

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Hakikat Matematika

Istilah matematika sudah ada sejak dulu. Matematika berasal dari kata Yunani “*Mathein*” yang artinya “*mempelajari*” . Pendapat lain mengatakan kata tersebut ada kaitannya dengan kata sansekerta “*medha*” atau “*widya*” yang artinya “*kepandaian*” atau “*intlegensi*”. Matematika merupakan salah satu ilmu yang sangat luas, sehingga banyak pendapat ahli dalam mengartikan matematika. Mulai dari sudut pandang, pemahaman, kemampuan, dan pengalaman. Para sosiolog, psikolog, pelaksana administrasi sekolah, dan penyusun kurikulum memandang matematika merupakan ilmu yang luas dan memiliki disiplin ketat.

14

Matematika selain dikatakan memiliki disiplin yang ketat juga dikatakan merupakan ilmu yang pasti. Penggunaan “ilmu pasti” atau “*Wiskunde*” untuk matematika seolah-olah membenarkan pendapat bahwa di dalam ilmu matematika semua hal sudah pasti tidak dapat dirubah. Kenyataannya matematika tidak seperti itu. Matematika memiliki materi yang justru tidak pasti, misalnya dalam *statistika*, *probalitas* (kemungkinan). Dengan demikian, istilah “matematika” lebih tepat digunakan dari pada “ilmu pasti”, karena dengan menguasai matematika orang akan belajar untuk mengatur jalan pemikirannya dan sekaligus belajar menambah

¹⁴ Abdul Halim Fathani, Moch. Masykur Ag dan, *Mathematical Intelligence*, (Jogjakarta: ArRuzz Media Group, 2012), hal. 42

wawasan dan kepandaiannya. Dengan kata lain belajar matematika sama halnya dengan belajar logika, karena kedudukan matematika dalam ilmu pengetahuan adalah sebagai ilmu dasar atau ilmu alat. Sehingga, untuk dapat berkecimpung di dunia sains, teknologi, atau disiplin ilmu lainnya, langkah awal yang harus ditempuh adalah alat atau ilmu dasarnya, yakni menguasai matematika secara benar.

Definisi matematika diatas, dapat dijadikan landasan awal untuk belajar dan mengajar dalam proses pembelajaran matematika.¹⁵ Coates mengatakan bahwasannya matematika adalah ilmu yang berhubungan dengan bilangan-bilangan dan ruang.¹⁶ Matematika sebagai ilmu tentang bilangan dan ruang merupakan perumusan dari zaman peradaban awal, yaitu pada zaman Yunani kuno. Perumusan ini berdasarkan keadaan dimana masyarakat pada zaman tersebut mempelajari matematika sebagai bilangan, titik, garis, sudut, segitiga, dan berbagai bentuk bangun datar lain yang berkaitan dengan ruang, sehingga tercipta pengertian matematika sebagai ilmu tentang bilangan dan ruang.

Secara rinci, Johnson dan Rising menyatakan bahwa:¹⁷

1. Matematika adalah pola berpikir, pola mengorganisasikan pembuktian yang logis
2. Matematika adalah ilmu tentang pola, keteraturan pola, atau ide.
3. Matematika adalah seni, keindahannya terletak pada keteraturan dan keharmonisannya.
4. Matematika adalah pengetahuan tentang bentuk terorganisasi.

¹⁵ *Ibid*, hal. 43-45

¹⁶ The Liang Gie, *Filsafat Matematika: Epistemologi Matematika*, (Yogyakarta: Supersukses, 2011), Hal. 55

¹⁷ Ismunanto dkk, *Ensiklopedia Matematika*, (Jakarta: Lentera Abadi, 2011), Hal. 1

Berdasarkan rumusan Johnson dan Rising di atas, dapat dinyatakan secara sederhana bahwa matematika adalah suatu ilmu yang berkaitan dengan pola berfikir. Pola mengorganisasikan pembuktian secara logis, pengetahuan secara terstruktur dan terorganisasi yang memuat sifat-sifat. Teori-teori dibuat secara deduktif berdasarkan unsur yang tidak didefinisikan, aksioma, sifat atau teori yang sudah dibuktikan kebenarannya.

Russel mendefinisikan bahwa matematika sebagai suatu studi yang dimulai dari pengkajian bagian-bagian yang sangat dikenal menuju arah yang tidak dikenal. Arah yang dikenal itu tersusun dengan baik (*Konstruktif*), secara bertahap menuju arah yang rumit (*Kompleks*) dari bilangan bulat ke bilangan pecahan, bilangan riil ke bilangan kompleks, dari penjumlahan dan perkalian ke diferensial dan integral, dan menuju matematika yang lebih tinggi. Pakar lain, memandang bahwa matematika merupakan ilmu yang bersifat abstrak, aksiomatik, dan deduktif¹⁸.

James memiliki pendapat yang berbeda. Beliau berpendapat bahwa matematika adalah ilmu logika mengenai bentuk, susunan, besaran, serta konsep yang saling berhubungan satu dengan yang lainnya¹⁹. Pemikiran ini sejalan dengan salah satu aliran matematika moderen yang menganggap konsep matematika diturunkan dari konsep-konsep logika dengan melalui batasan-batasan yang jelas.²⁰

Selain perbedaan dalam mendefinisikan matematika, para ahli juga berselisih tentang objek-objek matematika yang hadir secara alami, atau hanya

¹⁸ Hamzah B. Uno, *Mathematical Intelligence: Mengelola Kecerdasan dalam Pembelajaran*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2010), hal. 108

¹⁹ Gie, *Epistemologi Matematika . . .*, hal. 6

²⁰ *Ibid*, hal. 48

sekedar buatan manusia. Seorang matematikawan Benjamin Pierce merumuskan tentang matematika sebagai ilmu mengenai menarik kesimpulan-kesimpulan yang perlu/penting.²¹ Albert Einstein menyatakan bahwa sejauh hukum-hukum matematika merujuk kepada kenyataan, mereka tidak pasti, dan sejauh mereka pasti, mereka tidak merujuk pada kenyataan.²² Inti dari pernyataan tersebut bahwa objek dari matematika tidaklah nyata.

Perkembangan matematika sejalan dengan perkembangan peradaban manusia. Matematika ada sejak peradaban manusia dimulai, sehingga kedua hal tersebut berjalan beriringan. Hingga abad ke-20 ini, matematika berkembang menjadi tiga aliran, yaitu aliran logisisme, aliran intuisionisme, dan aliran formalism.²³ Ketiga aliran tersebut masing-masing mendefinisikan matematika secara berbeda mengenai asal mula lahirnya matematika. Kenneth May berpendapat bahwa matematika tampil pada kebudayaan manusia dalam beraneka ragam cara yang demikian banyak dan rasanya tak mungkin merumuskan batasan matematika dengan salah satu cirinya.²⁴

Matematika adalah ilmu pengetahuan yang sangat dibutuhkan untuk aktivitas kehidupan sehari-hari²⁵. Banyak hal di sekitar kita yang selalu berhubungan dengan matematika. Mencari nomor rumah seseorang, menelepon, jual beli barang, menukar uang, mengukur jarak dan waktu, dan masih banyak lagi. Karena ilmu ini demikian penting, maka konsep dasar matematika yang benar, yang diajarkan kepada seorang anak, haruslah benar dan kuat. Paling tidak,

²¹ *Ibid*, hal. 45

²² Ismunanto, *Ensiklopedia Matematika . . .*, hal. 14

²³ Gié, *Epistemologi Matematika . . .*, hal. 54

²⁴ *Ibid*, hal. 45

²⁵ M. Fadil Djamali, *Mathemagic dan Hitung Cepat Dengan Metode Singkat*, (Yogyakarta: Terakata Media, 2011), hal 3

hitungan dasar yang melibatkan penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian harus dikuasai dengan sempurna. Setiap orang, siapa pun dia, pasti bersentuhan dengan salah satu konsep di atas dalam kesehariannya.²⁶

Keberagaman pengertian matematika dikarenakan matematika merupakan salah satu disiplin ilmu yang memiliki kajian sangat luas, sehingga masing-masing ahli bebas mengemukakan pendapatnya tentang matematika berdasarkan sudut pandang, kemampuan, pemahaman, dan pengalaman masing-masing.²⁷

Berdasarkan penjelasan di atas, bisa kita simpulkan bahwa menurut penelitian ini hakikat matematika merupakan suatu ilmu pengetahuan dan juga ilmu terapan. Ilmu pengetahuan yang berarti menambah pengetahuan, dan ilmu terapan yang membantu manusia dalam kehidupan sehari-hari yang berhubungan dengan pengukuran, perhitungan, dan penggambaran bentuk objek. Meskipun dalam kenyataannya hingga sampai saat ini pengertian tentang matematika masih bermacam-macam pendapat atau dengan kata lain tidak terdapat satu pengertian tentang matematika yang tunggal dan disepakati oleh semua tokoh atau pakar matematika. Kita harus menerima dan memaklumi dengan bijaksana dalam menyikapi. Matematika tidak hanya dipandang dari satu segi sudut pandang sehingga pengetahuan kita tentang matematika akan bertambah luas untuk bekal dalam menjalani kehidupan ini.

B. Belajar Matematika

1. Pengertian Belajar

²⁶ Mardianto, *Psikologi Pendidikan*, (Medan: Perdana Publishing, 2012), hal. 55.

²⁷ Abdul Halim Fathani, *Matematika Hakikat dan Logika*, (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2012), hal. 17

Belajar merupakan suatu kata yang sangat *familiar* di masyarakat saat ini. Bagi para pelajar atau mahasiswa “belajar” merupakan kata yang tidak asing, bahkan sudah merupakan bagian yang tidak terpisahkan dari semua kegiatan mereka dalam menuntut ilmu di suatu lembaga²⁸. Belajar memiliki arti dasar adanya aktivitas atau kegiatan dan penguasaan tentang sesuatu. Seseorang dikatakan belajar bila dapat diasumsikan dalam diri orang itu menjadi suatu proses kegiatan yang mengakibatkan suatu perubahan tingkah laku. Sebagian besar dari proses perkembangan berlangsung melalui kegiatan belajar²⁹.

Kegiatan belajar mereka lakukan setiap waktu sesuai dengan keinginan, entah malam, siang, sore atau pagi hari³⁰. Hal yang terkait dalam belajar adalah pengalaman yang berbentuk interaksi dengan lingkungannya. Seperti yang dikemukakan oleh Wetherington bahwa belajar merupakan perubahan dalam kepribadian, yang dimanifestasikan sebagai pola-pola respons baru yang berbentuk keterampilan, sikap, kebiasaan, pengetahuan, dan kecakapan³¹. Kemudian pembelajaran sendiri merupakan perubahan yang bertahan lama dalam perilaku, atau dalam kapasitas berperilaku dengan cara tertentu, yang dihasilkan dari praktik atau bentuk-bentuk pengalaman lainnya.³²

Berdasarkan beberapa pendapat yang telah diuraikan di atas dapat disimpulkan. Belajar matematika adalah belajar tentang rangkaian-rangkaian pengertian (konsep) dan rangkaian pertanyaan-pertanyaan (sifat, teorema, dalil,

²⁸ Mardianto, *Psikologi Pendidikan*. . . . , hal. 11

²⁹ Prof. Dr. Nana Syaodih Sukmadinata, *Metode Penelitian Pendidikan* , (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2013), hal. 97

³⁰ Djamarah, *Psikologi Belajar* . . . , hal. 12

³¹ Prof. Dr. Nana Syaodih Sukmadinata, *Landasan Psikologi* . . . , hal.50

³² Schunk H. Dale, *Teori-teori Pembelajaran: Perspektif Pendidikan*, (Yogyakarta: Pustaka Belajar, 2012), hal. 5

prinsip) untuk mengungkapkan tentang pengertian dan pernyataan diciptakan lambang-lambang, nama-nama, istilah dan perjanjian-perjanjian (fakta).

2. Ciri – ciri Belajar

Dari pendapat beberapa ahli tentang definisi belajar, ada beberapa ciri belajar, yaitu:

- 1) Belajar ditandai dengan adanya perubahan tingkah laku (change behavior).
- 2) Perubahan perilaku relative permanen.
- 3) Perubahan tingkah lakumerupakan hasil latihan atau pengalaman.
- 4) Pengalaman atau latihan itu dapat memberi penguatan.³³

Jadi, dalam belajar diperlukan suatu latihan atau pengalaman untuk mencapai perubahan tingkah laku yang bersifat permanen.

Menurut Edi Suardi kegiatan belajar tidak terlepas dari ciri-ciri tertentu, yaitu sebagai berikut:

- a) Belajar memiliki tujuan.
- b) Ada suatu prosedur (jalannya interaksi) yang direncanakan, didesain untuk mencapai tujuan yang ditetapkan, dan lain-lain.³⁴

Intinya, ada tujuan yang akan dicapai dengan belajar dan untuk mencapai tujuan itu diperlukan perencanaan yang baik sebelum melakukan aktivitas belajar.

Senada dengan pernyataan, bahwa ada beberapa elemen penting yang mencirikan pengertian tentang belajar, antara lain:

- a) Belajar merupakan suatu perubahan dalam tingkah laku.

³³ Esa Nur Wahyuni dan Baharuddin, *Teori Belajar & Pembelajaran*, (Jogjakarta: ArRuzz Media, 2017), hal. 15-16

³⁴ Syaiful dan Aswan Zain, *Strategi Belajar Mengajar*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2010), hal.39

- b) Belajar merupakan suatu perubahan yang terjadi melalui latihan atau pengalaman.
- c) Untuk dapat disebut belajar, maka perubahan itu harus relatif mantap yaitu, harus merupakan akhir dari pada suatu periode waktu yang cukup panjang.
- d) Tingkah laku yang mengalami perubahan karena belajar menyangkut berbagai aspek kepribadian, baik fisik maupun psikis, seperti: perubahan dalam pengertian, pemecahan suatu masalah/berpikir, keterampilan, kecakapan, kebiasaan, ataupun sikap.³⁵

Belajar adalah kunci dalam setiap usaha pendidikan, sehingga tanpa belajar sesungguhnya tak pernah ada pendidikan. Belajar adalah kegiatan yang berproses dan menghasilkan perubahan ke arah yang lebih baik karena adanya usaha. Ini berarti, bahwa berhasil atau gagalnya pencapaian tujuan pendidikan itu amat tergantung pada proses belajar dan usaha yang dialami siswa baik ketika ia berada di sekolah maupun lingkungan. Belajar matematika berarti bukan sekedar ikatan antara stimulus dengan respons melainkan lebih banyak melibatkan proses kognitif.

C. Pemahaman Matematika

Pemahaman diartikan sebagai perihal menguasai, mengerti dan memahami. Seseorang dikatakan memahami sesuatu jika dapat mengorganisasikan dengan mengutarakan kembali apa yang dipelajarinya dengan menggunakan kalimat sendiri. Seperti pendapat dari Sanjaya bahwa pemahaman bukan hanya sekedar mengingat fakta, akan tetapi berkenaan dengan kemampuan menjelaskan,

³⁵ Ngalim M.Purwanto, *Psikologi Pendidikan*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya,2014), hal. 85

menerangkan, menafsirkan, atau kemampuan menangkap makna atau arti dari suatu konsep.³⁶

Menurut Driver dan Leach pemahaman adalah kemampuan untuk menjelaskan suatu situasi atau suatu tindakan dengan memberi tiga aspek dalam pemahaman, yaitu kemampuan mengenal, kemampuan menjelaskan dan menarik kesimpulan.³⁷ Menurut Bloom, pemahaman merupakan kemampuan untuk memahami apa yang sedang dikomunikasikan dan mampu mengimplementasikan ide tanpa harus mengaitkannya dengan ide lain dan juga harus melihat ide tersebut secara mendalam.³⁸

Dari penjelasan di atas dapat disimpulkan bahwa untuk dapat memahami, siswa harus mengetahui atau mengenal materi matematika terlebih dulu. Menurut Bloom tingkat pemahaman dimulai dari pemahaman terjemahan (mulai dari terjemahan dalam arti yang sebenarnya), pemahaman penafsiran, seperti siswa dapat mengaitkan konsep sudut dan garis dengan konsep matematika yang lain dan tingkat pemahaman tertinggi (pemahaman ekstrapolasi) dimana siswa sudah mampu memahami arti dibalik simbol-simbol abstrak dalam matematika.

Pemahaman yaitu penyerapan secara mendalam terhadap suatu materi yang dipelajari. Yang mana pemahaman merupakan salah satu prestasi siswa dari jenis/ranah kognitif yang ada enam yaitu pengamatan, ingatan, pemahaman, aplikasi penerapan, analisis (pemeriksaan dan pemilihan secara teliti), dan sintetis (membuat paduan baru yang utuh). Sehingga pemahaman disini memiliki dua kata kunci yang mengarah pada “bagaimana siswa dapat menjelaskan materi dan

³⁶ Wina Sanjaya, *Kurikulum dan Pembelajaran*, (Jakarta: Kencana, 2018), hal. 102

³⁷ Vera Dewi Kartini Ompusunggu, *Peningkatan Kemampuan Pemahaman Matematika dan Sikap Positif Terhadap Matematika Siswa SMP Nasrani 2 Medan Melalui Pendekatan Problem Posing*, (Medan: Jurnal tidak diterbitkan, 2014), hal. 94

³⁸ Dede Rosyda, *Paradigma Pendidikan Demokratis*, (Jakarta: Kencana, 2014), hal. 69

bagaimana siswa dapat mendefinisikan dengan lisan sendiri secara detail'.³⁹ Dengan memahami berarti siswa dapat menjelaskan materi yang telah dia peroleh menggunakan bahasa sendiri.

Menurut Hiebert dan Carpenter pengajaran yang menekankan kepada pemahaman mempunyai sedikitnya lima keuntungan.⁴⁰

1. Pemahaman bersifat generatif, artinya bila seseorang telah memahami suatu konsep, maka pengetahuan itu akan mengakibatkan pemahaman yang lain karena adanya jalinan antar pengetahuan yang dimiliki siswa. Pemahaman menyebabkan setiap penemuan atau pengetahuan baru senantiasa dikaitkan dengan pengetahuan yang sudah ada sebelumnya.
2. Pemahaman memacu ingatan, artinya suatu pengetahuan yang telah dipahami dengan baik akan diatur dan dihubungkan secara efektif dengan pengetahuan-pengetahuan yang lain sehingga menjadi lebih mudah diingat. Pengorganisasian skema atau pengetahuan secara lebih efisien di dalam struktur kognitif membantu seseorang untuk dapat mengingat lebih baik pengetahuan yang sudah dipahaminya.
3. Pemahaman mengurangi banyaknya hal yang harus diingat, artinya jalinan yang terbentuk antara pengetahuan yang satu dengan yang lain dalam struktur kognitif siswa yang mempelajarinya dengan penuh pemahaman merupakan jalinan yang sangat baik. Dengan memahami salah satu dari pengetahuan tersebut, maka segala pengetahuan yang terkait dapat diturunkan dari padanya. Hal ini mengakibatkan siswa tidak perlu menghafalkan semuanya.

³⁹ Muhibbin Syah, *Psikologi Belajar*, (Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada, 2013), hal. 214

⁴⁰ Ompusunggu, *Peningkatan Kemampuan . . .*, hal. 96

4. Pemahaman meningkatkan transfer belajar, artinya pemahaman suatu konsep matematika akan diperoleh oleh siswa yang aktif menemukan keserupaan dari berbagai konteks konsep tersebut. Hal ini akan membantu siswa untuk menganalisis apakah suatu konsep tertentu dapat diterapkan untuk suatu kondisi tertentu.
5. Pemahaman mempengaruhi keyakinan siswa, artinya siswa yang memahami matematika dengan baik akan mempunyai keyakinan yang positif, yang selanjutnya akan membantu perkembangan pengetahuan matematikanya.

Disimpulkan bahwa dengan pemahaman siswa dapat menghubungkan konsep matematika yang telah didapatkan sebelumnya dengan konsep baru. Pemahaman akan semakin meningkatkan ingatan siswa terhadap materi yang telah dipelajari. Siswa tidak perlu menghafal banyak materi, mampu menerapkan konsep matematika dalam kondisi lain serta membantu perkembangan pengetahuan matematikanya menjadi lebih baik.

Pemahaman matematis penting untuk belajar matematika secara bermakna, artinya siswa dapat mengkaitkan antara pengetahuan yang dipunyai dengan keadaan lain sehingga belajar dengan memahami.⁴¹ Untuk membuat siswa belajar matematika dengan pemahaman, guru hendaknya merencanakan dan melaksanakan pembelajaran matematika yang melibatkan siswa aktif dalam belajar, baik secara mental, fisik, maupun sosial. Kemampuan guru dalam merencanakan dan melaksanakan pembelajaran yang sesuai dengan perkembangan intelektual siswa sangat menentukan untuk dapat tidaknya suatu konsep yang dipelajari dipahami oleh siswa. Hasil-hasil pemahaman dapat

⁴¹ Erman Suherman Ar, dkk., *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Bandung:UPI Bandung, 2013), hal. 42

digunakan untuk pembimbingan siswa, mengoptimalkan perkembangan siswa, menyesuaikan materi dan proses pembelajaran, serta membantu mengatasi kesulitan-kesulitan yang dihadapi.⁴²

Pola Pemahaman atau pemahaman matematis merupakan aspek yang paling penting dalam pembelajaran, terutama matematika. Menurut peraturan menteri pendidikan nasional nomer 59 tentang kurikulum 2013, memahami konsep matematika yang berkaitan dengan kemampuan menjelaskan keterkaitan antarkonsep maupun algoritma secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah. Sehingga dapat disimpulkan dalam pembelajaran matematika hal yang perlu ditekankan adalah pemahaman matematis yang dimiliki siswa.⁴³

Taksonomi Bloom menerangkan bahwa pemahaman berada satu tingkat diatas mengingat. Maka dari itu untuk bisa memahami suatu permasalahan haruslah dapat mengingat hal-hal lain yang mendukung dalam menyelesaikan suatu permasalahan tersebut. Menurut Krathowl, memahami merupakan arti dari pembelajaran termasuk lisan, tertulis, dan komunikasi. Berdasarkan penjelasan tersebut dapat disimpulkan pemahaman bukan hanya dilihat dapat mengingat tetapi juga mempunyai kemampuan menangkap makna dalam pembelajaran.

Pemahaman merupakan suatu topik yang menarik untuk dikaji. Berbagai teori telah muncul untuk menjelaskan perkembangan pemahaman ini. Beberapa teori tersebut antara lain Teori Skemp(1987), Teori Hibert & Carpenter (1992), Teori Pirie Kieren (1992), Teori Sierpiska (1994). Teori-teori tersebut memiliki inti yang sama yaitu pemahaman seseorang terletak pada pikirannya sendiri.

⁴² Yaodih Nana, *Landasan Psikologi Proses Pendidikan*. (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2011), hal. 217

⁴³ Utami dan Rosyidi, *Profil Lapisan Pemahaman . . .* , hal.22

Pemahaman dapat berubah waktu. Seseorang dapat dikatakan paham dapat dilihat dari analisis fakta yang ada. Sehingga dalam penelitian ini mengasumsikan pemahaman siswa dapat diketahui melalui penjelasannya dalam mengerjakan soal dan interaksi antara subjek dan peneliti.

Berdasarkan pengertian dan uraian-uaian tentang pemahaman di atas, maka dapat disimpulkan bahwa pemahaman merupakan kemampuan siswa untuk mengkonstruksi atau merekonstruksi kembali aksi, proses, dan objek matematika serta mengorganisasikannya dalam sebuah skema yang digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan tentang konsep. Untuk mengetahui tingkat pemahaman siswa pada penelitian ini digunakan instrumen berupa tes tulis dan wawancara. Tes tulis dan wawancara digunakan karena bersifat terbuka sehingga lebih dapat mengukur sejauh mana kemampuan pemahaman siswa.

D. Teori *Pirie Kieren*⁴⁴

Pirie dan Kieren memandang pemahaman sebagai sebuah proses pertumbuhan yang utuh, dinamis, berlapis tetapi tidak linear, dan tidak pernah berakhir. Mereka menolak konsep pertumbuhan pemahaman sebagai sebuah fungsi yang naik secara monoton. Mereka mengemukakan model pemahaman berupa delapan level atau lapisan pemahaman, yaitu: primitive knowing, image making, image having, property noticing, formalising, observing, structuring, dan inventising. Inti dari teori ini adalah “memahami” tidak selalu merupakan pertumbuhan yang linear dan kontinu. Seseorang sering kembali ke level

⁴⁴ Hakim, *Analisis Pemahaman . . .* , hal. 46

pemahaman sebelumnya (lapisan yang lebih dalam) untuk maju ke level pemahaman selanjutnya (lapisan yang lebih luar).

Pirie dan Kieren memandang pemahaman sebagai sebuah proses pertumbuhan yang utuh, dinamis, berlapis tetapi tidak linear, dan tidak pernah berakhir. Mereka menolak konsep pertumbuhan pemahaman sebagai sebuah fungsi yang naik secara monoton. Mereka mengemukakan model pemahaman berupa delapan level atau lapisan pemahaman, yaitu: primitive knowing, image making, image having, property noticing, formalising, observing, structuring, dan inventising. Inti dari teori ini adalah “memahami” tidak selalu merupakan pertumbuhan yang linear dan kontinu. Seseorang sering kembali ke level pemahaman sebelumnya (lapisan yang lebih dalam) untuk maju ke level pemahaman selanjutnya (lapisan yang lebih luar).

- a. Level pemahaman pertama adalah primitive knowing. Level ini merupakan level usaha awal dalam memahami definisi baru, membawa pengetahuan sebelumnya ke level pemahaman selanjutnya, lewat aksi yang melibatkan definisi, atau merepresentasikan definisi. Level pemahaman primitive knowing berfungsi sebagai bahan untuk membangun pemahaman berikutnya. Menurut Meel (2003) beragam nama berkaitan dengan level pemahaman primitive knowing, yaitu: “intuitive knowledge” oleh Leinhardt, “situated” knowledge oleh Brown, Collins, dan Duguid, dan “prior” atau “informal” knowledge oleh Saxe.
- b. Level pemahaman kedua disebut image making. Seseorang membuat pemahaman dari pengetahuan sebelumnya dan menggunakannya dalam cara baru. Seseorang membuat gambaran berdasarkan pengetahuan sebelumnya.

Berusaha memahami suatu topik, baik secara mental ataupun fisik, untuk bisa mendapatkan sebuah ide mengenai topik tersebut. Sebagai akibatnya, tindakan dalam lapisan ini melibatkan pengembangan hubungan antara gambar dan simbol. Seseorang mengembangkan ide-ide tertentu dan membuat gambaran suatu konsep melalui gambar maupun melalui contoh-contoh

- c. Level pemahaman ketiga adalah *image having*. Seseorang sudah memiliki gambaran mengenai suatu topik dan membuat gambaran mental mengenai topik tersebut tanpa harus mengerjakan contoh-contoh. Gambaran topik yang dihasilkan dari level pemahaman sebelumnya digantikan oleh sebuah gambaran mental. Level ini merupakan level abstraksi pertama dari individu.
- d. Level pemahaman keempat adalah *property noticing*. Seseorang mampu mengombinasikan aspek-aspek dari sebuah topik untuk membentuk sifat yang relevan dan spesifik terhadap topik tersebut. Perbedaan antara *image having* dan *property noticing* adalah kemampuan untuk menyadari adanya sebuah hubungan antara gambaran-gambaran sebuah topik dan menjelaskan bagaimana cara untuk memverifikasi hubungan tersebut. Seseorang menyadari kesamaan dan perbedaan beragam gambaran sebuah topik dan mengembangkannya menjadi sebuah definisi konsep yang dibangun di antara hubungan gambaran-gambaran tersebut
- e. Level pemahaman kelima adalah *formalising*. Seseorang membuat abstraksi suatu konsep matematika berdasarkan sifat-sifat yang muncul. Mampu memahami sebuah definisi atau algoritma formal konsep matematika. Definisi suatu konsep matematika muncul sebagai entitas yang bebas dari konteks yang membentuknya

- f. Level pemahaman keenam adalah *observing*. Seseorang mengkoordinasikan aktivitas formal pada level *formalising* sehingga mampu menggunakannya pada permasalahan terkait yang dihadapinya. Seseorang mampu mengaitkan pemahaman konsep matematika dengan struktur pengetahuan baru. Mampu membuat pernyataan formal tentang suatu konsep matematika dan mampu mencari suatu pola untuk menentukan suatu algoritma atau teorema.
- g. Level pemahaman ketujuh adalah *structuring*. Seseorang mampu mengaitkan hubungan antara teorema yang satu dengan teorema yang lain dan mampu membuktikannya berdasarkan argumen logis. Mampu membuktikan hubungan antara teorema yang satu dengan yang lainnya secara aksiomatik
- h. Level pemahaman terakhir adalah *inventising*. Seseorang memiliki sebuah pemahaman terstruktur komplit dan menciptakan pertanyaan-pertanyaan baru yang dapat tumbuh menjadi sebuah konsep yang baru. Mampu menciptakan struktur matematika baru berdasarkan struktur pengetahuan sebelumnya. Pemahaman matematis siswa tidak terbatas dan melampaui struktur yang ada sehingga mampu menjawab pertanyaan “what if?”

Lapisan – lapisan di dalam teori Pirie Kieren ini secara rinci di jelaskan di bawah ini:

Tabel 2.1 Indikator pemahaman berdasarkan teori *Pirie Kieren*

No	Pemahaman	Menurut Pirie dan Kieren
1	<i>Primitive knowing</i>	Level ini merupakan level usaha awal dalam memahami definisi baru, membawa pengetahuan sebelumnya ke level pemahaman selanjutnya, lewat aksi yang melibatkan

		definisi, atau merepresentasikan definisi
2	<i>Image making</i>	Seseorang membuat pemahaman dari pengetahuan sebelumnya dan menggunakannya dalam cara baru
3	<i>Image having</i>	Seseorang sudah memiliki gambaran mengenai suatu topik dan membuat gambaran mental mengenai topik tersebut, tanpa harus mengerjakan contoh-contoh
4	<i>Property noticing</i>	Seseorang mampu mengombinasikan aspek-aspek dari sebuah topik untuk membentuk sifat yang relevan dan spesifik terhadap topik tersebut
5	<i>Formalising</i>	Seseorang membuat abstraksi suatu konsep matematika berdasarkan sifat-sifat yang muncul
6	<i>Observing</i>	Seseorang mengoordinasikan aktivitas formal pada level formalising sehingga mampu menggunakannya pada permasalahan terkait yang dihadapinya
7	<i>Structuring</i>	Seseorang mampu mengaitkan hubungan antara teorema yang satu dengan teorema yang lain dan mampu membuktikannya berdasarkan argumen logis
8	<i>Inventising</i>	Seseorang memiliki sebuah pemahaman terstruktur komplit dan menciptakan pertanyaan-pertanyaan baru yang dapat tumbuh menjadi sebuah konsep yang baru

E. Teori Kepribadian

Kepribadian merupakan salah satu kajian psikologi yang lahir berdasarkan pemikiran, kajian atau temuan-temuan (hasil praktik penanganan kasus) para ahli. Objek kajian kepribadian adalah “human behavior”, perilaku manusia, yang pembahasannya terkait dengan apa, mengapa, dan bagaimana perilaku tersebut. Menurut Allport, kepribadian merupakan sistem organisasi jiwa raga yang dinamis dalam diri individu yang menentukan penyesuaian dirinya yang unik terhadap lingkungannya. Organisme yang dinamis dimaksudkan sebagai suatu keutuhan komponen kepribadian yang bersifat mengikat dan mengalami dinamika perubahan dan perkembangan, organisasi tersebut menentukan penyesuaian dirinya yang unik terhadap lingkungan menunjukkan bahwa kepribadian dibentuk oleh kecenderungan yang berperan secara aktif dalam menentukan tingkah laku individu yang berhubungan dengan dirinya sendiri.⁴⁵

Pembahasan pakar psikologi mengenai kepribadian terkait dengan perbedaan individual, yaitu karakteristik yang membedakan satu individu dengan individu lainnya. Menurut Funder kepribadian mengacu pada pola karakteristik pikiran individu, emosi, dan perilaku, tersembunyi atau tidak, di balik suatu pola.⁴⁶

Menurut Cozta dan Mecrae, kepribadian adalah hubungan antara faktor yang terdiri dari berbagai sifat yang saling berkaitan antara satu dengan yang

⁴⁵ Syamsu Yusuf dan Junita Nurihsan, *Teori kepribadian*, (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2011), hal.4

⁴⁶ Frida Johnson, *Personality Measures Under Fokus: The Neo-PI-R and the MBTI*, Journal Griffith University Undergraduate Student Psychology. Vol.1, 2010, hal. 4

lainnya, yang kemudian mempengaruhi pola perilaku individu yang bersangkutan dalam menghadapi masalah-masalah dalam lingkungan hidupnya⁴⁷. Sedangkan menurut Calvin, kepribadian adalah organisme dinamik dalam individu atas sistem-sistem psikofisis yang menentukan penyesuaian dirinya yang khas terhadap lingkungannya.⁴⁸

Berdasarkan beberapa pendapat di atas, dapat disimpulkan bahwa kepribadian merupakan sebuah pola yang abstrak dalam diri manusia, manusia hanya dapat melihat dan merasakan dampak yang ditimbulkannya dalam bentuk karakteristik individu yang berbeda berupa pikiran/aktivitas mental, emosi/perasaan, dan perilaku yang tersembunyi maupun yang nampak dibalik pola tersebut dan mempengaruhi interaksinya dengan lingkungan.

F. Kepribadian *Sensing* dan *Intuition*

Jung menyatakan bahwa struktur kepribadian manusia dibentuk oleh fungsi jiwa/psikologinya yaitu *sensing* dan *intuition*. Setiap individu memiliki kedua fungsi jiwa/psikologis tersebut, namun berada pada tingkatan yang berbeda. Fungsi jiwa yang dominan (kesadaran) disebut fungsi superior sedangkan fungsi jiwa yang kurang berkembang (ketidak sadaran) disebut fungsi inferior. Fungsi jiwa yaitu suatu bentuk aktifitas jiwa/mental yang secara teori tidak mudah dalam lingkungan yang berbeda beda.⁴⁹

Sensing (penginderaan) atau *intuition* berkaitan dengan kecenderungan seseorang dalam menerima informasi, apakah lebih melalui panca indra atau

⁴⁷ Agoes Dariyo, *Psikologi Perkembangan Dewasa Muda* (Jakarta: Grasindo, 2011), hal.110

⁴⁸ Calvin S. Hall dan Gardner Lindzey, *Teori-teori Sifat dan Behavioristik* (Yogyakarta: Kanisius, 2012), hal.24

⁴⁹ Yusuf dan Nurihsan, *Teori kepribadian . . .*, hal.74

melalui kemungkinan dan firasat.⁵⁰ Sensing cenderung melihat langsung, nyata, fakta praktis pengalaman dan kehidupan sedangkan intuition cenderung melihat kemungkinan, hubungan, dan makna dari pengalaman.⁵¹ Kepribadian Sensing dan intuition membicarakan mengenai bentuk informasi yang mudah ditangkap dan dipahami oleh seseorang. Tidak semua Stimulus yang diberikan pada seseorang dapat diterimanya dengan baik, namun terbatas pada apa yang dapat kita hayati pada suatu saat tertentu. Oleh karena itu, stimulus yang mudah diterima seseorang akan berbeda sesuai dengan ketertarikannya pada stimulus tersebut.

Orang yang lebih mudah menangkap informasi langsung sesuai apa yang di inderanya, ada yang lebih tertarik pada arti, hubungan-hubungan, dan kemungkinan berdasarkan fakta, ketimbang fakta-faktanya sendiri. Dalam kehidupan sehari-hari kita menggunakan kedua pendekatan ini terhadap informasi. Akan tetapi setiap orang cenderung lebih memilih, lebih mudah atau lebih merasa nyaman menggunakan yang satu dari pada yang lain, secara alamiah lebih mudah menggunakan yang satu dari pada lainnya, dan lebih sering benar saat menggunakan satu pendekatan dari pada yang lain. Seorang yang lebih mudah menangkap informasi melalui panca indra biasanya cukup cermat dengan fakta-fakta, namun harus berusaha keras saat menggunakan mencari makna dibalik fakta tersebut. Sebaliknya seorang intuitif cepat menangkap makna dari sebuah fakta, kadang-kadang kurang cermat dan keliru.⁵² Karakteristik kedua fungsi psikologis tersebut dijelaskan sebagai berikut :

⁵⁰ Rene Baron dan Elizabeth wagele, *hubungan dengan teman dan pasangan jadi lebih Asyik dan Menyenangkan* (Jakarta: Serambi ilmu semesta, 2010), hal.18

⁵¹ Felder and Dietz, *The Effect Of personality Type On Engineering Student Performance And Attitudes*, (Journal Of Engineering Education, 9(1), 2010), hal.2

⁵² Baron dan Wagele, *Mengenal 9 Tipe . . .* , hal.159

1. Sensing

Sensing (penginderaan) mengacu pada cara seseorang memandang informasi yang diterimanya. Tyagi menyatakan bahwa sensing cenderung untuk melihat fakta-fakta yang dapat diamati melalui panca indera dan digambarkan sebagai seorang yang praktis.⁵³ Seorang sensing menilai bahwa apa yang dilihat, didengar, dicium, dan diraba adalah dasar bagi dirinya untuk mencari, menanggapi, atau memahami informasi yang didapatnya. Baginya, fungsi indrawi menjadi alat ukur yang nyata dalam memandang situasi. Ia lebih yakin dengan bukti konkret, fakta yang terlihat, dan apa yang dialaminya secara langsung. Ia lebih suka dengan hal-hal praktis untuk menghasilkan sesuatu yang riil, sehingga lebih cermat dalam mengamati hal-hal dari sebuah informasi. Apa yang dilihat dan dialami, itu yang dikerjakan. Orang dengan kepribadian ini juga lebih melihat pada hal-hal yang fisik dari pada metafisik⁵⁴.

Seorang sensing memiliki beberapa karakteristik antara lain yaitu: menyakini sesuatu yang nyata, konkret dan pasti, menyukai ide baru yang dapat digunakan dengan praktis, menghargai realisme, menggunakan dan mengasah keterampilan yang telah dimilikinya, cenderung spesifik dan harfiah, memberikan gambaran secara detail, cenderung bertindak secara prosedural dengan cara konvensional, berorientasi masa lalu dan masa kini.⁵⁵ Myers menggambarkan *sensing* sebagai seorang yang realistis, lebih tertarik mengamati sesuatu yang nyata/konkret, menarik kesimpulan dengan hati-hati berdasarkan situasi, lebih

⁵³ Archana Tyagi, *Personality Profiles Identification Using MBTI Test for Management Student: An Empirical Study*, Journal of the Indian Academy of Applied Psychology, Vol. 34, No.1, 2012, hal. 5

⁵⁴ Saeful Zaman dan Sandi Ibrahim Abdillah, *Myers-Briggs Type indicator: Cara Menggali Potensi Diri Untuk Meraih Kesempatan Kerja* (Jakarta: Visimedia, 2013), hal. 25

⁵⁵ Naumi Quenk dan Jean m Kummerrow, *Interpretatif Repport : Myers Briggs Type Indicator Step II(2011)*

mudah memahami ide melalui penerapan/aplikasinya, mengamati sesuatu secara mendetail, menggunakan cara konvensional dan bertindak prosedural berdasarkan pengalaman-pengalamannya.⁵⁶

Dalam menganalisis masalah, ia akan menguraikan berdasarkan pengamatan pada peristiwa yang terjadi dilapangan, dan selalu memperhatikan rambu-rambu atau tata tertib yang berlaku pada lingkungan pekerjaan. Baginya, pengalaman menjadi pelajaran dan pegangan yang kuat untuk menghadapi situasi. Seorang sensing juga sangat realistis dan cenderung tidak larut dalam pandangan-pandangan imajinatif. Baginya, menghayal adalah sesuatu yang terlalu dramatis dan melangit, sehingga ia tidak ingin menghabiskan waktu hanya dengan merenung atau berefleksi. Dalam mempersepsi situasi, standar fisiklah yang menjadi tolak ukurnya, sehingga tidak heran jika ia terkesan bersifat materialistik.⁵⁷

2. *Intuition*

Dalam mencermati informasi, seorang *intuition* cenderung menghubungkannya sesuatu yang dianggap memiliki keterkaitan atau bersifat korelatif. Ia tidak melihat apa yang terjadi, tetapi cenderung mencari fenomena apa yang menyebabkan hal tersebut terjadi. Ia juga melihat gejala atau kemungkinan yang akan terjadi, sehingga selalu mempersiapkan hal-hal tersebut meskipun kemungkinannya belum tentu akan terjadi. Sosok yang imajinatif ini bergairah dengan hal-hal yang abstrak, sehingga tidak heran jika ia sering disebut dengan penghayal. Dalam menafsirkan sesuatu ia cenderung dramatis.

⁵⁶ Rita L. Richard Atkinson dan Ernest R.Hilgard, *Pengantar Psikologi Jilid I-Edisi kedelapan*(Jakarta: Erlangga,2011), hal.181

⁵⁷ Saeful Zaman dan Sandi Ibrahim Abdillah, *Myers-Briggs Type indicator: Cara Menggali Potensi Diri Untuk Meraih Kesempatan Kerja*, (Jakarta: Visimedia, 2013), hal.26

Pandangannya bersifat inovatif dengan melompat tanpa mengurut satu persatu; serta mengabaikan ketentuan-ketentuan atau hal-hal yang bersifat mekanistik.⁵⁸

Karakteristik *intuition* antara lain yaitu, meyakini sesuatu yang abstrak (ide) dan inspirasi, menyukai ide dan konsep baru, menghargai imajinasi, inovasi dan kreatifitas, mempelajari keterampilan baru, cepat bosan setelah menguasai sebuah keterampilan, cenderung general dan figuratif, memberikan gambaran secara garis besar besar/umum, cenderung bertindak tanpa prosedur dengan cara/idenya sendiri, berorientasi pada masa depan.⁵⁹

Dalam mengerjakan sesuatu, seseorang *intuition* tidak mementingkan dari mana memulainya, yang terpenting baginya adalah melakukan terobosan-terobosan dengan mencari kesempatan-kesempatan untuk mendapatkan hal yang baru. Ia lebih mementingkan kebutuhan pada masa yang akan datang, tetapi kurang peduli dengan proses pencapaian hari ini. Analogi, pengalaman di luar dirinya, serta gambaran umum lain menjadi pegangan dalam menyikapi situasi, sehingga ia suka membandingkan informasi yang diterimanya dengan informasi yang lain. Perbandingan ini dilakukannya untuk menemukan hubungan-hubungan yang menghasilkan ide atau gagasan baru yang belum pernah ia peroleh sebelumnya. Tampaknya, ide yang menantang baginya lebih menarik, sehingga ia senang berspekulasi. Baginya, fungsi indrawi hanya media atau pintu untuk menyerap informasi, bukan untuk mempersepsi sebuah informasi. Pandangannya terhadap dunia muncul lewat proses penghayatan. Ia juga kaya akan inspirasi dan

⁵⁸ *Ibid.*,

⁵⁹ Atkinson dan R.Hilgard, *Pengantar Psikologi . . .*, hal.181

ide-ide yang berbau kreatif. Tantangan baginya adalah hal menarik, sebaliknya ia jenu dengan kegiatan yang rutin dan menonton.⁶⁰

Karakteristik sensing dan intuition tersebut dapat dijelaskan lebih lanjut pada tabel sebagai berikut:

Tabel 2.2 Indikator Kepribadian *Sensing* dan *Intuition*

<i>Sensing</i>		<i>Intuition</i>	
Indikator	Deskripsi	Indikator	Deskripsi
Konkret	Tertarik pada hal-hal yang nyata dan bersifat literal (leksikal)	Abstak	Tertarik pada hal-hal abstrak, dan bersifat figuratif (Gramatikal)
Realistis	Meyakini fakta, fokus pada masa kini dan masa lalu	Imajinatif	Meyakini imajinasi, fokus pada masa depan
Praktis	Memperhatikan manfaat/penerapan dan fokus pada hasil	Konseptual	Memperhatikan ide/inspirasi dan fokus pada proses
Empiris	Meyakini pengalaman dan menyukai praktik	Teoritis	Meyakini firasat, pendapat/teori dan menyukai aktivitas mental
Konvensional	Menggunakan cara yang sudah ada, menyukai rutinitas, melatih kemampuan yang dimiliki	Asli	Menggunakan cara baru, bosan pada rutinitas tertarik mencoba

⁶⁰ Saeful Zaman dan Sandi Ibrahim Abdillah, *Myers-Briggs Type indicator: Cara Menggali Potensi Diri Untuk Meraih Kesempatan Kerja*, hal.27

			kemampuan baru
--	--	--	----------------

Berdasarkan tabel diatas, dapat disimpulkan bahwa seorang yang sensing dan seseorang yang Intuition mempunyai mempunyai kepribadian yang saling bertolak belakang dalam mencari dan memperoleh informasi . Seseorang yang berkepribadian sensing mempunyai karateristik seperti konkret, realistik, praktis, empiris dan konvensional, sedangkan seseorang yang berkepribadian intuition mempunyai karateristik seperti abstrak, imajinatif, konseptual, teoritis dan konvensional.

G. Turunan

1. Definisi Turunan

Turunan sebuah fungsi f adalah fungsi lain f' (dibaca “ f aksen”) yang nilainya pada sebarang bilangan x adalah $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ dengan limit ini ada dan bukan ∞ atau $-\infty$. Jika limit ini memang ada, dikatakan bahwa f terdiferensiasikan di c . Pencarian turunan disebut diferensiasi.

Contoh

Andaikan $f(x) = 13x - 6$. Carilah $f'(4)$

Penyelesaian

$$f'(4) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f[13(4+h) - 6] - 13(4) - 6}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{13h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 13 = 13$$

Contoh

Jika $f(x) = x^3 + 7x$, carilah $f'(x)$.

Penyelesaian

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(x+h)^3 - 7(x+h)] - [x^3 + 7x]}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 3xh^2 - h^3 + 7h}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} (3x^2 - 3xh^2 - h^2 + 7) \\
&= 3x^2 + 7
\end{aligned}$$

2. Aturan Pencarian Turunan

Teorema A

Aturan Fungsi Konstanta

Jika $f(x) = k$ dengan k suatu konstanta, maka untuk sebarang x , $f'(x) = 0$

$$\text{Bukti : } f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{k - k}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 0 = 0$$

Teorema B

Aturan Fungsi Identitas

Jika $f(x) = x$, maka $f'(x) = 1$

$$\text{Bukti : } f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h} = 1$$

Teorema C

Aturan Pangkat.

Jika $f(x) = x^n$, dengan n bilangan bulat positif, maka $f'(x) = nx^{n-1}$

$$\begin{aligned}
\text{Bukti : } f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^n - nx^{n-1}h + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}h^2 + \dots + nxh^{n-1} + h^n - x^n}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h[nx^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}h + \dots + nxh^{n-2} + h^{n-1}]}{h}
\end{aligned}$$

Di dalam kurung, semua suku kecuali yang pertama mempunyai h sebagai faktor, sehingga masing-masing suku ini mempunyai limit nol bila h mendekati nol. Jadi, $f'(x) = nx^{n-1}$

Contoh :

a. $f(x) = x^3$, maka $f'(x) = 3x^2$

b. $f(x) = x^9$, maka $f'(x) = 9x^8$

c. $f(x) = x^{100}$, maka $f'(x) = 100x^{99}$

Teorema D

Aturan Kelipatan Konstanta

Jika k suatu konstanta dan f suatu fungsi yang terdiferensiasikan, maka $(kf)'(x) = k \cdot f'(x)$

Bukti: Andaikan $f(x) = k \cdot g(x)$. Maka :

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{k \cdot f(x+h) - k \cdot f(x)}{h} = k \cdot f'(x)$$

Contoh :

a. $f(x) = -7x^3$

Misalkan $f(x) = -7 \cdot g(x)$ dengan $g(x) = x^3$, diperoleh $g'(x) = 3x^2$ $f'(x) = -7g'(x) = -7 \cdot 3x^2 = -21x^2$

b. $f(x) = \frac{4}{3}x^9$

Misalkan $f(x) = \frac{4}{3} \cdot g(x)$ dengan $g(x) = x^9$, diperoleh $g'(x) = 9x^8$ $f'(x) = \frac{4}{3}g'(x) = \frac{4}{3} \cdot 9x^8 = 12x^8$

Teorema E

Aturan Jumlah.

Jika f dan g adalah fungsi-fungsi yang terdiferensiasikan, maka $(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$

Bukti : Andaikan $F(x) = f(x) + g(x)$. Maka :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[f(x+h)+g(x+h)]-f(x)+g(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{[f(x+h)-f(x)]}{h} + \frac{[g(x+h)-g(x)]}{h} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[f(x+h)-f(x)]}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[g(x+h)-g(x)]}{h} \\ &= f'(x) + g'(x) \end{aligned}$$

Teorema F

Aturan Selisih.

Jika f dan g adalah fungsi-fungsi yang terdiferensiasikan, maka

$$(f - g)'(x) = f'(x) - g'(x)$$

Bukti : Andaikan $F(x) = f(x) - g(x)$. Maka :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[f(x+h)-g(x+h)]-f(x)-g(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{[f(x+h)-f(x)]}{h} + \frac{[g(x+h)-g(x)]}{h} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[f(x+h)-f(x)]}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[g(x+h)-g(x)]}{h} \\ &= f'(x) - g'(x) \end{aligned}$$

Contoh :

Tentukan turunan dari $f(x) = 5x^2 + 7x - 6$

Penyelesaian :

Misalkan $f(x) = g(x) - h(x)$ dengan $g(x) = 5x^2 + 7x$, dan $h(x) = 6$.

Misalkan bahwa $g(x) = u(x) + v(x)$ dengan $u(x) = 5x^2$, $v(x) = 7x$,

maka berdasarkan aturan pangkat dan Teorema D diperoleh $u'(x) = 5 \cdot 2x^{2-1} = 10x$ dan $v'(x) = 7$.

Kemudian dengan menggunakan Teorema A, diperoleh $h'(x) = 0$.

Selanjutnya, aturan penjumlahan diperoleh $g'(x) = u'(x) + v'(x) = 10x + 7$.

Menggunakan aturan selisih, diperoleh

$$f'(x) = g'(x) - h'(x) = 10x + 7 - 0 = f'(x) = 10x + 7.$$

Jadi, $f'(x) = 10x + 7$

Teorema G

Aturan Hasil kali.

Jika f dan g adalah fungsi-fungsi yang terdiferensiasikan, maka $(f \cdot g)'(x) = f(x) \cdot g'(x) + g(x) \cdot f'(x)$

Bukti : Andaikan $f(x) = f(x)g(x)$. Maka :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)g(x+h) - f(x)g(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)g(x+h) - f(x)g(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)g(x+h) - f(x+h)g(x) + f(x+h)g(x) - f(x)g(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left[f(x+h) \cdot \frac{g(x+h) - g(x)}{h} + g(x) \cdot \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} f(x+h) \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} + g(x) \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= f(x)g'(x) + g(x)f'(x) \end{aligned}$$

Contoh:

Carilah turunan $(3x^2 - 5)(2x^4 - x)$

Penyelesaian :

Misalkan $f(x) = g(x)h(x)$ dengan $g(x) = (3x^2 - 5)$ dan $h(x) = (2x^4 - x)$, maka

$$g'(x) = 3 \cdot 2x^{2-1} = 6x \text{ (Teorema A, C, D, F)}$$

$$h'(x) = 2 \cdot 4x^{4-1} - 1 = 8x^3 - 1 \text{ (Teorema B, C, D, F)}$$

Sehingga dengan menggunakan Teorema G,

$$\begin{aligned} \text{Diperoleh } f'(x) &= g'(x)h(x) + g(x)h'(x) \\ &= 6x(2x^4 - x) + (3x^2 - 5)(8x^3 - 1) \\ &= 12x^5 - 6x^2 + 24x^5 - 3x^2 - 40x^3 + 5 \\ &= 36x^5 - 40x^3 - 9x^2 + 5 \end{aligned}$$

Teorema H

Aturan Hasil Bagi

Andaikan f dan g adalah fungsi-fungsi yang terdiferensiasikan dengan $g(x) \neq 0$.

$$\text{Maka: } \left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

Bukti :

Andaikan $f(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$. Maka :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{f(x+h)}{g(x+h)} - \frac{f(x)}{g(x)}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x)f(x+h) - f(x)g(x-h)}{g^2(x)} \cdot \frac{1}{g(x)g(x+h)} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{g(x)f(x+h) - g(x)f(x) + f(x)g(x) - f(x)g(x+h)}{h} \cdot \frac{1}{g(x)g(x+h)} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left[\left(g(x) \frac{f(x+h) - f(x)}{h} - f(x) \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right) \frac{1}{g(x)g(x+h)} \right] \\ &= [g(x)f'(x) - f(x)g'(x)] \frac{1}{g(x)g(x+h)} \end{aligned}$$

Contoh :

Carilah turunan dari $\frac{3x-5}{x^2+7}$

Penyelesaian :

Misalkan $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ dengan $u(x) = 3x - 5$, $v(x) = x^2 + 7$ maka :

$$u(x) = 3 - 0 = 3 \quad (\text{Teorema A, B, D, F})$$

$$v(x) = 2x^{2-1} - 0 = 2x \quad (\text{Teorema A, C, E})$$

Sehingga dengan menggunakan Teorema G, diperoleh

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{(v(x))^2} \\ &= \frac{3(x^2+7) - (3x-5)(2x)}{(x^2+7)^2} \\ &= \frac{3(x^2+21-6x^2+10x)}{(x^2+7)^2} \\ &= \frac{-3x^2+10x+21}{(x^2+7)^2} \end{aligned}$$

Teorema I

Aturan Rantai Andaikan $y = f(u)$ dan $u = g(x)$. Jika g terdiferensiasikan di x dan f terdiferensiasikan di $u = g(x)$, maka fungsi komposit $f \circ g$, didefinisikan oleh $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ terdiferensiasikan di x dan $(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x)$.

Contoh :

Jika $f(x) = (2x^2 - 4x + 1)^{60}$, tentukanlah $f'(3)$

Penyelesaian :

Misalkan $f(x) = (g \circ h)(x)$ dengan $g(x) = x^{60}$ dan $h(x) = 2x^2 - 4x + 1$, maka

$$g'(x) = 60x^{60-1} = 60x^{59} \quad (\text{Teorema C})$$

$$h'(x) = 2 \cdot 2x^{2-1} - 4 + 0 = 4x - 4 \quad (\text{Teorema A, B, C, D, E, F})$$

Sehingga dengan menggunakan aturan rantai, diperoleh

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= g'(h(x))h'(x) \\
 &= 60(h(x))^{59}(4x - 4) \\
 &= 60(2x^2 - 4x + 1)^{59}(4x - 4) \\
 &= 240(2x^2 - 4x + 1)^{59}(x - 1), \text{ maka diperoleh} \\
 f'(3) &= 240(2(3)^2 - 4(3) + 1)^{59}(3 - 1) \\
 &= 240(18 - 12 + 1)^{59}(2) \\
 &= 480(7)^{59}
 \end{aligned}$$

H. Penelitian Terdahulu

Sebagai acuan dalam penelitian ini, peneliti menggunakan beberapa kajian dari hasil penelitian terdahulu. Kajian penelitian terdahulu ini digunakan sebagai bahan pertimbangan, baik meliputi persamaan dan perbedaan, kekurangan serta kelebihan yang sudah ada sebelumnya. Beberapa kajian penelitian terdahulu diantaranya adalah sebagai berikut:

- a. Artikel yang ditulis Nur Aida Endah Pratama (2017) Mahasiswa STKIP PGRI Trenggalek yang berjudul “Perkembangan Pemahaman Matematis Siswa Sekolah Dasar Kelas V Berdasarkan Teori Pirie-Kieren Pada Topik Pecahan”. Berdasarkan hasil penelitian, diketahui bahwa alur perkembangan pemahaman siswa sekolah dasar kelas V dalam menyelesaikan masalah pecahan mempunyai kesamaan, yaitu dimulai dari tahap image making, bergerak menuju image having, kemudian berkembang pada level property noticing sampai pada level formalizing. Perbedaannya terletak pada proses folding back yang terjadi untuk melengkapi pemahaman yang kurang pada level level tertentu dalam teori Pirie-Kieren.

- b. Artikel yang ditulis oleh Indah Wahyu Utami (2016) mahasiswa Universitas Negeri Surabaya, jurusan Pendidikan Matematika yang berjudul “Profil Lapisan Pemahaman Property Noticing Siswa Pada Materi Turunan Ditinjau Dari Perbedaan Jenis Kelamin”. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa :
1. Pemahaman Lapisan Property Noticing Siswa Laki-laki yaitu Siswa tidak dapat membuktikan semua sifat dasar turunan dengan menggunakan definisi turunan. Tampak adanya keterbatasan yang muncul saat siswa membuktikan. Ditemukan adanya ineffective folding back saat siswa tidak dapat membuktikan suatu sifat dengan mengombinasikan definisi turunan dan sifat lain yang sesuai. Pada lapisan ini juga ditemukan adanya kesalahan dalam penggunaan simbol sebagai penghubung antara bentuk turunan dan eksponen.
 2. Pemahaman Lapisan Property Noticing Siswa Perempuan Siswa dapat membuktikan ketiga sifat dasar dengan definisi. Namun, saat membuktikan sifat 1c tampak bahwa siswa memiliki keterbatasan representasi hasil turunan yang mengakibatkan kerancuan . Pada lapisan ini, tampak adanya ineffective folding back saat siswa mencoba membuktikan suatu sifat dengan mengombinasikan definisi dan sifat yang sesuai.
- c. Skripsi yang ditulis oleh Kiswanto (2015) mahasiswa UIN Alauddin Makassar, jurusan Pendidikan Matematika yang berjudul “Deskripsi Pemahaman Konsep Materi Geometri Ditinjau Dari Kepribadian Sensing Dan Intuition Pada Siswa Kelas IX SMP Negeri 33 Makassar”. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa :

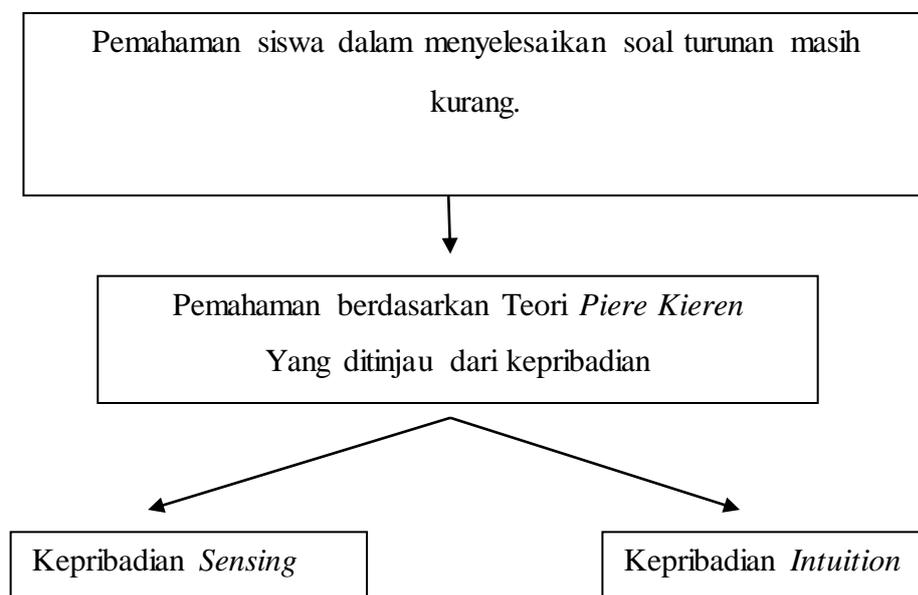
1. Pemahaman konsep geometri siswa yang mempunyai kepribadian sensing (S1) berdasarkan indikator memperlihatkan bahwa S1 kurang mampu menyatakan ulang konsep geometri yang telah dipelajarinya, S1 mampu mengenali objek berdasarkan sifat-sifat yang dimiliki objek sesuai konsep yang diberikan, S1 mampu memberikan contoh dan noncontoh dari konsep, S1 mampu menyatakan konsep dalam bentuk representasi matematis dan S1 kurang mampu mengaplikasikan konsep dalam bentuk pemecahan masalah.
2. Pemahaman konsep geometri siswa yang mempunyai kepribadian intuition (S2) berdasarkan indikator memperlihatkan bahwa S2 kurang mampu menyatakan ulang konsep geometri yang telah dipelajarinya, S2 mampu mengenali objek berdasarkan sifat-sifat yang dimiliki objek sesuai konsep yang diberikan, S2 kurang mampu memberikan contoh dan noncontoh dari konsep, S2 mampu menyatakan konsep dalam bentuk representasi matematis dan S1 mampu mengaplikasikan konsep dalam bentuk pemecahan masalah.

I. Paradigma Penelitian

Paradigma penelitian dibuat agar konsep yang dimaksud dalam penelitian lebih jelas dan terarah. Berdasarkan kajian secara teoritis, diketahui pemahaman siswa memiliki alur yang berbeda-beda. Jika pengajarannya sesuai dengan pemahaman masing-masing siswa yang berbeda-beda itu, maka dapat dipastikan bisa menyelesaikan suatu persoalan dengan benar, baik itu masalah dalam matematika maupun di kehidupan sehari-hari.

Pentingnya pemahaman yang dimiliki oleh setiap peserta didik ini mendorong peneliti untuk melakukan penelitian tentang pemahaman siswa

berdasarkan teori *Pirie Kieren* dalam menyelesaikan soal turunan ditinjau dari kepribadian *sensing* dan *intuition*, setelah menentukan subjek dan lokasi penelitian, kemudian peneliti melakukan hubungan dengan pihak sekolah serta melakukan observasi kecil untuk menunjang proses penelitian yang dilakukan. Penelitian dilakukan dengan tes tertulis, pemberian angket dan wawancara, serta adanya dokumentasi. Berikut paradigma penelitian ini



Bagan 2.1 Bagan paradigma penelitian

Berdasarkan bagan diatas dapat dijelaskan bahwa penelitian ini dilatar belakangi oleh pemahaman siswa yang masih rendah. Kemudian alur pemahaman siswa dapat diketahui dengan teori *Pirie Kieren*, guna meningkatkan pemahamannya. siswa di kelompokkan berdasarkan kepribadian *sensing* dan *intuition*, apakah memiliki perbedaan alur pemahaman dari kedua tipe kepribadian tersebut. Sehingga peneliti tertarik untuk meneliti Pemahaman siswa berdasarkan

teori *pirie kiren* dalam menyelesaikan soal turunan ditinjau dari kepribadian
sensing *dan* *intuition*

