

BAB III

PERKEMBANGAN MATEMATIKA PADA ABAD *RENAISSANCE*

A. *Renaissance*

Renaissance merupakan masa antara abad pertengahan dan jaman modern, yang ditandai dengan lahirnya berbagai kreasi baru yang diturunkan dari kebudayaan Eropa klasik seperti Romawi dan Yunani yang lebih bersifat duniawi. Setelah mengalami masa suram pada abad pertengahan, bangsa Eropa kembali dengan semangat dan pandangan hidup yang baru pada masa ini.¹³⁰

Dimulai pada abad ke 15 hingga 16, *renaissance* berkembang pertama kali di kota Firenze. Dari kota Firenze, *renaissance* tersebar ke seluruh daratan Eropa lainnya, dimana kaum intelektual, politik, dan seniman di Eropa serentak untuk membuat suatu gerakan pembaharuan yang menginginkan kebebasan berpikir untuk merubah doktrin agama yang dirasa mengekang bati mereka.¹³¹

Prancis Michel De Certeau menyebutkan bahwa *renaissance* muncul karena jaringan-jaringan sosial lama telah bubar dan muncul kelompok baru yang diistimewakan. Hal tersebut membuat gereja kembali mendesak masyarakat melalui berbagai cara seperti mengadakan pameran untuk merubah pola pikir manusia tentang suatu kepercayaan, memberikan khotbah dengan menggunakan pencitraan yang diambil dari pemikiran klasik dengan harapan dapat memepersatukan kembali gereja yang terpecah karena skisma. Pada abad *renaissance* sistem stratifikasi sosial masyarakat agraris yang feodalistik

¹³⁰ Saifullah, "Renaissance dan ...," hal. 133

¹³¹ *Ibid*, hal. 134

dihapuskan, timbul keinginan dalam diri orang Eropa untuk bebas dari ikatan feodal dan menjadi masyarakat yang bebas.¹³²

Sebab utama munculnya *renaissance* adalah karena ambruknya imperium Romawi Timur (Byzantium) oleh kaum muslimin, terutama peristiwa jatuhnya konstantinopel, menghasilkan penaklukan kerajaan Turki atas Romawi Timur pada tahun 1453 M. Hal tersebut membuat orang Eropa merasa kaget. Jatuhnya kekaisaran Romawi Timur kemudian membangkitkan semangat orang-orang Eropa. Melalui *renaissance* seolah-olah bangsa Eropa dibangunkan dari tidur lelap di abad pertengahan.¹³³

Dari penjelasan di atas, diketahui bahwa *renaissance* adalah masa antara abad pertengahan dan jaman modern. *Renaissance* lahir karena jatuhnya imperium Romawi Timur oleh kaum muslimin dan doktrinasi pemikiran manusia oleh gereja di Eropa. Karena hal tersebut, orang Eropa merasa terkekang dan muncul semangat baru bagi orang Eropa untuk bangkit kembali keluar dari belenggu. Kemudian muncul gerakan yang dibentuk oleh orang-orang Eropa yang menginginkan kebebasan berpikir dan merubah doktrin agama yang selama ini dirisakan oleh orang Eropa sangat membelenggu mereka, serta penghapusan feodalisme yang sangat menyengsarakan rakyat.

B. Perkembangan Matematika pada Abad *Renaissance*

Jatuhnya Konstantinopel pada 1453 menandai runtuhnya kerajaan Bizantium di Roma. Sering ditegaskan bahwa saat itu pengungsi melarikan diri ke

¹³² Saifullah, "Renaissance dan ...," hal. 135

¹³³ *Ibid*

Italia bersama manuskrip berharga dari risalah Yunani kuno, menempatkan dunia Eropa Barat berhubungan dengan karya-karya jaman dahulu. Pada masa ini, Eropa sedang memulihkan diri dari guncangan fisik dan spritual pada abad pertengahan. Di masa ini, pemulihan geometri klasik Yunani awalnya kurang penting jika dibandingkan dengan penerjemahan cetak bahasa Latin dari risalah aljabar dan aritmetika oarang-orang Arab. Beberapa orang di abad ke-15 bisa membaca bahas Yunani atau cukup pandai dalam bidang matematika untuk mendapatkan pengetahuan dari karya-karya ahli geometri Yunani.¹³⁴

Renaissance adalah suatu gerakan yang mendobrak semangat orang Eropa untuk bangkit dari masa suram. *Renaissance* yang tersebar di seluruh daratn Eropa menyebabkan tersebarnya kemajuan dibanyak negeri serta lahirnya tokoh-tokoh ilmuwan yang juga berada di negeri dan masa yang berbeda. Khusus pada ilmu pengetahuan di bidang matematika, *Renaissance* menghasilkan matematika sedikit brilian sepadan dengan karya sastra, lukisan, dan arsitektur. Umumnya rendahnya tingkat pengetahuan matematika yang berlaku sebagai terobosan kontekstual. Meskipun matematika masuk ke dalam kurikulum sebagian besar universitas, namun hal tersebut hanya dikelola dengan setengah hati. Memang, selama akhir 1400-an, Bologna (di Italia) praktis sebagai satu-satunya tempat yang mengorganisir dengan baik subjek pembelajaran, bahkan di Bologna matematika diutamakan setelah ilmu astronomi.¹³⁵

¹³⁴ Uta C. Marzbach dan Carl B. Boyer, *A History ...*, hal. 232

¹³⁵ David M. Burton, *The History ...*, hal. 312

Pada tahun 1500-an situasinya telah berubah secara radikal. Karya yang baru diterjemahkan telah dipelajari dan para sarjana yang tidak puas dengan masa lalu di zaman kuno, mempersiapkan diri mereka untuk melampaui pengetahuan matematika orang-orang Yunani. Hal tersebut datang sebagai sesuatu yang luar biasa dan mengejutkan, ketika ahli aljabar Italia pada awal tahun 1500-an menunjukkan caranya dalam memecahkan persamaan kubik, yaitu sesuatu yang telah dilewatkan oleh orang-orang Yunani dan Arab kuno. Dibidang aritmetika, orang-orang Italia mengembangkan aritmetika sebagai kepentingan komersial dan perbankan yang didorong dengan metode komputasi yang bertambah baik, seperti penggunaan desimal dan logaritma. Sedangkan trigonometri digunakan dalam ilmu pelayaran, pengukuran tanah, dan teknik militer, mulai melepaskan diri dari ilmu astronomi dan memperoleh status sebagai cabang ilmu matematika yang terpisah.¹³⁶

1. Fra Luca Pacioli

Karya yang lengkap dan detail pada abad ke-15 adalah *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita* (1494) oleh Fra Luca Pacioli.¹³⁷ *Summa* adalah sebuah karya tentang aljabar oleh orang Eropa setelah *Liber Abaci* (1202). Kontribusi utama *Summa* adalah untuk menempatkan batas-batas pengetahuan matematika kontemporer dan menyediakan program pemisahan untuk matematika *Renaissance*. Pacioli mengakhiri *Summa*-nya dengan pernyataan bahwa penyelesaian persamaan kubik tidak mungkin dilakukan seperti kuadrat

¹³⁶ *Ibid*, hal.313

¹³⁷ *Ibid*, hal.316

lingkaran. Pernyataan ini menunda percobaan beberapa matematikawan, tetapi mendorong matematikawan yang lain untuk melakukan percobaan.¹³⁸

Pada dekade pertama atau ke-dua abad ke-16, Scipione del Ferro (146-1526) dari Universitas Bologna menghancurkan prediksi Pacioli dengan menyelesaikan persamaan kubik untuk kasus $x^3 + px = q$, dimana p dan q positif. Pacioli secara pribadi telah mendorong pencapaian besar pertama aljabar *Renaissance* ini, karena pada tahun 1501-1502 Pacioli mengajar di Universitas Bologna dengan salah satu rekannya yaitu del Ferro.¹³⁹

2. Girolamo Cardano

Girolamo Cardano (1501-1570), lebih dikenal dengan panggilan Cardan. Beliau menulis berbagai macam subjek, termasuk matematika, astrologi, musik, filsafat, dan ilmu kedokteran. Ketika Cardan meninggal, 131 karyanya telah diterbitkan dan 111 ada dalam bentuk manuskrip. Kecintaannya pada permainan catur, dadu, dan kartu, menginspirasi Cardan untuk menulis *Liber de Ludo Aleae* (buku tentang “*Game of Chance*”). Buku ini ditemukan di antara surat-suratnya setelah kematiannya dan diterbitkan pada tahun 1663, karya ini kemudian menjadi dasar untuk “*Theory of Probability*” (teori kemungkinan), selama lebih dari 50 tahun sebelum Fermat dan Pascal.¹⁴⁰

Pada berbagai waktu, Cardan adalah seorang guru besar matematika di Universitas Milan, Pavia, dan Bologna, namun Cardan mengundurkan diri dari posisi tersebut karena skandal baru yang menyeret namanya. Ketika berita tentang

¹³⁸ Uta C. Marzbach dan Carl B. Boyer, *A History ...*, hal. 251

¹³⁹ *Ibid*

¹⁴⁰ David M. Burton, *The History ...*, hal. 321

perkelahian matematika antara Tartaglia dan Fiore yang akhirnya menguntungkan Cardan di Milan, Cardan meminta kepada Tartaglia untuk cara pemecahan kubik, menawarkan kepada Tartaglia untuk memasukkan hasil pemecahan kubik ke dalam bukunya yang akan datang "*Practica Arithmeticae*"(1539) dibawah nama Tartaglia. Namun Tartaglia menolak tawaran Cardan dengan alasan bahwa suatu waktu Tartaglia bermaksud menerbitkan bukunya sendiri tentang aljabar.¹⁴¹

Cardan berharap agar Tartaglia memberikan rahasianya. Dengan banyak permohonan, akhirnya Tartaglia mengungkapkan metode penyelesaian kubik dengan syarat bahwa Cardan harus merahasiakan hal tersebut. Rumor yang beredar bahwa Tartaglia bukanlah penemu pertama rumus kubik. Cardan mencoba untuk memferifikasi rumor tersebut. Cardan menemukan fakta melalui syarat-syarat del Ferro, dan menyimpulkan bahwa del Ferro-lah yang membuat trobosan rumus kubik tersebut. Akhirnya Cardan tidak lagi terikat akan janjinya pada Tartaglia, kemudian karyanya, "*Ars Magna*" muncul pada tahun 1545.¹⁴²

Secara permanen, *Ars Magna (the Great Art)* dikenal sebagai karya Cardan yang memuat aljabar. Meskipun angka negatif telah dikenal di Eropa melalui teks Arab, namun sebagian besar ahli aljabar lebihsuka menulis persamaan mereka sehingga hanya istilah positif saja yang muncul. Hingga sekarang, matematikawan Barat telah membatasi perhatian mereka pada akar persamaan yang merupakan bilangan positif. Cardan adalah orang pertama yang memperhatikan akar negatif, meskipun Cardan menyebutnya "*ctitious,*" dan yang pertama mengakui bahwa

¹⁴¹ *Ibid*

¹⁴² *Ibid*

kubik mungkin saja akr tiga. Aspek penting lainnya dari dikusi Cardan adalah realisasi keberadaan bilangan kompleks dan imajiner (hantu bilangan nyata, sebagaimana Napier kemudian menyebutnya). Cardan menyimpan bilangan-bilangan ini dari *Ars Magna* kecuali dalam satu kasus. Saat berfikir tentang permasalahan seperti, membagi 10 menjadi dua bagian yang hasilnya adalah 40. Cardan memperoleh akar $5 + \sqrt{-15}$ dan $5 - \sqrt{-15}$ sebagai solusi dari persamaan kuadrat $x(10 - x) = 40$, dan kemudian menyatakan, “kalikan $5 + \sqrt{-15}$ dengan $5 - \sqrt{-15}$, hasilnya $25 - (-15)$, dimana hasilnya adalah 40.” Entah bagaimana Cardan merasa berkewajiban untuk menerima solusi pemecahan masalah tersebut, dan Cardan pantas mendapat pujian.¹⁴³

Diantara inovasi yang dipekenalkan Cardan di *Ars Magna* adalah triknya dalam mengubah persamaan kubik menjadi persamaan dimana suku derajat keduanya tidak ada. Jika salah satunya dimulai dengan persamaan $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, selanjutnya diberikan $x = y - \frac{a}{3}$ dan disubstitusikan ke dalam persamaan awal. Dengan variabel baru tersebut, persamaannya menjadi:¹⁴⁴

$$\begin{aligned} 0 &= \left(y - \frac{a}{3}\right)^3 + a\left(y - \frac{a}{3}\right)^2 + b\left(y - \frac{a}{3}\right) + c \\ &= \left[y^3 - 3y^2\left(\frac{a}{3}\right) + 3y\left(\frac{a}{3}\right)^2 - \left(\frac{a}{3}\right)^3\right] + a\left[y^2 - 2y\left(\frac{a}{3}\right) + \left(\frac{a}{3}\right)^2\right] + b\left(y - \frac{a}{3}\right) + c \\ &= y^3 + \left(b - \frac{a^2}{3}\right)y + \left(\frac{2a^3}{27} - \frac{ab}{3} + c\right) \end{aligned}$$

Jika $p = b - \frac{a^2}{3}$ dan $q = -\left(\frac{2a^3}{27} - \frac{ab}{3} + c\right)$, maka persamaannya menjadi:

¹⁴³ David M. Burton, *The History ...*, hal. 321

¹⁴⁴ *Ibid*

$$y^3 + py - q = 0$$

$$y^3 + py = q$$

Persamaan tersebut disebut bentuk kubik yang dikurangi. Persamaan tersebut tidak memiliki suku derajat ke-dua yaitu y^2 , tetapi sebaliknya koefisiennya berubah-ubah.¹⁴⁵

3. John Napier

Praktisi matematika pada abad ke-16 adalah John Napier (1550-1617) dari Merchiston di Skotlandia. Napier melakukan kegiatan belajar dirumah hingga beliau berusia 13 tahun, diaman pada usia tersebut normalnya masuk ke *St.Andrew*, sebuah universitas tertua di Skotlandia. Tulisan Napier dalam matematika berkaitan dengan kepraktisan komputasi. Buku kecil berjudul “*Rabdologiae*,” dari bahasa Yunani yaitu “*rados*” yang berarti tongkat dan “*logia*” yang berarti koleksi. Buku tersebut ditulis dalam bahasa Latin dan diterbitkan pada tahun kematiannya, buku tersebut memperkenalkan suatu bentuk batang dengan menggunakan dua bilangan yang dapat dikalikan dengan cara mekanis. Penemuan Napier ini sering disebut “tulang Napier” karena judul karyanya dalam edisi bahasa Inggris tahun 1667 yaitu “*The Art of Numbering by Speaking Rods*.”¹⁴⁶

Gerakan baru untuk memfasilitasi kalkulasi numerik berpuncak pada penemuan logaritma Napier. Istilah logaritma yang berarti menghitung angka, ditemukan oleh Napier. Beliau menghabiskan waktu 20 tahun menyusun tabel logaritmiknya atau Napier biasa menyebutnya *canons* (norma). Pada tahun 1594, seorang astronom yaitu Taycho Brahe yang mendengar dari kunjungan Skotlandia yaitu kabar pertama tentang seni komputasi sederhana. Usaha keras yang sangat penting ini akhirnya terungkap pada 1614 dalam jilid

¹⁴⁵ *Ibid*

¹⁴⁶ *Ibid*, hal.350

kecil bahasa Latin berisi 147 halaman dan 90 halaman diantaranya penuh dengan tabel yang berjudul “*Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio.*” Kemudian pada tahun 1616 karya ini diterjemahkan ke dalam bahasa Inggris dan berjudul “*A Description of The Admirable Table of Logarithms.*”¹⁴⁷

Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio diterbitkan secara anumerta dan menjajikan catatan tentang metode pembuatan tabel. Tujuan Napier dalam merancang logaritma adalah untuk mempermudah dalam memecahkan masalah perhitungan yang melibatkan bilangan dengan nilai yang sangat besar. Napier akrab dengan *Arithmetica Integra*-nya Michael Stifel (1554), dimana ahli aljabar asal Jerman tersebut meletakkan sisi-persisi dan berturut-turut pangkat dari 2 dan mengkorespondensi eksponen,

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|----|----|----|-----|-----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 |

dan menunjukkan bahwa jumlah dari dua suku dalam perkembangan aritmetika memiliki hubungan dengan hasil yang sesuai dari dua suku dalam perkembangan geometri. Hal ini memberi ide kepada Napier untuk mengembangkan cara untuk menggantikan (mensubstitusi) operasi penjumlahan dan pengurangan ke operasi perkalian dan pembagian, inilah pencapaian penemuan logaritma.¹⁴⁸

Kunci dari karya Napier dijelaskan dengan sederhana, untuk menunjukkan suku dalam perkembangan geometri dari pangkat integral diberikan bilangan tertentu yang berdekatan, ambil suatu bilangan yang diberikan mendekati 1.¹⁴⁹ Napier memilih untuk menggunakan 0,9999999, atau dalam notasi eksponensial modern ditulis $1 - 10^{-7}$, sebagai rasio umum. Kemudian, untuk menghindari desimal yang sulit, Napier mengalikannya dengan 10^7 . Langkah selanjutnya adalah menghitung nilai-nilainya,

¹⁴⁷ David M. Burton, *The History ...*, hal. 352

¹⁴⁸ *Ibid*, hal. 353

¹⁴⁹ Uta C. Marzbach dan Carl B. Boyer, *A History ...*, hal. 251

$10^7(1 - 10^{-7})^n$, dimana $n = 0, 1, 2, \dots, 100$. Setelah terlebih dahulu menggunakan bilangan artifisial, Napier kemudian menyebutkan eksponen logaritma dari bilangan $10^7(1 - 10^{-7})^n$. Pilihannya terhadap istilah yang muncul seperti $10^7(1 - 10^{-7})^n$ diturunkan dari 10^7 dengan n perkalian berturut-turut dengan rasio $1 - 10^{-7}$. Oleh karena itu, n yang merupakan logaritma dapat disebut sebagai “bilangan rasio” atau bilangan perhitungan.¹⁵⁰ Kata logaritma merupakan gabungan dari dua kata bahasa Yunani yaitu “logos” atau rasio dan “arithmos” atau bilangan.¹⁵¹

Jika $N = 10^7(1 - 10^{-7})^n$, diberikan $Nap. \log N = n$, untuk logaritma Napierian dari N . Kemudian $Nap. \log 10^7 = 0$, $Nap. \log 10^7(1 - 10^{-7}) = Nap. \log 9999999 = 1$, $Nap. \log 10^7(1 - 10^{-7})^2 = Nap. \log 9999998,0000001 = 2$, dan seterusnya. Karena pemilihan 10^7 dari 1 sebagai bilangan yang logaritmanya nol (0), maka aturan umum untuk komputasi logaritmik tidak berlaku di sistem Napier. Khususnya $Nap. \log MN$ tidak sama dengan $Nap. \log M + Nap. \log N$. Faktanya, hubungan $M = 10^7(1 - 10^{-7})^m$, $N = 10^7(1 - 10^{-7})^n$, dan $1 = 10^7(1 - 10^{-7})^k$, dinyatakan

$$MN = 10^7(1 - 10^{-7})^{m+n}10^7$$

$$MN = 10^7(1 - 10^{-7})^{m+n} \left(\frac{1}{(1 - 10^{-7})^k} \right)$$

$$MN = 10^7(1 - 10^{-7})^{m+n}(1 - 10^{-7})^{-k}$$

$$MN = 10^7(1 - 10^{-7})^{m+n-k}$$

yang hasilnya $Nap. \log MN = m + n - k = Nap. \log M + Nap. \log N - Nap. \log 1$. tapi untuk penghargaannya yang luar biasa, Napier telah mengubah masalah perkalian bilangan yang lebih besar ke salah satu penambahan logaritmanya, dengan mempertimbangkan bahwa $Nap. \log 1 = 1611809$. Ada satu hal lagi yang perlu diperhatikan, yaitu nilai

¹⁵⁰ David M. Burton, *The History ...*, hal. 353

¹⁵¹ Uta C. Marzbach dan Carl B. Boyer, *A History ...*, hal. 251

numerik $(1 - 10^{-7})^{10^7}$ hampir sama dengan $\frac{1}{e} = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 - n^{-1})^n$. Logaritma Napier tersebut pada dasarnya adalah sebuah sistem logaritma berdasar $\frac{1}{e}$, meskipun Napier tidak pernah memikirkan hal tersebut.¹⁵²

Masa *Renaissance* banyak melahirkan ilmuwan matematika besar. Setelah jatuhnya Konstantinopel yang menandai runtuhnya kerajaan Bizantium, hal ini mengobarkan semangat orang-orang Barat untuk bangkit dan bangun dari tidur panjang mereka di abad pertengahan. Dengan semangat bangkitnya orang-orang Barat tersebut mengakibatkan bangsa Barat mengalami kemajuan diberbagai aspek kehidupan, khususnya ilmu pengetahuan. Berbagai bidang ilmu pengetahuan mengalami banyak kemajuan dan melahirkan banyak sekali tokoh-tokoh ilmuwan diberbagai bidang ilmu pengetahuan seperti sastra, seni, astronomi, kedokteran, matematika, dan lain sebagainya. Pada masa *Renaissance* ini, segala bidang ilmu pengetahuan mulai masuk ke dalam kurikulum sebagai subjek pembelajaran di universitas, termasuk matematika. Di bidang matematika sendiri, matematikawan *Renaissance* melanjutkan perkembangan matematika dari abad pertengahan. Karya-karya matematikawan di abad pertengahan banyak dijadikan sebagai model dan sumber untuk mengembakan matematika jauh lebih baik dari sebelumnya, tentunya oleh matematikawan *Renaissance*. Tokoh matematikawan *Renaissance* beberapa di antaranya yaitu Fra Luca Pacioli dengan karyanya yang terkenal *Summa*, Girolamo Cardano dengan karyanya yang penuh kontroversi *Ars Magna*, dan John Napier seorang penemu logaritma, serta masih banyak tokoh-tokoh matematikawan lain yang lahir di era *Renaissance* ini yang hidup di negeri dan di periode yang berbeda.

Seiring bertambahnya usia zaman, juga mengalami banyak perkembangan di berbagai aspek kehidupan, termasuk ilmu pengetahuan. Khusus di bidang matematika, dari

¹⁵² David M. Burton, *The History ...*, hal. 354

masa ke masa matematika banyak mengalami kemajuan. Mulai dari zaman kuno, dimana matematika pertama kali lahir berawal dari penyelesaian masalah sehari-hari manusia pada masa itu, di zaman selanjutnya matematika dibuat lebih sistematis tidak hanya untuk menyelesaikan masalah di kehidupan sehari-hari akan tetapi matematika dianggap sebagai sebuah ilmu pengetahuan yang luar biasa. Selain itu juga melahirkan banyak tokoh matematika yang sangat berpengaruh dengan karya-karyanya yang brilian, hingga masuknya matematika ke dalam kurikulum subjek pembelajaran di universitas-universitas pada masa *Renaissance*. Semakin bertambahnya tahun, sampailah pada matematika yang kini kita pelajari dan ketahui sebagai subjek pembelajaran di sekolah.