

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

Pada bab ini akan diuraikan tinjauan tentang : (a) hakikat matematika, (b) belajar matematika, (c) pemahaman, (d) teori APOS dan triad perkembangan skema, (e) analisis dekomposisi genetik untuk perkembangan konsep fungsi trigonometri, (f) gaya belajar, (g) pemahaman siswa ditinjau dari gaya belajar, (h) materi fungsi trigonometri, (i) hasil penelitian terdahulu, dan (j) kerangka berfikir.

A. Hakikat Matematika

1. Pengertian Matematika

Istilah matematika (Indonesia), *methematics* (Inggris), *matematik* (Jerman), *mathemetique* (Prancis), *matematica* (Italia), *matematiceski* (Rusia) atau *mathematick / weskude* (Belanda) berasal dari perkataan *mathematica*, yang mulanya diambil dari perkataan Yunani *matematike* yang berarti “relating to learning”. Perkataan ini mempunyai akar kata *mathema* yang berarti pengetahuan atau ilmu (*knowledge, science*). Perkataan *mathematike* berhubungan sangat erat dengan sebuah kata lainnya yang serupa yaitu *mathenein* yang berarti *belajar (berfikir)*.¹

Penggunaan kata “ ilmu pasti” untuk “*mathematics*” merupakan terjemahan kata *wiskude* (Belanda). Kata ini seolah-olah membenarkan pendapat bahwa di dalam matematika semua hal sudah pasti dan tidak dapat diubah lagi. Pada hal,

¹Erman Suherman, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. (Bandung: JICA, 2003), hlm. 15-16

kenyataannya sebenarnya tidaklah demikian. Dalam matematika, banyak terdapat pokok bahasan yang justru tidak pasti, misalnya dalam statistika ada probabilitas (kemungkinan), perkembangan ilmu logika konvensional yang memiliki 0 dan 1 ke logika fuzzy yang bernilai antara 0 sampai 1 dan lain sebagainya.² Maka dari itu penggunaan kata “ilmu pasti” kurang tepat untuk istilah “matematika”. Walaupun begitu, penggunaan kata ilmu pasti bisa saja diterima dengan batasan bahwa yang dimaksud adalah didalam matematika tidak ada suatu pernyataan yang dinyatakan benar kontradiksi dengan pernyataan benar lainnya. (dengan catatan pernyataan-pernyataan tersebut berada dalam suatu sistem yang sama).

Jadi berdasarkan Etimologi, perkataan matematika berarti “ilmu pengetahuan yang diperoleh dengan bernalar”. Hal ini dimaksudkan bukan berarti ilmu lain diperoleh tidak melalui penalaran, akan tetapi dalam ilmu lain lebih menekankan aktifitas dalam rasio (penalaran), sedangkan dalam ilmu lain lebih menekankan observasi atau eksperimen disamping penalaran. Matematika terbentuk sebagai hasil pemikiran manusia yang berhubungan dengan ide, proses dan penalaran. Pada tahap awal matematika terbentuk dari pengalaman manusia dalam dunianya secara empiris karena matematika sebagai aktifitas manusia kemudian pengalaman itu diproses dalam rasio, diolah secara analisis dan sintesis dengan penalaran didalam struktur kognitif, sehingga sampailah pada suatu kesimpulan berupa konsep-konsep matematika.³

Beberapa definisi atau ungkapan pengertian matematika di atas menegaskan bahwa tidak terdapat satu definisi tentang matematika yang tunggal dan disepakati

² Moch. Masykur, *Mathematical Intelligence*. (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2007), hlm. 43

³ Erman Suherman, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer...*, hlm. 16

oleh semua tokoh. Semua definisi matematika yang ada hanya dikemukakan terutama berfokus pada tinjauan pembuat definisi itu. Di bawah ini disajikan beberapa definisi tentang matematika:⁴

- a. matematika adalah cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematis
- b. menurut Ruseffendi, matematika adalah bahasa simbol, ilmu deduktif yang tidak menerima pembuktian secara induktif, ilmu tentang pola keteraturan, dan struktur yang terorganisasi.⁵
- c. menurut Carl Friedrich Gauss, matematika adalah ratunya ilmu pengetahuan (*mathematics is the queen of sciences*) dan teori bilangan adalah ratunya matematika.⁶
- d. sementara Herman dalam bukunya menyatakan bahwa, Matematika sebagai ilmu mengenai struktur dan hubungan-hubungannya, simbol-simbol diperlukan. Simbol-simbol itu penting untuk memanipulasi aturan-aturan dengan operasi yang ditetapkan. Simbolisasi menjamin adanya komunikasi dan mampu memberikan keterangan untuk membentuk suatu konsep baru. Konsep baru terbentuk karena adanya pemahaman terhadap konsep sebelumnya sehingga matematika itu konsep-konsepnya tersusun secara hirarkis. Simbolisasi itu barulah berarti bila suatu simbol itu dilandasi suatu ide. Jadi kita harus memahami ide yang terkandung dalam simbol tersebut. Sehingga

⁴ R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika Di Indonesia*, (Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional, 2000), hlm.11.

⁵ Heruman, *Model Pembelajaran Matematika Di Sekolah Dasar*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya), hlm.1

⁶ Dr. Zainal Arifin, *Membangun Kompetensi Pedagogis Guru Matematika Landasan Filosofi, Histori, dan Psikologis*, (Surabaya: Lentera Cendikia, 2009), hlm.25

dapat disimpulkan bahwa, ide harus dipahami terlebih dahulu sebelum ide tersebut disimbolkan.⁷

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa keberagaman definisi matematika itu muncul berdasar sudut pandang pembuatnya. Ada tokoh yang tertarik dengan bilangan, ia melihat matematika dari sudut pandang bilangan itu. Sedangkan tokoh lain melihat matematika dari struktur-struktur, maka ia melihat matematika dari sudut pandang struktur-struktur itu. Namun secara singkat dikatakan bahwa matematika berkenaan dengan ide-ide atau konsep-konsep abstrak yang tersusun secara hirarkis dan penalarannya deduktif.⁸ Untuk mempermudah mempelajari keabstrakan matematika dengan beragam simbol-simbol yang ada maka kita harus memahami terlebih dahulu konsep-konsepnya. Misalnya, pada pembelajaran trigonometri tentu tidak asing lagi simbol fungsi $y = \sin x$, $x \in [0^\circ, 360^\circ]$. Namun, apabila orang awam terhadap matematika akan menafsirkan simbol tersebut sebatas huruf-huruf yang tergabung menjadi sebuah kata $\sin x$ yang tidak bermakna. Padahal, di matematika Fungsi $y = \sin x$, $x \in [0^\circ, 360^\circ]$ adalah fungsi sinus dengan batas $x \in [0^\circ, 360^\circ]$. Pemahaman tentang simbol ini terjadi saat kita sudah mampu memahami konsep-konsep trigonometri dengan baik, sebagaimana yang diungkapkan Hudojo bahwa “*Simbolisasi itu barulah berarti bila suatu simbol itu dilandasi suatu ide*”.

⁷ Herman Hudojo, *Mengajar Belajar...*, hlm.3

⁸ Herman Hudojo, *Mengajar Belajar...*, hlm.3

2. Karakteristik Matematika

Ilmu matematika itu berbeda dengan disiplin ilmu yang lain. Matematika memiliki bahasa sendiri, yakni bahasa yang terdiri atas simbol-simbol dan angka.⁹ Bahasa ini nantinya akan mempermudah kita dalam mempelajari matematika di tengah definisi dan kajian matematika yang beragam. Bahasa tersebut dapat kita pelajari melalui beberapa karakteristik matematika sebagai berikut:

a. Memiliki objek abstrak

Dalam matematika objek dasar yang dipelajari adalah abstrak, sering juga disebut objek mental.¹⁰ Objek-objek itu merupakan objek pikiran. Objek dasar itu meliputi (1) Fakta, (2) Konsep, (3) Operasi atau relasi, dan (4) Prinsip.

Berikut ini akan dibahas secara terperinci empat kelompok tersebut.

1. Fakta

Fakta adalah konvensi atau kesepakatan dalam matematika yang diungkapkan dalam simbol tertentu.¹¹ Misalnya, “2” adalah lambang untuk menyatakan bilangan dua, besar sudut satu putaran adalah 360° , dan nama “segitiga” yang dilambangkan dengan “ \triangle ”. Siswa dikatakan telah belajar fakta apabila dapat menuliskan fakta dengan benar dan dapat menggunakan dengan tepat dalam situasi yang berbeda.

2. Konsep

⁹ Moch. Masykur, *Mathematical Intelligence*. (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2007), hlm. 44

¹⁰ R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika Di Indonesia*, (Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional, 2000), hlm.13

¹¹ Dr. Zainal Arifin, *Membangun Kompetensi Pedagogis Guru Matematika Landasan Filosofi, Histori, dan Psikologis*, (Surabaya: Lentera Cendikia, 2009), hlm.22

Konsep adalah ide abstrak yang dapat digunakan untuk menggolongkan atau mengklasifikasikan sekumpulan objek.¹² Dalam matematika sering disajikan pengertian suatu objek matematika seperti segitiga, bilangan, persegi, kubus, dan lain-lain. Objek-objek tersebut dalam pembelajaran matematika, umumnya disampaikan terlebih dahulu dibandingkan dengan objek-objek lainnya. Apabila siswa benar-benar telah memahami pengertian objek tersebut, maka ia akan mampu membedakan antara objek-obyek mana yang bukan contoh dari yang dimaksudkan. Siswa yang telah memahami pengertian dari segitiga, maka ia akan mampu membedakan antara objek-objek mana yang disebut segitiga dan objek mana yang bukan segitiga. Demikian pula akan berlaku untuk objek bilangan, persegi, kubus, dan lain-lain.

Dalam matematika terdapat konsep yang amat penting yaitu fungsi, variabel, dan konstanta serta konsep lainnya yang lebih kompleks. Dikatakan lebih kompleks karena terdiri atas banyak konsep sederhana. Konsep matematika yang sifatnya lebih kompleks itu misalnya trigonometri, matriks, vektor, dan limit. Konsep berhubungan erat dengan definisi. Definisi adalah ungkapan yang membatasi suatu konsep.¹³ Misalnya, dalam pembelajaran trigonometri kelas X terdapat beberapa definisi perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku seperti *sinus* suatu sudut, *cosinus* suatu sudut, *tangen* suatu sudut, dan lainnya. *Sinus suatu sudut* didefinisikan sebagai perbandingan panjang sisi di depan sudut dengan sisi miring. *Cosinus suatu sudut* didefinisikan sebagai perbandingan

¹² R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika Di Indonesia*, (Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional, 2000), hlm.14

¹³ R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika Di Indonesia*, (Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional, 2000), hlm.14

panjang sisi di samping sudut dengan sisi miring. *Tangen suatu sudut* didefinisikan sebagai perbandingan panjang sisi di depan sudut dan sisi di samping sudut.¹⁴ Jadi dapat disimpulkan bahwa, siswa dikatakan telah belajar suatu konsep jika ia dapat membedakan contoh dan bukan contoh.

3. Operasi atau relasi

Operasi adalah aturan untuk memperoleh elemen tunggal dari satu atau lebih elemen yang diketahui.¹⁵ Operasi meliputi aktifitas pengerjaan hitung, pengerjaan aljabar, dan pengerjaan matematika yang lain. Contohnya, operasi penjumlahan, perkalian, gabungan, dan irisan. Operasi dibedakan menjadi dua yaitu operasi biner dan operasi uner. Siswa dikatakan terampil apabila ia dapat memecahkan beragam masalah yang berbeda dengan menerapkan operasi dalam berbagai situasi.

4. Prinsip

Prinsip adalah objek matematika yang kompleks. Komplek yang dimaksudkan disini adalah suatu pernyataan yang menyatakan hubungan antar konsep-konsep dan pernyataan itu telah dibuktikan kebenarannya. Prinsip dapat terdiri atas beberapa fakta, beberapa konsep yang dikaitkan oleh suatu relasi ataupun operasi.¹⁶ Prinsip berupa aksioma, teorema, lemma, dan sifat. Misalnya, salah satu sifat perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku adalah $\sin \alpha =$

$$\frac{1}{\csc \alpha} \text{ atau } \csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}. \text{ Artinya nilai } \sin \alpha \text{ ekuivalen dengan nilai } \frac{1}{\csc \alpha} \text{ sedangkan}$$

¹⁴ Kementerian Pendidikan Dan Kebudayaan, *Matematika Kelas X*, (Jakarta:Politeknik Negeri Media Kreatif, 2013), hlm. 257

¹⁵ R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika Di Indonesia*, (Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional, 2000), hlm.15

¹⁶ R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika Di Indonesia*, (Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional, 2000), hlm.15

nilai $\csc \alpha$ ekuivalen dengan nilai $\frac{1}{\sin \alpha}$. Jadi dapat disimpulkan bahwa sifat tersebut merupakan sifat kebalikan dari *sinus* suatu sudut dan *cosecant* suatu sudut.

b. Bertumpu pada kesepakatan

Kesepakatan adalah tumpuan yang amat penting dalam matematika. Kesepakatan yang mendasar adalah aksioma.¹⁷ Aksioma juga disebut sebagai postulat atau pernyataan pangkal (yang sering dinyatakan tidak perlu dibuktikan kebenarannya). Selanjutnya, aksioma dapat menurunkan berbagai teorema. Teorema adalah pernyataan yang perlu dibuktikan kebenarannya.

c. Berpola pikir deduktif

Pola pikir deduktif secara sederhana dapat dikatakan pemikiran yang berpangkal dari hal yang bersifat umum diterapkan atau diarahkan kepada hal yang bersifat khusus.¹⁸ Setiap ilmu pengetahuan memiliki metode atau cara mengembangkan objek-objek kajiannya. Ilmu matematika dikembangkan melalui kajian mendalam terhadap objek-objek matematika yang sudah ada dengan merumuskan dugaan sementara dan membuktikan kebenarannya berdasarkan objek-objek kajian matematika sebelumnya. Pengembangan ilmu matematika ditandai oleh temuan-temuan ilmuwan matematika berupa definisi atau teorema dan sejenisnya. Temuan definisi didasarkan pada definisi sebelumnya. Sedangkan teorema didasarkan pada definisi atau teorema sebelumnya. Oleh karena itu, matematika memiliki pola pikir deduktif. Misalnya, untuk membuktikan identitas

¹⁷ *Ibid...*, hlm 15

¹⁸ *Ibid...*, hlm 16

trigonometri $3 \cos^2 \alpha = 3 - 3 \sin^2 \alpha$ kita bisa menggunakan definisi yang sudah ada sebelumnya.

Penyelesaian:

$$3 \cos^2 \alpha = 3 (1 - \sin^2 \alpha)$$

$$3 \cos^2 \alpha = 3 - 3 \sin^2 \alpha \dots\dots\dots(\text{Terbukti})$$

d. Memiliki simbol yang kosong dari arti

Dalam matematika jelas terlihat banyak sekali simbol yang digunakan, baik berupa huruf atau bukan huruf. Rangkaian simbol-simbol dalam matematika dapat membentuk suatu model matematika. Model matematika dapat berupa persamaan, pertidaksamaan, bangun geometrik tertentu dsb.

e. Memperhatikan semesta pembicaraan

Semesta pembicaraan adalah lingkup pembicaraan matematika.¹⁹ Benar atau salah dan ada atau tidaknya penyelesaian suatu model matematika sangat ditentukan oleh semesta pembicaraannya.

f. Konsisten dalam sistemnya

Dalam matematika terdapat banyak sistem. Ada beberapa sistem yang saling terkait satu sama lain, tetapi juga ada sistem yang dapat dipandang terlepas satu sama lain. Suatu teorema ataupun suatu definisi harus menggunakan istilah atau konsep yang telah ditetapkan terlebih dahulu. Konsistensi itu baik dalam makna maupun dalam hal nilai kebenarannya. Misalnya, jika telah disepakati bahwa $a + b = x$ dan $x + y = p$, maka $a + b + y$ haruslah sama dengan p .

¹⁹ R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika Di Indonesia*, (Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional, 2000), hlm.18

B. Belajar Matematika

Belajar merupakan suatu proses dimana seseorang berubah perilakunya sebagai akibat pengalaman.²⁰ Dari pendapat tersebut belajar adalah memperkuat perilaku melalui pengalaman, sehingga diperlukan latihan dan pemahaman konsep yang mendalam terutama dalam belajar matematika. Oleh karena itu, pengalaman belajar matematika yang lalu akan mempengaruhi terjadinya proses belajar materi matematika yang baru. Di dalam proses belajar matematika, terjadi proses berfikir.²¹

Berfikir merupakan suatu kegiatan mental yang dialami seseorang bila mereka dihadapkan pada suatu masalah atau situasi yang harus dipecahkan.²² Seseorang dikatakan berfikir matematika apabila terjadi kegiatan mental yang menggunakan kemampuan abstraksi dan generalisasi.²³ Matematika adalah ilmu yang membahas tentang pola atau keteraturan sehingga membutuhkan proses berfikir yang tinggi. Sebagaimana yang diungkapkan Hudojo, abstraksi adalah proses merumuskan suatu himpunan langsung dari unsur-unsur. Sedangkan, generalisasi adalah proses memperluas suatu himpunan.

Pembelajaran adalah suatu proses atau serangkaian kegiatan jiwa-raga untuk memperoleh suatu perubahan tingkah laku sebagai hasil dari pengalaman individu dalam interaksi dengan lingkungannya yang menyangkut unsur cipta, rasa, dan karsa ranah kognitif, afektif, dan psikomotorik. Pembelajaran di kelas sangatlah

²⁰ Ratna Wilis Dahar, *Teori-Teori Belajar dan Pembelajaran*. (Bandung: Erlangga, 2011), hlm. 2

²¹ Herman Hudojo, *Mengajar Belajar...*, hlm.4

²² Tatag Yuli Eko Siswono, *Model Pembelajaran Matematika Berbasis pengajaran dan Pemecahan Masalah Untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif*, (Surabaya: Unesa University Press, 2008), hlm.12

²³ Herman Hudojo, *Mengajar Belajar...*, hlm.76

banyak masalah-masalah yang ditemukan seorang guru maupun siswa kadang buntu untuk memahami cara-cara mengatasinya sehingga perlu adanya suatu strategi yang akurat dalam pemecahannya.²⁴ Pembelajaran matematika merupakan suatu cara merencanakan, mengkonsep, dan mengaplikasikan materi-materi matematika dalam kehidupan sehari-hari dengan menentukan objek pembelajaran.²⁵ Dalam proses pembelajaran matematika memerlukan suatu strategi tertentu sehingga dapat ditemukan solusi permasalahan pembelajaran untuk mencapai pemahaman siswa yang optimal.

Strategi pembelajaran adalah rencana dan cara-cara membawakan pengajaran agar segala prinsip dasar dapat terlaksana dan segala tujuan pengajaran dapat dicapai secara efektif.²⁶ Strategi pembelajaran yang dilaksanakan selama ini masih bersifat massal, yang memberikan perlakuan yang sama kepada semua peserta didik. Padahal mereka berbeda tingkat kecakapan, kecerdasan, minat, bakat, dan kreativitasnya. Sehingga, kurang menunjang usaha mengoptimalkan pengembangan potensi peserta didik. Agar pelayanan pendidikan yang selama ini diberikan kepada peserta didik mencapai sasaran yang optimal, maka pembelajaran harus diselaraskan dengan potensi peserta didik seperti gaya belajar siswa.

²⁴ Syahrir, *Metodologi Pembelajaran Matematika*. (Yogyakarta: Naufan Pustaka, 2010), hlm.6

²⁵ Syahrir, *Metodologi Pembelajaran Matematika*. (Yogyakarta: Naufan Pustaka, 2010), hlm.8

²⁶ W Gulo, *Strategi Belajar Mengajar*. (Jakarta: PT Gramedia Widiasarana Indonesia, 2002), hlm.3

Dalam belajar matematika kita harus mengetahui objek kajian matematika. Karena, objek kajian yang dipelajari dalam matematika adalah salah satu karakteristik matematika untuk mempermudah kita mempelajari matematika.

C. Pemahaman

Pemahaman diartikan sebagai cara atau perbuatan memahami atau memahamkan.²⁷ Pemahaman (*Understanding*), yaitu kedalaman kognitif, dan afektif yang dimiliki oleh individu.²⁸ Sedangkan menurut Ali, pemahaman adalah kemampuan memahami arti suatu bahan pelajaran seperti menafsirkan, menjelaskan, meringkas atau merangkum suatu pengertian, kemampuan seperti ini lebih tinggi daripada pengetahuan.²⁹

Ngalim Purwanto membedakan pemahaman menjadi menjadi tiga tingkatan, yaitu:³⁰

a. Komprehensi terjemahan

Menjelaskan arti dan mampu menjelaskan fungsinya.

b. Komprehensi penafsiran

Dapat menghubungkan bagian-bagian terdahulu dengan yang diketahui berikutnya, dapat menghubungkan beberapa bagian dari grafik dengan kejadian, atau dapat membedakan yang pokok dari yang bukan pokok.

²⁷ Meity Taqdir Qodratillah dkk, *Kamus Bahasa Indonesia Untuk Pelajar*, (Jakarta: Badan Pengembangan dan Pembinaan Bahasa, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2011), hlm.385

²⁸ E, Mulyasa. *Kurikulum Berbasis Kompetensi*. (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2010), hlm. 39

²⁹ Muhammad Ali, *Guru Dalam Proses Belajar Mengajar*. (Bandung: Sinar Baru Algesindo Offset, 2007), hlm. 42-43

³⁰ M. Ngalim Purwanto, *Prinsip-Prinsip Dan Teknik Evaluasi Pengajaran*. (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2006), hlm. 44

c. Komprehensi ekstrapolasi

Mampu melihat atau dapat memperluas persepsinya dalam arti waktu, dimensi, kasus, atau masalahnya.³¹

Keberhasilan pencapaian pemahaman akan berpengaruh terhadap hubungan interaksi seorang pendidik dengan siswanya. Interaksi atau hubungan yang baik ini akan semakin memperlancar proses belajar dan mengajar di kelas. Agar individu, dalam hal terutama para pendidik dapat berinteraksi dengan baik dengan individu lain, terutama dengan para terdidik dan siswanya, maka diperlukan suatu pemahaman. Pemahaman tentang dirinya sendiri dan juga pemahaman tentang orang lain. Tanpa pemahaman yang mendalam dan meluas tentang diri sendiri dan orang lain ini tidak mungkin individu, terutama pendidik dapat berinteraksi dengan orang lain (siswa) dengan baik.³²

Setiap peserta didik memiliki potensi yang berbeda-beda. Sebagai pendidik kita harus menggali potensi itu dengan menjalin interaksi selama proses belajar mengajar dengan baik, serta menumbuhkan suasana belajar mengajar yang dapat mengaktifkan siswa (*student active learning*). Suasana tersebut dapat meningkatkan keberanian siswa untuk menyampaikan ide atau pendapatnya. Sehingga pendidik dapat dengan mudah mengetahui seberapa jauh tingkat pemahaman siswa terhadap materi yang disampaikan.

Peserta didik akan lebih mudah membangun pemahaman apabila dapat mengkomunikasikan gagasan dengan peserta didik lain dan guru. Dengan kata lain, peserta didik membangun pemahaman melalui interaksi dengan lingkungan

³¹ *Ibid.*, hlm.44

³² Nana Syaodih Sukmadinata, *Landasan Psikologi Proses Pendidikan*, (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2011), hlm.214

sosialnya (teman dan guru). Interaksi memungkinkan terjadinya perbaikan terhadap pemahaman peserta didik melalui diskusi, saling bertanya, dan saling menjelaskan. Interaksi dapat ditingkatkan dengan belajar kelompok. Penyampaian gagasan oleh peserta didik dapat mempertajam, memperdalam, memantapkan atau menyempurnakan gagasan itu karena memperoleh tanggapan dari peserta didik lain atau guru.³³

Selanjutnya Dubinsky menyatakan bahwa pemahaman tentang konsep matematika merupakan hasil konstruksi atau rekonstruksi dari objek-objek matematika yang dilakukan melalui aktifitas aksi, proses, dan objek yang dikoordinasi dalam suatu skema.³⁴

Menurut piaget, skema merupakan pola tingkah laku yang dapat diulang.³⁵ Bartlett menyatakan bahwa skema merupakan penuntun dalam melakukan pengorganisasian informasi atau pengetahuan yang masuk ke dalam sistem memori pada suatu kumpulan pengetahuan.³⁶ Sedangkan, Chaplin mengemukakan beberapa definisi tentang skema dalam *Dictionary of Psychology*, yaitu:³⁷

1. skema sebagai suatu peta kognitif yang terdiri atas sejumlah ide yang tersusun rapi,
2. skema sebagai kerangka referensi untuk merekam berbagai peristiwa atau data,

³³ Siti Hartinah, *Pengembangan Peserta Didik*, (Bandung: Refika aditama, 2011), hlm.2

³⁴ Ed. Dubinsky, *Using A Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research*, hlm.11.

³⁵ Djaali, *Psikologi Pendidikan*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2011), hlm.76

³⁶ Davis, G.E., Tall. What is A Schema?, (online). (<http://www.crme.soton.ac.uk/publications/gdpops/schemes.htm>), diakses 22 januari 2015 Pukul 10.20, hlm. 1

³⁷ Lilis Siti Sulistyaningsih, *Teori Skema*, (online), [http://file.upi.edu/Direktori/FPBS/JUR. PEND. BHS. DAN SASTRA INDONESIA/196012161986032 LILIS ST. SULISTYANINGSIH/TEORI SKEMA.pdf](http://file.upi.edu/Direktori/FPBS/JUR._PEND._BHS._DAN_SASTRA_INDONESIA/196012161986032_LILIS_ST._SULISTYANINGSIH/TEORI_SKEMA.pdf), diakses 22 januari 2015 Pukul 10.20, hlm. 1

3. skema sebagai suatu model,
4. skema sebagai suatu kerangka referensi yang terdiri atas respon-respon yang pernah diberikan, kemudian menjadi standar bagi respon-respon selanjutnya.

Jadi dapat disimpulkan bahwa skema (*scheme*) merupakan struktur kognitif siswa sebagai hasil pengalaman belajarnya yang digunakan untuk mengidentifikasi pengetahuan yang ia peroleh dari lingkungan. Menurut Piaget, Perkembangan struktur kognitif juga dipengaruhi oleh dua aspek dari intelegensi lainnya yaitu, konten dan fungsi.³⁸ Konten mengacu kepada pola tingkah laku khusus dari anak sebagai respon terhadap bermacam-macam masalah atau situasi yang dihadapi. Adapun fungsi mengacu kepada cara bagaimana suatu organisme membuat berkembangnya mental. Fungsi terdiri atas dua macam fungsi invarian yaitu organisasi dan adaptasi.³⁹

Organisasi melukiskan kemampuan organisme mengorganisasikan proses-proses fisik atau psikologi ke dalam sistem yang berkaitan. Sedangkan adaptasi adalah kemampuan seseorang dalam menyesuaikan diri dengan lingkungannya melalui dua proses yaitu, asimilasi dan akomodasi.⁴⁰

Asimilasi adalah proses menambahkan informasi baru ke dalam skema yang sudah ada.⁴¹ Akomodasi adalah bentuk penyesuaian lain yang melibatkan

³⁸ Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*, (Malang: JICA, 2001), hlm. 66

³⁹ Djaali, *Psikologi Pendidikan*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2011), hlm.76

⁴⁰ Syahrir, *Metodologi Pembelajaran Matematika*. (Yogyakarta: Naufan Pustaka, 2010), hlm.12

⁴¹ Wowo Sunaryo Kuswana, *Taksonomi Berfikir*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2011), hlm. 159

pengubahan atau penggantian skema akibat adanya informasi baru yang tidak sesuai dengan skema yang sudah ada.

Melalui kedua proses penyesuaian tersebut, sistem kognisi seseorang berubah dan berkembang sehingga bisa meningkat dari satu tahap ketahap yang lebih tinggi. Proses penyesuaian tersebut dilakukan seseorang karena ia ingin mencapai keadaan ekuilibrium, yaitu keadaan yang seimbang antara struktur kognisi dengan pengalaman dari lingkungan.⁴² Jadi untuk mencapai pemahaman suatu pengetahuan matematika siswa akan melakukan asimilasi pengetahuannya ke dalam skema yang sudah ada dan melakukan akomodasi untuk mengubah atau mengganti skema yang sudah ada karena memperoleh pengetahuan baru.

Berdasarkan kajian teori diatas, maka pemahaman yang dimaksud dalam penelitian ini adalah kemampuan siswa untuk mengkonstruksi atau merekonstruksi kembali aksi, proses, dan objek matematika serta mengorganisasikannya dalam sebuah skema yang digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan tentang konsep fungsi trigonometri. Untuk mengetahui tingkat pemahaman siswa pada penelitian ini digunakan instrumen berupa tes esay dan wawancara. Tes esay dan wawancara digunakan karena bersifat terbuka sehingga lebih dapat mengukur sejauh mana kemampuan pemahaman siswa.

D. Teori APOS dan TRIAD Perkembangan Skema

Teori APOS adalah teori belajar yang lahir dari hipotesis bahwa pengetahuan matematika seseorang adalah kecenderungan untuk memahami

⁴² Syahrir, *Metodologi Pembelajaran Matematika*. (Yogyakarta: Naufan Pustaka, 2010), hlm.12

situasi masalah matematik dengan mengkonstruksi mental aksi, proses, objek dan mengorganisasikan ketiganya dalam skema untuk membuat pengertian dari situasi tersebut dan menyelesaikan masalah matematik.⁴³ Teori belajar ini muncul di kalangan *Research in Undergraduate Mathenatic Education Community* (RUMEC).

Jean piaget merupakan seorang filsuf, ilmuan, dan psikolog pada abad ke-20 yang memperkenalkan “Teori Perkembangan Kognitif”. Teori ini membahas tentang proses individu beradaptasi dengan lingkungannya. Proses adaptasi ini sangat dipengaruhi oleh struktur kognitif atau skema individu tersebut.⁴⁴ Berdasarkan gagasan Piaget tersebut, Dubinsky mengadaptasi menjadi suatu teori perkembangan skema individu yang dikenal sebagai Teori APOS.

Teori APOS yang dikembangkan oleh Dubinsky tersebut merupakan hasil elaborasi dari abstraksi reflektif yang diperkenalkan oleh Piaget dalam menjelaskan perkembangan berpikir logis pada anak-anak.⁴⁵ Dubinsky memperluas ide ini untuk menjelaskan perkembangan berpikir matematika tingkat tinggi pada mahasiswa. Teori APOS mengasumsikan bahwa pengetahuan matematika yang dimiliki oleh seseorang merupakan hasil interaksi dengan orang lain dan hasil konstruksi-konstruksi mental orang tersebut dalam memahami ide-ide matematika. Konstruksi-konstruksi mental tersebut adalah aksi (*action*), proses (*process*), objek (*object*), dan skema (*schema*) yang disingkat dengan APOS. Sering sejumlah konstruksi merupakan rekonstruksi dari sesuatu yang sudah ada, tetapi rekonstruksinya tidak persis sama seperti yang sudah ada

⁴³ Ed. Dubinsky & McDonal, M.A., *APOS: A Constructivist Theory Of Learning...*, hlm.2

⁴⁴ Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika...*, hlm.66

⁴⁵ Ed. Dubinsky & McDonal, M.A., *APOS: A Constructivist Theory Of Learning...*, hlm.2

sebelumnya. Istilah konstruksi dan rekonstruksi yang dimaksudkan di sini mirip dengan istilah akomodasi dan asimilasi dari Piaget.

Teori APOS sangat baik digunakan untuk memahami pembelajaran mahasiswa dalam berbagai topik matematika di perguruan tinggi, seperti kalkulus, aljabar abstrak, statistik, matematika diskrit dan sebagainya. Selain itu, Teori APOS dapat digunakan untuk mengetahui tingkat konstruksi mental siswa. Kita bisa membandingkan sejauh mana tingkah pemahaman konsep matematika siswa satu dengan yang lainnya.⁴⁶

APOS adalah bentuk akronim dari *action*, *process*, *object*, dan *schema*. Teori APOS adalah suatu teori konstruktivis tentang bagaimana kemungkinan berlangsungnya pembelajaran suatu konsep matematika yang dapat digunakan sebagai suatu elaborasi tentang konstruksi mental dari aksi (*action*), proses (*process*), objek (*object*), dan skema (*schema*).

Dubinsky menyatakan bahwa konstruksi yang terjadi melibatkan tiga hal utama yaitu aksi, proses dan objek.⁴⁷ Apabila proses-proses dikonstruksi untuk ditransformasikan oleh suatu aksi maka proses tersebut menjadi suatu objek. Konstruksi yang mengaitkan aksi, proses, dan objek untuk menjadi objek yang lebih tinggi maka konstruksi tersebut akan menjadi suatu skema baru.

Aksi (*Action*) adalah transformasi dari objek-objek yang dipahami individu sebagai bagian esensial eksternal dan sebagai kebutuhan, secara eksplisit atau

⁴⁶ Syaiful dkk, *Student Comprehension About line and Row from APOS Theory Point Of View*, (International Journal Of Contemporary Applied Sciences Vol. 1 No. 4 Desember, 2004), ISSN: 2308-1365, hlm.24

⁴⁷ Rina Zazkis and Stephen C'ampbell, *Divisibility And Multiplicative Structure Of Natural Numbers: Preservice Teachers' Understanding*, (Journal For Research in Mathematics Education, 27(540-563))

dari memori, instruksi-instruksi tahap demi tahap tentang bagaimana melakukan operasi.⁴⁸ Pada tahap aksi terjadi pengulangan fisik atau manipulasi mental dengan mentransformasikan objek matematika melalui beberapa cara atau aktifitas yang mendasarkan pada beberapa algoritma secara eksplisit.

Transformasi dalam hal ini merupakan suatu reaksi eksternal yang diberikan secara rinci pada tahap-tahap yang harus dilakukan, jadi kinerja pada tahap aksi berupa aktifitas prosedural. Sebagai contoh, seorang anak ingin menentukan range fungsi dari sebuah fungsi trigonometri. Diberikan kepadanya fungsi $f(x) = \sin x$. Maka aksi dilakukan siswa jika hanya melakukan penghitungan fungsi dengan memasukan nilai-nilai domain.

Apabila aksi dilakukan secara berulang dan dilakukan refleksi atas aksi itu, maka aksi-aksi tersebut telah diinteriorisasikan menjadi suatu proses. Interiorisasi dari suatu aksi merupakan perubahan aktifitas prosedural menuju konstruksi mental pada proses internal yang relatif untuk sederetan aksi pada objek kognitif yang dapat dilakukan atau dibayangkan untuk dilakukan dalam pikiran tanpa mengerjakan semua tahapan-tahapan pekerjaan. Sebagai contoh, siswa diberikan soal-soal tentang fungsi trigonometri. Siswa tersebut dikatakan telah melakukan proses jika dapat menentukan dengan tepat nilai maksimum dan minimum, amplitude serta periode fungsi tersebut, walaupun masih dengan proses menghitung namun belum menggunakan sifat kuadran.

Proses-proses baru dapat juga dikonstruksi (dibentuk) dengan cara mengkoordinasi proses-proses yang sudah ada. Bila hal tersebut menjadi suatu

⁴⁸ Dubinsky, Ed, *Constructivis...*, hlm.2

proses sendiri untuk ditransformasikan oleh suatu aksi, maka dikatakan proses itu telah dienkapsulasikan menjadi suatu objek.⁴⁹ Jadi, enkapsulasi (*encapsulation*) merupakan suatu transformasi mental dari suatu proses pada suatu objek kognitif, dengan indikasinya seorang individu melakukan refleksi pada penerapan operasi untuk proses tertentu, menjadi sadar terhadap proses secara totalitas bahwa ternyata transformasi (apakah aksi atau proses) dapat dilakukan dan dikonstruksi secara nyata sebagai transformasi.⁵⁰ Misalnya, jika siswa dapat mensketsa grafik fungsi trigonometri berdasarkan informasi-informasi pada tahap aksi dan proses maka siswa tersebut berfikir tentang fungsi trigonometri sebagai objek.

Konstruksi yang mengaitkan aksi, proses, objek yang terpisah untuk objek tertentu sehingga menghasilkan suatu skema tertentu disebut tematisasi.⁵¹ Jadi skema (*Schema*) adalah kumpulan aksi, proses, objek dan mungkin skema lain yang dihubungkan dengan beberapa prinsip umum untuk membentuk kerangka berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan konsep yang dipelajarinya. Baker menyatakan bahwa skema yang baik adalah kumpulan koheren dari skema, aksi, proses, objek, dan konstruksi skema sebelumnya yang dikoordinasi dan disintesis oleh seseorang untuk membentuk susunan yang dipakai dalam situasi masalah.⁵² Contohnya, siswa mampu menggambar grafik fungsi trigonometri dengan mengintegrasikan domain dan range fungsi, nilai maksimum dan minimum, amplitude, periode, serta pengetahuan tentang konsep

⁴⁹ Dubinsky, Ed. *Using A Theory of...*, hlm.12

⁵⁰ Maryono, *Eksplorasi Pemahaman Mahasiswa Mengenai Konsep Keterbagian Bilangan Bulat.*, Tesis Tidak Diterbitkan, (Malang: PPS Universitas Negeri Malang, 2008), hlm.18

⁵¹ Ed Dubinsky, *Using A Theory...*, hlm.12

⁵² Baker dkk, *Thematization Of The Calculus Graphing Schema*, (online), (<http://www.crme.soton.ac.uk/publications/gdposts/schemes.htm>), diakses 26 Januari Pukul 17.58

grafik fungsi yang telah mereka dapat sebelumnya. Kejadian-kejadian kognitif menginteriorisasikan suatu aksi menuju suatu proses, mengenkapsulasikan suatu proses ke dalam suatu objek, dan mentematisasikan suatu objek ke dalam skema dalam kerangka teori ini disebut ekuilibrisasi.

Siswa yang mencapai keadaan ekuilibrium telah berhasil menyeimbangkan antara struktur kognisi dengan pengalaman yang diperolehnya dari interaksi dengan lingkungan. Menurut Piaget, dengan berinteraksi, seseorang akan memperoleh skema.⁵³

Selanjutnya, Zazkis dan Campbell mengungkapkan bahwa kejadian-kejadian kognitif tersebut dapat dijelaskan dengan baik dalam kerangka teori APO (*Action, Process, Object*). Perbedaan antara aksi dengan proses ditunjukkan oleh kegiatan prosedural dan pemahaman prosedural. Sedangkan perbedaan antara proses dan objek ditunjukkan oleh suatu pemahaman prosedural dan pemahaman konseptual.⁵⁴

Keempat tahap tersebut tersusun secara hierarkis, artinya siswa harus melewati tahap tertentu untuk naik ke tahap selanjutnya. Hal ini disebabkan setiap pembahasan satu komponen saling berkaitan dengan komponen lainnya secara berurutan. Namun pada kenyataannya, ketika seseorang mengembangkan pemahamannya terhadap suatu konsep matematika, tidaklah selamanya dilakukan secara linear. Misalnya, ketika seseorang dihadapkan pada suatu soal fungsi trigonometri, kemungkinan siswa tidak mulai dari tahap aksi tetapi mulai dari tahap objek kemudian baru tahap lainnya. Jadi tidak menutup kemungkinan

⁵³ Wowo Sunaryo Kuswana, *Taksonomi Berfikir*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2011), hlm. 159

⁵⁴ Lasmi Nurdin, *Analisa Pemahaman Siswa SMA Laboratorium...*, hlm.14

bahwa, jika siswa sudah berada dalam tahap objek atau bahkan skema, maka siswa tersebut mungkin tidak perlu melewati tahap proses. Ini dikarenakan proses-proses transformasi telah terinteriorisasi sempurna ke dalam pikiran siswa.

Seseorang siswa dapat menunjukkan koherensi skema dengan mempertajam apa yang termuat dalam skema dan apa yang tidak. Misalnya siswa memikirkan suatu dan merubahnya menjadi suatu objek untuk menampilkan aksi-aksi baru. Melalui transformasi ini skema itu sendiri bisa menjadi objek. Objek bisa dirubah melalui aksi tingkat lebih tinggi, yang mengarah pada proses objek, skema baru untuk menyusun konsep-konsep baru. Karena itu perkembangan aksi, proses, dan objek terus direkonstruksi dalam skema yang ada.

Dubinsky dan Baker masing-masing mengembangkan Teori Aksi, Proses, Objek (APO) dan Teori Aksi, Proses, Objek, dan Skema (APOS) sebagai adaptasi terhadap beberapa pendapat Piaget tentang pertumbuhan pengetahuan seseorang. Piaget dan Garcia menyatakan bahwa pengetahuan tumbuh mengikuti mekanisme tertentu yang berkembang dalam tiga tahap (*triad*) yang terjadi dalam suatu susunan tetap. Sifat dari masing-masing *triad* adalah fungsional (bukan struktural).⁵⁵

Tahap pertama dari *triad* adalah *intra*. Pada tahap ini, siswa memusatkan perhatian pada suatu aksi atau operasi yang bisa diulang, tetapi kurang mampu menghubungkan aksi dengan dengan suatu sistem keadaan yang membuatnya bisa memperluas aplikasinya. Pada tahap ini, siswa mengenal objek bukan suatu hal yang penting, dan bentuknya mirip dengan bentuk generalisasi sederhana. Tahap

⁵⁵ Dr Emre TOKGOZ, *Numerical Method/Analysis Students Conceptual Derivative Knowledge*, (International Journal on New Trends in Education and Their Implications October 2012), Volume 3 Issue 4 Article:11 ISSN:1309-6249

kedua dari *triad* adalah *inter*. Pada tahap ini, siswa menyadari tentang hubungan yang terjadi pada suatu objek dan dapat menyimpulkan berdasarkan suatu operasi awal dengan beberapa pemahaman, dan operasi lain sebagai akibatnya, atau hanya dapat mengkoordinasikan dengan operasi-operasi yang sama. Proses ini membuat siswa dapat mengelompokkan suatu sistem dengan memakai metode yang memerlukan transformasi baru.

Tahap ketiga dari *triad* adalah *trans*. Pada tahap ini, siswa dapat menyusun suatu kesadaran untuk menyempurnakan suatu skema dan mampu mencapai sifat-sifat global baru yang tidak bisa diakses pada tahap lainnya. Pada tahap ini, siswa mempunyai kemampuan mengkonstruksi seluruh struktur yang ditemukan (aksi, proses, objek, dan skema lainnya) saling terkait dan membentuk suatu skema yang koheren.

Selanjutnya, Piaget dan Garcia menghipotesiskan juga bahwa tahap-tahap dari *triad*, dapat ditemukan apabila seseorang menganalisa suatu perkembangan skema. Tingkat perkembangan skema dapat ditentukan melalui analisis dekomposisi genetik berdasarkan Teori APOS. Menurut Dubinsky, Teori APOS dapat digunakan untuk mendeskripsikan perkembangan skema seseorang pada suatu topik matematika sebagai totalitas dari pengetahuan yang terkait (secara sadar atau tak sadar) untuk topik tersebut.⁵⁶

Sehingga dapat dikatakan bahwa, perkembangan skema seseorang terhadap suatu topik matematika dapat ditentukan dengan berdasarkan Teori APOS. Selanjutnya, perkembangan skema ini dianalisis untuk mengetahui tahap-tahap

⁵⁶ Ed Dubinsky, *Using A Theory...*, hlm.11

dari *triad* perkembangan skema seseorang. Menurut Dubinsky, perkembangan skema siswa pada tahap *intra* diindikasikan dengan adanya kemampuan untuk menginteriorisasikan suatu aksi menuju proses.⁵⁷ Misalnya, pada skema fungsi trigonometri, siswa dapat menafsirkan cara yang harus ditempuh dalam mencari nilai suatu range fungsi trigonometri sesuai dengan ciri-cirinya. Siswa dapat menentukan alternatif menjawab dengan cara substitusi langsung atau cara yang lainnya. Pada tahap *inter*, Dubinsky memandang bahwa perkembangan skema menunjukkan kemampuan siswa untuk mengenkapsulasikan suatu proses ke objek.

Pada tahap *inter*, siswa mampu menggambar sketsa grafik fungsi trigonometri dengan melihat fungsi trigonometri sebagai suatu objek.⁵⁸ Sedangkan pada tahap *trans*, Dubinsky memandang perkembangan skema siswa sebagai kemampuan siswa untuk mentematisasikan objek ke skema.

Pada setiap tahapan dari *triad*, siswa menyusun pengetahuan yang didapat selama tahap sebelumnya. Namun, karena sifat setiap tahap dari *triad* adalah fungsional (bukan struktural), berarti ketika siswa dihadapkan pada suatu permasalahan matematika skema siswa tidak harus berkembang dari tahap terendah. Jadi dalam proses belajar, siswa akan mengembangkan skema yang mungkin berbeda sehingga perkembangan masing-masing skema akan dapat dipetakan ke salah satu tahap dari *triad*.

⁵⁷ R Zaskis and S Campbell, *Divisibility Multiplicative Structure Of Natural Number Preservice Teacher's Understanding*, (Journal For Research In Mathematics Education, 1996), p.556

⁵⁸ *Ibid...*, p. 556

E. Analisis Dekomposisi Genetik untuk Perkembangan Konsep Fungsi Trigonometri

Teori APOS dapat digunakan secara langsung dalam menganalisis data oleh seorang peneliti.⁵⁹ Melalui analisa berdasarkan teori ini peneliti dapat membandingkan keberhasilan atau kegagalan subjek dalam mengerjakan suatu tugas matematika melalui konstruksi mental tertentu.

Menurut Dubinsky, pengetahuan matematika seseorang merupakan kecenderungan untuk merespon dan memahami situasi permasalahan tentang matematika dengan melakukan refleksi dalam konteks sosial dan merekonstruksi aksi, proses, dan objek matematika serta mengorganisasikannya dalam suatu skema.⁶⁰ Dalam belajar matematika, siswa akan dihadapkan dengan konsep-konsep matematika, oleh karena itu konstruksi mental aksi, proses, dan objek merupakan unsur mutlak yang harus diperhatikan oleh peneliti. Deskripsi yang dihasilkan dari analisis konsep dalam konstruk tersebut disebut dekomposisi genetik dari konsep.

Sedangkan Asiala et. al. menyatakan, analisis dekomposisi genetik adalah suatu analisis terhadap kumpulan terstruktur dari aktifitas mental aksi, proses, dan objek yang dilakukan seseorang untuk mendeskripsikan bagaimana konsep atau prinsip matematika dapat dikembangkan dalam pikiran seseorang. Jadi analisis dekomposisi genetik merupakan suatu analisis terhadap dekomposisi genetik dalam merespon suatu masalah matematika dengan berdasarkan pada kerangka kerja Teori APOS.

⁵⁹ *Ibid...*, p.556

⁶⁰ Ed Dubinsky, *Using A...*, hlm. 11

Berdasarkan kajian teoritis yang telah dikemukakan di atas, maka analisis dekomposisi genetik dalam penelitian ini diartikan sebagai analisis terhadap pemahaman siswa dalam merespon suatu masalah fungsi trigonometri dengan berdasarkan pada Teori APOS. Selanjutnya tahap-tahap *triad* dari Piaget dan Garcia digunakan dalam menganalisis tingkat pemahaman siswa tentang konsep fungsi trigonometri.

Berikut ini akan diberikan gambaran secara singkat aplikasi kerangka kerja Teori APOS dengan analisis dekomposisi genetik yang dipadukan dengan tahap-tahap *triad* dari Piaget dan Garcia pada konsep fungsi trigonometri.

1). Aksi

Aksi adalah aktifitas berupa pengulangan fisik atau manipulasi mental dengan mentransformasikan objek matematika melalui beberapa cara atau aktifitas yang mendasarkan pada beberapa algoritma secara eksplisit. Misalkan, diajukan suatu soal, “Pada interval $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$, tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan trigonometri berikut $3 \sin x + 1\frac{1}{2} = 0$ ”. Maka aksi yang dilakukan siswa terhadap soal tersebut adalah sebagai berikut: melakukan kegiatan menghitung nilai fungsi trigonometri misalnya $3 \sin 0^\circ = 0$ dan nilainya bukan $-1\frac{1}{2}$ maka 0° bukan himpunan penyelesaian dari persamaan fungsi trigonometri tersebut. Siswa melakukan kegiatan menghitung tersebut sampai menemukan sudut yang memiliki nilai *sinus* $-1\frac{1}{2}$ saat disubstitusikan ke dalam persamaan fungsi tersebut. Mereka hanya sekedar melakukan aktifitas prosedural tanpa memahami simbol $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. Jadi pada tahap aksi ini kegiatan siswa

hanya merupakan aktifitas prosedural dengan mencoba-coba nilai sudut yang memenuhi persamaan fungsi trigonometri.

2). Interiorisasi: dari Aksi ke Proses

Interiorisasi merupakan perubahan aktifitas prosedural menuju konstruksi mental pada proses internal yang relatif untuk sederetan aksi pada objek kognitif yang dapat dilakukan atau dibayangkan untuk dilakukan dalam pikiran tanpa mengerjakan semua tahapan-tahapan pekerjaan. Perubahan itu digunakan untuk membedakan suatu aksi ke proses, yaitu kegiatan menentukan nilai suatu fungsi trigonometri pada suatu titik tertentu yang diinteriorisasikan sebagai suatu proses dimana aksi itu akan dilaksanakan, tetapi tidak benar-benar dilaksanakan. Misalnya, dalam menginteriorisasikan pencarian himpunan penyelesaian dari persamaan fungsi trigonometri $3 \sin x + 1\frac{1}{2} = 0$ pada interval $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ tersebut siswa tidak perlu melakukan aksi, tetapi siswa terlebih dahulu mengecek hasil nilai fungsi trigonometri pada setiap kuadran dalam imajinasi, setelah itu mencari nilai fungsi trigonometri berdasarkan domain $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. Sehingga kegiatan yang mereka lakukan bukan aktivitas prosedural lagi, siswa pada tahap proses ini tidak hanya mencoba-coba sudut yang memenuhi persamaan fungsi trigonometrinya karena mereka sudah memahami bahwa sudut yang memenuhi persamaan fungsi tersebut diantara 0° sampai 360° . Tetapi mereka belum bisa menjelaskan berdasarkan definisi nilai perbandingan trigonometri pada setiap kuadran.

Apabila siswa sudah mampu menceritakan, menjelaskan dan memutuskan himpunan penyelesaian dari persamaan fungsi trigonometri ini dengan

memperhatikan domain fungsinya, dan mampu memilih dan menggunakan metode yang tepat untuk mencari nilai fungsinya maka tingkat pemahaman siswa tersebut berada pada tahap *intra*.

3). Enkapsulasi: dari Proses ke Objek

Jika suatu proses dapat ditransformasikan oleh suatu aksi, maka dikatakan proses itu telah dienkapsulasikan menjadi objek. Enkapsulasi proses tentang fungsi trigonometri ditunjukkan dengan kemampuan siswa berpikir untuk menentukan nilai suatu fungsi trigonometri dengan berdasarkan pada sifat-sifat perbandingan trigonometri pada setiap kuadran, dan dapat mendefinisikan fungsi trigonometri, serta dapat mengenali karakteristik masing-masing fungsi trigonometri sehingga mampu menetapkan metode penyelesaian yang tepat.

Misalkan, diajukan suatu soal, “Pada interval $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$, tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan trigonometri berikut $3 \sin x + 1\frac{1}{2} = 0$ ”. Siswa yang telah mengenkapsulasikan fungsi trigonometri sebagai objek dapat menjelaskan bahwa sudut yang memenuhi persamaan tersebut terletak di kuadran III dan IV. Dalam hal ini diperlukan kecakapan siswa dalam memahami definisi, teorema-teorema, sifat-sifat, dan karakteristik masing-masing bentuk fungsi trigonometri. Pada tahap ini mereka tak hanya mampu melakukan perhitungan-perhitungan dengan benar akan tetapi mereka juga harus mampu menjelaskan tiap langkah pengerjaannya dengan alasan yang berdasar.

Apabila siswa mampu menentukan nilai dari suatu fungsi trigonometri dengan cara memanfaatkan definisi, teorema, dan sifat yang ada pada fungsi

trigonometri serta mampu menggunakan metode penyelesaian yang tepat, maka tingkat pemahaman siswa berada pada tahap *inter*.

4). Skema

Tematisasi merupakan konstruksi yang mengkaitkan aksi, proses, dan objek yang terpisah untuk suatu objek tertentu sehingga menghasilkan suatu skema. Tematisasi limit fungsi trigonometri sebagai suatu skema melibatkan hubungan khusus antara konsep fungsi, aljabar, trigonometri, dan suku banyak. Seorang siswa dikatakan dapat mentematisasikan fungsi trigonometri sebagai suatu skema, jika dapat menentukan nilai suatu fungsi trigonometri dengan mengaitkannya dengan konsep fungsi, aljabar, trigonometri, ataupun konsep matematika yang lain.

Misalkan, diajukan suatu soal, “Pada interval $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$, tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan trigonometri berikut $3 \sin x + 1\frac{1}{2} = 0$ ”. Apabila dalam menyelesaikan soal tersebut siswa sudah mampu memandang dan menjelaskan bahwa ada beberapa konsep matematika lain dan juga terdapat beberapa teorema yang membangun hingga sampai pada hasil himpunan penyelesaian akhirnya. Apabila siswa dapat mengkaitkan hubungan antara konsep fungsi trigonometri dengan objek-objek yang lain (fungsi, aljabar, trigonometri dll) maka tingkat pemahaman siswa berada pada tahap *trans*.

F. Gaya Belajar

Setiap siswa memiliki karakteristik yang khas, yang tidak dimiliki oleh siswa lain. Oleh karena itu dapat dikatakan bahwa setiap siswa berbeda satu dengan yang lain. Begitu pula kemampuan siswa untuk memahami dan menyerap

pelajaran sudah pasti berbeda tingkatannya.⁶¹ Cara termudah bagi siswa untuk belajar dan bagaimana mereka memahami suatu pelajaran disebut gaya belajar.⁶²

Secara umum gaya belajar merupakan perpaduan dari tiga bentuk kecenderungan dalam memproses informasi, yakni melalui indra penglihatan, pendengaran, atau melalui tangan/tubuh. Berdasarkan hal tersebut, Rose dan Nichole sebagai mana dikutip oleh Bobbi De Porter membagi gaya belajar manusia dalam tiga jenis, yakni gaya belajar visual, audio, dan kinestetik.

Gaya belajar dari siswa bisa diamati dari kecerdasan majemuk yang mereka miliki dan setiap siswa memiliki kecerdasan masing-masing yang lebih dominan. Gardner menyatakan ada delapan kecerdasan yaitu kecerdasan linguistik (bahasa), matematis-logis, naturalis, kinestetik, visual-spasial, musikal, interpersonal, dan intrapersonal.⁶³ Pada setiap jenis kecerdasan yang dominan dimiliki oleh siswa terdapat ciri bagaimana mereka melakukan pembelajaran dan ciri tersebut dapat dijadikan salah satu modal bagi peneliti untuk mengetahui gaya dalam setiap mereka melakukan pembelajaran atau biasa disebut gaya belajar.

Ada tiga tipe gaya belajar siswa yaitu gaya belajar visual (*visual learning*), gaya belajar audio (*auditory learning*), dan gaya belajar kinestetik (*kinesthetic learning*).⁶⁴ *Visual learning* adalah gaya belajar dengan cara melihat sehingga mata memiliki peranan penting.⁶⁵ Gaya belajar secara visual dilakukan seseorang

⁶¹ Hamzah B Uno, *Orientasi Baru Dalam Psikologi Pembelajaran*, (Jakarta: PT Bumi Aksara, 2008), hlm.180

⁶² *Ibid...*, hlm.180

⁶³ Nini subini, *Mengatasi Kesulitan Belajar Pada Anak*, (Jogjakarta: Javalitera, 2011), hlm. 72

⁶⁴ Abu Ahmadi dan Widodo Supriyono, *Psikologi Belajar*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2004), hlm. 84-85

⁶⁵ *Ibid...*, hlm.118

untuk memperoleh informasi seperti melihat gambar, diagram, peta, poster, grafik, dan sebagainya. *Auditory learning* adalah gaya belajar yang dilakukan seseorang untuk memperoleh informasi dengan memanfaatkan indera telinga.⁶⁶ Oleh karena itu, mereka sangat mengandalkan telinganya untuk mencapai kesuksesan belajar, misalnya dengan cara mendengar seperti ceramah, radio, berdialog, dan berdiskusi. Sedangkan, *kinesthetic learning* adalah cara belajar yang dilakukan seseorang untuk memperoleh informasi dengan melakukan pengalaman, gerakan, dan sentuhan. Setiap siswa memiliki gaya belajar yang berbeda-beda untuk memahami suatu konsep dari matematika. Gaya belajar ini merupakan cara termudah bagi mereka untuk memahami materi yang disajikan oleh guru. Oleh karena itu, pemahaman tentang gaya belajar siswa ini sangat penting dipelajari oleh seorang pendidik untuk mencapai kesuksesan pemahaman siswa khususnya pada materi fungsi trigonometri di kelas X SMA Al Azhaar Tulungagung.

Ketiga gaya belajar tersebut mempunyai ciri masing-masing yang dapat dilihat dari luar. Beberapa ciri dari gaya belajar tersebut:⁶⁷

1. Gaya belajar visual:
 - a. rapi dan teratur,
 - b. berbicara dengan cepat,
 - c. perencanaan dan pengatur jangka panjang yang baik,
 - d. teliti terhadap detail,
 - e. mementingkan penampilan,
 - f. mengingat apa yang dilihat dari pada yang didengar,

⁶⁶ *Ibid...*, hlm.119

⁶⁷ Nini subini, *Mengatasi Kesulitan Belajar Pada Anak*, (Jogjakarta: Javalitera, 2011), hlm.

g. pembaca cepat dan tekun.

2. Gaya belajar audio:

a. berbicara kepada diri sendiri saat bekerja,

b. mudah terganggu oleh keributan,

c. senang membaca dengan keras,

d. senang mendengarkan,

e. kesulitan untuk menulis,

f. hebat dalam berbicara.

3. Gaya belajar kinestetik:

a. berbicara dengan perlahan,

b. menanggapi perhatian fisik,

c. menyentuh orang untuk mendapatkan perhatian mereka,

d. berdiri dekat ketika berbicara dengan orang lain,

e. menghafal dengan cara berjalan dan melihat,

f. banyak menggunakan isyarat tubuh,

g. tidak dapat duduk diam dalam waktu lama,

Tidak ada gaya belajar yang lebih baik atau lebih buruk daripada gaya belajar yang lain.⁶⁸ Gaya belajar merupakan karakteristik siswa dalam memahami materi yang diterimanya. Pemahaman tentang gaya belajar siswa ini akan membantu seorang pendidik dalam mencapai keberhasilan pemahaman konsep materi yang disampaikan khususnya materi fungsi trigonometri.

⁶⁸ Gordon Dryden dkk, *Revolusi Cara Belajar*, (Selandia Baru: The Learning Web, 1999), hlm. 340

G. Pemahaman Siswa Ditinjau dari Gaya Belajar

Kemampuan seseorang untuk memahami dan menyerap pelajaran sudah pasti berbeda tingkatannya. Ada yang cepat, sedang, dan ada pula yang sangat lambat. Oleh karena itu, mereka seringkali harus menempuh cara yang berbeda untuk bisa memahami sebuah informasi atau pelajaran yang sama. Cara siswa yang khas dalam belajar, baik yang berkaitan dengan cara penerimaan dan pengolahan informasi, sikap terhadap informasi, maupun kebiasaan yang berhubungan dengan lingkungan belajar itulah yang dimaksud dengan gaya belajar.⁶⁹

Merujuk pada pendapat di atas, maka dalam pemahaman ataupun penyelesaian masalah (soal) bisa berbeda antara siswa yang satu dengan yang lainnya. Hal ini disebabkan adanya perbedaan gaya belajar yang mereka miliki. Gaya belajar merujuk pada cara memperoleh informasi dan merespon suatu tugas. Siswa memiliki cara tersendiri dalam menyusun jawaban dan menunjukkan tingkat pemahamannya dari suatu masalah (situasi) yang diberikan bergantung dengan apa yang dilihat, diingat dan dipikirkan.

Setiap siswa mempunyai gaya yang berbeda ketika memproses informasi. Di dalam gaya belajar terdapat suatu cara yang berbeda untuk melihat, mengenal, dan mengorganisasi informasi. Setiap siswa akan memilih cara yang disukai dalam memproses dan mengorganisasi informasi sebagai respon terhadap stimuli lingkungan. Oleh karena itu, kita dapat mengetahui tingkat pemahaman siswa terhadap materi trigonometri melalui gaya belajar mereka dalam pembelajaran

⁶⁹ Gordon Dryden dkk, *Revolusi Cara Belajar*, (Selandia Baru: The Learning Web, 1999), hlm. 330

berdasarkan kerangka Teori APOS. Siswa *Visual Learning* dan *Audio Learning* akan memiliki cara yang berbeda dalam memahami suatu materi bila dibandingkan dengan siswa *Kinesthetic Learning* dan atau sebaliknya.

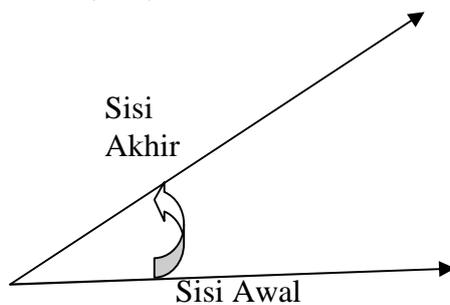
H. Materi Fungsi Trigonometri

1. Ukuran Sudut dan Perbandingan Trigonometri

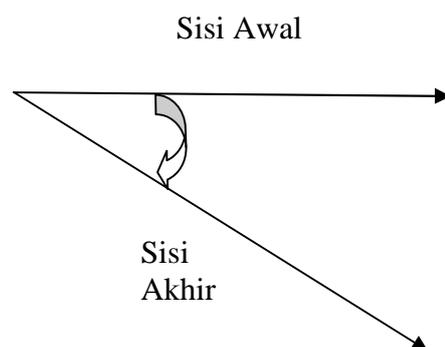
a. Besar Sudut

Sudut merupakan hasil perputaran (rotasi) sinar garis dengan titik pusat putar tertentu dari sisi awal ke sisi akhir. Arah putaran mempunyai makna dalam sudut. Suatu sudut bertanda positif jika arah putarannya berlawanan dengan arah putaran jarum jam. Sebaliknya, sudut bertanda negatif jika arah putarannya searah dengan arah putaran jarum jam.

Satuan yang sering digunakan untuk mengukur besar sudut yaitu derajat ($^{\circ}$) dan radian (*rad*).



Sudut bertanda positif



Sudut bertanda negatif

Hubungan antara derajat dan radian sebagai berikut:

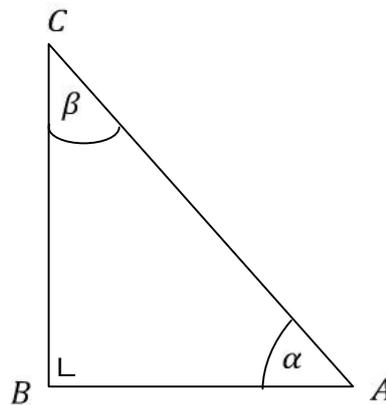
$$1^{\circ} = \frac{1}{360} \text{ putaran} = \frac{2\pi}{360} \text{ rad} = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

b. Perbandingan Trigonometri pada segitiga siku-siku

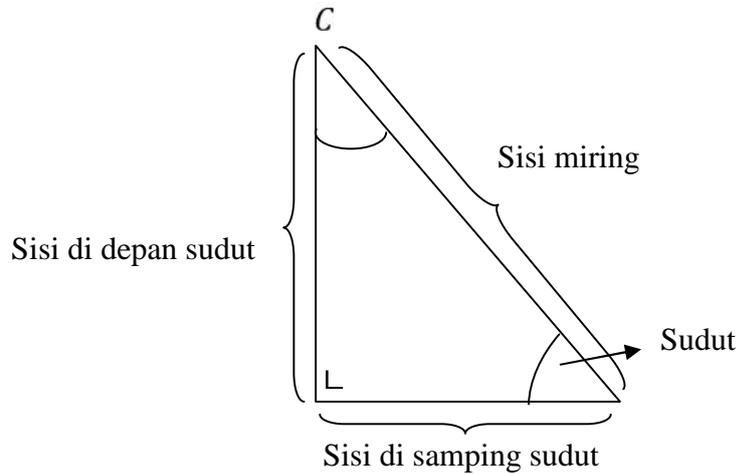
Diketahui ΔABC siku-siku di B dengan $\angle ACB = \beta$ dan $\angle BAC = \alpha$.



Perbandingan trigonometri pada ΔABC dirumuskan sebagai berikut.

$\sin \alpha = \frac{BC}{AC}$	$\sin \beta = \frac{AB}{AC}$
$\cos \alpha = \frac{AB}{AC}$	$\cos \beta = \frac{BC}{AC}$
$\tan \alpha = \frac{BC}{AB}$	$\tan \beta = \frac{AB}{BC}$
$\csc \alpha = \frac{AC}{BC}$	$\csc \beta = \frac{AC}{AB}$
$\sec \alpha = \frac{AC}{AB}$	$\sec \beta = \frac{AC}{BC}$
$\cot \alpha = \frac{AB}{BC}$	$\cot \beta = \frac{BC}{AB}$

Untuk mempermudah pemahaman siswa tentang perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku, perhatikan segitiga disamping.



$$\text{Sinus sudut} = \frac{\text{sisi di depan sudut}}{\text{sisi miring}}$$

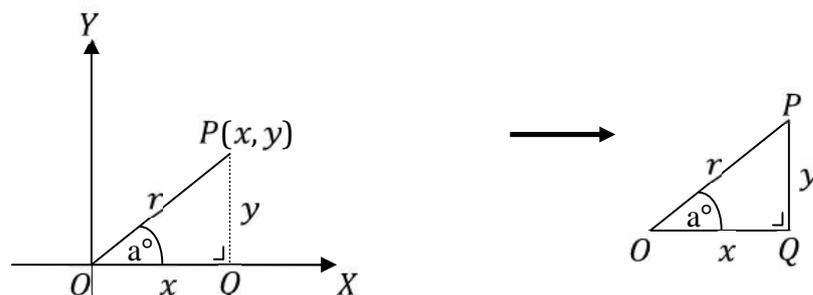
$$\text{Cosinus sudut} = \frac{\text{sisi di samping sudut}}{\text{sisi miring}}$$

$$\text{Tangen sudut} = \frac{\text{sisi di depan sudut}}{\text{sisi di samping sudut}}$$

2. Perbandingan Trigonometri Sudut Istimewa

a. Perbandingan Trigonometri pada Bidang Koordinat

Misalkan koordinat titik $P(x, y)$, panjang $OP = r$, dan misalkan $\angle POQ = a^\circ$. Pada segitiga POQ tersebut, diperoleh perbandingan trigonometri sebagai berikut.



$$\sin a^\circ = \frac{y}{r}$$

$$\cos a^\circ = \frac{x}{r}$$

$$\tan a^\circ = \frac{y}{x}$$

Bidang koordinat cartesius terbagi menjadi empat daerah yang disebut kuadran. Nilai perbandingan trigonometri di setiap kuadran dirumuskan sebagai berikut.

a. Kuadran I

$$\sin a^\circ = \frac{y}{r}$$

$$\cos a^\circ = \frac{x}{r}$$

$$\tan a^\circ = \frac{y}{x}$$

b. Kuadran II

$$\sin a^\circ = \frac{y}{r}$$

$$\cos a^\circ = -\frac{x}{r}$$

$$\tan a^\circ = -\frac{y}{x}$$

c. Kuadran III

$$\sin a^\circ = -\frac{y}{r}$$

$$\cos a^\circ = -\frac{x}{r}$$

$$\tan a^\circ = \frac{y}{x}$$

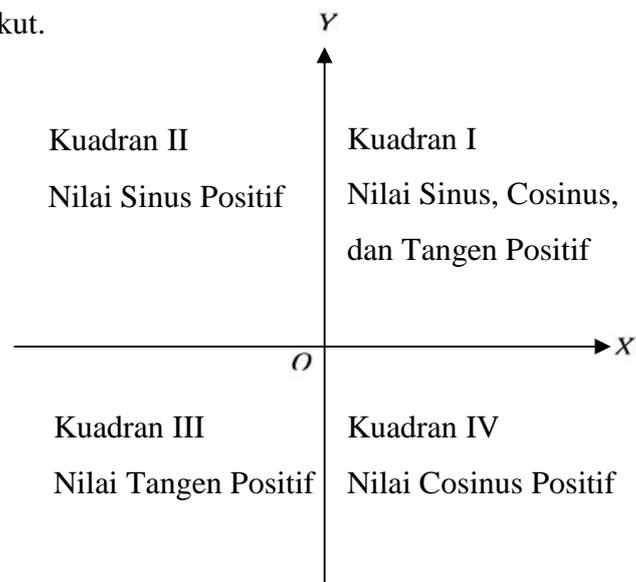
d. Kuadran IV

$$\sin a^\circ = -\frac{y}{r}$$

$$\cos a^\circ = \frac{x}{r}$$

$$\tan a^\circ = -\frac{y}{x}$$

Nilai perbandingan trigonometri pada keempat kuadran dapat digambarkan sebagai berikut.



b. Perbandingan Trigonometri Sudut Istimewa

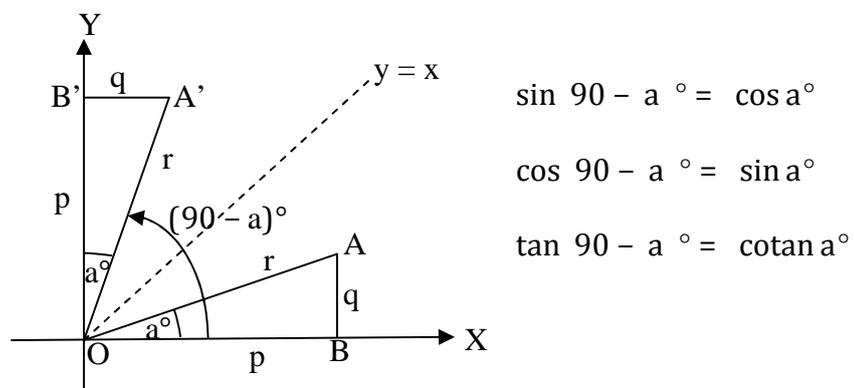
Nilai perbandingan trigonometri sudut-sudut istimewa tertera dalam tabel di bawah ini.

Perbandingan Trigonometri	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin a^\circ$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1

$\cos a^\circ$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan a^\circ$	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	-

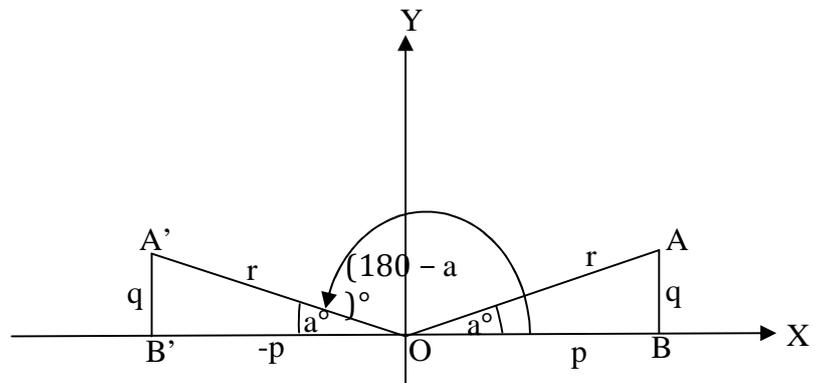
c. Perbandingan Trigonometri Sudut Berelasi

1. ΔOAB dicerminkan terhadap garis $y = x$ menghasilkan sudut $A'OB'$ di kuadran I.

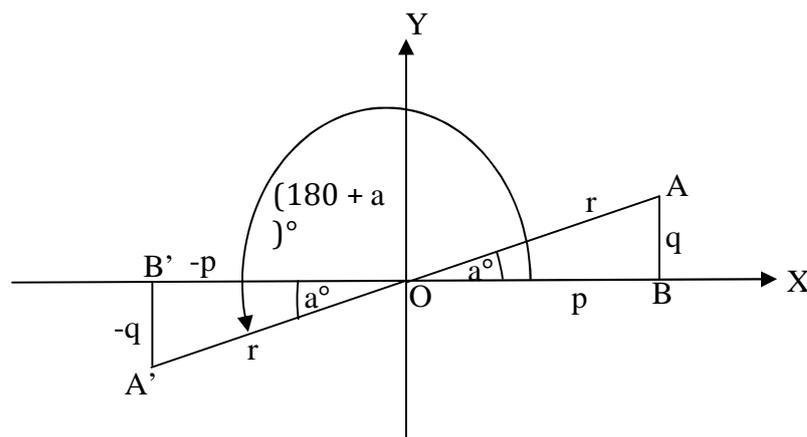


2. ΔOAB dicerminkan terhadap garis Y menghasilkan sudut $A'OB$ di kuadran II.

$\sin 180 - a^\circ = \sin a^\circ$
 $\cos 180 - a^\circ = \cos a^\circ$
 $\tan 180 - a^\circ = -\tan a^\circ$



3. ΔOAB dicerminkan terhadap O menghasilkan sudut $A'OB$ di kuadran III.

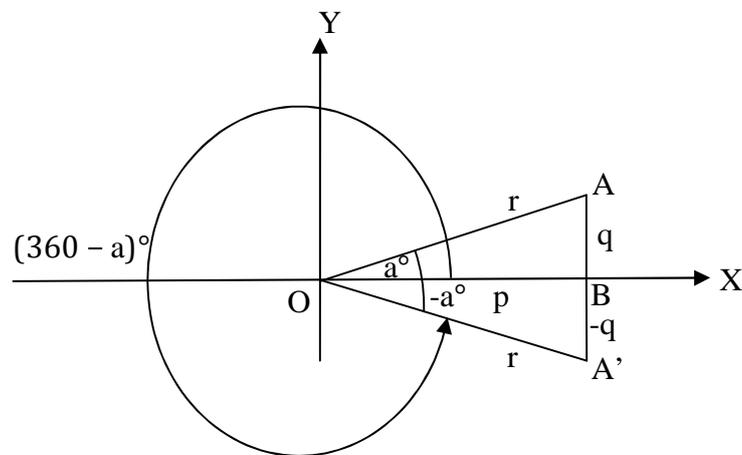


$$\sin 180 + a^\circ = -\sin a^\circ$$

$$\cos 180 + a^\circ = -\cos a^\circ$$

$$\tan 180 + a^\circ = \tan a^\circ$$

4. ΔOAB dicerminkan terhadap sumbu X menghasilkan sudut $A'OB$ di kuadran IV.



$$\sin 360 - a^\circ = -\sin a^\circ$$

$$\cos 360 - a^\circ = \cos a^\circ$$

$$\tan 360 - a^\circ = -\tan a^\circ$$

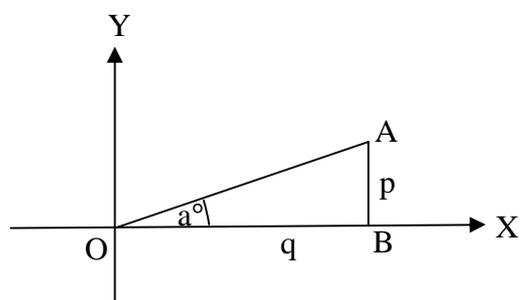
Atau

$$\sin -a^\circ = -\sin a^\circ$$

$$\cos -a^\circ = \cos a^\circ$$

$$\tan -a^\circ = -\tan a^\circ$$

5. ΔAOB diputar $360^\circ \rightarrow \Delta A'OB$ berimpit ΔAOB



ΔAOB diputar $k \cdot 360^\circ \rightarrow \Delta A'OB$ berimpit ΔAOB ; $k \in$ bilangan bulat

$$\sin a + k \cdot 360^\circ = \sin a^\circ$$

$$\cos a + k \cdot 360^\circ = \cos a^\circ$$

$$\tan a + k \cdot 360^\circ = -\tan a^\circ$$

Berdasarkan uraian di atas dapat di susun rumus-rumus berikut.

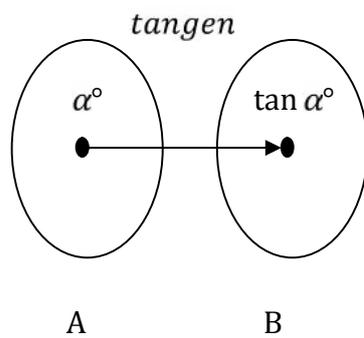
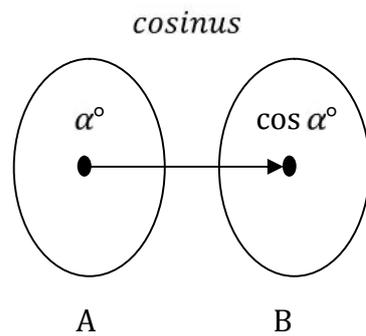
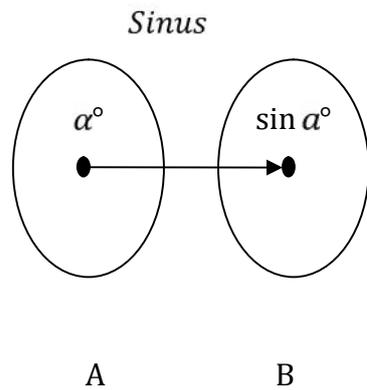
$\sin 90 - a^\circ = \cos a^\circ$ $\cos 90 - a^\circ = \sin a^\circ$ $\tan 90 - a^\circ = \cotan a^\circ$	$\sin 90 + a^\circ = \cos a^\circ$ $\cos 90 + a^\circ = -\sin a^\circ$ $\tan 90 + a^\circ = -\cotan a^\circ$
$\sin 180 - a^\circ = \sin a^\circ$ $\cos 180 - a^\circ = -\cos a^\circ$ $\tan 180 - a^\circ = -\tan a^\circ$	$\sin 180 + a^\circ = -\sin a^\circ$ $\cos 180 + a^\circ = -\cos a^\circ$ $\tan 180 + a^\circ = \tan a^\circ$
$\sin 270 - a^\circ = -\cos a^\circ$ $\cos 270 - a^\circ = -\sin a^\circ$ $\tan 270 - a^\circ = \cotan a^\circ$	$\sin 270 + a^\circ = -\cos a^\circ$ $\cos 270 + a^\circ = \sin a^\circ$ $\tan 270 + a^\circ = -\cotan a^\circ$
$\sin 360 - a^\circ = -\sin a^\circ$ $\cos 360 - a^\circ = \cos a^\circ$ $\tan 360 - a^\circ = -\tan a^\circ$	$\sin 360 + a^\circ = \sin a^\circ$ $\cos 360 + a^\circ = \cos a^\circ$ $\tan 360 + a^\circ = \tan a^\circ$

3. Fungsi, Persamaan, dan Identitas Trigonometri

a. Fungsi Trigonometri

Fungsi trigonometri memetakan ukuran besar sudut kepada nilai tertentu.

Dibawah ini merupakan bentuk fungsi trigonometri.



Artinya untuk setiap sudut α° hanya ada satu nilai $\sin \alpha^\circ$, $\cos \alpha^\circ$, atau $\tan \alpha^\circ$.

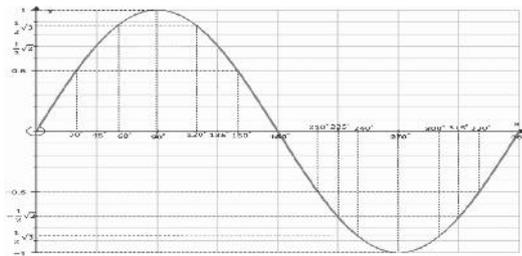
Fungsi $f: x \rightarrow \sin x$ dirumuskan dengan $f x = \sin x$ dan persamaan fungsinya

$$y = \sin x$$

b. Grafik Fungsi Trigonometri

1. Grafik $y = \sin x; 0 \leq x \leq 2\pi$

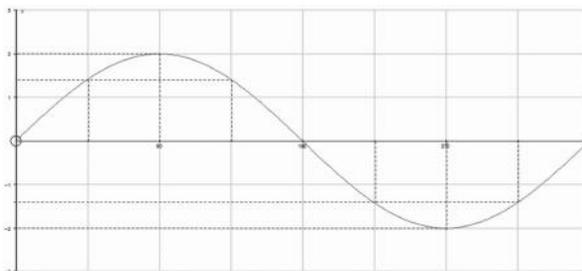
Grafik Fungsi $y = \sin x, x \in [0^\circ, 360^\circ]$.



Grafik fungsi $y = \sin x, x \in [0^\circ, 360^\circ]$

Grafik $y = \sin x$ memiliki nilai $y_{maks} = 1$ dan $y_{min} = -1$

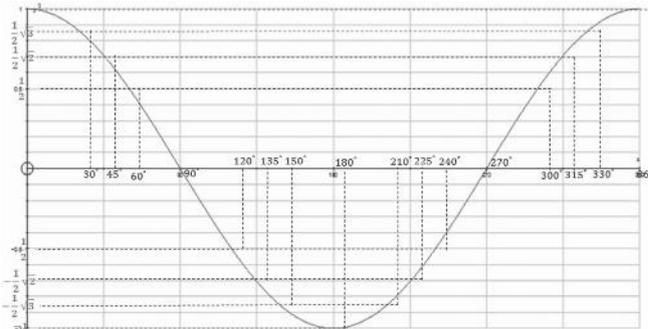
Berikut ini juga diberikan grafik fungsi sinus ,tetapi tentunya ada beberapa perbedaan yang anda harus cermati dan pahami. Nilai konstanta a yang memenuhi untuk fungsi di bawah ini adalah $a = 2$. Adanya konstanta, mengakibatkan perubahan pada nilai maksimum dan nilai minimum fungsi.



Grafik fungsi $y = a \sin x, x \in [0^\circ, 360^\circ], x \in \mathbb{R}$

2. Grafik $y = \cos x; 0 \leq x \leq 2\pi$

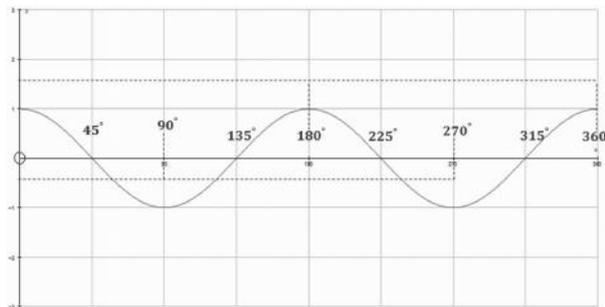
Grafik Fungsi $y = \cos x, x \in [0^\circ, 360^\circ]$



Grafik fungsi $y = \cos x, x \in [0^\circ, 360^\circ]$

Dari grafik di atas, dapat kita cermati bahwa seiring bertambahnya domain fungsi $y = \cos x$, kurva bergerak dari $y = 1$ hingga mencapai kembali $y =$

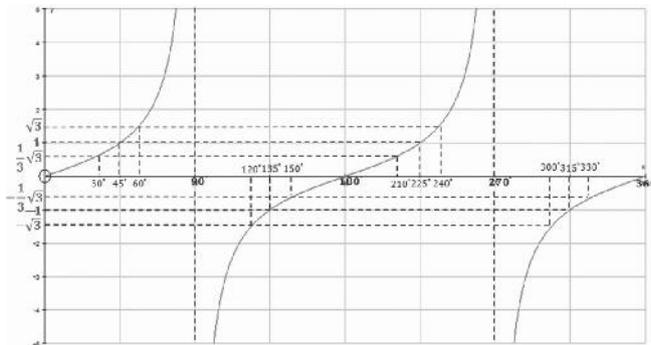
1.



Grafik fungsi $y = \cos bx, x \in [0^\circ, 360^\circ], b \in R$

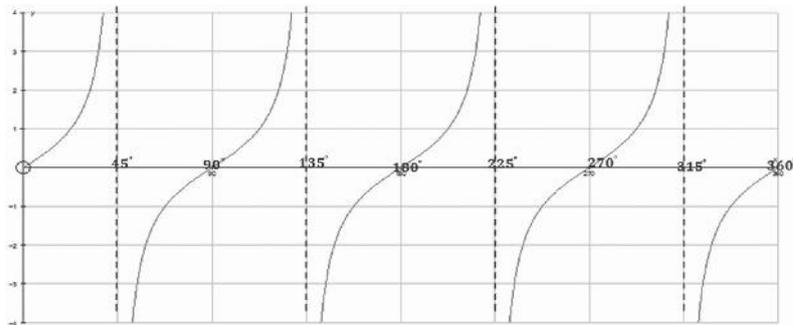
3. Grafik $y = \tan x; 0 \leq x \leq 2\pi$

Dengan cara yang sama, menggambarkan grafik fungsi $y = \sin x$ dan $y = \cos x$, grafik fungsi $y = \tan x$, untuk $x \in [0^\circ, 360^\circ]$ dapat kita gambarkan sebagai berikut.



Gambar 8.31 Grafik fungsi $y = \tan x, x \in [0^\circ, 360^\circ]$

Grafik di atas, berbeda dengan grafik $y = \sin x$ dan $y = \cos x$. Khususnya, mengenai nilai maksimum dan nilai minimum fungsi. Perhatikan nilai fungsi disaat $x \rightarrow 90^\circ$ dan $x \rightarrow 270^\circ$ (dari kanan), nilai $y = \tan x$ menuju tak terhingga. Sebaliknya, untuk $x \rightarrow 90^\circ$ dan $x \rightarrow 270^\circ$ (dari kiri), nilai $y = \tan x$ menuju negatif tak terhingga.



Gambar 8.32 Grafik fungsi $y = \tan ax, x \in [0^\circ, 360^\circ]$, dan $a \in R$

4. Grafik $y = a \sin kx, y = a \cos kx$, dan $y = a \tan kx$

a. Nilai maksimum dan minimum

Nilai maksimum = a

Nilai minimum = $-a$

b. Amplitudo

$$\text{Amplitudo (A)} = \frac{1}{2} (\text{nilai maksimum} - \text{nilai minimum})$$

c. Periode

Periode fungsi $f x = \sin x$ adalah 360° , artinya untuk setiap interval skala 360° pada sumbu X , grafik akan berulang dengan bentuk yang sama.

Periode fungsi $f x = \cos x^\circ$ adalah 360°

Periode fungsi $f x = \tan x^\circ$ adalah 180°

Pada grafik $y = a \sin kx$;

$$k = \frac{360^\circ}{\text{periode}}$$

d. Persamaan Trigonometri Sederhana

Ukuran Derajat	Ukuran Radian
- $\sin x^\circ = \sin a^\circ$ $x = a + k.360$ Atau $x = (180 - a) + k.360$	- $\sin x = \sin a$ $x = a + k.2\pi$ Atau $x = (\pi - a) + k.2\pi$
- $\cos x^\circ = \cos a^\circ$ $x = a + k.360$ Atau $x = (360 - a) + k.360$	- $\cos x = \cos a$ $x = a + k.2\pi$ Atau $x = (2\pi - a) + k.2\pi$
- $\tan x^\circ = \tan a^\circ$ $x = a + k.180$	- $\tan x = \tan a$ $x = a + k.\pi$
$k = \text{bilangan bulat}$	

e. Identitas Trigonometri

Berdasarkan perbandingan trigonometri, diperoleh identitas trigonometri berikut.

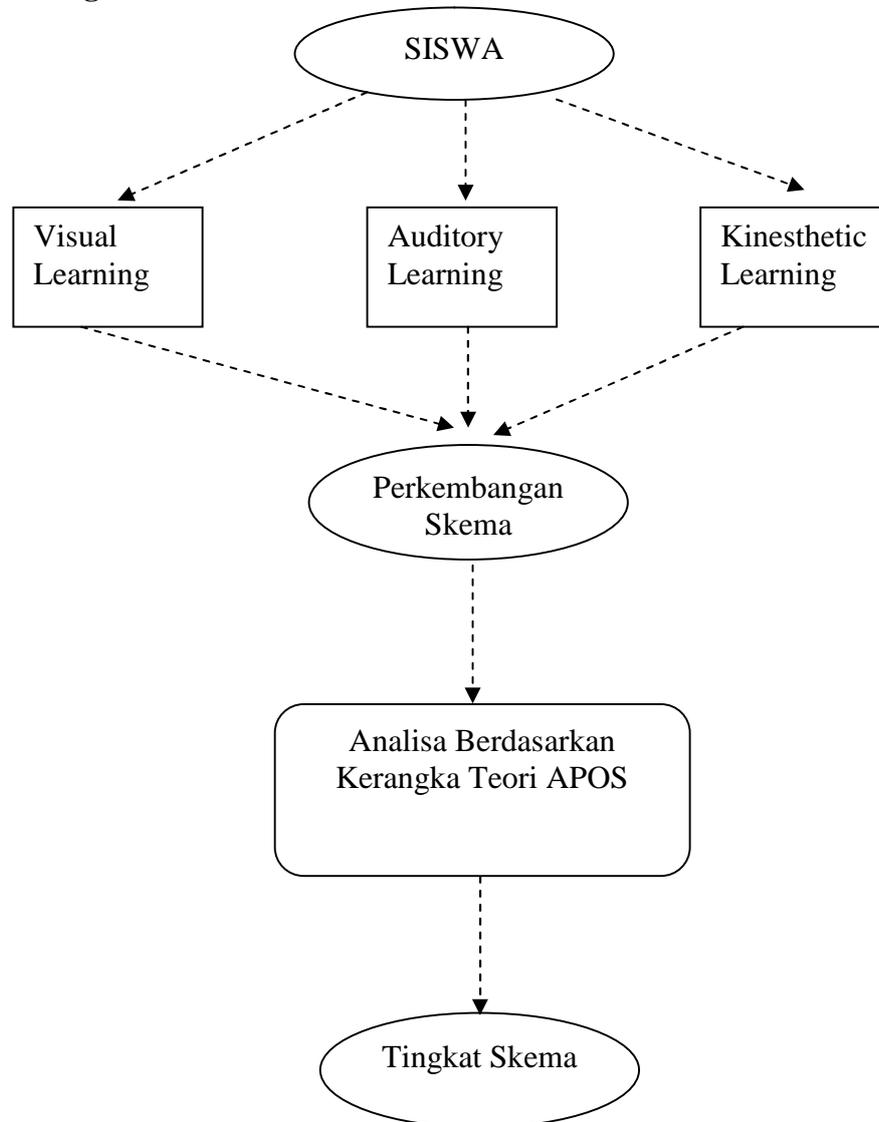
$\sin \alpha = \frac{1}{\csc \alpha}$	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
$\cos \alpha = \frac{1}{\sec \alpha}$	$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$
$\tan \alpha = \frac{1}{\cotan \alpha}$	$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$
$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	$1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha$
$\cotan \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$	$1 + \cotan^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha$

I. Hasil Penelitian Terdahulu

1. Penelitian yang dilakukan oleh Maryono pada tahun 2008. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui tingkat pemahaman mahasiswa tentang konsep keterbagian bilangan bulat dan strategi kognitif yang digunakan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal tentang keterbagian bilangan bulat. Peneliti mendeskripsikan tingkat pemahaman subjek tersebut dengan menggunakan Teori APOS yang dikaitkan dengan Teori *Triad* perkembangan skema. Subjek penelitian ini adalah mahasiswa Sekolah Tinggi Agama Islam Negeri (STAIN) Tulungagung jurusan matematika dan mengambil 15 mahasiswa sebagai subjek wawancara. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa secara umum tingkat pemahaman mahasiswa berada pada tahap objek, yaitu mahasiswa sudah mampu menggunakan definisi, dalil-dalil atau sifat-sifat yang ada pada keterbagian bilangan bulat untuk menyelesaikan soal.

2. Penelitian yang dilakukan oleh Lasmi Nurdin pada tahun 2005. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan tingkat pemahaman siswa tentang barisan dan deret pada SMA Laboratorium Universitas Negeri Malang berdasarkan kerangka Teori APOS (Aksi, Proses, Objek, dan Skema). Subjek penelitian ini adalah 32 siswa dengan mengambil 9 siswa sebagai subjek wawancara. Hasil penelitian ini disimpulkan secara umum bahwa pemahaman siswa berada pada tahap proses. Jika tingkat pemahaman siswa pada tahap proses ini dihubungkan dengan Teori *Triad* dari Piaget dan Gracia, maka tingkat pemahaman siswa berada pada tahap *intra*.
3. Penelitian yang dilakukan oleh Laela Abdilla Qonita pada tahun 2013. Penelitian ini bertujuan untuk Mendeskripsikan tingkat pemahaman dan strategi kognitif siswa yang memiliki gaya kognitif *field dependent* (FD) dan *field independent* (FI) dalam menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan konsep limit fungsi berdasarkan kerangka Teori APOS pada siswa kelas XI IPA 2 MAN Rejotangan. Subjek Penelitian ini adalah 40 siswa dengan mengambil 15 siswa sebagai subjek wawancara. Hasil penelitian ini disimpulkan secara umum bahwa pemahaman siswa GK-FD dan GK-FI berada pada tahap aksi, yaitu siswa belum mampu menggunakan metode limit fungsi untuk menentukan nilai limit fungsi. Pada umumnya strategi kognitif yang diterapkan oleh siswa GK-FI dan GK-FD dalam menyelesaikan soal-soal limit fungsi itu berbeda. Siswa GK-FI memiliki alur berpikir yang lebih terstruktur bila dibanding dengan siswa GK-FD. Hal ini terlihat pada cara pandang mereka mengenai bentuk tak tentu suatu limit fungsi.

J. Kerangka Berfikir



Gambar 2.1 Kerangka Berfikir Penelitian

Keterangan:

-----> = Siswa berdasarkan gaya belajar (Lajur kerangka berpikir fokus penelitian (1) dan (2))