

BAB II

PERKEMBANGAN MATEMATIKA PADA ABAD PERTENGAHAN

A. Perkembangan Matematika

Proses perkembangan matematika sejatinya sudah dimulai sejak adanya peradaban manusia. Jika kita memandang luas bahwa matematika sering dikaitkan dengan studi masalah yang bersifat kuantitatif atau spasial, yaitu studi mengenai jumlah, ukuran, angka, dan bentuk, hal tersebut adalah aktivitas yang telah hadir sejak peradaban manusia dimulai. Sebagai contoh, nenek moyang kita yang hidup sekitar 20.000 tahun lalu pasti merasakan kebutuhan untuk menghitung ternak, menghitung objek untuk barter, atau menandai berlalunya hari.⁴⁸

Perkembangan matematika sendiri berasal dari dua suku kata yaitu perkembangan dan matematika. Perkembangan di dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia dimaknai sebagai hal yang berkaitan dengan kata berkembang yang berarti menjadi bertambah sempurna. Atho Muzhar memberi makna perkembangan adalah upaya perubahan yang relatif sistematis dan menuju ke arah yang lebih baik.⁴⁹ Pengertian lain dari perkembangan adalah “*the process in wich someone or something grows or changes and becomes more advanced,*” berarti proses yang mana seseorang atau sesuatu tumbuh atau berubah dan menjadi lebih maju.⁵⁰ Sedangkan matematika merupakan sebuah ilmu, dalam hal ini matematika

⁴⁸ David M. Burton, *The History of Mathematics: an Introduction*, (New York: McGraw-Hill Companies, Inc., 2011), hal. 1

⁴⁹ H. Maulana Hasanudin dan H. Jaih Mubarak, *Perkembangan Akad Musyarakah*, (Jakarta: Kencana Prenada Media Group, 2012), hal. 5

⁵⁰ <https://dictionary.cambridge.com/dictionary/english/development>, diakses 14 Juni 2020 Pukul 20:54 WIB

merupakan objek dari perkembangan. Berdasarkan pengertian tersebut dapat diartikan bahwa perkembangan matematika adalah suatu upaya perubahan dalam bidang ilmu matematika yang sistematis dan tertuju ke arah yang lebih baik dan maju.⁵¹

Berdasarkan penjelasan tersebut dapat disimpulkan bahwa perkembangan matematika adalah suatu upaya untuk menjadikan ilmu matematika semakin maju dan lebih baik. Ilmu matematika yang merupakan ilmu hitung, berawal dari kebutuhan sehari-hari nenek moyang. Seiring berkembangnya zaman, peradaban yang semakin maju diikuti dengan pemikiran manusia yang juga semakin cerdas, upaya manusia menjadikan ilmu hitung ini semakin maju pula dan sampailah pada ilmu hitung yang kita kenal saat ini yaitu matematika.

B. Mengenal Sejarah Awal Perkembangan Matematika di Babilonia, Mesir Kuno, dan Yunani Kuno

Istilah matematika menurut *Phytagoras* digunakan untuk mendiskripsikan aritmatika dan geometri, yang sebelumnya kedua subjek tersebut merupakan subjek dengan nama yang terpisah.⁵² Penggunaan nama matematika oleh *Phytagoras* mungkin menjadi dasar anggapan bahwa matematika dimulai di Yunani kuno dari tahun 600 sampai 300 SM.⁵³ Jauh sebelum itu, kita bisa kembali ke belakang sekitar tiga atau empat ribu tahun yang lalu, di Mesir kuno dan Babilonia, sudah ada tubuh ilmu pengetahuan yang dapat digambarkan sebagai matematika.⁵⁴

⁵¹ Dewi Rofiqoh, *Dinamika Perkembangan ...*, hal. 7

⁵² David M. Burton, *The History ...*, hal. 1

⁵³ *Ibid.*

⁵⁴ David M. Burton, *The History ...*, hal. 1

1. Perkembangan Matematika di Babilonia

Antara tahun 3500 dan 539 SM, peradaban orang-orang Mesopotamia menghuni tanah antara sungai Eufrat dan Tigris. Sekitar 3500 SM, bangsa Sumeria membangun kota negara pertama yaitu salah satu kota negara terbaik yang disebut Ur. Setelah bangsa Sumeria datanglah bangsa Akkadia, yang tinggal di wilayah sekitar padang pasir. Kemudian sekitar 1900 SM kekaisaran Babilonia pertama menaklukkan bangsa Akkadia. Lebih dari 1000 tahun kemudian, sekitar pada 885 SM, bangsa Assyria mengambil alih tanah tempat tinggal bangsa Akkadia dan menguasai tanah tersebut selama kurang lebih 300 tahun. Pada 612 SM bangsa *Chaldea* menaklukkan bangsa Assyria dan memulai kekaisaran Babilonia kedua.⁵⁵

Bangsa Babilonia kuno memberikan kontribusi matematika pada peradaban Mesopotamia, ketika mendiskusikan tentang peradaban Mesopotamia pada periode 3500 SM hingga 539 SM yang merupakan era Babilonia.⁵⁶ Jika saat ini kita sering menggunakan sistem nilai tempat desimal Hindu-Arab yaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Posisi angka-angka ini mempengaruhi nilai angka, misalnya angka 6, 60, dan 600 angka 6 berada di tempat yang berbeda, pertama angka 6 berada di tempat satuan, angka 6 kedua berada di tempat puluhan, dan angka 6 ketiga berada di tempat ratusan. Namun bangsa Babilonia mengembangkan sistem bilangan yang bersifat seksagesimal, yang berarti sistem bilangan dasar 10 (desimal), yang menggunakan sistem basis 60. Bangsa Babilonia tidak memiliki sistem basis 60 murni, karena mereka tidak menggunakan 60 sebagai satu-satunya digit, mereka menghitung

⁵⁵ Tom Zara, *A Brief Study ...*, hal. 4

⁵⁶ *Ibid.*, hal. 5

menggunakan 10-an dan 60-an. Oleh karena itu, sistem bilangan bangsa Babilonia dianggap sebagai sistem desimal dan seksagesimal.⁵⁷

Sekitar tahun 2000 SM, bangsa Babilonia membuat sistem penulisan bilangan yang lebih sederhana. Dalam sistem ini hanya menggunakan dua simbol, yaitu berbentuk pin mewakili nilai satu dan berbentuk sayap mewakili nilai 10, sistem penulisan ini dikenal sebagai aksara runcing.⁵⁸

1	┘	11	┘┘	21	┘┘┘	31	┘┘┘┘	41	┘┘┘┘┘	51	┘┘┘┘┘┘
2	┘┘	12	┘┘┘	22	┘┘┘┘	32	┘┘┘┘┘	42	┘┘┘┘┘┘	52	┘┘┘┘┘┘┘
3	┘┘┘	13	┘┘┘┘	23	┘┘┘┘┘	33	┘┘┘┘┘┘	43	┘┘┘┘┘┘┘	53	┘┘┘┘┘┘┘┘
4	┘┘┘┘	14	┘┘┘┘┘	24	┘┘┘┘┘┘	34	┘┘┘┘┘┘┘	44	┘┘┘┘┘┘┘┘	54	┘┘┘┘┘┘┘┘┘
5	┘┘┘┘┘	15	┘┘┘┘┘┘	25	┘┘┘┘┘┘┘	35	┘┘┘┘┘┘┘┘	45	┘┘┘┘┘┘┘┘┘	55	┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘
6	┘┘┘┘┘┘	16	┘┘┘┘┘┘┘	26	┘┘┘┘┘┘┘┘	36	┘┘┘┘┘┘┘┘┘	46	┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘	56	┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘
7	┘┘┘┘┘┘┘	17	┘┘┘┘┘┘┘┘	27	┘┘┘┘┘┘┘┘┘	37	┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘	47	┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘	57	┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘
8	┘┘┘┘┘┘┘┘	18	┘┘┘┘┘┘┘┘┘	28	┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘	38	┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘	48	┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘	58	┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘
9	┘┘┘┘┘┘┘┘┘	19	┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘	29	┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘	39	┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘	49	┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘	59	┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘┘
10	┘	20	┘┘	30	┘┘┘	40	┘┘┘┘	50	┘┘┘┘┘		

Gambar 2.1: Bilangan 1 Sampai 59 yang Ditulis Menggunakan Aksara Runcing

Aksara runcing ini ditulis di atas tanah liat basah. Tanah liat akan cepat mengering, sehingga data yang ditulis harus relatif pendek dan dalam sekali waktu saja, meskipun begitu tanah liat tersebut tidak mudah dihancurkan ketika dipanggang di dalam oven atau di bawah terik matahari.⁵⁹

⁵⁷ Tom Zara, *A Brief Study ...*, hal. 7

⁵⁸ *Ibid.*, hal. 8

⁵⁹ David M. Burton, *The History ...*, hal. 21



Gambar 2.2: Tablet dari Tanah Liat Bernama Plimpton 322 yang Berisi Aksara Runcing

Sejak sekitar 2500 SM, perkembangan sistem bilangan bangsa Babilonia meningkat drastis ketika mereka menyadari bahwa simbol berbentuk pin dan sayap dapat merepresentasikan berbagai nilai berdasarkan posisinya yang berhubungan satu sama lain. Dalam sistem nilai tempat ini, cara penulisan nilai-nilai yang diwakili adalah dengan menempatkan tanda-tanda atau simbol-simbol secara berdampingan. Selain itu sistem bilangan babilonia dibaca dari kiri ke kanan. Misalnya penulisan bilangan 95, akan dituliskan sebagai berikut:⁶⁰

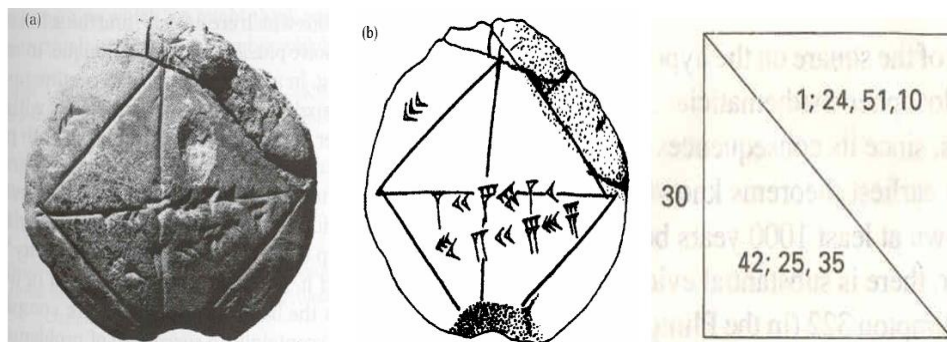


Gambar 2.3: Sistem Nilai Tempat Bangsa Babilonia

Bentuk pin yang pertama menandakan bilangan 60, kemudian tiga bentuk sayap menandakan bilangan 10 yaitu $3 \times 10 = 30$, dan 5 bentuk pin terakhir menandakan bilangan 1 yaitu $5 \times 1 = 5$, yang menghasilkan total $60 + 30 + 5 = 95$.

⁶⁰ Tom Zara, *A Brief Study ...*, hal. 8

Selain sistem bilangan, juga ditemukan suatu akar kuadrat dari 2 ($\sqrt{2}$), ditemukan ditulis pada sebuah tablet yaitu YBC 7289. Waktu dituliskannya data pada tablet tidak diketahui, namun umumnya tanggal pembuatan antara 1800 dan 1650 SM, ada bukti bahwa bangsa Babilonia adalah pemilik tablet tersebut yaitu pemahaman tentang bilangan irrasional khususnya, dari $\sqrt{2}$.⁶¹



Gambar 2.4: Tablet YBC 7289

Ukiran pada tablet tersebut adalah gambar persegi, dengan satu sisi ditandai dengan bilangan 30. Selain itu, pada diagonal persegi memiliki dua tanda bilangan seksagesimal, salah satunya adalah



dan yang lainnya adalah



Para ahli sepakat menerjemahkan bilangan pertama tersebut sebagai bilangan 1, 24, 51, dan 10, yang diperkirakan sebagai $\sqrt{2}$ dimana

⁶¹ *Ibid.*, hal. 12

1, 24, 51, 10 sama dengan $1 + \frac{24}{60^1} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3}$ bila dijumlahkan sama dengan hasil dari $\sqrt{2}$ yaitu $1,41421\overline{296}$, akurat hingga lima tempat desimal.⁶²

Namun, ada sumber berbeda mengenai penerjemahan diagonal kedua, hal tersebut terjadi karena perbedaan cara penerjemahan oleh para ahli. Sebagai contoh, ketika diagonal kedua diterjemahkan sebagai 0, 42, 25, 35, nilainya $\frac{42}{60^1} + \frac{25}{60^2} + \frac{35}{60^3} = 0,7071064815$ yaitu $\frac{\sqrt{2}}{2}$, akurat hingga enam tempat desimal. Sumber lain menerjemahkan bilangan tersebut sebagai 42, 25, 35, yang sama dengan $42 + \frac{25}{60^1} + \frac{35}{60^2} = 42,4263\overline{88}$. Hal tersebut setara dengan $30\sqrt{2}$, akurat hingga tiga tempat desimal. Perhitungan tersebut berarti nilai ini ditentukan dengan mengalikan panjang sisi yang diketahui yaitu 30 dengan panjang diagonal yang diketahui yaitu $\sqrt{2}$.⁶³

Berdasarkan pemaparan di atas diketahui bahwa perkembangan peradaban di Mesopotamia membawa dampak yang sangat besar bagi seluruh aspek kehidupan manusia, khususnya dalam mengembangkan matematika pada tahun 3500 hingga 539 SM yang merupakan era bangsa Babilonia. Matematika berkembang dengan pesat di era ini dengan mengembangkan sistem bilangan yang bersifat seksagesimal yang ditulis menggunakan dua simbol berbentuk pin dan sayap yang disebut sebagai aksara runcing. Pada saat itu penulisan data sistem bilangan ini ditulis di atas lempengan atau tablet tanah liat basah, sistem bilangan bangsa Babilonia ditulis dengan memperhatikan posisi. Selain mengembangkan

⁶² Tom Zara, *A Brief Study ...*, hal. 13

⁶³ *Ibid.*, hal. 14

sistem bilangan, ditemukan bahwa bangsa Babilonia juga memiliki penyelesaian akar pangkat dua yang juga ditulis di atas tablet tanah liat.

2. Perkembangan Matematika di Mesir Kuno

Awal munculnya salah satu budaya di dunia pada dasarnya adalah perilaku politik. Antara 3500 hingga 3100 SM, komunitas pertanian di Mesir secara mandiri berpegang teguh pada bidang yang berbatasan dengan sungai Nil, secara bertahap bidang tanah bergabung menjadi kesatuan yang semakin besar, hingga di bidang tersebut berdirilah dua kerajaan yaitu kerajaan Mesir Hulu dan Mesir Bawah. Kemudian sekitar 3100 SM, wilayah-wilayah ini dipersatukan oleh penakluk militer dari selatan untuk memimpin barisan panjang Firaun, untuk melindungi dari serbuan luar. Mesir merupakan negeri yang paling mampu berkembang secara seimbang dan kekal dari peradaban kuno.⁶⁴

Setelah penyatuan Mesir di bawah pemimpin tunggal, sistem administrasi yang kuat dan luas mulai berkembang. Melakukan pengambilan sensus, pajak dikenakan, pasukan dipertahankan, dan sebagainya yang mana semua hal tersebut dibutuhkan perhitungan dengan jumlah yang cukup besar. Pada awal tahun 3500 SM, orang Mesir sepenuhnya mengembangkan sistem bilangan yang akan digunakan sebagai perhitungan dengan hanya memperkenalkan simbol baru dari waktu ke waktu. Munculnya pemerintahan dan administrasi Mesir yang menakjubkan di bawah kekuasaan Firaun dari dua dinasti pertama tidak akan terjadi tanpa adanya metode menulis. Ditemukan metode menulis orang Mesir baik berupa

⁶⁴ David M. Burton, *The History ...*, hal. 10

“tanda suci” yang rumit, atau hieroglif, dan tulisan kursif dari tangan ahli tulis administrasi.⁶⁵

Sistem penulisan hieroglif adalah berupa skrip gambar, dimana setiap karakter mewakili objek konkret, maknanya masih sangat jelas dalam banyak kasus. Salah satu makam di dekat Piramida dari Giza telah ditemukan simbol bilangan hieroglif, di mana bilangan satu diwakili oleh sebuah coretan vertikal tunggal atau gambar sebuah tongkat, dan sejenis sepatu kuda atau tanda tuit digunakan sebagai simbol kolektif untuk menggantikan 10 coretan terpisah. Dengan kata lain, sistem bilangan bangsa Mesir adalah desimal, yang digunakan untuk menghitung dengan mengandalkan kekuatan bilangan 10. Diketahui bahwa bilangan 10 sering ditemukan dikalangan orang-orang kuno sebagai dasar untuk sistem bilangan mereka, hal ini didasari oleh jari manusia yang berjumlah 10 dan kebiasaan manusia mengandalkan kesepuluh jari ini.⁶⁶

Piktograf khusus digunakan untuk masing-masing kekuatan baru bilangan 10 sampai keatas hingga 10.000.000 yaitu, 100 seperti tali melengkung, 1000 seperti bunga teratai, 10.000 seperti garis tegak lurus sedikit bengkok, 100.000 seperti berudu, 1.000.000 seperti seseorang yang mengangkat kedua tangannya seolah-olah sedang memohon, dan 10.000.000 seperti simbol yang kadang-kadang dianggap sebagai matahari terbit.⁶⁷

⁶⁵ David M. Burton, *The History ...*, hal. 11

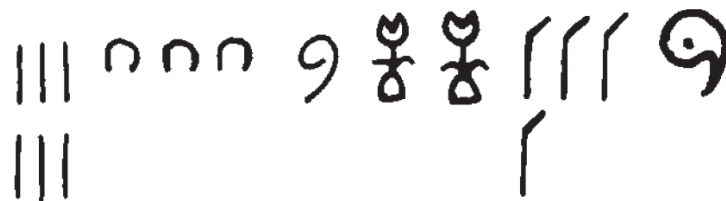
⁶⁶ *Ibid.*, hal. 13

⁶⁷ *Ibid.*, hal. 15

1	10	100	1000	10,000	100,000	1,000,000	10,000,000
	∩	9	☪		☉	☪ or ☩	☉

Gambar 2.5: Sistem Bilangan Bangsa Mesir Kuno Berupa Simbol Hieroglif

Bilangan-bilangan lain dapat diekspresikan dengan menggunakan simbol-simbol ini yaitu dengan cara bilangan yang diwakili oleh seperangkat simbol adalah jumlah bilangan yang diwakili oleh simbol itu sendiri, dengan setiap karakter diulang hingga sembilan kali. Arah penulisan bilangan dari kanan ke kiri, dengan unit terbesar berada di urutan pertama, kemudian bilangan lain dalam urutan pentingnya. Seperti contoh berikut.⁶⁸



Gambar 2.6: Sistem Bilangan Bangsa Mesir Kuno Berupa Simbol

Hieroglif Untuk Bilangan-Bilangan Selain Kelipatan 10

Dalam bilangan biasa dimulai dari yang paling besar dengan simbol berbentuk seperti berudu kemudian diikuti oleh biangan-bilangan lain yaitu $(1 \times 100.000) + (4 \times 10.000) + (2 \times 1.000) + (1 \times 100) + (3 \times 10 + 6 \times 1) = 142.136$, jadi simbol tersebut mewakili bilangan 142.136.

Selain mengembangkan sistem bilangan, Proclus yang merupakan pengamat ahli dari Yunani menyebutkan sebagian besar catatan sejarah menyatakan

⁶⁸ David M. Burton, *The History ...*, hal. 15

bahwa geometri adalah ilmu yang pertama kali ditemukan di Mesir.⁶⁹ Ilmu geometri muncul berasal dari pengukuran luas tanah. Sangat penting bagi orang-orang Mesir untuk menggunakan ilmu ini, mengingat sungai Nil yang setiap tahun meluap sehingga akan menghapus batas-batas tanah. Peradaban Mesir yang berada di sepanjang sungai Nil yang setiap tahun meluap, mengakibatkan lahan-lahan disekitarnya bertambah atau berkurang, oleh karena itu aturan geometri digunakan untuk menentukan batas-batas ladang dan daya tampung lumbung. Berdasarkan hal tersebut, disimpulkan bahwa di Mesir kuno matematika muncul akibat kebutuhan-kebutuhan praktis. Contoh lain bahwa matematika muncul akibat kebutuhan-kebutuhan praktis di Mesir kuno yaitu, bangsa Mesir kuno membutuhkan aritmatika untuk kepentingan perdagangan, biasanya digunakan untuk transaksi perdagangan sehari-hari, untuk pemungutan pajak pemerintah, menghitung bunga pinjaman, menghitung upah, dan penyusunan kalender kerja.⁷⁰

Sebagian besar yang kita ketahui tentang awal perkembangan matematika di Mesir kuno berasal dari dua Papyrus. Papyrus adalah alat tulis sederhana yang berasal dari kulit batang pohon yang dikeringkan dan dianyam sehingga dapat digunakan untuk media tulis pada masa peradaban Mesir kuno. Kedua Papyrus tersebut yaitu Papyrus Rhind dan Papyrus *Golenischev* atau Papyrus Moskow karena Papyrus ini berada di *Museum of Fine Arts* di Moskow.⁷¹

Papyrus Rhind adalah suatu risalah matematika yang menyerupai buku petunjuk praktis berisi 85 soal yang ditulis dengan huruf hieratik oleh penulis

⁶⁹ PPPPTK dan LP3TK KPTK, *Sejarah dan Filsafat Matematika*, (Jakarta: Departmen Pendidikan dan Kebudayaan, 2018), hal. 14

⁷⁰ *Ibid.*

⁷¹ David M. Burton, *The History ...*, hal. 33

bernama Ahmes. Tulisan dalam Papyrus Rhind diperkirakan ditulis sekitar tahun 1650 SM tetapi kemungkinan tulisan dalam Papyrus Rhind merupakan salinan dari dokumen yang lebih tua berasal dari Dinasti keduabelas pada sekitar 1849-1801 SM. Papyrus Rhind adalah panduan manual untuk mempelajari aritmatika dan geometri mengandung rumus-rumus luas dan cara perkalian, pembagian, dan pengerjaan pecahan, bilangan komposit dan prima, rata-rata aritmatika, geometri dan harmonik, cara penyelesaian persamaan linear orde satu baris aritmatika dan geometri.⁷²

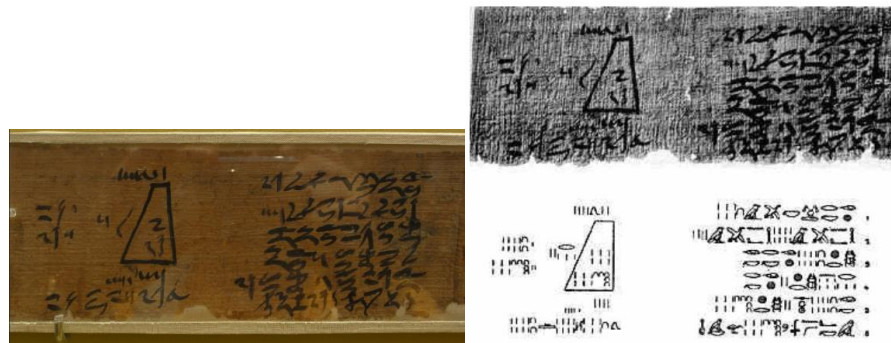


Gambar 2.7: Papyrus Rhind

Papyrus lain yaitu Papyrus *Golenischev* atau Papyrus Moskow, berisi naskah soal cerita. Salah satu soal dipandang khusus karena soal itu memberikan metode penyelesaian untuk memperoleh volume limas terpenggal. Soal tersebut kurang lebih berbunyi seperti berikut, “ jika Anda dikatakan: Limas terpenggal setinggi 6 satuan panjang, yakni 4 satuan panjang di bawah dan 2 satuan panjang di atas. Anda mengkuadratkan 4, sama dengan 16. Anda menduakalilipatkan 4, sama dengan 8.

⁷² PPPPTK dan LP3TK KPTK, *Sejarah dan ...*, hal. 16

Anda menguadratkan 2, sama dengan 4. Anda menjumlahkan 16, 8, dan 4, sama dengan 28. Anda ambil sepertiga dari 6, sama dengan 2. Anda ambil dua kali lipat dari 28, sama dengan 56. Maka lihatlah, hasilnya adalah 56. Anda memperoleh kebenaran.”⁷³



Gambar 2.8: Papirus Golenischev atau Papirus Moskow

Berangkat dari penjelasan-penjelasan di atas dapat diketahui bahwa perkembangan peradaban bangsa Mesir yang semakin maju mengharuskan bangsa Mesir untuk menghitung dalam jumlah yang cukup besar untuk mengatur segala aspek kehidupan mereka. Mulai dari sinilah, bangsa mesir menggunakan matematika sebagai perhitungan dan mengembangkan suatu system bilangan. Sistem bilangan bangsa Mesir kuno yang bersifat desimal, mengandalkan kekuatan bilangan 10. Kemudian untuk menuliskan bilangan-bilangan tersebut, bangsa Mesir kuno menggunakan sistem penulisan hieroglif, dengan menggunakan simbol seperti skrip gambar, setiap gambar mewakili objek konkret (suatu bilangan). Selain mengembangkan sistem bilangan, bangsa Mesir kuno yang pertama kali menemukan geometri, disebabkan negeri bangsa Mesir yang berada disepanjang sungai Nil yang setiap tahun airnya meluap. Kemudian ditemukan dua Papirus yaitu

⁷³ *Ibid.*, hal. 18

Papyrus Rhind dan Papyrus Mokow, yang mengandung perhitungan aritmatika dan geometri.

3. Perkembangan Matematika di Yunani Kuno

Sekitar abad ke 12 SM, bangsa Yunani dari Ionia mengembangkan sistem bilangan sandi, tetapi dengan seperangkat simbol yang lebih luas untuk dihafal. Mereka memberi sandi untuk bilangan mereka dengan menggunakan huruf alfabet Yunani biasa, ditambah tiga huruf Fenesia kuno, yaitu digamma untuk bilangan 6, koppa untuk 90, dan sampi untuk 900. 27 huruf yang dihasilkan akan disajikan sebagai berikut, sembilan huruf awal adalah mewakili bilangan 1 hingga 9, sembilan huruf berikutnya mewakili sembilan huruf pertama kelipatan integral 10, sembilan huruf terakhir mewakili sembilan huruf pertama kelipatan integral 100. Sebagai contoh.⁷⁴

Tabel 2.1 Simbol Sistem Bilangan Yunani Kuno

1	α	10	ι	100	ρ
2	β	20	κ	200	σ
3	γ	30	λ	300	τ
4	δ	40	μ	400	υ
5	ϵ	50	ν	500	ϕ
6	ς	60	ξ	600	χ
7	ζ	70	\omicron	700	ψ
8	η	80	π	800	ω
9	θ	90	φ	900	λ

⁷⁴ David M. Burton, *The History ...*, hal. 16

Karena sistem ionik masih merupakan sistem tipe aditif, sehingga angka 1 sampai 999 dapat diwakili oleh paling banyak tiga simbol, yaitu seperti contoh untuk menunjukkan bilangan 784 maka mereka akan menggunakan sandi $\psi\pi\delta$ yang berarti $\psi+\pi+\delta=700+80+4=784$. Kemudian, untuk bilangan yang lebih besar akan digunakan skema tanda aksens ditempatkan di kiri bawah huruf yang mewakili bilangan satuan yang tepat maka akan sama dengan dikalikan dengan bilangan yang setara dengan 1000, dengan demikian β bukan mewakili bilangan 2 tetapi mewakili bilangan 2000.⁷⁵ Selanjutnya puluhan ribu akan menggunakan huruf baru M, berasal dari kata *myriad* yang berarti sepuluh ribu. Huruf M ditempatkan di sebelah atau di bawah simbol yang mewakili angka 1 hingga 9999 sehingga bilangan tersebut dikalikan 10.000, misalnya δM atau $M^{\delta}=40.000$ dan $\rho v M$ atau $M^{\rho v}=1.500.000$. Untuk menyusun bilangan yang lebih besar dari kekuatan 10.000 maka digunakan *double myriad* atau MM yang menandakan 10.000^2 , dan seterusnya.⁷⁶

Sejarah menyatakan, bangsa Yunani membuat matematika menjadi suatu disiplin ilmu, mengubah beragam aturan perhitungan empiris menjadi satu kesatuan yang sistematis. Meskipun jelas, mereka mewarisi pengetahuan dari Timur, bangsa Yunani mengupayakan untuk mengembangkan matematika lebih mendalam, yaitu memberi arti terhadap matematika lebih dari penggunaan dalam kehidupan sehari-hari, dan lebih rasional dari pada sebelumnya. Misalnya pada masa Babilonia kuno dan Mesir, matematika telah diolah sebagai alat, baik untuk kebutuhan praktis atau

⁷⁵ *Ibid.*

⁷⁶ David M. Burton, *The History ...*, hal. 17

sebagai bagian dari pengetahuan yang istimewa untuk mendapatkan hak yang setara sebagai ahli tulis. Sebaliknya matematika Yunani telah memisahkan subjek intelektual dari pemiliknya. Seorang individu pertama yang secara spesifik menemukan matematika adalah Thales dari Melitus (sekitar tahun 625 sampai 547 SM) dan Pythagoras dari Samos (sekitar tahun 580 sampai 500 SM).⁷⁷

Thales adalah keturunan Fenisia, lahir di Melitus, kota Ionia. Telah banyak yang mengetahui bahwa Thales yang pertama kali memperkenalkan penggunaan bukti logis berdasarkan alasan deduktif daripada berdasarkan eksperimen dan intuisi untuk mendukung sebuah argumen. Proclus dalam *Commentary on The First Book of Euclid's Element*, menyatakan bahwa Thales adalah yang pertama pergi ke Mesir dan membawa kembali pembelajaran geometri ke Yunani. Thales menemukan banyak proposisi sendiri dan mengungkapkan kepada penggantinya prinsip pokok dari kebanyakan antara lain, dalam beberapa kasus metodenya menjadi lebih umum, dalam hal lainnya lebih empiris. Thales telah dianggap sebagai bapak geometri atau ahli matematika pertama, karena kontribusinya dalam mengembangkan geometri. Pencapaian Thales yang dikaitkan dengan para sejarawan asal Yunani seperti Herodotus dan Proclus yaitu proposisi geometris, seperti berikut.⁷⁸

- a. Sebuah sudut yang ditulis dalam setengah lingkaran adalah sudut yang tepat
- b. Lingkaran dibagi dua dengan diameternya
- c. Sudut dasar segitiga sama kaki adalah sama

⁷⁷ *Ibid.*, hal. 83

⁷⁸ David M. Burton, *The History ...*, hal. 87

- d. Jika dua garis lurus berpotongan, sudut yang berlawanan adalah sama
- e. Sisi-sisi segitiga yang serupa adalah sebanding
- f. Dua segitiga yang kongruen jika keduanya memiliki satu sisi dan dua sudut yang berdekatan, masing-masing, sederajat

Penghargaan yang besar patut diberikan kepada Thales dalam pencapaiannya. Disisi lain studi angka abstrak dimulai pada abad keenam SM di Yunani dengan Pythagoras dan pengikut Pythagoras. Sejarah tentang Pythagoras sangat sedikit dan sedikit pula yang bisa diungkapkan dengan banyak kepastian. Informasi yang didapatkan kebanyakan berasal dari para awal yang saling bersaing satu sama lain untuk menciptakan dongeng tentang perjalanan Pythagoras, kekuatan ajaib, dan ajarannya. Menurut perkiraan terbaik, Pythagoras dilahirkan antara 580 dan 569 SM, di laut Aegea, pulau Samos. Pythagoras meninggalkan pulau Samos sejak ia berumur delapan belas tahun untuk belajar di Ponisia dan Mesir, dan kemungkinan Pythagoras juga melakukan perjalanan ke Timur di Babilona.⁷⁹

Mendirikan sebuah sekolah di Yunani bukanlah hal yang aneh. Sekolah milik Pythagoras memiliki fitur yang khas yang memiliki tujuan sekaligus untuk politis, filosofis, dan religius. Dibentuk dari sekitar 300 bangsawan muda, semua hal bersifat duniawi disimpan. Murid-murid berkonsentrasi pada empat *mathemata*, atau subjek pembelajaran yaitu *arithmetica* atau aritmatika berarti teori bilangan sebagai lawan dari perhitungan, *harmonia* atau musik, *geometria* atau geometri, dan *astrologia* atau astronomi. Keempat bagian pengetahuan ini akan diketahui di

⁷⁹ David M. Burton, *The History ...*, hal. 90

abad pertengahan sebagai “*quadrivium*,” yang kemudian akan ditambahkan trivium logika, tata bahasa, dan retorika subjek yang terhubung dengan penggunaan bahasa. Ketujuh seni liberal ini dipandang sebagai kebutuhan dan program untuk jenjang yang lebih tinggi pada pendidikan abad pertengahan.⁸⁰

Perbedaan para pengikut Pythagoras dengan aliran lain yaitu filosofi mereka bahwa “pengetahuan adalah pemurnian terbesar”, dan pengetahuan yang mereka maksud adalah matematika. Tidak pernah sebelumnya atau sejak matematika mempunyai bagian yang penting dalam kehidupan dan agama, begitu juga dengan matematika para pengikut Pythagoras. Keyakinan mereka bahwa kenyataan operatif ada dibalik fenomena alam, dan hal itu adalah kemauan dari arsitek tertinggi, alam semesta diciptakan di bawah keserbaragaman dan kekacauan dunia di sekitar kita, ada asas kesederhanaan dan keseimbangan. Mereka selanjutnya berteori bahwa segala sesuatu, fisik dan spiritual, harus diberi nomor dan bentuk yang telah ditentukan, secara umum dapat disebut sebagai “segala sesuatu adalah angka.” Dalam hal ini angka berarti bilangan bulat positif. Tentang Pythagoras sendiri, sejarawan menyatakan bahwa “melekat dalam diri Pythagoras sangat penting baginya untuk mempelajari aritmatika, yang mana dia lanjutkan dan keluarkan sebagai hak kebutuhan perdagangan.⁸¹

Semua sejarah didasarkan pada dokumen tertulis, misalnya dokumentasi tentang matematika di Babilonia dan Mesir kuno sering sangat tepat, seperti di Babilonia ditemukan tablet dari tanah liat berisi sistem bilangan dan penyelesaian

⁸⁰ *Ibid.*

⁸¹ *Ibid.*, hal. 93

akar pangkat dari dua dan di Mesir ditemukan papyrus berisi tentang penyelesaian aritmatika dan geometri. Namun di Yunani sangat sedikit sumber-sumber utama yang dapat memberikan gambaran yang jelas tentang perkembangan awal matematika di Yunani. Di Yunani tidak ada papyrus seperti di Mesir, tidak ada tablet tanah liat seperti di Babilonia. Buku-buku yang ditulis dengan berlulunya waktu, membuat buku-buku yang ditulis mengalami kerusakan. Akibatnya, sejarah Yunani awal adalah kumpulan mitos, legenda, dan anekdot yang meragukan, yang disimpan penulis yang hidup selama berabad-abad.⁸²

Sebelumnya telah diketahui bahwa bangsa Babilonia dan Mesir kuno telah mengembangkan sistem bilangan mereka sendiri. Begitu juga dengan bangsa Yunani. Berdasarkan penjelasan sebelumnya bahwa bangsa Yunani memiliki sistem bilangan ionik, menggunakan sandi berasal dari huruf Yunani sendiri dan tiga huruf Fenesia kuno. Selain itu bangsa Yunani kuno juga mengembangkan ilmu matematika bidang geometri, tokoh penemu geometri di Yunani yaitu Thales. Diketahui Thales belajar geometri dari Mesir. Selanjutnya Pythagoras dan pengikutnya yang mengembangkan aritmatika yang mereka pelajari dari Ponisia, Mesir, dan Babilonia. Aritmatika para pengikut Pythagoras ini selalu dihubungkan dengan alam semesta dan isinya. Dan diyakini bahwa telah melekat dalam diri Pythagoras untuk mempelajari matematika. Kebenaran sejarah Yunani ini sering dianggap mitos, legenda, atau anekdot yang meragukan karena dokumen sejarah tentang Yunani kuno sangat sedikit ditemukan, seperti buku-buku yang tertulis sejarah Yunani kuno yang telah berabad-abad disimpan dan mengalami kerusakan.

⁸² David M. Burton, *The History ...*, hal. 16

Perkembangan matematika di Babilonia dan Mesir kuno pada umumnya memiliki kesamaan yaitu berasal dari kebutuhan praktis pada masa itu. Berbeda dengan matematika Yunani. Bangsa Yunani mengembangkan matematika dan memandangnya sebagai ilmu dan membuatnya lebih rasional. Dari ketiga negeri tersebut, perkembangan matematika kemudian akan menjadi lebih luas di masa selanjutnya.

C. Abad Pertengahan

Dimulainya abad pertengahan secara umum ditandai dengan runtuhnya kerajaan Romawi pada 476 M dan berlangsung sekitar 1000 hingga 1450 tahun. Mulainya abad pertengahan dinamakan sebagai abad kegelapan (*dark ages*) karena peradaban terbesar Romawi dan Yunani telah ditaklukkan.⁸³

Kehidupan orang-orang Eropa mengalami masa suram pada abad pertengahan. Sangat sedikit yang bisa membaca dan menulis.⁸⁴ Berbagai bentuk kreativitas diatur oleh gereja. Berbagai hal diberlakukan untuk kepentingan gereja, namun hal-hal yang merugikan bagi gereja akan mendapat balasan yang kejam. Pada abad pertengahan ini doktrinasi terhadap pemikiran manusia sudah menjadi biasa. Hidup manusia selalu dikaitkan dengan tujuan akhir, doktrin pemikiran manusia bahwa kehidupan hakektanya telah ditentukan oleh Tuhan. Tujuan hidup manusia sejatinya hanya untuk mencari keselamatan. Oleh karena itu pada abad

⁸³ Maria Mastromatteo, dkk, "The Middle Ages," <https://pbs4549.org/middleages>, diakses 28 Juni 2020 Pukul 18:57 WIB

⁸⁴ *Ibid*

pertengahan, harapan sangat kecil untuk memperbaiki kondisi orang-orang Romawi.⁸⁵

Selama tahun kekaisaran Romawi, rakyat miskin dilindungi oleh prajurit kaisar. Ketika kekaisaran runtuh, tidak ada hukum untuk melindungi mereka, sehingga membuat rakyat berpaling kepada tuan-tuan tanah untuk menjaga kedamaian dan bertindak untuk kepentingan mereka. Kesiediaan mereka untuk diatur oleh para penguasa yang memimpin merupakan awal dari feodalisme. Beberapa petani bebas, namun kebanyakan menjadi budak tuan tanah. Hal ini berarti, para petani tersebut terikat pada tuan tanah dan membayar sewa yang sangat tinggi kepada tuan tanah tersebut.⁸⁶

Disamping itu, berbagai peristiwa besar ikut serta merubah tatanan dan segi sosial umat islam. Abad pertengahan yang merupakan masa yang telah jauh dari era kenabian, membuat tafsir dan kepemimpinan islam menjadi beragam. Posisi khalifah bukan hanya sebagai pemimpin yang mengatur dari segi sosio-agama, tetapi juga mulai berkembang ke ranah politik. Pada abad pertengahan keumatan terpecah menjadi tiga bagian yaitu Abbasiyah (750-1258 M), Umayyah Andalusia (929-1031 M), dan Fathimiyah (909-1171 M). Umat islam mulai berkembang dan tersebar ke penjuru dunia dan peradaban islam menuju masa-masa keemasan.⁸⁷ Secara historis, sejarawan telah menjustifikasi bahwa abad pertengahan merupakan masa dimana sains islam mengalami kemajuan.⁸⁸

⁸⁵ Saifullah, "Renaissance dan ...," hal. 134

⁸⁶ Maria Mastromatteo, dkk, "The Middle ...,"

⁸⁷ Johan Wahyudi, "Membincang Historiografi Islam Abad Pertengahan," *Al Tusi* 19, no. 1 (2013), hal. 39

⁸⁸ Bilqis Shofiyana dan Fadhlu Rahman, "Kemajuan dan ...," hal. 162

Permulaan sains islam yaitu adanya penerjemahan besar-besaran di Gudinshapur, sebuah kota yang ditaklukkan oleh orang Arab pada tahun 638 M. Melalui penerjemahan tersebut membuat islam kaya akan ilmu pengetahuan, sehingga menjadi pusat penyebaran ilmu pengetahuan Yunani dan pengetahuan lain. Dua abad setelah penerjemahan dilakukan, kaum muslimin juga merevisi beberapa karya penting dari ilmuwan-ilmuwan besar dunia seperti karya dari Plato, Aristoteles, Euclid, Archimedes, Hippocrates, Galen, Ptolemi, dan ilmuwan-ilmuwan lain. Kesuksesan dalam hal penerjemahan karya-karya ilmuwan-ilmuwan besar tersebut akhirnya menggemilangkan muslim pada beberapa sektor keilmuan seperti astronomi, matematika, fisika, kimia, dan kedokteran.⁸⁹

Berangkat dari penjelasan tersebut, diketahui bahwa abad pertengahan dimulai pada 476 M dan berlangsung selama sekitar 1000 hingga 1450 tahun lamanya, yang ditandai dengan runtuhnya kerajaan Romawi. Masa suram dialami oleh orang-orang Eropa pada abad pertengahan ini karena kehidupan orang-orang diatur diatur oleh gerja. Disisi lain, abad pertengahan merupakan masa keemasan bagi umat islam, yang mana umat islam mulai tersebar di berbagai penjuru dunia. Pada abad pertengahan ini pula sains islam, termasuk matematika juga mulai berkembang. Kemajuan sian islam diawali dengan program penerjemahan terhadap karya-karya dari Yunani ataupun pengetahuan lain.

⁸⁹ Fadhlu Rahman dan Rahmatika Layyinah, "Konsep Harmonisasi Sains dan Ekologi: Studi Historis Paradigma Holistik Sains Islam di Abad Pertengahan," dalam *Prosiding Konferensi Integrasi Interkoneksi Islam dan Sains 1*, (2018), hal. 104

D. Perkembangan Matematika pada Abad Pertengahan

1. Perkembangan Matematika pada Masa Kejayaan Islam

Salah satu perkembangan paling transformatif yang memengaruhi perkembangan matematika pada abad pertengahan adalah penyebaran islam yang luar biasa.⁹⁰ Sejak berdirinya islam di Arab, islam kemudian tersebar dengan cepat ke berbagai penjuru dunia. Penyebaran islam yang begitu cepat bukan berarti dakwah yang dilakukan nabi Muhammad SAW untuk mengenalkan ajaran islam kepada orang-orang berjalan dengan mulus. Dalam dakwah tentang ajaran islam, nabi Muhammad mengalami banyak rintangan.⁹¹

Hingga jauh setelah wafatnya nabi Muhammad, islam terus mengalami kemajuan, terutama pada masa dualah Abbasiyah yang dimulai pada sekitar tahun 750 M-1258 M yang beribukota Baghdad. Masa Bani Abbasiyah adalah masa dimana islam mengalami kemajuan yang gemilang dan merupakan puncak kejayaan Negara islam, terutama dalam bidang keilmuan. Berbagai macam disiplin keilmuan meningkat pesat, termasuk matematika. Puncak popularitas islam pada masa Bani Abbasiyah berada pada masa pemerintahan khalifah Harun Ar-Rasyid dan putranya Al-Makmun. Salah satu wilayah yang dikuasai umat islam yaitu Spanyol (Andalusia). Mulai dari Spanyol ini, islam dikenal dikalangan bangsa Barat.⁹²

⁹⁰ Uta C. Marzbach dan Carl B. Boyer, *A History of Mathematics*, (New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2010), hal. 203

⁹¹ Abrari Syauqi, dkk., *Sejarah Peradaban Islam*, (Yogyakarta: Aswaja Presindo, 2016), hal. 1

⁹² *Ibid*, hal. 64

Pertama kali islam mendapatkan pengetahuan secara mendalam di bidang matematika yaitu melalui sekolah dan karya-karya ilmuwan India yang sejatinya karya-karya ilmuwan India tersebut juga hasil pengembangan dari teori-teori ilmuwan terdahulu dari Yunani dan Babilonia. Tak lama setelah itu, dipengaruhi langsung oleh ilmuwan Yunani dibawah penemuan-penemuan Euclid. Hal ini mejadi jalan bagi imuwan muslim untuk melakukan pengembangan, pengoreksian dan penemuan, khususnya di bidang matematika.⁹³ Sarjana-sarjana yang berpengaruh pada masa Abbasiyah antara lain Al-Khawarizmi, Tsabit Ibn Qurra, Omar Khayyam, dan Abu Wafa.

a. Al-Khawarizmi

Muhmmad Ibn Musa Al-Khawarizmi (780 M-850M), adalah sahabat dari khalifah Al-Makmun. Sebagai ahli astronomi istana, Al-khawarizmi diyakini sebagai salah satu sarjana yang bergabung dengan lembaga *Bait Al-Hikmah*.⁹⁴ *Bait Al-Hikmah* adalah puat penerjemahan yang berfungsi seperti perguruan tinggi dengan perpustakaan besar dan tempat untk berdiskusi. *Bait Al-Hikmah* didirikan pada masa khalifah Al-Makmun, karena khalifah Al-Makmun dikenal sebagai khalifah yang cinta akan ilmu.⁹⁵ Dengan masuknya Al-Khawarizmi di lembaga *Bait Al-Hikmah*, hal itu sangat membantu Al-Khawarizmi untuk menyelesaikan dua bukunya yaitu satu mengenai aritmetika dan yang lainnya menegnai aljabar. Hal ini memicu orang Eropa untuk mempelajari bilangan Hindu dan pendekatan aljabar hingga matematika.⁹⁶

⁹³ Fadhlu Rahman dan Rahmatika Layyinah, "Konsep Harmonisasi ...," hal. 104

⁹⁴ David M. Burton, *The History ...*, hal. 238

⁹⁵ M. Mukhlis Fahrudin, "Pusat Peradaban ...", hal.190

⁹⁶ David M. Burton, *The History ...*, hal. 238

Al-Khawrizmi menghimpun sebagian kecil risalah mengenai aritmetika dengan judul “Buku Penjumlahan dan Pengurangan Sesuai dengan Perhitungan Hindu.” Penghimpunana risalah tersebut lekas dikerjakan di Arab untuk menjelaskan tentang penggunaan sistem bilangan desimal Hindu. Meskipun Al-Khawarizmi hanya menyebutkan 9 huruf yaitu, simbol untuk digit 1 sampai 9 akan digunakan untuk menuliskan bilangan, Al-Khawarizmi juga menggunakan bilangan nol (0), Al-Khawarizmi menyebutkan “ketika tidak ada sisa pada pengurangan, gunakan sebuah lingkaran kecil sehingga tempat itu tidak akan kosong, tetapi lingkaran tersebut menempati tempat itu.” Sayangnya buku tersebut tidak memiliki salinan asli dalam versi bahasa Arab. Akan tetapi kita dapat menemukannya hanya dalam terjemahan ahasa Latin yaitu *Algoritmi de Numero Indorum*, yang dibuat oleh John dari Seville pada permulaan abad ke 12.⁹⁷

1) Aljabar

Melalui aritmetikanya, nama Al-Khawarizmi kemudian menjadi umum dalam bahasa Inggris. Nama *Algebra* yang dalam bahasa Indonesia berarti Aljabar, adalah kata serapan dari kata “*Al-jabr*” yang diadopsi orang Eropa menjadi “*Algebra*.” Kata *Al-jabr* merupakan bagian dari judul risalah Al-Khawarizmi “*Hisab Al-jabr Wal Muqobalah*.”⁹⁸ Al –Khawarizmi mendefinisikan *jabr* pemindahan persamaan aljabar dari satu sisi ke sisi yang lain untuk menyeimbangkan persamaan dengan menambahkan bilangan yang memiliki kuantitas yang sama pada kedua sisi (reuni). Sebagai contoh, diberikan persamaan

⁹⁷ *Ibid*

⁹⁸ *Ibid*, hal.239

pada notasi modern $6x^2 - 4x + 1 = 5x^2 + 3$. *Jabr* disajikan dari persamaan $6x^2 - 4x + 1 = 5x^2 + 3$ menjadi $6x^2 + 1 = 5x^2 + 4x + 3$. Sedangkan *Muqobalah* sebagai penyederhanaan dari bentuk persamaan aljabar yang dihasilkan (reduksi), misalnya disajikan dengan mereduksi $6x^2 - 4x + 1 = 5x^2 + 3$ menjadi $x^2 = 4x + 2$.⁹⁹

Di abad ke-12, buku *Hisab Al-jabr Wal Muqobalah* diterjemahkan ke dalam bahasa Latin sehingga berjudul “*Liber Algebrae et Almucabola*”, yang bermakna “hubungan matematika dengan penyelesaian persamaan.” Penjelasan tradisional dari bahasa Arab, kata *jabr* berarti ”pengaturan tulang yang patah” oleh karena itu disebut sebagai “reuni” atau “mengembalikan.” Ketika bangsa Moor menempati Spanyol pada abad pertengahan, mereka memperkenalkan kata aljabar dalam bentuk kata *algebrista*, yang berarti penyembuhan tulang. Menceritakan tentang Al-Khawarizmi, bukan berarti bahwa Al-Khawarizmi adalah satu-satunya penemu aljabar. Al-khawarizmi hanyalah perwakilan dari sekolah tua di Persia yang memperhatikan metode tersebut untuk masa depan.¹⁰⁰

Aljabar orang Arab awal mula masih pada tahap retorika primitif, yaitu fase yang ditandai dengan tidak adanya simbol matematika, perhitungan dilakukan dengan kata-kata, misalnya penulisan bilangan genap dituliskan dalam kata-kata sebagai pengganti simbol. Aturan prosedur aljabar dinaytakan seola-olah prosedur aljabar tersebut adalah wahyu yang harus diterima oleh pembaca dan diikuti oleh pengikut sejati. Selain itu, alasan dan bukti disajikan dan diberikan sebagai

⁹⁹ Kusaeri, *HISTORIOGRAFI MATEMATIKA: Rujukan Paling Otoritatif Tentang Sejarah Perkembangan Matematika*, (Yogyakarta: Matematika, 2017), hal. 123

¹⁰⁰ David M. Burton, *The History ...*, hal. 239

demonstrasi geometris. Orang-orang Arab yang banyak terinspirasi oleh Elemen Euclid mempercayai bahwa argumen harus geometris agar meyakinkan.¹⁰¹

2) Persamaan Kuadrat

Aljabar karya Al-Khawarizmi yang diterjemahkan ke dalam bahasa latin dibuka dengan sebuah pernyataan pengantar singkat prinsip kedudukan bilangan dan hasil penyelesaiannya.¹⁰² Dalam hubungan dengan persamaan kuadrat, Al-Khawarizmi membaginya ke dalam tiga jenis pokok, yaitu:¹⁰³

- a) Kuadrat ditambah akar sama dengan bilangan. Dalam notasi modern $x^2 + ax = b$. Contoh, $x^2 + 10x = 39$, $2x^2 + 10x = 48$.
- b) Kuadrat ditambah bilangan sama dengan akar. Dalam notasi modern $x^2 + b = ax$. Contoh, $x^2 + 21 = 10x$.
- c) Akar ditambah bilangan sama dengan kuadrat. Dalam notasi modern $ax + b = x^2$. Contoh, $3x + 4 = x^2$.

3) Dasar Geometris

Aljabar Al-Khawarizmi memperlihatkan dengan jelas elemen *Hellenic*, tetapi demonstrasi geometris pertamanya sedikit ada kesamaan dengan matematika Yunani Kuno. Demonstrasi geometris Al-Khawarizmi tentang kebenaran aturan aljabarnya untuk memecahkan persamaan kuadrat dapat diilustrasikan dengan pembahasan tentang persamaan $x^2 + 10x = 39$.¹⁰⁴

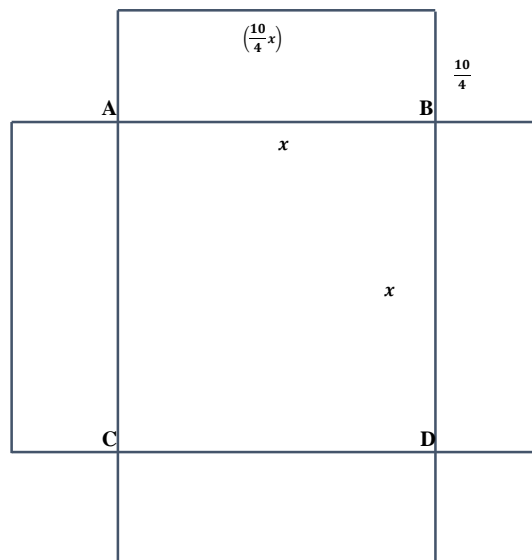
¹⁰¹ *Ibid*, hal.240

¹⁰² Uta C. Marzbach dan Carl B. Boyer, *A History ...*, hal. 207

¹⁰³ David M. Burton, *The History ...*, hal. 240

¹⁰⁴ *Ibid*

Persamaan geometris Al-Khawarizmi dijelaskan sebagai berikut, diberikan $x^2 + 10x = 39$ adalah sebuah bangu persegi ABCD yang memiliki panjang sisi x untuk mewakili x^2 . Kemudian ditambahkan $10x$, kemudian $10x$ dibagi menjadi empat bagian, sehingga setiap bagian diwakili dengan $\frac{10}{4}x$ sebagi luas persegi panjang dengan panjang $\frac{10}{4}$ dan lebarnya x .¹⁰⁵ Lebih jelasnya persamaan diilustrasikan pada gambar berikut.

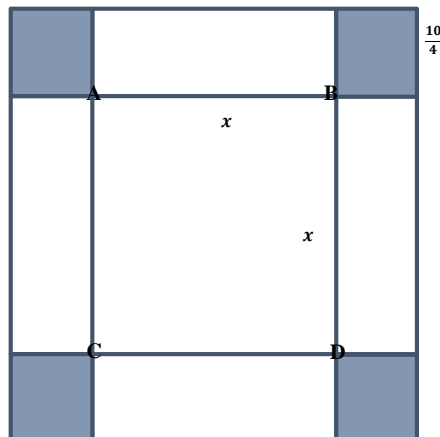


Gambar 2.9: Penyelesaian Geometris Al-Khawarizmi

Hasil gambar tersebut menggambarkan persamaan $x^2 + 10x = x^2 + 4\left(\frac{10}{4}x\right)$, jika pada setiap ujung persegi panjang $\left(\frac{10}{4}x\right)$ ditarik garis dengan panjang $\frac{10}{4}$ maka akan terbentuk 4 buah persegi kecil sebagai berikut.¹⁰⁶

¹⁰⁵ *Ibid*

¹⁰⁶ Kusaeri, *HISTORIOGRAFI MATEMATIKA...*, hal. 126



Gambar 2.10: Penyelesaian Geometris Al-Khawarizi

Dari gambar tersebut diketahui bahwa sisi persegi kecil adalah $\frac{10}{4}$ sehingga persegi kecil mewakili luas $\left(\frac{10}{4}\right)^2$. Dari sini dapat diketahui panjang sisi persegi baru (persegi yang paling besar) yaitu $2\left(\frac{10}{4}\right) + x$. Bila diketahui $x^2 + 10x = 39$, maka luas persegi baru adalah $(x^2 + 10x) + 4(\text{luas persegi kecil})$. Yaitu $39 + 4\left(\frac{10}{4}\right)^2 = 39 + 25 = 64$. Karena luas persegi baru adalah 64, maka sisi baru adalah 8. Sehingga $x = 8 - 2\left(\frac{10}{4}\right) = 3$.

Melihat cara pemecahan persamaan kuadrat tersebut, dapat diketahui bahwa geometri bukan lagi menjadi persoalan Elemen Euclid saja, aljabar pun juga memuat bahasa geometri. Dengan karya Al-Khawarizmi, kita dapat melihat bahwa yang dilakukannya jauh dari batasan tersebut, sebagai penjelasan geometris karya Al-Khawarizmi hadir sebagai penolong untuk pemikiran baru tentang aljabar. Dahulu, pada zaman kuno, bangsa Babilonia yang kaya akan pemikiran memiliki trik dan alat untuk memecahkan permasalahan individu yang akhirnya dapat dilihat sebagai bagian dari reduksi kuadrat Al-Khawarizmi yang sistematis terhadap jenis-

jenis dasar oleh bangsa Babilonia. Dalam karya Al-Khawarizmi dapat dilihat kemajuan yang pesat dan perkembangan dari kebiasaan matematika kuno hingga meningkat dan memiliki cara penyelesaian yang lebih umum.¹⁰⁷

b. Tsabit Ibn Qurra

Abad ke-9 adalah masa gemilang dalam penyebaran dan pembangunan matematika. Tidak hanya melahirkan seorang Al-Khawarizmi, tetapi juga seorang Tsabit Ibn Qurra (826-901). Tsabit lahir di Harran kota Mesopotamia kuno pada sekitar tahun 826 M. Tsabit menguasai tiga bahasa sejak ia masih muda, hal tersebut menjadi perhatian bagi salah satu Musa bersaudara, yang mendorongnya untuk datang ke Baghdad untuk belajar dengan saudara-saudaranya di *Bait Al-Hikmah*. Tsabit menjadi cakap dalam ilmu kedokteran, sebaik kemampuannya dalam bidang ilmu matematika dan astronomi. Tsabit diangkat menjadi ahli astronomi, menyusun tradisi penerjemahan, khususnya karya dari bahasa Yunani dan Syiria. Terjemahan terhadap karya ilmuwan Yunani seperti Euclides, Archimedes, Ptolemius, Apollonius, dan Eutocius, menjadi karya aslinya dalam matematika di dunia Timur.¹⁰⁸

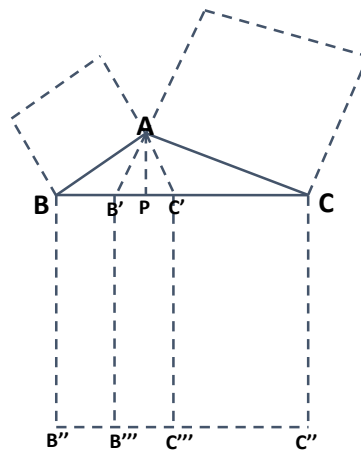
Selain itu, Tsabit telah menguasai sepenuhnya karya klasik yang telah ia terjemahkan. Sehingga Tsabit mengusulkan modifikasi dan generalisasi. Seperti Pappus, Tsabit memberikan generalisasi teorema *Phytagoras* yang berlaku untuk semua segitiga, apakah benar atau sisinya tidak sama. Jika dimulai dari vertex A dari segitiga sebarang ABC, digambarkan garis yang memotong BC pada titik B'

¹⁰⁷ David M. Burton, *The History ...*, hal. 242

¹⁰⁸ Uta C. Marzbach dan Carl B. Boyer, *A History ...*, hal. 213

dan C' , sedemikian sehingga sudut $AB'B$ dan $AC'C$ masing-masing sama dengan sudut A , lalu $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC} (\overline{BB'} + \overline{CC'})$.¹⁰⁹

Tsabit tidak memberikan bukti teorema, tetapi hal tersebut dengan mudah diberikan melalui teorema pada segitiga yang mirip atau serupa. Padahal, teorema memberikan sebuah generalisasi yang baik dari diagram kecil yang digunakan oleh Euclid sebagai bukti teorema *Phytagoras*. Misalnya, jika sudut A adalah sudut tumpul, maka persegi di sisi AB sama dengan persegi panjang $BB'B''B'''$, dan persegi yang di sisi AC sama dengan persegi panjang $CC'C''C'''$, dari sini diketahui $BB'' = CC'' = BC = B''C''$. Artinya, jumlah kuadrat pada AB dan AC adalah kuadrat pada BC dikurangi persegi panjang $B'C'B''C''B'''C'''$. Jika A sebuah sudut yang benar, maka B' dan C' bertepatan dengan P , dan untuk kasus ini, teorema Tsabit menjadi teorema *Phytagoras*.¹¹⁰



Gambar 2.11: Generalisasi Teorema *Phytagoras* Oleh Tsabit Ibn Qurra

¹⁰⁹ *Ibid*, hal. 214

¹¹⁰ *Ibid*

Bukti alternatif dari teorema *Phytagoras*, diberikan pada parabola dan segmen parabola, pembahasan tentang persegi ajaib, sudut potong segitiga, dan teori-teori astronomi baru adalah beberapa kontribusi Tsabit terhadap ilmu pengetahuan.¹¹¹

c. Omar Khayyam

Matematika Arab dibagi ke dalam empat bagian:¹¹²

- 1) Aritmetika Arab diperkirakan berasal dari India dan berdasar pada asas posisi.
- 2) Meskipun aljabar bersumber dari Yunani, Hindu, dan Babilonia, namun di tangan muslim, matematika memiliki bentuk yang baru lebih khas dan sistematis.
- 3) Trigonometri hakekatnya berasal dari Yunani, tetapi yang Arab gunakan bentuk yang berasal dari orang-orang Hindu dengan menambahkan fungsi dan rumus baru.
- 4) Geometri berasal dari Yunani, tetapi orang Arab berkontribusi generalisasinya keseluruh penjuru dunia.

Demikian kintribusi yang sangat penting oleh seseorang yang berasal dari Timur yang diketahui sebagai seorang ilmuwan tetapi di Barat dikenal sebagai penyair terbaik dari Persia. Ghiyath Al-Din Abu'l Fath Umar Ibn Ibrahim Al-Khayyami atau biasa dikenal dengan nama Omar Khayyam, lahir di Nishabur salah satu wilayah di Khurasan (Iran) pada tahun 439 H atau 1048 M. Omar Khayyam dikenal sebagai ilmuwan yang jenius dan puitis, baik di negara-negara Timur ataupun Barat.

¹¹¹ *Ibid*

¹¹² *Ibid*, hal.218

Omar Khayyam banyak memberi inspirasi bagi para sarjana-sarjana Timur dan Barat dalam bidang matematika, astronomi, sastra, dan disiplin ilmu lainnya.¹¹³

Omar Khayyam menulis karya tentang aljabar begitu melebihi Al-Khawarizmi. Omar memasukkan persamaan dengan derajat tiga. Seperti pendahulunya, Omar memberikan dua cara penyelesaian yaitu secara aritmetis dan geometris untuk menyelesaikan persamaan kuadra. Namun untuk menyelesaikan persamaan kubik umum, Omar menganggap bahwa cara pemecahan secara aritmetis tidak mungkin bisa, oleh karena itu hanya memberika cara pemecahan secara geometris. Sejak awal berkarya, Omar menguraikan persamaan kubik, dan secara khusus Omar menyatakan “hal ini tidak dapat dipecahkan dengan bidang geometri (yaitu, hanya menggunakan penggaris dan kompas) karena ada pangkat tiga di dalamnya. Untuk meyelesaikannya kita membutuhkan belahan kerucut.” Penggunaan potongan kerucut untuk menyelesaikan kubik telah digunakan awal mula oleh Menaechmus, Archimedes, dan Alahzen, tetapi Omar mengambil langkah untuk menggenarilsasikan metode tersebut untuk menyelesaikan seluruh persamaan derajat tiga yang memiliki akar positif.¹¹⁴

Sedangkan untuk persamaan yang memiliki derajat lebih tinggi dari tiga, Omar Kahyyam dengan jelas tidak menyarankan untuk menggunakan metode geometris karena untuk jarak tidak memuat lebih dari tiga dimensi, beliau menyatakan “apa yang disebut dengan kwadarat-kwadrat oleh para ahli aljabar dalam jarak kontinu adalah sebuah kebenaran teoritis. Hal itu tidak ada dalam

¹¹³ Dini Palupi Putri, “Peran dan Kontribusi Ilmuwan Muslim dalam Pembelajaran Matematika,” *Arithmetic* 1, no. 1 (2019), hal.75

¹¹⁴ Uta C. Marzbach dan Carl B. Boyer, *A History ...*, hal. 218

kenyataan dalam hal apapun.” Cara yang Omar Khayyam gunakan untuk persamaan kubik dapat ditetapkan dengan jauh lebih baik dan ringkas dalam notasi modern dan konsep. Misalkan kubik $x^3 + ax^2 + b^2x + c^3 = 0$, kemudian, jika kita substitusikan $2py$ ke dalam x^2 pada persamaan tersebut, dan $x^3 = x^2 \times x$, maka kita peroleh hasil $2pxy + 2apy + b^2x + c^3 = 0$. Karena hasil dari persamaan tersebut mempresentasikan sebuah hiperbola, dan persamaan $x^2 = 2py$ yang disubstitusikan merupakan representasi parabola, hal ini tepat bahwa jika hiperbola dan parabola diuraikan dalam kumpulan koordinat yang sama, kemudian absis dari pertemuan titik-titik pada dua kurva akan diakarpangkatkan dari persamaan kubik. Jelas bahwa banyak pasang belahan kerucut dapat digunakan untuk memecah kubik.¹¹⁵

d. Abu'l Wafa

Matematikawan muslim yang juga terkenal di era keemasan islam yaitu Abu'l Wafa. Beliau lahir di Buzjan, Khurasan (Iran) pada 10 Juni 940 M dengan nama Abu'l Wafa Muhammad Ibn Muhammad Ibn Yahya Ibn Ismail Al-Buzjani. Beliau dikenal sebagai ilmuwan yang serba bisa di zamannya.¹¹⁶ Abu'l Wafa memiliki banyak karya dibidang astronomi dan matematika, karya tersebut antara lain yaitu:¹¹⁷

- 1) “*Fi'ma Yahtaj Ilayh al-Kuttab wa al-Ummal min Ilm al-Hisab*”, yang oleh Ibn Al-Qifti disebut sebagai “*Al-Manazil fi Al-Hisab*”, merupakan sebuah buku tentang aritmetika.

¹¹⁵ *Ibid*, hal. 219

¹¹⁶ Dini Palupi Putri, “Peran dan ...,” hal.76

¹¹⁷ Ismatul Maula, dkk., “Perkembangan Matematika...,” hal.118

- 2) Kitab “*Al-Kamil*” yang mirip dengan kitab klasik terkenal “*Almagest*,” yaitu sebuah buku besar yang disusun Claudius Ptolemeus yang berisi pengetahuan astronomi kuno dan diuraikan berdasar pandangan geometrisme. Kitab “*Al-Kamil*” telah diterjemahkan ke dalam berbagai bahasa Eropa, salah satu di antaranya oleh Carra de Vaux.
- 3) Kitab “*Al-Handasah*” yaitu buku yang dituliskan dalam bahasa Arab dan Persi. “*Al-Handasah*” adalah kitab yang berbasis pengkajian dalam penerapan geometri. “*Al-Handasah*” sama dengan buku “*Book of the Geometrical Construction*” yaitu sebuah buku yang ditinjau oleh F. Woepke.

Selain karya-karya tersebut, Abu’l Wafa juga memberikan komentar-komentar terhadap karya Al-Khawarizmi dan ilmuwan Yunani seperti Euclides dan Diaphontus.

Abu’l Wafa dikenal sebagai seorang astronom dan matematikawan. Abu’l Wafa adalah salah satu ilmuwan yang namanya diabadikan di kawah bulan dengan tujuan mengabadikan dan menghormati pengabdian dan dedikasinya dalam mengembangkan ilmu pengetahuan di bidang astronomi.¹¹⁸ Sebagai seorang matematikawan, Abu’l Wafa dikenal dengan pengembangan trigonometrinya. Abu’l Wafa berhasil menyempurnakan teorema-teorema Menealaus dalam trigonometri sferis, yang disebut “*Rule of the Four Magnitudes*” yang berarti “aturan empat besaran” yaitu $\sin a : \sin c = \sin A : 1$, dan teorema tangen yaitu $\tan a : \tan b = \sin b : 1$, kemudian Abu’l Wafa memberikan kesimpulan bahwa $\cos c = \cos a \times \cos b$. Selain menyempurnakan aturan empat besaran, Abu’l Wafa juga

¹¹⁸ Dini Palupi Putri, “Peran dan ...,” hal.76

yang pertama kali menerapkan dalil *sinus* pada sudut miring segitiga sferis, beliau merumuskan dan mendemonstrasikan persamaan-persamaan dalil *sinus* pada sudut miring segitiga sferis. Persamaan-persamaan tersebut yaitu:¹¹⁹

1) Penjumlahan sudut

$$a) \sin(a \pm b) = \sin a \times \cos b \pm \cos a \times \sin b$$

$$b) \cos(a \pm b) = \cos a \times \cos b \mp \sin a \times \sin b$$

$$c) \tan(a \pm b) = \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \times \tan b}$$

2) Setengah sudut

$$a) 2 \sin^2 \frac{1}{2} a = 1 - \cos a$$

$$b) 2 \cos^2 \frac{1}{2} a = 1 + \cos a$$

3) Sudut lipat dua

$$a) \sin a = 2 \sin \frac{1}{2} a \times \cos \frac{1}{2} a \text{ atau } \sin 2a = 2 \sin a \times \cos a$$

$$b) \cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$$

Rumus persamaan untuk segitiga sferis tersebut biasa kita kenal dengan identitas trigonometri.¹²⁰

2. Matematika Pra-Renaissance

Abad ke-5 hingga ke-11 merupakan periode dimana Eropa Barat mengalami masa suram, menandai surutnya matematika. Budaya Roma dan pemikiran yang masih bertahan di abad ke-6 berada di daerah-daerah tertentu seperti, Italia dan Gaul selatan, tempat dimana bahasa Latin masih digunakan. Salah satu matematikawan

¹¹⁹ Ismatul Maula, dkk., "Perkembangan Matematika...", hal.118

¹²⁰ Dini Palupi Putri, "Peran dan ...," hal.76

Barat pada periode ini adalah Fibonacci. Namanya sering terdengar dalam pembelajaran matematika yang membahas tentang deret bilangan. Fibonacci lahir di Pisa pada sekitar tahun 1175. Fibonacci belajar di Afrika Utara, ketika ayahnya, Bonaccio, sedang menjalankan tugas diplomatik di Afrika Utara. Fibonacci belajar di bawah pengajaran seorang guru muslim dan berkeliling di Mesir, Syiria, dan Yunani. Oleh karena itu, wajar jika Fibonacci harus mendalami metode aljabar orang-orang Arab.¹²¹ Fibonacci juga mengamati dan menganalisis susunan aritmetika dalam perdagangan di negara-negara yang dikunjunginya. Fibonacci menggunakan sistem desimal Hindu-Arab, dengan posisi notasi dan simbol nol, selebihnya sistem Romawi masih digunakan di negerinya.¹²²

Fibonacci kembali ke Pisa pada tahun 1202 dan menulis "*Liber Abaci*". *Liber Abaci* berarti "buku perhitungan." *Liber Abaci* mewujudkan seluruh pengetahuan tentang aritmetika yang sebenarnya pada masa Fibonacci, termasuk banyaknya ilmu pengetahuan orang Arab. Sebagai karya besar dalam bidang matematika pada abad pertengahan, *Liber Abaci* ditinggalkan sebagai model atau contoh dan sumber untuk beberapa ratus tahun ke depan. Anehnya, meskipun *Liber Abaci* disebarluaskan melalui naskah, *Liber Abaci* tidak dicetak di Italia hingga tahun 1857, juga tidak diterjemahkan ke dalam bahasa Inggris hingga tahun 2002.¹²³

Bagian awal *Liber Abaci* dibuka dengan kalimat "ini merupakan kesembilan bentuk bilangan orang-orang India: 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Dengan kesembilan

¹²¹ Uta C. Marzbach dan Carl B. Boyer, *A History ...*, hal. 229

¹²² David M. Burton, *The History ...*, hal. 278

¹²³ *Ibid*

bentuk ini, dan dengan tanda 0 ... bilangan berapapun dapat ditulis, akan ditunjukkan di bawah.” Pernyataan itu terutama berada di edisi ke dua dari karya tersebut, dan terbit pada tahun 1228, dimana orang kristen Eropa mempelajarinya sebagai bilangan Arab.¹²⁴

Fibonacci diingat hingga sekarang terutama karena teori bilangan oleh orang Perancis pada abad ke-19. Fibonacci mengajukan sebuah masalah yang berhubungan dengan bilangan keturunan sepasang kelinci. “Seorang pria meletakkan pasangan kelinci dalam sebuah tempat yang dikelilingi oleh tembok. Berapa pasang kelinci yang dapat dihasilkan dari oleh pasangan kelinci tersebut dalam setiap tahun, jika sifat kelinci-kelinci tersebut serupa, yang mana setiap bulan masing-masing pasangan melahirkan pasangan kelinci baru yang mulai bulan ke-dua menjadi produktif ?” Pada dasarnya bahwa sepasang kelinci yang dilahirkan selama bulan pertama, kelinci-kelinci tersebut tidak ada satupun yang meninggal, sehingga ada dua pasang kelinci. Selama bulan ke-dua, pasangan yang asli atau indukan menghasilkan pasangan kelinci yang lain, satu bulan kemudian, kedua pasangan indukan kelinci dan pasangan kelinci yang pertama kali dilahirkan menghasilkan kelinci baru, sehingga ada tiga pasangan kelinci dewasa dan dua pasangan kelinci muda, dan seterusnya. Agar lebih mudah dipahami diberikan sebuah tabel.¹²⁵

¹²⁴ *Ibid*

¹²⁵ David M. Burton, *The History ...*, hal. 287

Tabel 2.2. Perkembangan Koloni Kelinci

Bulan	Pasangan Dewasa	Pasangan Muda	Total
1	1	1	2
2	2	1	3
3	3	2	5
4	5	3	8
5	8	5	13
6	13	8	21
7	21	13	34
8	34	21	55
9	55	34	89
10	89	55	144
11	144	89	233
12	233	144	377

Poin yang perlu diingat bahwa setiap bulan pasangan kelinci muda tumbuh dan menjadi pasangan dewasa, membuat entri dewasa baru sebelumnya ditambahkan dengan entri muda sebelumnya. Setiap pasangan yang telah dewasa pada bulan sebelumnya menghasilkan satu pasangan muda, sehingga entri muda baru sama dengan entri dewasa sebelumnya. Ketika dilanjutkan sampai tak hingga, urutannya menjadi 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, ..., yang disebut sebagai deret Fibonacci dan istilahnya adalah bilangan Fibonacci. Misalkan F_n menunjukkan bilangan Fibonacci ke- n , maka urutannya dapat ditulis, sebagai berikut.¹²⁶

¹²⁶ *Ibid*

$$2 = 1+1 \text{ atau } F_3 = F_1 + F_2$$

$$3 = 1+2 \text{ atau } F_4 = F_2 + F_3$$

$$5 = 2+3 \text{ atau } F_5 = F_3 + F_4$$

$$8 = 3+5 \text{ atau } F_6 = F_4 + F_5$$

⋮ ⋮

Dst. Dst.

Secara umum, aturan untuk keterangan tersebut dengan mudah dituliskan $F_1 = F_2 = 1$, $F_n = F_{n-2} + F_{n-1}$, untuk $n \geq 3$.

Hal tersebut berarti, setiap suku dalam barisan (setelah suku ke-dua) adalah jumlah dari dua urutan sebelumnya. Deret tersebut, dari titik tertentu hinggasetengahnya dipresentasikan sebagai kombinasi linier dari istilah sebelumnya yaitu “deret rekursif.” Deret Fibonacci tersebut adalah salah satu deret rekursif paling awal dalam karya matematika. Namun, pada sekitar tahun 1634, ketika notasi matematika telah mengalami cukup banyak kemajuan, Albert Girard menulis rumus tersebut dalam karyanya yang diterbitkan secara anumerta yaitu “*L’Arithmetique de Simon Stevin de Bruges.*”¹²⁷

Selain *Liber Abaci*, Fibonacci juga menulis *Liber Quadrotum* pada sekitar tahun 1225. *Liber Quadrotum* adalah sebuah karya brilian tentang analisis tak tentu yang mengandung berbagai macam masalah, beberapa diantaranya bersumber dari kontes matematika yang diadakan di istana kaisar Frederick II, dimana Fibonacci diundang untuk menghadirinya. Salah satu masalah yang diajukan yaitu untuk mencari bilangan rasional, sehingga jika 5 ditambahkan atau dikurangkan dari

¹²⁷ David M. Burton, *The History ...*, hal. 288

kuadrat bilangan tersebut, hasilnya adalah kuadrat dari bilangan rasional. Baik masalah dan penyelesaiannya, keduanya disajikan di *Liber Quadrotum*. Buku tersebut sering menggunakan identitas $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (bc - ad)^2$. Identitas tersebut telah digunakan secara luas oleh orang-orang Arab. Dalam beberapa masalah dan metode penyelesaian Fibonacci tampak mendekati metode orang-orang Arab.¹²⁸

Pada dasarnya, Fibonacci adalah ahli aljabar, tetapi beliau juga menulis buku berjudul "*Practica Geometriae*," pada tahun 1220. Buku tersebut didasarkan pada devisi bilangan Euclid versi bahasa Arab sebaik karya Heron pada pengukuran. Isi buku Fibonacci tersebut antara lain, bukti bahwa median segitiga saling membagi dalam rasio 2 banding 1, dan analog tiga dimensi dari teorema Phytaoras. Meneruskan kecenderungan orang-orang Babilonia dan Arab, Fibonacci menggunakan aljabar untuk memecahkan masalah geometri.¹²⁹

Berdasar dari pemaparan di atas, diketahui bahwa perkembangan matematika islam diwali dengan kegiatan penerjemahan karya-karya ilmuwan besar Yunani, kemudian kaum muslim mendpapatkan pengetahuan tentang matematika secara medalam melalui sekolah da karya-karya ilmuwan India yang sesungguhnya juga merpakan hasil pengembangan dari karya-karya besar ilnuwan Yunani dan Babilonia di zaman kuno. Lahirnya sarjana-sarjana muslim di abad pertengahan, besar pengaruhnya terhadap kemajuan perkembangan matematika. Banyak kontribusi yang dilakukan seperti menulis risalah, menciptakan karya yang

¹²⁸ Uta C. Marzbach dan Carl B. Boyer, *A History ...*, hal. 232

¹²⁹ *Ibid*

dapat digunakan sebagai dasar dan model untuk mengembangkan matematika di masa setelahnya. Matematika yang pada masa sebelumnya hanya digunakan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari, pada abad pertengahan ini para sarjana di periode ini membawa matematika ke dalam bentuk yang lebih sistematis, seperti pemecahan masalah aljabar oleh Al-Khawarizmi, Tsabit Ibn Qurra, dan Omar Khayyam, penemuan identitas trigonometri atau persamaan segitiga sferis oleh Abu'l Wafa, hingga pemecahan masalah penghitungan terhadap perkembangan koloni kelinci oleh Fibonacci yang menghasilkan deret Fibonacci.

E. Penelitian Terdahulu

Penelitian yang dilakukan merupakan pengembangan dari penelitian terdahulu. Sebagai bahan informasi dan untuk menghindari terjadinya pengulangan hasil temuan yang membahas permasalahan yang sama, maka penulis mencantumkan kajian terdahulu yang relevan adalah sebagai berikut:

Tabel 2.3 Penelitian Terdahulu dan Perbedaan dengan Penelitian Baru

Judul Skripsi	Judul Penelitian Terdahulu	Peneliti	Persamaan	Perbedaan
Perkembangan Matematika Abad Pertengahan dan <i>Renaissance</i> Serta Implikasinya Terhadap Pembelajaran	<i>An Example of Using History of Mathematics in Classes</i> (Sebuah Contoh Penggunaan Sejarah Matematika Di Kelas)	Sevda Goktepe dan Ahmet Sukru Ozdemir	Meneliti penggunaan sejarah matematika di kelas atau sekolah	<ul style="list-style-type: none"> • Membahas pengaruh mempelajari sejarah matematika bagi siswa • Tidak membahas sejarah matematika

Lanjutan tabel 2.3

Matematika Di Sekolah				secara mendalam
	Analisis Sikap dan Keyakinan Calon Guru di Indonesia Terhadap Pemanfaatan Sejarah Matematika dalam Pembelajaran Matematika	Intan Bigita Kusumawati dan Achmad Dhany Fachrudin	Meneliti tentang penggunaan sejarah matematika dalam pembelajaran matematika	<ul style="list-style-type: none"> • Meneliti sikap dan keyakinan calon guru • Tidak membahas tentang sejarah matematika dan karya-karya matematikawan yang dapat dipelajari pada masa kini
	Sejarah Matematika: Alternatif Strategi Pembelajaran Matematika	Kamirsyah Wahyu dan Sofyan Mahfudy	Meneliti tentang penggunaan sejarah matematika di sekolah	Tidak membahas karya-karya apa saja yang diciptakan oleh matematikawan yang dapat dipelajari di sekolah

Lanjutan tabel 2.3

	Pengembangan Perangkat Pembelajaran dengan Pendekatan Sejarah <i>Naive Geometry</i> Pada Materi Persamaan Kuadrat di Kelas VIII SMP	Intan Bigita Kusumawati	Membahas sejarah matematika	<ul style="list-style-type: none"> • Hal yang diteliti • Meneliti sejarah matematika secara khusus yaitu geometri saja • Jenis penelitian
	Perspektif <i>Phylogenesis</i> dan <i>Ontogenesis</i> dalam Pengembangan Pembelajaran Matematika Menggunakan Aspek Sejarah Matematika	Shofan Fiangga, Abdul Haris Rosyidi, Tatag Yuli Eko Siswono	Membahas penggunaan sejarah matematika di sekolah	<ul style="list-style-type: none"> • Tidak membahas sejarah matematika secara mendalam • Penelitian lebih mengarah kepada bagaimana pengembangan matematika