

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Pemecahan Masalah Matematika

Masalah di dalam kamus Besar Bahasa Indonesia diartikan sebagai sesuatu yang harus diselesaikan (dipecahkan). Masalah bagi seseorang bersifat pribadi/individual. Beliau menambahkan bahwa masalah dapat diartikan suatu situasi atau suatu pertanyaan yang dihadapi seseorang individu atau kelompok ketika mereka tidak mempunyai aturan, algoritma/prosedur tertentu atau hukum yang segera dapat digunakan untuk menentukan jawabannya. Dengan demikian ciri suatu masalah adalah:²⁷

1. Individu menyadari/mengenalinya suatu situasi (pertanyaan/pertanyaan) yang dihadapi. Dengan kata lain individu tersebut mempunyai prasyarat.
2. Individu menyadari bahwa situasi tersebut memerlukan tindakan (aksi). Dengan kata lain menantang untuk diselesaikan.
3. Langkah pemecahan suatu masalah tidak harus jelas atau mudah ditangkap orang lain. Dengan kata lain individu tersebut sudah mengetahui bagaimana menyelesaikan masalah itu meskipun belum jelas.

Pemecahan masalah menurut Siswono adalah suatu proses atau upaya individu untuk merespon atau mengatasi halangan atau kendala ketika suatu

²⁷ Tatang Yulio Siswono, *Model Pembelajaran Matematika Berbasis Pengajaran dan Pemecahan Masalah untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif*, (Surabaya: Unesa University Press, 2008), hal. 34

jawaban atau metode jawaban belum tampak jelas.²⁸ Menurut Sri Sumartini dalam jurnalnya yang berjudul Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa melalui Pembelajaran Berbasis Masalah mendefinisikan pemecahan masalah sebagai suatu proses untuk mengatasi kesulitan-kesulitan yang dihadapi untuk mencapai tujuan yang diharapkan.²⁹ Sedangkan pemecahan masalah dalam matematika menurut Muniri adalah suatu aktivitas untuk mencari solusi dari soal matematika yang dihadapi dengan melibatkan semua bekal pengetahuan (telah mempelajari konsep) dan bekal pengalaman (telah terlatih dan terbiasa menghadapi atau menyelesaikan soal) yang tidak menuntut adanya pola khusus mengenai cara atau strategi penyelesaiannya.³⁰ Artinya kunci dari pemecahan masalah matematika adalah pengetahuan dan pengalaman dalam mempelajari matematika.

George Polya dalam bukunya *How to Solve It*, memperkenalkan empat langkah pemecahan masalah yang disebut heuristik. Heuristik adalah suatu langkah-langkah umum yang memandu pemecahan masalah dalam menemukan solusi masalah. Polya memberikan pendapat mengenai pemecahan masalah sebagai berikut “*problem solving is a complex process one. Polya suggested consist of four phases: understanding the problem, devising a plan, carrying out the plan, and looking back*”.³¹ Berdasarkan pendapat Polya di atas bahwa ada empat komponen dalam kemampuan pemecahan masalah yaitu memahami masalah, membuat

²⁸ Siswono, *Model Pembelajaran...*, hal. 35

²⁹ Tina Sri Sumartini, “Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa melalui Pembelajaran Berbasis Masalah,” dalam *Jurnal Pendidikan Matematika*, vol. 5, no. 2 (2016):150

³⁰ Muniri, *Karakteristik Berpikir Intuitif Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika*, Prosiding ISBN:978-979-16353-9-4. 2013. hal. 443

³¹ Douglas T. Owens, *Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics*, (USA: The National Council of Teacher of Mathematics, 1993), hal. 61

perencanaan, melaksanakan perencanaan, dan mengecek kembali. Proses pemecahan masalah digambarkan sebagai berikut:

- a. Tahap memahami masalah, pelajar sering gagal dalam menyelesaikan masalah karena semata-mata mereka tidak memahami masalah yang dihadapinya. Untuk dapat memahami suatu masalah yang harus dilakukan adalah pahami bahasa atau istilah yang digunakan dalam masalah tersebut, merumuskan apa yang diketahui, apa yang ditanyakan, apakah informasi yang diperoleh cukup, kondisi/syarat apa yang harus terpenuhi, nyatakan atau tuliskan masalah dalam bentuk yang lebih operasional sehingga mempermudah untuk dipecahkan. Kemampuan dalam menyelesaikan masalah dapat diperoleh dengan rutin menyelesaikan masalah.
- b. Tahap kedua membuat perencanaan yakni memilih rencana pemecahan masalah yang sesuai dan bergantung dari seberapa sering pengalaman siswa menyelesaikan masalah sebelumnya. Untuk merencanakan pemecahan masalah siswa dapat mencari kemungkinan-kemungkinan yang dapat terjadi atau mengingat kembali masalah yang pernah diselesaikan yang memiliki kemiripan sifat/pola dengan masalah yang akan dipecahkan. Kemudian baru siswa menyusun prosedur penyelesaiannya.
- c. Tahap melaksanakan perencanaan dimana langkah ini lebih mudah daripada merencanakan pemecahan masalah, yang harus dilakukan hanyalah menjalankan strategi yang telah dibuat dengan ketekunan dan ketelitian untuk mendapat penyelesaian.

- d. Tahap memeriksa kembali, pada kegiatan ini adalah menganalisis dan mengevaluasi apakah strategi yang diterapkan dan hasil yang diperoleh benar, apakah ada strategi lain yang lebih efektif, apakah yang dibuat dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah sejenis, atau strategi dapat dibuat generalisasinya. Ini bertujuan untuk menetapkan keyakinan dan memantapkan pengalaman untuk mencoba masalah baru yang akan datang.

Berdasarkan beberapa pengertian di atas, pemecahan masalah matematika adalah proses terencana dalam mengatasi persoalan matematika dengan melibatkan aktifitas kognitif dan melalui bekal pengetahuan dan pengalaman. Pemecahan masalah yang dimaksud dalam penelitian ini adalah pemecahan masalah yang mengacu pada teori Polya melalui empat tahapan/langkah yaitu memahami masalah, membuat perencanaan, melaksanakan perencanaan, dan memeriksa kembali. Adapun cara pengukuran kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah tingkatannya mengacu pada klasifikasi dari Herlambang sebagai berikut:³²

- Tingkat 1 : Subjek tidak mampu melaksanakan empat langkah pemecahan masalah Polya sama sekali.
 Tingkat 2 : Subjek mampu memahami masalah.
 Tingkat 3 : Subjek mampu melaksanakan tahap memahami masalah, tahap menyusun rencana penyelesaian, dan tahap melaksanakan rencana penyelesaian.
 Tingkat 4 : Subjek mampu melaksanakan tahap memahami masalah, menyusun rencana penyelesaian, melaksanakan rencana penyelesaian, dan tahap memeriksa kembali.

Secara garis besar indikator pemecahan masalah menurut Polya sebagaimana Tabel 2.1³³

³² Danang Tricahyo, "Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Berdasarkan Langkah-langkah Polya pada Materi Aritmetika Sosial Siswa Kelas VII SMPN 1 Bringin", dalam *Jurnal Pendidikan Matematika*, (2016), hal. 4

³³ Nuralam, "Pemecahan Masalah sebagai Pendekatan dalam Belajar Matematika", dalam *Jurnal Edukasi* 5, no. 1, (2009): 23

Tabel 2.1 Indikator Pemecahan Masalah

No.	Langkah Pemecahan Masalah	Indikator
1	Memahami masalah (<i>Understanding</i>)	<ul style="list-style-type: none"> Siswa mampu mendeskripsikan atau menginformasikan apa yang diketahui dalam soal. Siswa mampu mendeskripsikan atau menginformasikan apa yang ditanyakan dalam soal.
2	Menyusun rencana penyelesaian (<i>Planning</i>)	<ul style="list-style-type: none"> Siswa mampu memikirkan langkah-langkah untuk dapat pemecahan masalah yang dihadapinya. Siswa harus mencari konsep-konsep atau teori-teori ataupun cara untuk menyelesaikan soal.
3	Melaksanakan rencana penyelesaian (<i>Solving</i>)	<ul style="list-style-type: none"> Siswa telah siap melakukan perhitungan dengan segala macam data yang diperlukan termasuk konsep ataupun cara. Siswa mampu mensubstitusikan nilai yang diketahui dalam rumus. Siswa melaksanakan langkah-langkah rencana.
4	Memeriksa kembali (<i>Checking</i>)	Siswa harus berusaha mengecek ulang dan menelaah kembali dengan teliti setiap langkah pemecahan yang dilakukan serta menyimpulkan penyelesaiannya

B. Materi Teorema Pythagoras

Pembuktian *teorema pythagoras* berkaitan erat dengan luas persegi dan segitiga. Pythagoras telah mengungkapkan bahwa kuadrat panjang sisi miring suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat panjang sisi-sisi yang lain.³⁴

1. Luas persegi

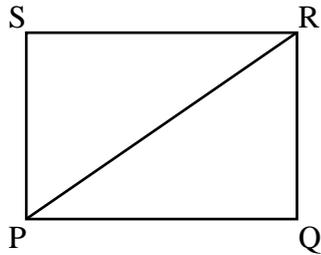
Luas persegi dapat ditentukan dengan cara mengalihkan sisi-sisinya. Jika sebuah sisi persegi adalah s maka luasnya dapat ditulis sebagai berikut

$$L = s \times s \text{ atau } L = s^2$$

³⁴ Kemendikbud, *Matematika Kelas VII SMP/MTs Semester 2*, (Jakarta: Kemendikbud, 2017), hal. 5

2. Luas segitiga

Luas segitiga dapat ditentukan dengan mempelajari hubungan antara luas segitiga dengan luas persegi panjang.



dari persegi panjang tersebut kita peroleh dua buah segitiga, yaitu ΔPQR dan ΔPSR .

Luas $\Delta PQR = \text{luas daerah } \Delta PSR$.

Hali ini menunjukkan bahwa

$$\text{luas } \Delta PQR = \frac{1}{2} \times \text{luas } PQRS$$

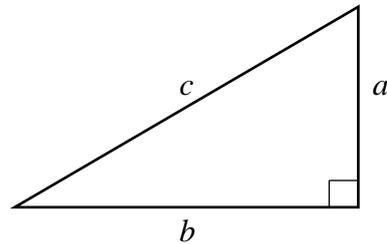
$$\frac{1}{2} \times \text{luas } PQ \times \text{Panjang } QR$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$$

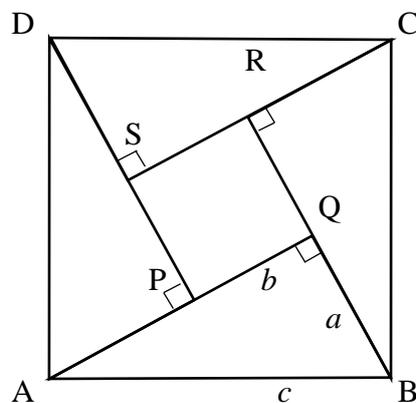
Jadi, luas segitiga dirumuskan

$\frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi}$

3. Pembuktian *Torema Pythagoras*



Segitiga di atas adalah segitiga siku-siku. Panjang sisi siku-siku-sikunya (sisi tegak) adalah a dan b . Panjang sisi miring (hipotenusa) adalah c . Segitiga siku-siku diatas berlaku $a^2 + b^2 = c^2$. Banyak cara yang bisa digunakan untuk membuktikan kebenaran teorema ini. Salah satu pembuktian *teorema pythagoras* adalah dengan menggunakan luas persegi. Bangun ABCD di bawah ini berupa persegi dengan panjang sisi c . Di dalamnya dibuat empat buah segitiga siku-siku dengan panjang sisi a dan b .



Berdasarkan bangun tersebut, maka:

$$\text{Luas PQRS} + (4 \times \text{segitiga ABQ}) = \text{Luas ABCD}$$

$$(b - a)^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times a \times b = c^2$$

$$b^2 - 2ab + a^2 + 2ab = c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (terbukti)}$$

C. Teori Belajar Geometri Van Hiele

Menurut teori Van Hiele, seseorang akan melalui lima tahap perkembangan berpikir dalam belajar geometri. Kelima tahap perkembangan berpikir Van Hiele adalah tahap 0 (visualisasi), tahap 1 (analisa), tahap 2 (deduksi informal), tahap 3 (deduksi), dan tahap 4 (rigor).³⁵ Setiap level menunjukkan karakteristik proses berfikir seseorang dalam belajar geometri dan pemahamannya dalam konteks geometri.³⁶

Tingkat 0: Tingkat Visualisasi (*Recognition*)

Tingkat ini juga dikenal dengan tahap dasar, tahap rekognisi, tahap holistik, tahap visual, dan disebut juga tingkat pengenalan. Pada tingkat ini, siswa baru mengenal nama suatu bangun dan mengenal bentuknya secara keseluruhan. Sebagai contoh adalah persegi dan persegi panjang tampak berbeda.

Tingkat 1: Tingkat Analisis (*Analysis*)

Tingkat ini sering disebut juga tingkat deskriptif. Pada tingkat ini, siswa dapat menyebutkan sifat-sifat yang dimiliki suatu bangun. Siswa sudah mengetahui dan mengenal sisi-sisi berhadapan sebuah persegi panjang adalah sama panjang, panjang kedua diagonalnya sama panjang dan memotong satu sama lain sama panjang.

Tingkat 2: Tingkat Deduksi Informal (*Order*)

Tingkat ini disebut juga tingkat pengurutan (*ordering*) atau tingkat abstraksi. Pada tingkat ini, siswa sudah dapat menyusun suatu pemikiran secara

³⁵ Zalman Usiskin, *Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry*. (Chicago: The University of Chicago, 1982), hal. 9

³⁶ Miftahul Khoiri, "Pemahaman Siswa pada Konsep Segiempat Berdasarkan Teori Van Hiele," dalam *Prosiding Seminar Nasional Matematika Universitas Jember*, (2014): 263

logis dan dapat memahami hubungan antara ciri yang satu dengan ciri yang lain pada suatu bangun, tetapi belum bisa mengoperasikannya dalam suatu sistem matematis. Contohnya adalah siswa dapat memahami pengambilan kesimpulan sederhana, tetapi belum memahami pembuktiannya

Tingkat 3: Tingkat Deduksi (*Deduction*)

Pada tingkat ini siswa sudah memahami peranan pengertian-pengertian, definisi-definisi, aksioma-aksioma dan teorema-teorema pada geometri. Pada tingkat ini siswa sudah mulai mampu menyusun bukti-bukti secara formal. Sebagai contoh, untuk membuktikan bahwa jumlah sudut-sudut jajar genjang adalah 360 derajat secara deduktif dibuktikan dengan menggunakan prinsip kesejajaran.

Tingkat 4: Tingkat Rigor

Tingkat ini disebut juga tingkat metamatematis. Pada tingkat ini, siswa mampu melakukan penalaran secara formal tentang sistem-sistem matematika (termasuk sistem-sistem geometri), tanpa membutuhkan model-model yang konkret sebagai acuan. Pada tingkat ini, siswa memahami bahwa dimungkinkan adanya lebih dari suatu geometri. Sebagai contoh, pada tingkat ini siswa menyadari bahwa jika salah satu aksioma pada suatu sistem geometri diubah, maka seluruh geometri tersebut juga akan berubah.

Pada penelitian ini siswa akan dikelompokkan menurut tingkat perkembangan berpikir geometri van hiele. Pengelompokan tersebut didasarkan pada aturan yang memuat kriteria-kriteria yang dikemukakan oleh van hiele pada setiap tingkatan. Kriteria penskoran berdasarkan tes Geometri van Hiele (VHG), dikembangkan oleh Usiskin (1982), pada proyek “Tingkatan van Hiele dan prestasi

pada Geometri Sekolah menengah” (Proyek CDASSG). Pada tes VHG, setiap level mempunyai lima pertanyaan. Jika siswa menjawab tiga, empat, atau lima pertanyaan pada level pertama dengan benar, dia mencapai level pertama. Jika siswa (a) menjawab tiga pertanyaan atau lebih dari level kedua; (b) memenuhi kriteria level pertama; dan (c) tidak menjawab dengan benar tiga atau lebih pertanyaan, dari level 3, 4, dan 5, mereka tergolong pada level kedua. Berdasarkan kriteria penskoran pada tes geometri van Hiele tersebut, maka peneliti dapat menyusun aturan dalam pengelompokan siswa ke dalam lima level van Hiele yaitu sebagai berikut.

1. Siswa dikatakan mencapai level tertentu pada van Hiele apabila siswa tersebut mampu menjawab minimal 3 dari 5 soal yang ada pada setiap level tertentu tersebut dengan benar. Misalnya siswa mampu menjawab minimal 3 dari 5 soal yang ada pada level 0 (level visualisasi) tersebut dengan benar.
2. Apabila seorang siswa telah gagal pada level tertentu, maka siswa tersebut dianggap gagal pada level berikutnya. Misalnya siswa hanya mampu menjawab 2 soal dengan benar dari 5 soal yang ada pada level 2 (level abstraksi), berarti siswa A gagal mencapai level 2 dan juga dianggap gagal pada level 3 sampai 4. Dengan kata lain siswa baru mencapai level 1 (level analisis).

D. Penelitian Terdahulu

Berikut ini beberapa kajian dari penelitian terdahulu yang relevan dengan penelitian yang dilakukan sekarang. Adapun beberapa penelitian tersebut sebagai berikut:

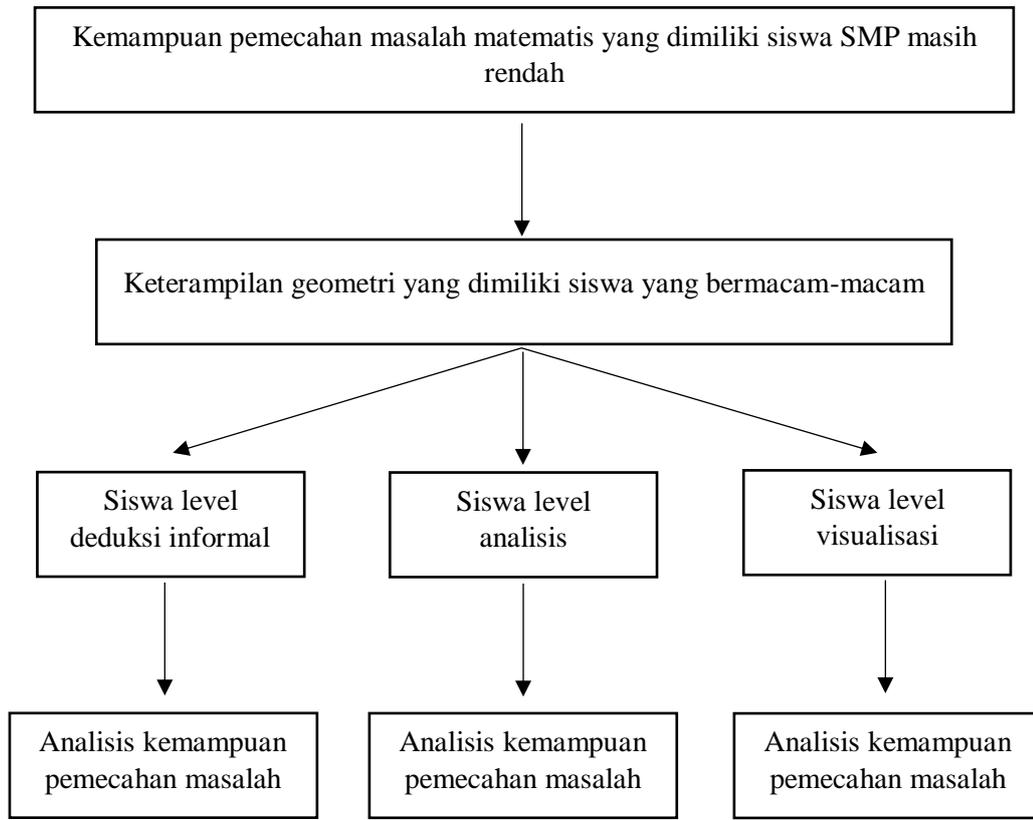
Tabel 2.2 Kajian Penelitian Terdahulu

Aspek	Penelitian Terdahulu			Penelitian Sekarang
	1	2	3	
Nama dan Tahun	Lydia Lia Prayitno dan Agus Prasetyo Kurniawan (2017)	Avissa Purnama Yanti dan Muhamad Syazali(2016)	Khusnul Safrina, M. Ikhsan, Anizar Ahmad (2014)	Faisal Ghozali (2020)
Judul Penelitian	<i>Learning Trajectory</i> Siswa dalam Memecahkan Masalah Kelipatan Persekutuan Terkcil Ditinjau dari Kemampuan Matmatika	Analisis Proses Berpikir Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Berdasarkan Langkah-langkah Bransford dan Stein Ditinjau dari Adversity Quotient	Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah Geometri melalui Pembelajaran Kooperatif Berbasis Teori Van Hiele	Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika pada Materi <i>Teorema Pythagoras</i> Ditinjau dari Level Berpikir Geometri Teori Van Hiele di kelas VIII SMP Negeri 2 Durenan Trenggalek
Subjek Penelitian	Siswa kelas IV	Siswa kelas X MIA 4	Siswa kelas VII-10 dan kelas VII-11	Siswa kelas VIII-D
Objek Penelitian	Alur belajar	Proses berpikir	Kemampuan pemecahan masalah	Kemampuan pemecahan masalah
Materi	Kelipatan Persekutuan Terkecil	Persamaan dan fungsi kuadrat	Bangun datar segiempat	<i>Teorema pythagoras</i>
Lokasi Penelitian	Madrasah Ibtidaiyah KH Abu Mansyur Surabaya	MAN 1 Bandar Lampung	MTsN Model Banda Aceh	SMP Negeri 2 Durenan Trenggalek
Metode Penelitian	Analisis data kualitatif	Analisis data kualitatif	Analisis data kualitatif	Analisis data kualitatif

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa tiga penelitian terdahulu sama-sama meneliti tentang kemampuan pemecahan masalah, akan tetapi yang membedakan dengan penelitian ini adalah penelitian terdahulu menfokuskan pada tahapan dan proses berpikir siswa. Selanjutnya, penelitian mengenai pemecahan masalah juga sudah ada sebelumnya. Penelitian terdahulu mengaitkan pemecahan masalah dengan proses berpikir siswa ataupun kemampuan matematika awal dari siswa. tetapi yang membedakan penelitian ini dengan penelitian sebelumnya adalah pemecahan masalah menggunakan tinjauan keterampilan geometri yang dimiliki siswa. Jadi dengan hal ini menunjukkan bahwa penelitian ini berbeda dengan penelitian-penelitian yang sudah ada sebelumnya.

E. Paradigma Penelitian

Paradigma penelitian dibuat untuk mempermudah dalam mengetahui alur hubungan antar variabel. Adapun paradigma penelitian akan digambarkan dalam bagan di bawah ini:



Bagan 2.1 Paradigma Penelitian