas komunikasi dan dari komunikasi ini kita mendapatkan sejumlah besar informasi. Dari informasi-informasi ini kita dapat membentuk konsep-konsep baru. Dengan demikian simbol-simbol bermanfaat untuk kehematan intelektual, sebab simbol-simbol itu dapat digunakan mengomunikasikan ide-ide secara efektif dan efisien. Itu berarti bahwa dibelakang setiap simbol ada suatu ide. Agar simbol itu berarti, hal terpenting adlah bahwa ide harus dipahami sebelum ide itu sendiri disimbolkan. Bila prosedur ini tidak diikuti, penggunaan simbol mungkin sangat membahayakan. Misalnya seseorang siswa ingat rumus-rumus atau aturan-aturan karena ia dapat memanipulasi simbol-simbol. Jika aturan ini tidak diikuti pengertian yang mendasari ide-ide tersebut, maka kerja yang dilakukan itu bukanlah jenis aktivitas berpikir, melainkan suatu latihan yang merupakan hafalan belaka. Betapa perlunya pandangan tersebut bila kita ingat bahwa ada korespondensi 1-1 antara unsur-unsur dari suatu situasi dan unsur-unsur dari struktur-struktur matematika. Pada mulanya, situasi diterjemahkan ke simbol-simbol dan pada akhirnya simbol-simbol itu diterjemahkan kembali ke situasi. Karena itu, belajar matematika sebenarnya untuk mendapatkan hubungan dan simbol-simbol dan kemudian mengaplikasikan konsep-konsep yang dihasilkan ke situasi yang nyata.[[9]](#footnote-10)

1. **TEORI VAN HIELE**

Apa yang kita kenal dengan Teori Tahap Berpikir van Hiele (selanjutnya hanya disebut dengan teori van hiele saja) ini dikembangkan oleh Dina van Hiele-Geldof dan suaminya Pierre Marie van Hiele dalam disertasi doktoralnya secara terpisah di Universitas Utrecht pada tahun 1957.[[10]](#footnote-11) Keduanya adalah guru sekolah menengah di Mentessori yang mengabdi pada negaranya, Belanda.[[11]](#footnote-12) Mereka sangat menaruh perhatian terhadap kesulitan siswa dalam mempelajari geometri. Dina meninggal tidak lama setelah disertasinya selesai, Pierre kemudian menyatukannya untuk menjelaskan teori ini.[[12]](#footnote-13)

Dalam hasil disertasi yang diperoleh melalui tanya jawab dan pengamatan, mereka mengemukakan beberapa aspek dalam teori ini, yaitu: adanya tahap-tahap berpikir dalam mempelajari geometri, sifat-sifat atau karakteristik yang berkaitan dengan tahap berpikir siswa, dan pergerakan dari satu tahap ke tahap selanjutnya.[[13]](#footnote-14)

1. **Tahap Berpikir van Hiele**

Menurut van Hiele, ada 5 tahap pemahaman geometri. Tahapan ini menunjukkan tahap berpikir dalam belajar geometri. Kelima tahap berpikir van Hiele adalah Tahap 0 (Rekognisi), Tahap 1 (Analisis), Tahap 2 (Deduksi Informal), Tahap 3 (Deduksi), Tahap 4 (Rigor).[[14]](#footnote-15)

Untuk masing-masing tahap dijelaskan sebagai berikut:

1. **Tahap 0 (Rekognisi)**

Tahap ini sering juga disebut dengan visualisasi.[[15]](#footnote-16) Pada tahap ini siswa dapat belajar nama-nama gambar dan mengenal bentuk secara keseluruhan[[16]](#footnote-17). Pada tahap ini siswa mengenal bentuk-bentuk geometri hanya sekedar karakteristik visual dan penampakannya. Siswa secara eksplisit tidak terfokus pada sifat-sifat obyek yang diamati, tetapi memandang obyek secara keseluruhan.[[17]](#footnote-18) Oleh Karena itu, pada tahap ini siswa tidak dapat memahami atau mengetahui adanya sifat-sifat dari bentuk geometri yang dilihatnya itu. Sebagai suatu contoh siswa mengetahui bahwa suatu bangun itu persegi panjang, tetapi siswa belum mengetahui sifat-sifat yang melekat pada persegi panjang tersebut.

1. **Tahap 1 (Analisis)**

Tahap ini juga dikenal dengan tahap deskriptif.[[18]](#footnote-19) Pada tahap ini siswa dapat mengidentifikasi sifat dari gambar-gambar geometri, dan sudah tampak adanya analisis terhadap konsep geometri. Ia sudah mampu menyebutkan keteraturan pada bangun geometri.[[19]](#footnote-20) Misalnya, saat seorang siswa mengamati persegi panjang, dia sudah tahu bahwa terdapat dua pasang sisi berhadapan sama panjang dan kedua pasang sisinya sejajar. Namun, siswa belum sepenuhnya dapat menjelaskan hubungan antara sifat-sifat tersebut, belum mampu mengetahui hubungan antara suatu bangun geometri dengan bangun geometri lainnya (keluarga dari bangun-bangun geometri). Misalnya belum mengetahui bahwa persegi itu adalah persegi panjang. Pada tahap ini siswa belum memahami definisi.

1. **Tahap 2 (Deduksi Informal)**

Tahap ini juga dikenal dengan nama order[[20]](#footnote-21) (pengurutan), atau abstraksi[[21]](#footnote-22). Pada tahap ini siswa secara logis dapat mengurutkan gambar-gambar geometri dan hubungan antara sifat-sifat dari suatu bangun geometri, tetapi belum dapat beroperasi dalam sistem matematika

Pada tahap ini siswa sudah dapat mengurutkan/menyatakan hubungan antar beberapa bangun geometri. Misalnya, persegi adalah persegi panjang, persegi panjang adalah jajar genjang. Selain itu siswa juga sudah dapat melihat hubungan sifat pada suatu bangun. Misalnya, sisi jajar genjang sejajar mengakibatkan sudut yang berhadapan sama besar. Pada tahap ini definisi (kondisi perlu dan cukup) sudah dipahami siswa.[[22]](#footnote-23) Perlu diketahui bahwa pada tahap ini siswa sudah mulai mampu melaksanakan penarikan kesimpulan yang kita kenal dengan sebutan berpikir deduktif. Namun kemampuan ini belum berkembang secara penuh. [[23]](#footnote-24) Penarikan kesimpulan yang sederhana sudah dapat diikuti tetapi pembuktian belum dapat dipahami.

1. **Tahap 3 (Deduksi)**

Tahap 3 ini juga biasa disebut dengan deduksi formal. Siswa pada tahap ini sudah mampu menarik kesimpulan secara deduktif, yakni menarik kesimpulan dari hal-hal yang bersifat umum ke hal-hal yang bersifat khusus. Siswa memahami pentingnya dari deduksi dan peranan elemen-elemen yang berbeda dari sistem aksiomatik (aksioma, unsur yang tidak didefinisikan, definisi dan teorema).[[24]](#footnote-25) Ringkasnya pada tahap ini siswa sudah memahami bahwa geometri disusun atas sistem aksiomatik.

Sebagai suatu contoh dalam mengambil kesimpulan bahwa sudut dalam suatu segitiga adalah 180°. Hal ini belum tuntas apabila hanya dilakukan dengan cara induktif saja, misalnya dengan memotong-motong sudutnya dan setelah itu disatukan lalu ditunjukkan bahwa sudut membentuk garis lurus yang berarti sudutnya 180°. Namun harus dibuktikan secara deduktif, contohnya dengan menggunakan prinsip kesejajaran. Pada tahap ni bukti dapat ditulis dengan pemahaman.[[25]](#footnote-26) Walaupun siswa belum mengerti mengapa aksioma/postulat itu benar dan mengapa sesuatu itu dijadikan teorema atau postulat dalam pembuktian tadi.

1. **Tahap 4 (Rigor/Keakuratan)**

Tahap ini adalah tahap terakhir dalam tahap berpikir van Hiele. Tahap ini juga sering disebut metamatematika atau tahap aksiomatik. [[26]](#footnote-27) Pada tahap ini siswa sudah menyadari pentingnya ketepatan dari prinsip-prinsip dasar yang melandasi suatu pembuktian.[[27]](#footnote-28) Saling keterkaitan antara unsur yang tidak didefinisikan, aksioma, definisi dan teorema dalam pembuktian formal dapat dipahami. Pada tahap ini siswa sudah memahami mengapa sesuatu dijadikan aksioma atau teorema. Mereka memahami pentingnya ketepatan dan mampu membuat deduksi abstrak.[[28]](#footnote-29) Pada pencapaian yang tinggi pada tahap ini dapat menganalisis konsekuensi dari manipulasi aksioma dan definisi. Misalnya memahami ketepatan dari aksioma maupun definisi yang mendasari atau menyebabkan terjadinya Geometri Euclid dan geometri Non-Euclid.

Perlu diketahui bahwa beberapa buku menyebutkan tahap tersebut dengan tahap 1 sampai 5. Namun van Hiele sendiri memberi nomor dengan tahap 0 sampai 4. Selanjutnya dina menamai tahap 1-4, masing-masing, sebagai aspek dari geometri, esensi dari geometri, wawasan dalam teori geometri, dan wawasan ilmiah dalam geometi.[[29]](#footnote-30)

Kita mungkin dapat melihat bahwa model berpikir dalam geometri van Hiele ini menggunakan gagasan konkret-representatif-abstrak. Tahap 0 jelas merefleksikan tingkat manipulatif yang juga menuntut upaya deskripsi verbal, yang menjadi semakin jelas saat siswa memasuki Tahap 1. Pada Tahap 1 dan 2, siswa berfokus pada model-model representatif untuk memvisualisasikan sifat, sedang tingkat 3 dan 4 siswa telah mencapai tahap dimana penalaran simbolik abstrak merupakan pola umum.[[30]](#footnote-31) Jadi untuk mencapai tahap yang lebih tinggi, siswa harus menguasai sebagian besar pengetahuan pada tahap yang lebih rendah.

1. **Sifat-sifat/ karakteristik Tahap Berpikir van Hiele**

Karakteristik ini melekat dalam Teori van Hiele, bahwa dalam memahami geometri, seseorang harus melalui tahap-tahap diatas secara berurutan. Kami menamainya sifat keterurutan/hierarkis *(fixed sequence)* dari tahap-tahap berpikir.

*Sifat 1: (fixed sequence)*. Tahapan berpikir tersebut bersifat rangkaian/berurutan /hierarkis. Siswa tidak dapat mencapai Tahap van Hiele n tanpa melalui Tahap n-1.[[31]](#footnote-32)

P.M van Hiele mengidentifikasi karakteristik lain dari tahap berpikir ini, yaitu:

*Sifat 2:* *(adjacency).* Pada setiap tahap, apa yang intrinsik (kurang jelas) pada tahap sebelumnya menjadi ektrinsik (jelas) pada tahap sekarang.[[32]](#footnote-33)

*Sifat 3: (distinction*). Setiap tingkat mempunyai simbol linguistiknya sendiri dan sistem relasinya sendiri yang menghubungkan simbol-simbol itu[[33]](#footnote-34).Suatu relasi yang benar pada suatu tingkat, ternyata akan tidak benar pada tingkat yang lain. Contohnya suatu gambar mungkin memiliki lebih dari satu nama Misalnya pemikiran tentang persegi adalah juga persegi panjang (dan juga jajar genjang). Struktur bahasa adalah suatu faktor yang kritis dalam perpindahan tingkat-tingkat ini[[34]](#footnote-35)

*Sifat 4: (separation).* Bila dua orang mempunyai tahap berpikir berlainan, kemudian mereka bertukar pikiran maka keduanya tidak saling mengerti satu sama lain.[[35]](#footnote-36)

1. **Pergerakan dari satu tahap ke tahap berikutnya**

Van Hiele lebih optimis dari pada Piaget, percaya bahwa perkembangan kognitif dalam geometri dapat dipercepat dengan instruksi yang tepat. Menurut van Hiele kenaikan/pergerakan dari tingkat satu ke tingkat berikutnya tergantung sedikit pada kedewasaan biologis atau perkembangannya dan tergantung lebih banyak kepada akibat pembelajaran. Guru memegang peran penting dan istimewa untuk memperlancar kemajuan, terutama untuk memberi bimbingan mengenai pengharapan. Selanjutnya van Hiele juga menyatakan bahwa gabungan dari waktu, materi pelajaran, dan metode pengajaran yang apabila dikelola dengan baik untuk tahap tertentu akan meningkatkan kemampuan berpikir siswa kepada tahap yang lebih tinggi.[[36]](#footnote-37)

Walau demikian teori ini menuntut bahwa tingkat yang lebih tinggi tidak langsung menurut guru tetapi melalui pilihan-pilihan yang tepat. Lagi pula, anak sendiri akan menentukan kapan naik ke tahap yang lebih tinggi. Meskipun demikian siswa tidak akan mencapai kemajuan tanpa bantuan guru. Karena itu van Hiele telah memberikan penjelasan rinci tentang bagaimana guru harus melaksanakan kegiatan pembelajaran untuk membimbing siswa dari satu tahap ke tahap berikutnya. Kita anggap ini sebagai karakteristik kelima dari tahap berpikir van Hiele.

*Sifat 5. (peningkatan/pergerakan).* Proses pembelajaran yang mengarah untuk melengkapi pemahaman pada tahap berikutnya yang lebih tinggi memiliki 5 fase, suatu pendekatan bukanlah suatu yang terurut secara ketat, yaitu:[[37]](#footnote-38)

1. *Fase Informasi* (kesadaran intuitif)

Pada awal fase ini, guru dan siswa menggunakan tanya-jawab dan kegiatan tentang objek-objek yang dipelajari pada tahap berpikir siswa. Dalam hal ini objek yang dipelajari adalah sifat komponen dan hubungan antar komponen bangun-bangun segi empat. Guru mengajukan pertanyaan kepada siswa sambil melakukan observasi. Tujuan dari kegiatan ini adalah: (1) guru mempelajari pengalaman awal yang dimiliki siswa tentang topik yang dibahas. (2) guru mempelajari petunjuk yang muncul dalam rangka menentukan pembelajaran selanjutnya yang akan diambil.[[38]](#footnote-39)

1. *Fase Orientasi Terbimbing* (mengeksplorasi dan mengajukan hipotesis dengan inisiatif guru)

Siswa menggali topik yang dipelajari melalui alat-alat yang dengan cermat telah disiapkan guru. Aktivitas ini akan berangsur-angsur menampakkan kepada siswa struktur yang memberi ciri-ciri sifat komponen dan hubungan antar komponen suatu bangun segi empat. Alat atau pun bahan dirancang menjadi tugas pendek sehingga dapat mendatangkan respon khusus[[39]](#footnote-40)

1. *Fase Eksplikasi/Eksplanasi* (ekspresi gagasan secara lisan dan tertulis)

Berdasarkan pengalaman sebelumnya, siswa menyatakan pandangan yang muncul mengenai struktur yang diobservasi. Di samping itu, untuk membantu siswa menggunakan bahasa yang tepat dan akurat, guru memberi bantuan sesedikit mungkin. Hal tersebut berlangsung sampai sistem hubungan pada tahap berpikir mulai tampak nyata.[[40]](#footnote-41)

1. *Fase Orientasi Bebas* (mengeksplorasi dan mengajukan hipotesis dengan inisiatif siswa)

Siswa menghadapi tugas-tugas yang lebih kompleks berupa tugas yang memerlukan banyak langkah, tugas yang dilengkapi dengan banyak cara, dan tugas yang open-ended. Mereka memperoleh pengalaman dalam menemukan cara mereka sendiri, maupun dalam menyelesaikan tugas-tugas. Melalui orientasi di antara para siswa dalam bidang investigasi, banyak hubungan antar objek menjadi jelas.[[41]](#footnote-42)

1. *Fase Integrasi* (siswa merangkum dan merenungkan untuk menggabungkan apa-apa yang telah dipelajari).

Siswa meninjau kembali dan meringkas apa yang telah dipelajari. Guru dapat membantu siswa dalam membuat sintesis ini dengan melengkapi survey secara global terhadap apa yang telah dipelajari. Hal ini penting, tetapi kesimpulan ini tidak menunjukkan sesuatu yang baru dalam materi yang diajarkan. Pada akhir fase kelima ini siswa mencapai tahap berpikir yang baru. Siswa siap untuk mengulangi fase-fase belajar pada tahap sebelumnya.[[42]](#footnote-43)

Setelah selesai fase kelima ini, maka tingkat pemikiran siswa yang baru pada topik itu dapat dicapai.

Namun bukalah tujuan dari penelitian ini untuk memeriksa gerakan dari satu tingkat ke tingkat yang berikutnya. Karena itu penjelasan tentang fase-fase tersebut tidak secara mendetail dibahas. Dari Usiskin disebutkan bahwa dari tulisan-tulisan van Hiele bisa menunjukkan bahwa proses bergerak dari satu tahap ke tahap berikutnya membutuhkan waktu yang lebih lama daripada yang berlangsung dalam satu jam pelajaran atau dalam satu unit pendek dari pembelajaran. Misalnya, Dina-Gieldof melaporkan 20 pelajaran untuk mendapatkan dari tahap 0 ke tahap 1, dan 50 pelajaran untuk mendapatkan dari tahap 1 ke tahap 2, bekerja dengan siswa umur 12 tahun. Ini setara dengan setengah tahun pelajaran jika dipelajari terus menerus.[[43]](#footnote-44)

Dari uraian teori van Hiele yang diberikan sejauh ini, mungkin kita telah mencatat bahwa teori ini memiliki 3 karakteristik menarik; elegan, komprehensif, dan agak sederhana yang dijelaskan oleh pernyataan yang cukup ringkas, masing-masing dengan efek yang luas. Misalnya, prinsip yang sama berlaku untuk pergerakan/peningkatan dari tahap 0 ke tahap 1, sebagaimana juga dari 1 ke 2 dan selanjutnya. Dan kesederhanaan struktur jelas, seperti yang sudah kita uraikan bahwa pengetahuan akan gambar-gambar pada Tahap 0 adalah kumpulan-kumpulan pembangun sifat-sifat pada Tahap 1, yang gilirannya diurutkan di Tahap 2, pengurutan menjadi prasyarat penting untuk memahami sistem matematika pada Tahap 3, yang menjadi salah satu obyek yang dibandingkan pada Tahap 4.

Suatu teori yang mencakup keseluruhan pembelajaran geometri, dan memberikan penjelasan tidak hanya mengapa siswa memiliki masalah dalam pembelajaran tetapi juga apa yang dapat dilakukan untuk mengatasi masalah tersebut, ini disebut komprehensif. P.M.van Hiele dalam Begrip en Inzicht bahwa teori ini dapat diaplikasikan kedalam seluruh pemahaman matematika dan memberikan contoh tentang pembelajaran tentang fungsi dan non-geometri. Namun teori ini kurang cukup detail pada area lain untuk membuatnya komprehensif.[[44]](#footnote-45)

1. **DESKRIPTOR TAHAP BERPIKIR VAN HIELE**

Yang dimaksud deskriptor tingkatan berpikir Van Hiele*,* Fuys mengungkapkan bahwa “Deskriptor Tahap Van Hieledan contoh respon siswa untuk ke lima tahapan, yaitu visualisasi, analisis, deduktif informal (abstraksi), deduksi dan rigor, dapat dikembangkan.”[[45]](#footnote-46)

Untuk dapat melakukan pengujian terhadap tingkat berpikir siswa yang tepat, teori harus mendeskripsikan secara cukup rinci dan jelas agar memungkinkan instrumen penelitian. Untuk teori van hiele ini berarti bahwa perilaku siswa untuk tiap tingkat harus sangat akurat diidentifikasi. Maka dari itu penulis menggunakan deskriptor dari Fuys, et all[[46]](#footnote-47), untuk tahap 0 – 2, sementara untuk tahap selanjutnya penulis mengembangkan deskriptor berdasarkan aktivitas yang di tunjukkan Crowley[[47]](#footnote-48) dan behavior dari Usisskin[[48]](#footnote-49) yaitu:

**Tahap 0: Visualisasi**

Siswa mengidentifikasi, menamai, membandingkan dan mengoperasikan gambar dan bentuk geometri, seperti segitiga, sudut, garis sesuai dengan penampakannya.

1. Siswa mengidentifikasi bangun berdasarkan penampakannya secara utuh:
2. Dalam gambar sederhana, diagram, atau seperangkat guntingan; dalam posisi yang berbeda;
3. Dalam bentuk dan konfigurasi lain yang lebih kompleks.
4. Siswa melukis, menggambar, atau menjiplak bangun.
5. Siswa memberi nama atau memberi label bangun dan konfigurasi geometri lainnya dan menggunakan nama dan label yang sesuai secara baku atau tidak baku yang sesuai.
6. Siswa membandingkan dan menyeleksi bangun berdasarkan penampakan bentuknya yang utuh.
7. Secara verbal siswa mendeskripsikan bangun dengan penampakannya secara utuh.
8. Siswa menyelesaikan soal rutin dengan mengoperasikan (menerapkan) pada bangun dengan tidak menggunakan sifat-sifat yang diterapkan secara umum.
9. Siswa mengidentifikasi bagian-bagian bangun, tetapi:
10. Tidak menganalisis bangun dalam istilah bagian-bagiannya;
11. Tidak berpikir tentang sifat-sifat sebagai karakteristik kelas bangun;
12. Tidak membuat generalisasi tentang bangun atau menggunakan bahasa yang relevan.

**Tahap 1: Analisis**

Siswa menganalisis bangun-bangun dalam istilah komponen-komponennya dan hubungan antar komponen, menentukan sifat-sifat dari kelas bangun secara empiris, dan menggunakan sifat-sifat untuk menyelesaikan masalah.

1. Siswa mengidentifikasi dan menguji hubungan-hubungan antara komponen-komponen suatu bangun (misal, kongruensi sisi-sisi berhadapan).
2. Siswa mengingat dan menggunakan perbendaharaan yang sesuai untuk komponen dari hubungan-hubungan (misal, sisi berhadapan, sudut yang bersesuaian adalah kongruen, diagonal saling berpotongan di tengah).
3. a. Siswa membandingkan dua bangun sesuai dengan hubungan antara komponen-komponennya.

b. Siswa memilih bangun dalam cara-cara berbeda sesuai dengan sifat-sifat tertentu, termasuk memilih semua contoh kelas dan non contoh.

1. a. Siswa menginterpretasikan dan menggunakan deskripsi verbal tentang bangun dalam istilah sifat-sifatnya dan menggunakan deskripsi itu untuk menggambarkan atau melukis bangun.

b. Siswa menginterpretasikan pernyataan verbal atau simbolik tentang aturan-aturan dan menerapkannya.

1. Siswa menemukan sifat-sifat bangun tertentu secara empiris dan menggeneralisasikan sifat kelas bangun tersebut.
2. a. Siswa mendeskripsikan kelas bangun dalam istilah sifatnya.

b. Siswa mengatakan bentuk sebuah bangun, jika diberikan sifat-sifat tertentu.

1. Siswa mengidentifikasi sifat mana yang digunakan untuk mengarakterisasi satu kelas bangun adalah kelas bangun yang lain dan membandingkan kelas-kelas bangun sesuai dengan sifatnya.
2. Siswa menemukan sifat- sifat kelas bangun yang tidak biasa dikenal.
3. Siswa menyelesaikan soal geometri dengan menggunakan sifat-sifat bangun yang sudah diketahui atau dengan pendekatan penuh pemahaman.
4. Siswa memformulasikan dan menggunakan generalisasi tentang sifat-sifat bangun (dipandu oleh guru atau material atau secara spontan) dan menggunakan bahasa yang sesuai (misal semua, setiap, tidak satupun), tetapi:

a. tidak menjelaskan bagaimana sifat-sifat tertentu sebuah bangun adalah berkaitan,

b. tidak memformulasikan dan menggunakan definisi formal,

c. tidak menjelaskan hubungan sub kelas tanpa mengecek contoh-contoh khusus yang bertentangan dengan daftar sifat-sifat yang ditentukan.

d tidak melihat perlunya bukti atau penjelasan logis dari generalisasi yang ditemukan secara empiris dan tidak menggunakan bahasa yang sesuai (misal, jika, maka, sebab) secara benar.

**Tahap 2: Deduktif Informal**

Siswa menggunakan definisi untuk memahami hubungan antara sifat-sifat bangun, memberikan argumen dan menyusun urut sifat-sifat bangun sebelumnya dan mengembangkan argumen deduktif informal.

1. a. Siswa mengidentifikasi himpunan berbeda dari sifat-sifat yang mengarakterisasi kelas bangun dan menguji bahwa hal itu cukup.

b. Siswa mengidentifikasi himpunan sifat-sifat minimum dan dapat mengarakterisasi bangun.

c. Siswa merumuskan dan menggunakan definisi untuk kelas bangun.

1. Siswa memberikan argumen deduktif informal (menggunakan diagram, potongan bangun yang dapat dilipat atau materi lainnya).

a. Menggambarkan suatu kesimpulan dari informasi yang diberikan, penarikan kesimpulan menggunakan logika hubungan bangun.

b. Mengurutkan kelas suatu bangun.

c. Mengurutkan dua sifat.

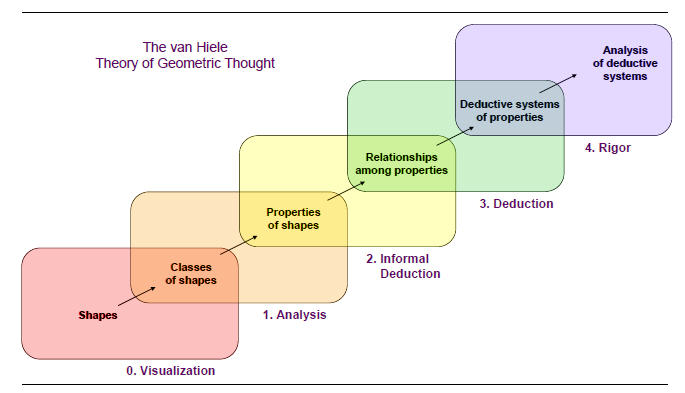
d. Menemukan sifat baru dengan deduksi.

e. Mengaitkan beberapa sifat dalam pohon keluarga bangun.

1. Siswa memberikan deduktif informal.
2. Siswa memberikan lebih dari satu penjelasan dengan menggunakan pohon keluarga bangun.
3. Siswa mengenal secara informal perbedaan antara pernyataan dengan konversnya.
4. Siswa mengidentifikasi dan menggunakan strategi atau penalaran bermakna untuk menyelesaikan masalah.
5. Siswa tidak melihat perlunya definisi dan asumsi dasar, tidak membedakan secara formal antara pernyataan dengan konversnya, dan belum bisa membangun hubungan antar jaringan teorema.

**Tahap 2: Deduktif**

1. Siswa dapat mengidentifikasi apa yang diberikan (yang diketahui) dan apa yang dibuktikan dalam suatu masalah
2. Siswa menunjukkan pemahaman tentang makna dari usur yang tidak didefinisikan, postulat/aksioma, Theorema, definisi dan sebagainya
3. Siswa menunjukkan pemahaman tentang kondisi perlu dan cukup
4. Siswa membuktikan dengan tepat hubungan-hubungan yang dibangun secara informal pada tahap 2
5. Siswa membuktikan hubungan-hubungan yang tidak umum
6. Siswa membandingkan bukti-bukti yang berbeda dari sebuah teorema
7. Siswa menggunakan teknik bervariasi dalam pembuktian
8. Siswa mengidentifikasi strategi umum dari suatu bukti
9. Siswa berfikir tentang pemikiran geometri ( dapat menunjukkan mana berpikir deduktif mana berpikir induktif dan mengapa



1. **DERAJAT PENCAPAIAN TAHAP VAN HIELE / TRANSISI ANATARA TAHAP-TAHAP VAN HIELE**

Cara menentukan tahap berpikir siswa dipastikan memainkan peran penting dalam penelitian yang melibatkan Teori van Hiele. Kebanyakan penelitian telah menentukan sebuah tahap van Hiele untuk suatu topik mengikuti kriteria penilaian berdasarkan jumlah jawaban benar untuk tes tertulis (Mayberry,Usskin), atau dalam tahap berpikir yang ditunjukkan oleh siswa dalam setiap kegiatan selama wawancara (Burger & Shaughnessy, Fuys et.al). dalam kedua kasus, kriteria masing-masing telah menetapkan setiap siswa untuk satu tahap van Hiele.

Meskipun sebagian besar siswa menunjukkan tahap berpikir yang dominan ketika menjawap pertanyaan open-ended, sejumlah besar dari mereka jelas mencerminkan dalam jawaban mereka adanya tahap lain, dan ada beberapa siswa yang jawabannya menunjukkan 2 urutan tahap berpikir yang dominan secara bersamaan (Usiskin, Burger, Fuys, et all). Burger & Shaughnessy dan Fuys et.al mengusulkan bahwa siswa dalam transisi antara 2 tahap. Fuys et. Al menunjukkan siswa tahap 1-2 ( transisi antara tahap 1-2) memberikan indikasi bahwa siswa dengan jelas menggunakan tahap berpikir 1 dan 2 untuk satu aktifitas. Jadi tahap berpikir siswa tidaklah diskrit. [[49]](#footnote-50)

Dari hasil laporan penelitian tersebut, Gutiérrez, et al memberikan pandangan alternatif untuk mengevaluasi tahap berpikir siswa, khususnya untuk mendapatkan pandangan yang lebih mendalam tentang transisi antara dua tahap. Yang selanjutnya pandangan ini akan digunakan dalam penelitian ini.

Penelitian ini didasarkan atas dua alasan sebagai berikut:

1. Untuk mendapatkan gambaran yang lebih lengkap dari arus berpikir geometri siswa, kita harus mempertimbangkan kapasitas yang digunakan siswa untuk masing-masing tahap van Hiele, daripada hanya menentukan menentukan sebuah tahap.
2. Kontinuitas dalam tahap van Hiele memberikan arti bahwa pencapaian tahap tertentu tidak terjadi seketika atau sangat cepat tetapi dapat memakan waktu beberapa bulan bahkan tahun, seperti yang pernah dilaporkan Dina-Gieldof bahwa 20 pelajaran untuk mendapatkan dari tahap 0 ke tahap 1, dan 50 pelajaran untuk mendapatkan dari tahap 1 ke tahap 2, bekerja dengan siswa umur 12 tahun. Ini setara dengan setengah tahun pelajaran jika dipelajari terus menerus.[[50]](#footnote-51)

Untuk mendapatkan gambaran berpikir siswa yang cukup lengkap akan dihitung pencapaian tiap tahapnya dan merepresentasikanya dengan suatu ruas garis yang terbagi dari 0 sampai 100. Kemudian membagi proses yang kontinu ini kedalam 5 periode yang ditandai dengan cara berbesa secara kualitatif dalam pemikiran siswa. periode ini menunjukkan perbedaan yang mendasar dalam derajat pencapaian dari suatu level tertentu.

Pembagian masing-masing tahap van Hiele kedalam periode-periode tidak berarti bahwa tingkat perkembangan tahap van Hiele tidak kontinu. Penggunaan nilai numerik untuk derajat pencapaian suatu tahap dapat berguna bagi peneliti. Gambar dibawah ini menunjukkan interpretasi kualitatif dan kuantitatif.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Tidak Mencapai  0  15  40  60  85  100 | Pencapaian Rendah | Pencapaian Sedang | Pencapaian Tinggi | Pencapaian Penuh |
|  |  |  |  |  |

Gbr. 1 Derajat Pencapaian

Dalam penelitian ini peneliti menyebut Derajat Tidak Mencapai dengan Derajad Pencapaian Sangat Rendah yang maknanya sama yaitu tidak mencapai tahap yang ditentukan. Sedangkan untuk Deratad Pencapaian Rendah, Sedang, Tinggi peneliti tetap menggunakan nama ini. Sementara untuk pencapaian Penuh peneliti dalam penelitian ini, meyebutnya dengan derajat pencapaian sangat tinggi yang artinya sama dengan tercapainya secara penuh tahap yang ditentukan

Jika deskriptor yang kami sampaikan didepan adalah sebagai panduan sehingga dapat menentukan suatu tes yang tepat terhadap setiap aktifitas dalam masing-masing tahap. Maka untuk menentukan pencapaian siswa dalam tiap tahap van hiele kita juga membutuhkan suatu kriteria.

Untuk menetapkan derajat pencapaian siswa pada tiap-tiap level, kami akan menggunakan serangkaian soal open-ended dan kriteria untuk mengevaluasi respon dari siswa untuk setiap soal. Untuk setiap respon siswa terhadap masing-masing soal diberi skor numerik yang berkaitan dengan skala yang digunakan untuk menentukan derajat pencapaian. Dengan merata-rata nilai yang didapat untuk tiap soal dalam level tertentu maka akan menunjukkan derajat penguasaan siswa.

Kriteria jawaban siswa terhadap soal open-ended yang diberikan dibagi menjadi 8 tipe.Dalam tabel dibawah ini dijelaskan macam macam tipe dan kriteria untuk tiap tipe.[[51]](#footnote-52)

Table 1. Tipe-tipe jawaban siswa tiap soal

|  |  |
| --- | --- |
| Tipe | Kriteria |
| Tipe 0 | Tidak ada jawaban atau jawaban tidak dapat dikodifikasikan |
| Tipe 1 | Jawaban yang mengindikasikan bahwa siswa belum mencapai tahap yang ditentukan, tetapi tidak memberikan informasi tentang level yang lebih rendah |
| Tipe 2 | Salah dan jawaban yang dihasilkan kurang cukup yang memberikan beberapa indikasi tahap berpikir yang ditentukan  Jawaban yang berisi penjelasan, proses berpikir, dan hasil yang salah dan kurang lengkap |
| Tipe 3 | Benar tetapi hasilnya kurang cukup yang memberikan beberapa indikasi tahap berpikir yang ditentukan.  Jawaban yang berisi sangat sedikit penjelasan, proses berpikir yang belum lengkap, atau hasilnya sangat kurang lengkap. |
| Tipe 4 | Jawaban benar atau salah yang dengan jelas menunjukkan ciri-ciri karakteristik yang menonjol dari dua urutan tahap berpikir van Hiele dan mengandung proses berpikir yang jelas dan alasan yang cukup. |
| Tipe 5 | Jawaban salah yang jelas menunjukkan tahap berpikir  Jawaban yang menunjukkan proses yang komplit tetapi salah atau jawaban yang mengarah kepada solusi dari problem yang dibahas |
| Tipe 6 | Jawaban yang benar yang jelas menunjukkan tahap berpikar yang ditentukan tetapi kurang komplit dan alasan kurang lengkap |
| Tipe 7 | Jawabab benar, komplit, dan alasan cukup yang jelas mencerminkan tahap berpikir yang ditentukan |

Setiap jawaban memiliki bobot yang ditunjukkan oleh table dibawah ini

Table 2. Bobot untuk setiap tipe jawaban[[52]](#footnote-53)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tipe | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Bobot | 0 | 0 | 20 | 25 | 50 | 75 | 80 | 100 |

Dengan jelas kita dapat melihat bahwa type 0 dan 1 adalah tipe jawaban yang menunjukkan derajat pencapaian sangat rendah. Tipe 2 dan 3 adalah tipe jewaban yang menunjukkan derajat pencapaian rendah. Dan tipe 4 adalah tipe jawaban yang menunjukkan derajat pencapaian sedang. Tipe jawaban 5 dan 6 adalah tipe jawaban yang menunjukkan derajat pencapaian tinggi. Sementara tipe jawaban 7 adalah tipe jawaban yang menunjukkan derajat pencapaian sangat tinggi.

1. **TAHAP BERPIKIR DITINJAU DARI PERBEDAAN JENIS KELAMIN**

Tahap berpikr siswa dalam belajar geometri mencapai tahap yang berbeda untuk setiap siswa, dimungkinkan oleh kemampuan matematika, kemampuan bahasa atau kemampuan visual

Setiap orang memiliki kemampuan yang berbeda beda dalam kemampuan visual, matematika, bahasa. Salah satu penyebab munculnya perbedaan tersebut karena ukkuran otak setiap orang berbeda-beda, misalnya ukuran otak aki-laki dan perempuan. Witeson mengemukakan hasil peneltiannya bahwa otak perempuan secara kesluruhan lebih kecil daripada otak laki-laki. Perbedaan ukuran otak tersebut menyebabkan cara dan gaya berpikir antara laki-laki dan perempuan berbeda. Implikasi perbedaan ukuran tersebut terlihat dari cara dan gaya melakukan sesuatu. Pasiak mengatakan laki-laki dan perempuan menunjukkan perbedaan dalam eberapa hal meliputi:1) emosi, 2) tingkah laku, 3) proses berbahasa, 4) kemampuan spasial, 5) masalah-masalah matematika[[53]](#footnote-54)

Maccoby & Jacklin dan Krutetskii mengatakan bahwa anak laki-laki dan perempuan mempunyai perbedaan dalam hal kemampuan matematika. Maccoby & Jacklin mengatakan bahwa:

1. Perempuan mempunyai kemampuan verbal lebih tinggi daripada laki-laki selama periode awal masa remaja. Kedua jenis kelamin sama kemampuan verbalnya kira-kira umur 11 tahun.
2. Laki-laki lebih unggul dalam kemampuan visual-spasial ditemukan secara konsisten pada masa remaja dan dewasa (sekitar 12 tahun keatas) tidak pada masa anak-anak
3. Kemampuan kedua jenis kelamin sama dalam konsep kuantitatif pada masa sekolah dasar. Mulai kira-kira umur 12-13 tahun keterampilan matematika laki-laki meningkat lebih cepat dari pada perempuan.[[54]](#footnote-55)

Sedangkan Krutetski mengatakan bahwa:

1. Laki-laki lebih unggul dalam penalaran logis, perempuan lebih unggul dalam ketepatan,ketelitian, kecermatan dan keseksamaan berpikir.
2. Laki-laki mempunyai kemampuan matematika dan mekanika lebih baik daripada perempuan. Perbedaan ini tidak nyata pada tingkat SD. Namun pada tingkat lebih tinggi mula tampak.[[55]](#footnote-56)

Selanjutnya Dagun mengataan bahwa:

1. Kaum wanita itu memperoeh skor yang lebih tinggi dibidang tertentu seperti kemampuan verbal, sementara kemampuan visual sepasialnya lebih rendah.
2. Pada usia 11 tahun keatas kemampuan matematika pada anak laki-laki jauh lebih baik dari pada anak perempuan. Cara berpikir pria dan wanita itu berbeda, pria lebih baik analisis dan lebih fleksibel dari pada wanita,
3. Pada anak-anak sekolah campuran (putra-putri) ternyata anak-anak putri kurang berminat dan prestasi rendah dalam bidang Matematika dan IPA. Mereka hanya menonjol dalam bidang biologi saja dan sedikit yang menonjol bidang fisika.[[56]](#footnote-57)

Sedangkan kecerendungan perbedaan dalam hal keteramilan antara jenis kelamin laki-laki dan perempuan diuraikan Jensen sebagai berikut:

1. Perempuan biasanya lebih unggul daripada laki-lakidalam keterampilan/tugas-tugas sebagai berikut:
2. Keterampilan motorik lebih baik, mampu menggerakkan jari-jemari dengan cepat dalam kesatuan
3. Ujian berhitung
4. Mampu bekerja dalam berbagai tugas dalam satu waktu
5. Mengingat posisi obyek dalam satu waktu
6. Mengeja
7. Fasih dalam mengolah kata-kata
8. Hal-hal yang menuntut sensitivitas terhadap stimuli eksternal(kecuali stimuli visual)
9. Mengingat petunjuk disepanjang rute perjalanan
10. Menggunakan memori verbal
11. Apresiasi terhadap kedalaman dan kecepatan perseptual
12. Membaca ekspresi bahasa tubuh/mimik wajah
13. Laki-laki biasanya lebih unggul dari pada perempuan dalam keterampilan/tugas-tugas sebagai berikut:
14. Terampil dalam menentukan target
15. Mengolah perbendaraan kata
16. Konsentras dan fokus yang lebih luas
17. Kemampuan matematika dan penyelesaian masalah
18. Navigasi bentuk-bentuk geometri ruang
19. Intelegensi verbal
20. Formasi dan pemeliharaan kebiasaan
21. Berbabagai tugas spasial[[57]](#footnote-58)

Oleh karena dalam belajar geometri memerlukan kemampuan spasial, kemampuan matematika dan kemampuan verbal (bahasa merupakan hal yang kritis dalam pembelajaran geometri), maka ada kemungkinan antara laki-laki dan perempuan dalam tahap berpikir dalam belajar geometrinya berbeda-beda pula.

1. **PENELITIAN TERDAHULU**

Penelitian yang berhubungan dengan pengukuran tahap berfikir van hiele dilaporkan oleh peneliti sebagai berikut:

1. Penelitian Zalman Ussiskin dilaksanakan tahun 1982[[58]](#footnote-59). Penelitian ini mendeskripsikan tahap berpikir van Hiele berdasarkan banyak jawaban benar siswa dalam mengerjakan soal pilihan ganda. Subyak penelitiannya adalah 2699 siswa sekolah menengah (sekitar 17 tahun) yang akan memasuki sekolah tinggi. Dalam penelitian ini mengukur tahap van Hiele dengan memberikan soal sebanyak 25, 5 soal untuk masing-masing tahap. Penelitian ini menggunakan meteri geometri bidang untuk meneliti tahap berpikir van Hiele. Dari penelitian ini sangat sedikit siswa yang mencapai tahap 3 apalagi tahap 4.
2. Wiliam F Burger dan J Michel Shaughnessy dilaksanakan tahun 1986.[[59]](#footnote-60) Penelitian ini mendeskripsikan Tahap berpikir siswa dalam geometri dengan berdasarkan respon terhadap pertanyaan wawancara mengenai segitiga dan segi empat. Subjek penelitian ini adalah 45 siswa yang terdiri dari 13 macam tingkatan yaitu dari kelas 1 sampai kelas 12, ditambah satu orang mahasiswa matematika. Tesnya meliputi menggambar bentuk bangun geometri, identifikasi dan mendefinisikan bangun, mensortir bangun, menentukan bangun-bangun yang ditanyakan, menemukan sifat-sifat jajar genjang dan membandingkan komponen-komponen system matematika. Perilaku siswa saat tes sesuai dengan deskripsi umum dari tahap van Hiele. Namun, level ini tidak diskret, khususnya pada tahap analisis dan deduksi formal, yang sulit dijelaskan (kemungkinan yang siswa tersebut berada pada transisi antara dua Tahap van Hiele). Penggunaan deduksi formal pada siswa yang mana sedang menempuh geometri pada jenjang sekolah menengah hampir tidak dicapai, sesuai dengan penelitian/observasi sebelumnya yang dilakukan oleh Usiskin.
3. Penelitian Angel Gutieres, Adela Jaime, Jose M. Fortuny yamg dilaksanakan tahun 1991.[[60]](#footnote-61) Penelitian ini menyuguhkan cara alternative dalam menganalisis Tahap Berpikir van Hiele. Dengan mengevaluasi jawaban siswa dengan memberikan nilai tehadap tahap berpikir siswa berdasarkan yang ditunjukkan oleh mereka dan ketepatan/akurasi matematis mereka. Penelitian ini memberikan deskripsi tentang bagaimana siswa menyelesaikan soal dengan menggunakan prosedur yang berkaitan dengan masing-masing Tahap van Hiele. Dengan cara ini dapat diperoleh gambaran yang tentang tahap berpikir siswa daripada dengan tes yang biasa dilaksanakan (tradisional) yakni dengan memberikan sebuah soal hanya untuk satu level saja kepada siswa. Penelitian ini mengevaluasi kemampuan siswa dalam berpikir geometri ruang (geometri tiga dimensi). Penelitian ini menggunakan subyek penelitian yaitu 9 siswa kelas 8 dan 41 mahasiswa sekolah tinggi jurusan pendidikan matematika. Dari hasil penelitian ini didapatkan bahwa sangat sedikit siswa sekolah tinggi yang sampai tahap 3 secara komplit. Bahkan untuk siswa kelas 8 hanya beberapa yang mencapai tahap 1, dan tidak ada yang mencapai tahap 2 dan 3. ( tes dalam penelitian ini hanya sampai tes untuk tahap 3)

Dari penelitian-penelitian diatas kita dapat melihat berbagai macam metode yang digunakan untuk mengetahui tahap berpikir siswa da;am belajar geometri berdasarkan teori van Hiele. Dari hasil penelitian diatas sangat sedikit siswa yang mencapai tahap 3, apalagi tahap 4. Oleh karena itu penulis membatasi penilaian pencapaian Tahap van Hiele untuk siswa SMP ini hanya sampai level 3, dengan asumsi bahwa siswa tidak dapat mencapai level 4 (berdasar penelitian terdahulu).

1. Erman Suherman et all, *Stategi Pembelajaran Matematika Kontemporer,* (Bandung: JICA, 2003), hal 15-16 [↑](#footnote-ref-2)
2. Moch. Masykur, *Mathematical Intelegence,* (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2007) hal. 43 [↑](#footnote-ref-3)
3. Erman Suherman et. all, *Stategi Pembelajaran …hal 16* [↑](#footnote-ref-4)
4. Moch. Masykur, *Mathematical Intelegence*, *.... hal 45* [↑](#footnote-ref-5)
5. Florian Cajori, *a History of Mathematical Notations,* (Illionis: The Open Court Publishing Company, 1928*)* [↑](#footnote-ref-6)
6. Mega Teguh Budiarto,*Sistem Geometri*, (Surabaya: Unesa University Press,2008) hal [↑](#footnote-ref-7)
7. Erman Suherman, *Stategi Pembelajaran …. hal 18* [↑](#footnote-ref-8)
8. Erman Suherman, *Stategi Pembelajaran …. hal 24* [↑](#footnote-ref-9)
9. Herman hudojo,  *Pengembangan Kurikulum Dan Pembelajaran Matematika*. ( Malang: JICA. 20001) hal 81 [↑](#footnote-ref-10)
10. Zalman Usiskin. *Van Hiele Level and Achievement in Secondary School Geometry*. (Chicago: Departement Of Education The University of Chicago,1982), hal 3 [↑](#footnote-ref-11)
11. Erman Suherman, et. all. *Stategi Pembelajaran …* hal 51 [↑](#footnote-ref-12)
12. Zalman Usiskin. *Van Hiele Level* …, hal 3 [↑](#footnote-ref-13)
13. *Ibid.*  hal 4 [↑](#footnote-ref-14)
14. *Ibid.*  hal 3 [↑](#footnote-ref-15)
15. Mary L. Crowley. *The van Hiele Model of the Development of Geometri. In Thought.Learning and Theaching Geometri, K-12 pp 1-16* (NCTM: USA, 1987) *hal 2* [↑](#footnote-ref-16)
16. Zalman Usiskin. *Van Hiele* …, hal 4 [↑](#footnote-ref-17)
17. Abdussakir, *Pembelajaran Geometri sesuai teori Van Hiele* dalam Jurnal Kependidikan dan keagamaan. Vol VII (2). 2010. ISSN 1693-1499. Fakultas Tarbiyah UIN Maliki Malang hal 3 [↑](#footnote-ref-18)
18. *Ibid. hal 3* [↑](#footnote-ref-19)
19. Husnaeni, *Penerapan pembelajaran Matematika SD dalam membantu Siswa Kelas IV SD Membangun Konsep Segi Tiga* dalam Jurnal Pendidikan Volume 7 (2) September 2006, 67-78, hal 70 [↑](#footnote-ref-20)
20. Zalman Usiskin. *Van Hiele Level* …, hal 4 [↑](#footnote-ref-21)
21. Wiliam F. Burger &, J. M.ichel Shaughnessy (1984) *Characterising the van Hiele levels of development in geometry.* In **Journal for Research in Mathematics Education, 17,** pp 31-48. hal 31 [↑](#footnote-ref-22)
22. Mary L Crowley. "*The van Hiele Model ….* hal 3. [↑](#footnote-ref-23)
23. Erman Suherman, et. all. *Stategi Pembelajaran …* hal 52 [↑](#footnote-ref-24)
24. Angel Gutiérrez,et. all*. an Alternative Paradigm to Evaluate the Acquisition of the van Hiele Levels* in Journal for Research in Mathematics Education 1991, Vol. 22, No. 3, 237-251 hal 242 [↑](#footnote-ref-25)
25. Zalman Usiskin. *Van Hiele Level* …, hal 4 [↑](#footnote-ref-26)
26. Abdussakir.  *Pembelajaran Geometri … Hal 3* [↑](#footnote-ref-27)
27. Erman Suherman, et. all. *Stategi Pembelajaran …* hal 52 [↑](#footnote-ref-28)
28. Zalman Usiskin. *Van Hiele Level* …, hal 4 [↑](#footnote-ref-29)
29. *Ibid* . hal 4 [↑](#footnote-ref-30)
30. Wahyudin. *Pembelajaran dan Model-model Pembelajaran (Perlengkapan untuk Meningkatkan Kompetensi Pedagogig para Calon Guru dan Calon Guru Professional) jilid 1.*(Jakarta, IPA Abong, 2008) hal 75 [↑](#footnote-ref-31)
31. Zalman Usiskin. *Van Hiele Level* …, hal 5 [↑](#footnote-ref-32)
32. *Ibid.,* hal 5 [↑](#footnote-ref-33)
33. *Ibid.,* hal 5 [↑](#footnote-ref-34)
34. Mary L Crowley. "*The van Hiele Model* …. hal 4 [↑](#footnote-ref-35)
35. Zalman Usiskin. *Van Hiele Level* …, hal 5 [↑](#footnote-ref-36)
36. Purwoko, *Pengembangan Pembelajaran Matematika SD… hal 4* [↑](#footnote-ref-37)
37. Zalman Usiskin. *Van Hiele Level* …, hal 6 [↑](#footnote-ref-38)
38. Purwoko, *Pengembangan Pembelajaran Matematika SD… hal 8* [↑](#footnote-ref-39)
39. Purwoko, *Pengembangan Pembelajaran Matematika SD…hal. 10* [↑](#footnote-ref-40)
40. *Ibid hal 10* [↑](#footnote-ref-41)
41. Purwoko, *Pengembangan Pembelajaran Matematika SD… hal 10* [↑](#footnote-ref-42)
42. *Ibid hal 10* [↑](#footnote-ref-43)
43. Zalman Usiskin. *Van Hiele Level* …, hal 6 [↑](#footnote-ref-44)
44. *Ibid….* hal 6-7 [↑](#footnote-ref-45)
45. David Fuys, et all, *The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents in Journal for. Research in Mathematics Education Monograph3: (*Reston, VA: NationalCouncil of Teachers of Mathematics. 1988). hal.. [↑](#footnote-ref-46)
46. David Fuys, et all, *The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents…. hal..* [↑](#footnote-ref-47)
47. Mary L Crowley,. *The van Hiele Model….* hal 12-13 [↑](#footnote-ref-48)
48. Zalman Usiskin. *Van Hiele Level* … hal 12 [↑](#footnote-ref-49)
49. Angel Gutiérrez,et. all*. an Alternative Paradigm to Evaluate the Acquisition of the van Hiele Levels* in Journal for Research in Mathematics Education 1991, Vol. 22, No. 3, 237-251 hal 237 [↑](#footnote-ref-50)
50. Angel Gutiérrez,et. all*. an Alternative Paradigm…* hal 238 [↑](#footnote-ref-51)
51. Angel Gutiérrez,et. all*. an Alternative Paradigm to Evaluate the Acquisition….hal* 240 [↑](#footnote-ref-52)
52. Angel Gutiérrez,et. all*. an Alternative Paradigm to Evaluate the Acquisition….hal* 241 [↑](#footnote-ref-53)
53. Muh. Rizal. *Proses berpikir siswa sekolah dasar dalam melakukan estimasi masalah berhitung ditinjau dari kemampuan matematika dan jenis kelamin.* (Surabaya: Desertasi tidak diterbitkan. 2011) hal 39-40 [↑](#footnote-ref-54)
54. Muh. Rizal. *Proses berpikir siswa ….* hal 40 [↑](#footnote-ref-55)
55. *Ibid* hal 40 [↑](#footnote-ref-56)
56. Muh. Rizal. *Proses berpikir siswa ….* hal 40 [↑](#footnote-ref-57)
57. Muh. Rizal. *Proses berpikir siswa ….* hal 41-42 [↑](#footnote-ref-58)
58. Zalman Usiskin. *Van Hiele Level and Achievement in Secondary School Geometry*. (Chicago: Departement Of Education The University of Chicago,1982) [↑](#footnote-ref-59)
59. Wiliam F. Burger &, J. M.ichel Shaughnessy (1984) *Characterising the van Hiele levels of development in geometry.* In **Journal for Research in Mathematics Education, 17,** pp 31-48 [↑](#footnote-ref-60)
60. Angel Gutiérrez,et. all*. an Alternative Paradigm to Evaluate the Acquisition of the van Hiele Levels* in Journal for Research in Mathematics Education 1991, Vol. 22, No. 3, 237-251 [↑](#footnote-ref-61)