

## BAB II

### KAJIAN PUSTAKA

#### A. Hakekat Matematika

Istilah matematika, dalam bahasa asing yang dikenal dengan *mathematics* (Inggris), *mathematik* (Jerman), *mathematique* (Perancis), *matematico* (Italia), *matematically* (Rusia), atau *mathematick/ wiskunde* (Belanda) berasal dari kata latin *mathematica*, sedangkan dari bahasa Yunani yang diambil kata *mathematike* yang berarti “*relating to learning*”. Perkataan itu mempunyai akar kata *athema* yang berarti pengetahuan atau ilmu (*knowledge, science*). Perkataan *mathematike* berhubungan sangat erat dengan sebuah kata yang serupa, yaitu *mathanein* yang mengandung arti belajar (berpikir).<sup>1</sup> Berikut definisi matematika yang diungkapkan oleh beberapa ahli:

- 1) Johnson dan Myklebust mengemukakan bahwa, matematika adalah “bahasa simbolis yang fungsi praktisnya untuk mengekspresikan hubungan-hubungan kuantitatif dan kekurangan sedangkan fungsi teoritisnya adalah untuk memudahkan berfikir”.
- 2) Lerner mengemukakan bahwa matematika disamping sebagai bahasa simbolis juga merupakan bahasa universal yang memungkinkan manusia memikirkan, mencatat dan mengkomunikasikan ide mengenai elemen dan kuantitas.

---

<sup>1</sup> Erman Suherman et.al., *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. (Bandung: UPI Bandung, 2003), hal. 15-16

- 3) Kline mengemukakan bahwa matematika merupakan “bahasa simbolis dan ciri utamanya adalah penggunaan cara bernalar deduktif, tetapi juga tidak melupakan cara bernalar induktif”.<sup>2</sup>
- 4) Cockroft mengemukakan bahwa matematika perlu diajarkan kepada siswa karena (1) selalu digunakan dalam segala segi kehidupan; (2) semua bidang studi memerlukan ketrampilan matematika yang sesuai; (3) merupakan sarana komunikasi yang kuat, singkat, dan jelas; (4) dapat digunakan untuk menyajikan informasi dalam berbagai cara; (5) meningkatkan kemampuan berpikir logis, ketelitian, dan kesadaran; (6) memberikan kepuasan terhadap usaha memecahkan masalah yang menantang.<sup>3</sup>

Sedangkan menurut Masykur dan Abdul, istilah matematika yaitu berasal dari kata Yunani “*mathein*” atau “*manthenein*”, yang artinya “mempelajari”. Mungkin juga kata tersebut erat hubungannya dengan kata Sanskerta “*medha*” atau “*widya*” yang artinya : “kepandaian”, “ketahuan”, atau “intelengensi”.<sup>4</sup>

Berdasarkan beberapa definisi tersebut, dapat dikatakan bahwa matematika adalah pola berfikir. Pola mengorganisasikan dan pembuktian yang logis mengenai bentuk, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan yang lain untuk membantu manusia dalam mengatasi permasalahannya baik dalam bidang sosial, ekonomi, dan alam.

---

<sup>2</sup> Mulyono Abdurrahman, *Pendidikan Bagi Anak Berkesulitan Belajar*. (Jakarta: PT Asdi Mahasatya, 2003), hal. 252

<sup>3</sup> *Ibid.*, hal. 253

<sup>4</sup> Moch. Masykur dan Abdul, *Mathematical Intelligence Cara Cerdas Melatih Otak dan Menanggulangi Kesulitan Belajar*. (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2007), hal. 42

## B. Proses Belajar Mengajar Matematika

Proses belajar mengajar mengandung dua kata dasar yaitu belajar dan mengajar. Sebelum lebih jauh diuraikan tentang proses belajar mengajar matematika, berikut pengertian tentang belajar dan mengajar.

Menurut pengertian secara psikologis, belajar merupakan suatu proses perubahan yaitu perubahan tingkah laku sebagai hasil dari interaksi dengan lingkungannya dalam memenuhi kebutuhan hidupnya. Perubahan-perubahan tersebut akan nyata dalam seluruh aspek tingkah laku.<sup>5</sup> Definisi belajar sebenarnya sangat banyak, sebanyak orang yang mendefinisikannya karena masing-masing orang memaknai belajar dari perspektif yang berbeda. Beberapa pakar pendidikan mendefinisikan belajar sebagai berikut:

- a) Gagne mengungkapkan “Belajar adalah perubahan disposisi atau kemampuan yang dicapai seseorang melalui aktivitas.”
- b) Travers mengatakan “Belajar adalah proses menghasilkan penyesuaian tingkah laku”.
- c) Cronbach mengatakan “*Learning is shown by a change in behavior as a result of experience*”. Jadi menurutnya belajar merupakan perubahan perilaku sebagai hasil dari pengalaman
- d) Harold Spears mengatakan “*Learning is to observe, to read, to imitate, to try something themselves, to listen, to follow direction*”. Dengan kata lain, bahwa belajar adalah mengamati, membaca, meniru, mencoba sesuatu, mendengar dan mengikuti arah tertentu.

---

<sup>5</sup> Indah Komsiyah, *Belajar dan Pembelajaran*. (Yogyakarta: Teras, 2012), hal. 2

- e) Geoch mengatakan “*Learning is change in performance as a result of practice*”. Belajar adalah perubahan performance sebagai hasil latihan.
- f) Morgan mengatakan “*Learning is any relatively permanent change in behavior that is a result of past experience*”. Menurutnya belajar merupakan perubahan perilaku yang bersifat permanen sebagai hasil dari pengalaman.<sup>6</sup>

Berdasarkan beberapa pengertian diatas penulis memahami bahwa belajar merupakan proses perubahan tingkah laku baik aspek jasmani maupun rohani yang didahului dengan usaha oleh orang yang bersangkutan.

Selain itu ada beberapa hal unsur penting sebagai tujuan belajar. Tujuan belajar sebenarnya sangat banyak dan bervariasi. Tujuan belajar yang eksplisit diusahakan untuk dicapai dengan tindakan instruksional, dinamakan *instructional effects*, yang biasa berbentuk pengetahuan dan ketrampilan. Sementara tujuan belajar sebagai hasil yang menyertai tujuan belajar instruksional disebut *nurturant effects*. Bentuknya berupa, kemampuan berpikir kritis dan kreatif, sikap terbuka dan demokratis, menerima orang lain, dan sebagainya.<sup>7</sup>

Belajar juga memiliki beberapa tingkatan, seperti dibawah ini disebutkan oleh Gagne bahwa ada delapan tingkatan dalam belajar, yaitu

- 1) *Signal learning*, yaitu belajar memberi respons terhadap tanda-tanda, kedudukannya lebih dari refleks, misalnya memusatkan perhatian pada suara yang datang.

---

<sup>6</sup> Agus Suprijono, *Cooperative Learning Teori dan Aplikasi PAIKEM*. (Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2012), hal. 2

<sup>7</sup> *Ibid.*, Hal. 5

- 2) *Stimulus response learning*, yaitu belajar perangsang jawaban, misalnya memberi jawaban ketika ada pertanyaan.
- 3) *Chaining learning*, yaitu belajar melakukan rantai perbuatan sebagai satu kesatuan, misalnya belajar shalat merupakan satu kesatuan mulai dari takbir sampai salam.
- 4) *Verbal association*, yaitu belajar hubungan bahasa hubungan antara benda dengan namanya, hubungan subjek dengan sifatnya, hubungan konsep dengan konsep, serta konsep dengan perilaku atau nilai.
- 5) *Diskrimination learning*, belajar melihat perbedaan dan persamaan sesuatu dengan yang lainnya sehingga bisa mengelompokan.
- 6) *Concept learning*, yaitu belajar pemahaman dan penggunaan konsep-konsep.
- 7) *Rule learning*, yaitu belajar aturan-aturan yang ada dalam lingkungan
- 8) *Problem solving learning*, yaitu belajar yang dihadapkan pada masalah-masalah yang harus dipecahkan, baik yang bersifat teoritis maupun praktis dalam kehidupan.<sup>8</sup>

Belajar memberi banyak pengetahuan dan keahlian, termasuk belajar matematika. Mata pelajaran matematika perlu diberikan kepada semua peserta didik mulai dari sekolah dasar untuk membekali mereka dengan kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis dan kreatif serta kemampuan bekerja sama.<sup>9</sup>

---

<sup>8</sup> Hanifah dan Cucu Suhana, *Konsep Strategi Pembelajaran*. (Bandung: Refika Aditama, 2012) hal. 30

<sup>9</sup> Daryanto dan Mulyo Raharjo, *Model Pembelajaran Inovatif*. (Yogyakarta: Gava Media, 2012), hal. 240

Sedangkan pengertian mengajar juga banyak para ahli yang memberi pemaknaan diantaranya:

- a) Tyson dan Carroll, mengatakan bahwa mengajar ialah “ *a way working with students aprosess of interaction the techer does some thing to student; the students do something in return*”. Dari definisi ini tergambar bahwa mengajar adalah sebuah cara dan sebuah proses hubungan timbal balik antara siswa dan guru yang sama-sama aktif melakukan kegiatan.
- b) Nasution berpendapat bahwa mengajar adalah “suatu aktivitas mengorganisasi atau mengatur lingkungan sebaik-baiknya dan menghubungkannya dengan anak, sehingga terjadi proses belajar”. Lingkungan dalam pengertian ini tidak hanya ruang kelas/ ruang belajar, tetapi juga meliputi guru, alat peraga, perpustakaan, laboratorium, dan sebagainya yang relevan dengan kegiatan belajar siswa.
- c) Tardif mendefinisikan mengajar menyatakan bahwa mengajar itu pada prinsipnya adalah “ *any action performed by an individual (the teacher) with the intention of facilitating learning in another individual (the learner)*”. Artinya, mengajar adalah perbuatan yang dilakukan seseorang (dalam hal ini guru) dengan tujuan membantu atau memudahkan orang lain (dalam hal ini siswa) melakukan kegiatan belajar.<sup>10</sup>

Berdasarkan tiga pengertian diatas, dapat memberi gambaran tentang maksud mengajar yaitu mengajar meliputi segala hal yang terjadi di dalam kelas. Ada pemahaman bahwa dalam mengajar guru sebagai pemompa informasi/

---

<sup>10</sup> Muhibbin Syah, *Psikologi Pendidikan Dengan Pendekatan Baru*. (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2011) hal. 179

fasilitator sehingga peserta didik lebih aktif sebagai subyek belajar. Dalam pelaksanaannya proses belajar mengajar dikelas, guru selain sebagai pendidik, pembimbing, dan pengarah serta narasumber pengetahuan juga sebagai motivator yang bertanggung jawab atas keseluruhan perkembangan kepribadian siswa. Dengan kata lain guru sebagai pendidik selain harus mampu menciptakan suatu proses pembelajaran yang kondusif dan bermakna sesuai dengan metode pembelajaran yang digunakan juga harus mampu meningkatkan perhatian dan minat serta motivasi belajar siswa mengikuti pengajaran dan membantu siswa dalam menggunakan berbagai kesempatan belajar, sumber, dan media.<sup>11</sup> Pada pembelajaran matematika harus di desain sedemikian hingga agar menarik minat siswa dan mendorong untuk belajar sehingga mereka ikut aktif dalam pembelajaran matematika.

Menurut Suherman, belajar matematika merupakan suatu proses dimana siswa secara aktif mengkonstruksi pengetahuan matematika. Belajar matematika melibatkan manipulasi aktif dari pemaknaan bukan hanya bilangan dan rumus-rumus saja.<sup>12</sup> Sedangkan menurut paham konstruktivis bahwa secara substansif, belajar matematika adalah proses pemecahan masalah.<sup>13</sup>

Berdasarkan pemaparan diatas, belajar berkenaan dengan proses perubahan perilaku dan dalam mengajar guru sebagai fasilitator, maka dalam proses belajar mengajar matematika guru merupakan mediator, peracik lingkungan bagaimana agar siswa mampu menerima, mengatur dan mengolah informasi secara sistematis

---

<sup>11</sup> Hamzah B. Uno, Nurdin Mohamad, *Belajar dengan Pendekatan Pailke: Pembelajaran aktif, inovatif, lingkungan kreatif, efektif, menarik*. (Jakarta: PT Bumi Aksara, 2012) hal. 140

<sup>12</sup> Suherman et.all., *Strategi Pembelajaran Matematika.....*, hal. 76

<sup>13</sup> *Ibid.*, hal.77

dalam pelajaran matematika. Fokus utama belajar matematika adalah memberdayakan siswa untuk berpikir mengkonstruksi pengetahuan matematika yang pernah ditemukan oleh ahli-ahli sebelumnya. Melalui proses pembelajaran matematika, arah dan hasil belajar akan semakin terlihat jelas dan ditujukan untuk pengembangan intelektual agar mampu bernalar, berpikir logis dan kritis.

### **C. Kemampuan Komunikasi Matematika**

Komunikasi pada hakekatnya adalah suatu proses sosial, yaitu sesuatu yang berlangsung atau berjalan antar manusia. Sebagai proses sosial, maka dalam komunikasi terjadi interaksi individu dengan lingkungannya. Inilah yang akhirnya menyebabkan terjadinya proses perubahan perilaku dari tidak tahu, dari tidak paham menjadi paham dan dari yang sebelumnya tidak mengacuhkan situasi masa depan menjadi berantusias sekali akan harapan-harapan positif pada masa yang akan datang.<sup>14</sup>

Safaria mengemukakan bahwa komunikasi berasal dari bahasa latin yaitu *communis* yang artinya sama, kemudian menjadi *communicatio* yang berarti pertukaran pikiran, selanjutnya diambil alih didalam bahasa Inggris menjadi *Communication*. Komunikasi dapat didefinisikan sebagai sebuah proses penyampaian informasi, pengertian dan pemahaman antara pengirim dan penerima.<sup>15</sup>

---

<sup>14</sup> Nurul Huda dan Agus Purwowidodo, *Komunikasi Pendidikan*. (Surabaya: Acima Publishing, 2013), hal. 1

<sup>15</sup> T. Safaria, *Metode Pengembangan Kecerdasan Interpersonal Anak*. (Yogyakarta: Amara Books, 2005), hal. 132



Beberapa pengertian diatas dapat disimpulkan komunikasi adalah proses penyampaian pesan dari komunikator kepada komunikan yang menghasilkan tujuan dengan mengharapkan umpan balik. Di dalam berkomunikasi tersebut harus dipikirkan bagaimana caranya agar pesan yang disampaikan seseorang itu dapat dipahami oleh orang lain dan segala aktivitas yang ada dapat dijalankan dengan baik melalui komunikasi yang harmonis antar manusia.

Proses komunikasi diharapkan terjadi kegiatan tukar menukar informasi yang akan berdampak pada perubahan sikap dan perilaku. Pada dasarnya, ada dua bentuk dasar komunikasi yang digunakan dalam proses komunikasi. Dua bentuk dasar komunikasi tersebut yaitu komunikasi verbal dan komunikasi nonverbal.

Komunikasi verbal adalah bentuk komunikasi yang penyampaian pesan-pesannya menggunakan kata-kata dan tulisan-tulisan. Sedangkan komunikasi nonverbal adalah proses komunikasi dimana pesan disampaikan tidak menggunakan kata-kata melainkan dengan menggunakan gerak isyarat, bahasa tubuh, ekspresi wajah dan kontak mata.<sup>16</sup> Kedua bentuk komunikasi tersebut berlangsung secara bersama-sama, dimana komunikasi nonverbal menjadi komplemen atau pelengkap dari bahasa verbal.

Dalam hidup terjadi berbagai macam interaksi yang memungkinkan terjadinya komunikasi. Namun komunikasi yang akan dibahas dalam penelitian ini bukanlah komunikasi secara umum. Melainkan komunikasi matematis yang secara khusus terjadi dalam proses pembelajaran matematika. Dalam penelitian ini kemampuan komunikasi matematis yang diukur adalah kemampuan komunikasi

---

<sup>16</sup> Ines Novianti, *Persepsi Siswa Terhadap Komunikasi Guru Pembimbing dalam Pelaksanaan Layanan Informasi Di SMP 26 Padang*, (Jurnal Ilmiah Konseling, 2013) dalam <http://ejournal.unp.ac.id/index.php/konselor> diakses 28 Februari 2015

matematis tertulis. Dengan menulis, maka akan mengungkapkan apa yang dipikirkan siswa dan tingkat pemahaman siswa akan nampak.

Komunikasi matematis dapat diartikan sebagai suatu kemampuan siswa dalam hal menjelaskan suatu algoritma dan cara unik untuk pemecahan masalah, kemampuan siswa mengkonstruksi dan menjelaskan sajian fenomena dunia nyata secara grafis, kata-kata atau kalimat, persamaan, tabel dan sajian secara fisik atau kemampuan siswa memberikan dugaan tentang gambar-gambar geometri.<sup>17</sup> Sedangkan pengertian lain dikemukakan oleh Yani dalam penelitiannya, bahwa komunikasi matematis adalah kemampuan untuk berkomunikasi yang meliputi kegiatan penggunaan keahlian menulis, menyimak, menelaah, menginterpretasikan, dan mengevaluasi ide, simbol, istilah, serta informasi matematika yang diamati melalui proses mendengar, mempresentasi, dan diskusi.<sup>18</sup>

Selanjutnya NCTM (*National Council Of Teacher Of Mathematics*) juga menyebutkan indikator atau standar komunikasi matematis yang menekankan kemampuan siswa dalam hal:

1. Mengatur dan mengkonsolidasikan pemikiran matematis (*mathematical thinking*) mereka melalui komunikasi.

---

<sup>17</sup> Ahmad Jazuli, *Berfikir Kreatif dalam Kemampuan Komunikasi Matematika*, (UNY: Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika, 2009) dalam <http://eprints.uny.ac.id/7025/> diakses 28 Februari 2015

<sup>18</sup> Yani Ramdani, *Pengembangan Instrument dan Bahan Ajar untuk Meningkatkan Kemampuan Komunikasi, Penalaran, dan Koneksi Matematis dalam konsep Integral*. (Jurnal Penelitian Pendidikan, 2012) dalam [http://jurnal.upi.edu/file/6-yani\\_ramdhana-edi.pdf](http://jurnal.upi.edu/file/6-yani_ramdhana-edi.pdf) diakses 28 februari 2015

2. Mengkomunikasikan *mathematical thinking* mereka secara koheren (tersusun secara logis) dan jelas kepada teman-temannya, guru dan orang lain.
3. Menganalisis dan mengevaluasi pemikiran matematis (*mathematical thinking*) dan strategi yang dipakai orang lain.
4. Menggunakan bahasa matematika untuk mengekspresikan ide-ide matematika secara benar.<sup>19</sup>

Komunikasi merupakan bagian yang sangat penting pada matematika. Komunikasi merupakan cara berbagi ide dan memperjelas pemahaman. Melalui ide dapat dicerminkan, diperbaiki, didiskusikan dan dikembangkan. Proses komunikasi juga membantu membangun makna. Ketika para siswa di tantang pikiran dan kemampuan berpikir mereka tentang matematika dan mengkomunikasikan hasil pikiran mereka secara lisan atau dalam bentuk tulisan, mereka sedang memperjelas dan meyakinkan. Mendengarkan penjelasan siswa yang lain, memberi siswa kesempatan untuk mengembangkan pemahaman mereka.

Mata pelajaran matematika perlu diberikan kepada semua peserta didik mulai dari sekolah dasar untuk membekali mereka dengan kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis dan kreatif serta kemampuan bekerja sama.<sup>20</sup> Komunikasi bisa membantu pembelajaran siswa tentang konsep matematika baru ketika mereka memerankan situasi, menggambar, menggunakan obyek, memberikan laporan dan penjelasan verbal. Juga ketika menggunakan diagram,

---

<sup>19</sup> NCTM, Principles And Standar For School Mathematics, (*The National Council Of Teacher Of Mathematics*, 2000), hal. 268

<sup>20</sup> Daryanto dan Raharjo, *Model Pembelajaran...*, hal. 240

menulis, dan menggunakan simbol matematika.<sup>21</sup> Beberapa definisi tersebut dapat disimpulkan bahwa kemampuan komunikasi matematika adalah kemampuan untuk menyatakan suatu ide matematika melalui tulisan, bahasa, gambar, grafik dan bentuk-bentuk visual lainnya. Sehingga mampu memberikan suatu argumentasi untuk pemecahan suatu masalah.

Kemampuan komunikasi matematika merupakan kemampuan yang dapat menyertakan dan memuat berbagai kesempatan untuk berkomunikasi dalam bentuk;

- a. Merefleksikan benda-benda nyata, gambar, atau ide-ide matematika.
- b. Membuat model situasi atau persoalan menggunakan metode oral, tertulis, konkret, grafik, dan aljabar.
- c. Menggunakan keahlian membaca, menulis, dan menelaah, untuk menginterpretasikan dan mengevaluasi ide-ide, simbol, istilah, serta informasi matematika.
- d. Merespon suatu pernyataan/ persoalan dalam bentuk argumen yang menyakinkan.<sup>22</sup>

Secara umum, matematika dalam ruang lingkup komunikasi mencakup ketrampilan/ kemampuan menulis, *discussing and assessing*, dan wacana.<sup>23</sup>

---

<sup>21</sup> Diane Ronis, *Pengajaran Matematika sesuai Cara Kerja Otak*. (Jakarta: Permata Puri Media, 2009), hal. 118

<sup>22</sup> Masykur dan Fathani, *Mathematical Intelligence...*, hal. 45

<sup>23</sup> *Ibid.*, hal.46

Dalam pengertian yang lebih luas tentang komunikasi matematis dikemukakan oleh Roberg dan Chai sebagai berikut:

- a. Merefleksikan benda nyata, gambar, dan diagram ke dalam ide matematika.
- b. Menjelaskan ide, situasi dan relasi matematis secara lisan atau tulisan dengan benda nyata, gambar, grafik dan aljabar.
- c. Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa atau simbol matematika
- d. Mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika.
- e. Membaca dengan pemahaman suatu presentasi matematika tertulis, membuat konjektur menyusun argument, merumuskan definisi dan generalisasi.
- f. Menjelaskan dan membuat pernyataan tentang matematika yang telah dipelajari.<sup>24</sup>

Sedangkan indikator dari komunikasi matematika tertulis dapat dilihat sebagai berikut:

- a. Menggambarkan situasi masalah dan menyatakan solusi masalah menggunakan gambar, bagan tabel, dan secara aljabar.
- b. Menyatakan hasil adala bentuk tertulis.
- c. Menggunakan representasi menyeluruh untuk menyatakan konsep matematika dan solusi.
- d. Membuat situasi matematika dengan menyediakan ide dan keterangan dalam bentuk tertulis.

---

<sup>24</sup> Abd. Qohar, *Pengembangan Instrumen Komunikasi Matematis untuk Siswa SMP*, dalam <http://eprints.uny.ac.id/id/6968> diakses 24 Februari 2015

- e. Menggunakan bahasa matematika dan simbol secara tepat.<sup>25</sup>

Berdasarkan beberapa indikator kemampuan komunikasi matematis di atas, sangat relevan dengan kompetensi dasar yang ada dalam materi garis singgung lingkaran. Dari hal tersebut, siswa harus mampu mengespresikan ide-ide matematikanya dalam menentukan algoritma penyelesaian menghitung panjang garis singgung persekutuan lingkaran. Tidak hanya itu saja, siswa harus dapat menghubungkan gambar kedalam ide matematikanya dan siswa harus mampu membuat menuliskan dalam bentuk kalimat matematika, yang artinya dari kalimat matematika itu siswa akan dengan mudah menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan garis singgung lingkaran yang dituangkan dalam kehidupan sehari-hari. Untuk mengetahui kemampuan siswa dalam mengkomunikasikan pemecahan masalah, Cai membuat suatu tingkatan yang sering dijadikan panduan dalam beberapa penelitian kemampuan komunikasi. Dalam penilain analisis kualitatif, tanggapan siswa tidak diberi nilai tetapi digolongkan dalam kategori yang berbeda sesuai dengan penggunaan strategi dan jenis kesalahan yang dibuat, yaitu sebagai berikut:

1. Representasi komunikasi matematika

Representasi matematika meliputi langkah yang digunakan siswa untuk berkomunikasi bagaimana mereka menemukan jawaban. Secara umum kualitas komunikasi siswa dievaluasi dalam kategori berikut ini:

---

<sup>25</sup> Siti Nurjanah, "Perbandingan Peningkatan Kemampuan Komunikasi Matematika Antara Siswa yang Memperoleh Pembelajaran Model Pembelajaran Auditory, Intellectually and Repetition (AIR) dan Reciprocal Teaching", dalam <http://digilib.unpas.ac.id>, diakses 28 April 2015.

a. Lengkap dan benar

Penjelasan atau penyelesaian langkah yang menunjukkan proses solusi yang digunakan untuk mendapatkan jawaban jelas dan benar.

b. Hampir lengkap dan benar

Penjelasan dari proses solusi mereka hampir benar dan metode yang digunakan tepat.

c. Sebagian benar

Penjelasan dari proses solusi hanya sebagian benar dan hanya menggunakan sebagian dari metode yang digunakan untuk memecahkan masalah

d. Prosedur samar.

Penjelasan dari proses solusi kurang jelas dan metode yang digunakan kurang tepat.

e. Informasi yang diberikan tidak rinci dan tidak menunjukkan proses solusi mereka. Penjelasan dari proses solusi tidak benar dan metode yang digunakan tidak tepat.<sup>26</sup>

Sedangkan indikator kemampuan komunikasi matematika yang digunakan dalam penelitian ini, penulis mengacu pada indikator kemampuan komunikasi matematika tertulis, yaitu sebagai berikut :

- a. Menggambarkan situasi masalah dan menyatakan solusi masalah menggunakan gambar, bagan tabel, dan secara aljabar.
- b. Menyatakan hasil dalam bentuk tertulis.

---

<sup>26</sup>Awwalul Hasanah, *Kemampuan komunikasi tulis dan lisan siswa dalam memecahkan masalah terbuka (open ended) pada pokok bahasan sistem persamaan linier dua variabel Di kelas VIII*, (UIN: Skripsi, 2010) dalam <http://digilib.uinsby.ac.id/8724> diakses 28 februari 2015

- c. Menggunakan representasi menyeluruh untuk menyatakan konsep matematika dan solusi.
- d. Membuat situasi matematika dengan menyediakan ide dan keterangan dalam bentuk tertulis.
- e. Menggunakan bahasa matematika dan simbol secara tepat.

#### **D. Kemampuan Matematika**

Kemampuan matematis adalah kemampuan yang di butuhkan untuk melakukan berbagai aktifitas mental, berfikir, menelaah, memecahkan masalah siswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika.<sup>27</sup> Mengajarkan bagaimana memecahkan masalah/ soal, beberapa guru atau pendidik matematika mempunyai cara yang berbeda-beda. Diantaranya adalah dengan selalu memberikan contoh-contoh bagaimana memecahkan suatu masalah matematika, tanpa memberikan kesempatan banyak pada siswa untuk berusaha menemukan sendiri penyelesaiannya. Cara guru mengajar seperti itu, siswa tidak banyak mempunyai inisiatif atau gagasan yang digunakan dalam memecahkan masalah.

Dampak dari kondisi tersebut adalah beberapa siswa seringkali mengalami kesulitan dalam memecahkan masalah matematika, misalnya siswa tidak tahu apa yang harus diperbuat bila diberikan permasalahan oleh guru, meskipun sebenarnya telah dimilikinya bekal yang cukup untuk memecahkan masalah tersebut. Hal ini dikarenakan soal-soal pemecahan masalah dan komunikasi

---

<sup>27</sup> Aprilia Ayu dan Edy Setiyo, *Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Sistem Persamaan Linier Dua Variabel Berdasarkan Kemampuan Matematis*, dalam <http://ejurnal.stkipjb.ac.id/index.php/AS/article/viewFile/203/139> diakses 20 Maret 2015



matematisnya siswa masih rendah, sehingga siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

Tujuan adanya mata pelajaran matematika antara lain agar siswa mampu menghadapi perubahan keadaan di dunia yang selalu berkembang, melalui latihan bertindak atas dasar pemikiran secara logis, rasional, kritis, cermat, jujur, dan efektif.<sup>28</sup> Hal ini merupakan tuntutan yang sangat tinggi yang tidak mungkin dapat dicapai hanya melalui hafalan, latihan pengerjaan soal yang bersifat rutin, serta proses pembelajaran biasa. Oleh sebab itu, pemecahan masalah merupakan bagian yang penting dalam pembelajaran matematika, karena dengan pemecahan masalah siswa dimungkinkan memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuan serta ketrampilan yang sudah dimiliki untuk diterapkan pada pemecahan masalah yang bersifat tidak rutin.

Bila diperhatikan, bahwa banyak siswa pandai dalam memecahkan soal matematika sering menggunakan cara-cara yang cerdas di luar dugaan dan kebiasaan, sehingga memberikan jawaban yang singkat dan akurat. Sebaliknya pada siswa-siswa yang mempunyai kemampuan matematika sedang atau rendah, cara yang digunakan untuk memecahkan soal, cenderung memberikan jawaban yang panjang lebar dan terkadang kurang akurat, bahkan banyak siswa yang kemampuan matematikanya rendah mengalami kesulitan untuk menemukan cara dalam memecahkan masalah matematika.<sup>29</sup>

---

<sup>28</sup> Erman Suherman et.al., *Strategi Pembelajaran Matematika.....*, hal. 89

<sup>29</sup> Budi Usodo, *Karakteristik Instuisi SMA dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau dari Kemampuan Matematika dan Perbedaan Gender*. dalam <http://jurnal.untad.ac.id/jurnal/index.php/AKSIOMA/article/view/1268/922> diakses 26 Maret 2015

Hasil penelitian Nurman (2008), menemukan bahwa kemampuan matematika seorang siswa berpengaruh terhadap kemampuan pemecahan masalah matematika. Siswa yang berkemampuan matematika tinggi mempunyai kemampuan yang tinggi dalam pemecahan masalah matematika, siswa dengan kemampuan matematika sedang memiliki kemampuan pemecahan masalah yang cukup baik, dan siswa yang memiliki kemampuan matematika rendah memiliki kemampuan pemecahan masalah matematika kurang baik.<sup>30</sup>

Kemampuan seorang siswa dalam mengemukakan ide matematika dari suatu teks, baik dalam bentuk lisan maupun tulisan merupakan bagian penting dari standar komunikasi matematika yang perlu dimiliki peserta didik. Sebab, seorang pembaca dikatakan memahami teks tersebut secara bermakna apabila ia dapat mengemukakan ide dalam teks secara benar. Hal tersebut menunjukkan adanya kaitan antara kemampuan matematika yang dimiliki siswa dengan kemampuan komunikasi matematika yang digunakan siswa dalam memecahkan masalah/ soal matematika.

Dengan mengacu pada skala penilaian yang ditetapkan oleh Ratumanan dan Laurens, maka kategori tingkat kemampuan matematika siswa dikategorikan kemampuan rendah jika  $0 \leq \text{Nilai tes} < 65$ , jika dikategorikan kemampuan sedang  $65 \leq \text{Nilai tes} < 80$ , jika dikategorikan kemampuan tinggi  $80 \leq \text{Nilai tes} \leq 100$ .<sup>31</sup>

Berdasarkan acuan tersebut, maka dalam penelitian ini peneliti menyesuaikan kategori tingkat kemampuan matematis berdasarkan KKM pada MTs Sultan Agung Jabalsari, maka dikategorikan kemampuan matematis rendah

---

<sup>30</sup> Rasiman, *Penelitian Proses Berpikir Kritis dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Bagi Sisiwa dengan Kemampuan Matematika Tinggi*, dalam <file://diskstation/Data%20User/Downloads/221-257-1-PB.pdf> diakses 26 Maret 2015

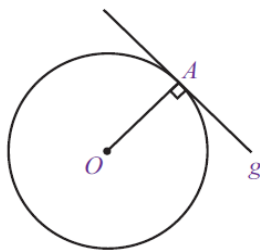
<sup>31</sup> Aprilia Ayu, Edy Setiyo, *Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Sistem Persamaan Linier Dua Variabel Berdasarkan Kemampuan Matematis*, dalam <http://ejurnal.stkipjb.ac.id/index.php/AS/article/viewFile/203/139> diakses 20 Maret 2015

jika  $0 \leq \text{Nilai tes} < 70$ , jika dikategorikan sedang  $70 \leq \text{Nilai tes} < 85$ , jika dikategorikan tinggi  $85 \leq \text{Nilai tes} \leq 100$ .

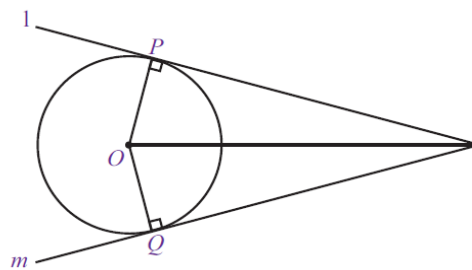
## E. Materi Garis Singgung Lingkaran

### 1. Pengertian garis singgung lingkaran

Garis singgung lingkaran adalah garis yang memotong lingkaran tepat disatu titik. Titik tersebut dinamakan titik singgung lingkaran.



**Gambar 2.1**

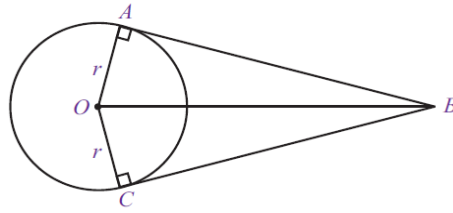


**Gambar 2.2**

**Gambar 2.1**, memperlihatkan bahwa garis  $g$  menyinggung lingkaran di titik  $A$ . Garis  $g$  tegak lurus jari-jari  $OA$ . Dengan kata lain, hanya terdapat satu buah garis singgung yang melalui satu titik pada lingkaran.

**Gambar 2.2**, titik  $R$  terletak di luar lingkaran. Garis  $l$  melalui titik  $R$  dan menyinggung lingkaran di titik  $P$ , sehingga garis  $l$  tegak lurus jari-jari  $OP$ . Garis  $m$  melalui titik  $R$  dan menyinggung lingkaran di titik  $Q$ , sehingga garis  $m$  tegak lurus jari-jari  $OQ$ . Dengan demikian, dapat dibuat dua buah garis singgung melalui satu titik di luar lingkaran.

## 2. Panjang garis singgung lingkaran



**Gambar 2.3** Panjang garis singgung lingkaran

Garis  $AB$  dan  $BC$  adalah garis singgung lingkaran yang berpusat di titik  $O$ . Panjang  $OA =$  panjang  $OC = r =$  jari-jari lingkaran. Oleh karena garis singgung selalu tegak lurus terhadap jari-jari lingkaran maka panjang garis singgung  $AB$  dan  $BC$  dapat dihitung dengan menggunakan teorema Pythagoras. Perhatikan  $\triangle OAB$  pada. Pada  $\triangle OAB$  berlaku teorema Pythagoras, yaitu:

$$OA^2 + AB^2 = OB^2$$

$$AB^2 = OB^2 - OA^2$$

$$AB = \sqrt{OB^2 - OA^2}$$

$$AB = \sqrt{OB^2 - r^2}$$

Pada  $\triangle OCB$  juga berlaku teorema Pythagoras, yaitu:

$$OC^2 + BC^2 = OB^2$$

$$BC^2 = OB^2 - OC^2$$

$$BC = \sqrt{OB^2 - OC^2}$$

$$BC = \sqrt{OB^2 - r^2}$$

Ternyata,  $AB = BC = \sqrt{OB^2 - r^2}$ . Uraian tersebut menggambarkan definisi berikut. Kedua garis singgung lingkaran yang ditarik dari sebuah titik diluar lingkaran mempunyai panjang yang sama.

### 3. Garis Singgung Dua Lingkaran

#### 1) Kedudukan dua lingkaran

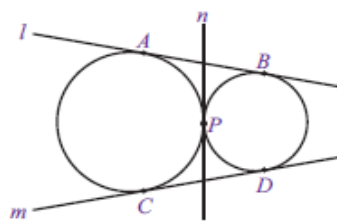
Secara umum, kedudukan dua lingkaran dapat dikelompokkan menjadi tiga jenis, yaitu dua lingkaran bersinggungan, berpotongan, dan saling lepas.

##### a. Dua lingkaran bersinggungan



**Gambar 2.4** Dua lingkaran bersinggungan

**Gambar 2.4** memperlihatkan dua lingkaran yang bersinggungan didalam. Untuk kedudukan seperti ini dapat dibuat satu buah garis singgung persekutuan luar, yaitu  $k$  dengan titik singgung  $A$ .

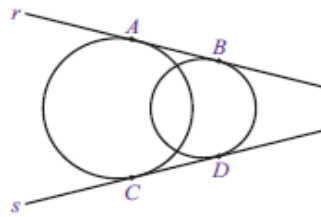


**Gambar 2.5** Dua lingkaran bersinggungan

**Gambar 2.5** memperlihatkan dua lingkaran yang bersinggungan di luar. Dalam kedudukan seperti ini dapat dibuat satu buah garis singgung persekutuan dalam, yaitu  $n$  dan dua garis singgung persekutuan luar, yaitu  $l$  dan  $m$ .

b. Dua lingkaran berpotongan

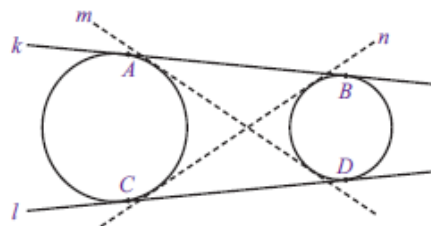
Dua lingkaran yang berpotongan seperti yang ditunjukkan oleh gambar 2.6 dibawah mempunyai dua garis singgung persekutuan luar, yaitu  $r$  dan  $s$ .



**Gambar 2.6** Dua lingkaran berpotongan

c. Dua lingkaran saling lepas

Gambar berikut memperlihatkan dua lingkaran yang saling lepas atau terpisah. Dalam kedudukan seperti ini, dapat dibuat dua garis persekutuan luar, yaitu  $k$  dan  $l$  dan dua garis persekutuan dalam, yaitu  $m$  dan  $n$ .

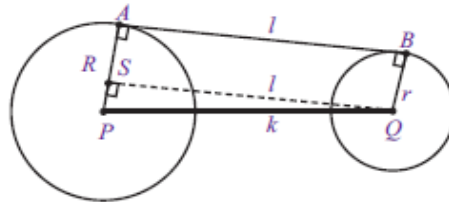


**Gambar 2.7** Dua lingkaran saling lepas

## 4. Garis singgung persekutuan luar

Menghitung panjang garis singgung persekutuan luar

Perhatikan gambar berikut ini.



**Gambar 2.8** Garis singgung persekutuan luar

- Garis  $AB$  merupakan garis singgung persekutuan luar dua lingkaran yang berpusat di  $P$  dan  $Q$
- $R = AP$  adalah jari-jari lingkaran yang berpusat di  $P$  atau lingkaran pertama.  $r = BQ$  adalah jari-jari lingkaran yang berpusat di  $Q$  atau lingkaran kedua.
- $l$  adalah panjang garis singgung persekutuan luar  $AB$ .
- $k$  adalah jarak antara kedua titik pusat  $P$  dan  $Q$
- Panjang  $AB =$  panjang  $SQ = l$ .

$$\text{Panjang } SP = AP - BQ = R - r$$

- Perhatikan  $\triangle SPQ$ . Kita bisa menggunakan teorema Pythagoras untuk mencari panjang  $SQ$ .

$\triangle SPQ$  siku-siku di  $S$  sehingga

$$PQ^2 = SQ^2 + SP^2$$

$$SQ^2 = PQ^2 - SP^2$$

$$l^2 = k^2 - (R - r)^2; R > r$$

$$l = \sqrt{k^2 - (R - r)^2}$$

Jadi, panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran adalah:

$$l = \sqrt{k^2 - (R - r)^2}$$

Dengan

$l$  = panjang garis singgung persekutuan luar

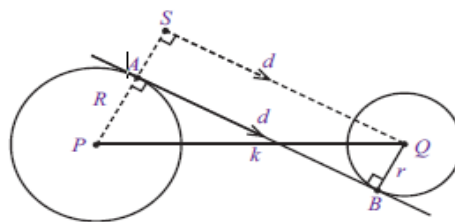
$k$  = jarak kedua titik pusat lingkaran

$R$  = jari-jari lingkaran pertama

$r$  = jari-jari lingkaran kedua

#### 5. Garis singgung persekutuan dalam

Menghitung panjang garis singgung persekutuan dalam



**Gambar 2.9** Garis singgung persekutuan dalam

- Garis  $AB$  merupakan garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran yang berpusat di  $P$  dan di  $Q$ .
- $R = AP$  adalah jari-jari lingkaran yang berpusat di  $P$  atau lingkaran pertama.  $r = BQ$  adalah jari-jari lingkaran yang berpusat di  $Q$  atau lingkaran kedua.
- $d$  adalah panjang garis singgung persekutuan dalam  $AB$ .
- $k$  adalah jarak antara kedua titik pusat  $P$  dan  $Q$ .



e)  $SQ$  merupakan translasi dari  $AB$ , sehingga  $SQ$  sejajar  $AB$  dan panjang

$$SQ = \text{panjang } AB = d.$$

f) Perhatikan  $\triangle PSQ$

Oleh karena  $\triangle PSQ$  merupakan segitiga siku-siku, maka kita bisa menggunakan teorema Pythagoras untuk mencari panjang  $SQ$ .

$$PQ^2 = PS^2 + SQ^2$$

$$SQ^2 = PQ^2 - PS^2$$

$$d^2 = k^2 - (R + r)^2$$

$$d = \sqrt{k^2 - (R + r)^2}$$

Jadi panjang garis persekutuan dalam dua lingkaran adalah

$$d = \sqrt{k^2 - (R + r)^2}$$

Dengan

$d$  = panjang garis singgung persekutuan dalam

$k$  = jarak kedua titik pusat lingkaran

$R$  = jari-jari lingkaran pertama

$r$  = jari-jari lingkaran kedua

## F. Penelitian Terdahulu

Penelitian yang dilakukan merupakan pengembangan dari hasil penelitian sebelumnya. Sebagai bahan informasi dan untuk menghindari terjadinya pengulangan hasil temuan yang membahas permasalahan yang sama, maka peneliti mencantumkan beberapa kajian terdahulu yang relevan. Adapun beberapa bentuk tulisan penelitian terdahulu yang relevan adalah sebagai berikut:

- 1) Penelitian dilakukan oleh Binti Sholihah, mahasiswi jurusan Tarbiyah program studi Tadris Matematika Sekolah Tinggi Agama Islam Negeri dengan judul “Penelitian Penalaran dan Komunikasi Matematika Siswa dengan Menggunakan Model STAD Berbasis *Quantum Teaching* pada Materi Pokok Relasi dan Fungsi Kelas VIII SMP Negeri 1 Srengat. Penelitian ini meneliti tentang adanya peningkatan dan seberapa besar peningkatan penalaran dan komunikasi siswa serta aktivitas belajar siswa dengan model pembelajaran STAD berbasis *Quantum Teaching*.
- 2) Penelitian yang kedua dilakukan oleh Rino Irawan, mahasiswa program studi Pendidikan Matematika Uनेversitas Muhamadiyah Purwokerto dengan judul “Deskripsi Kemampuan Komunikasi Matematika SMP N 2 Gumelar”. Penelitian ini bertujuan mengetahui gambaran kemampuan komunikasi matematika siswa SMP N 2 Gumelar. Subyek penelitian yang dipilih siswa berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah.

Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh kedua peneliti di atas, peneliti mengambil penelitian tentang profil kemampuan komunikasi matematika siswa kelas VIII MTs Sultan Agung Jabalsari dalam memahami pokok bahasan garis singgung lingkaran berdasarkan kemampuan matematika. Adapun letak perbedaan penelitian yang dilakukan oleh Binti Sholihah dengan penelitian yang dilakukan adalah terletak pada jenis penelitian, subyek, lokasi penelitian, waktu pelaksanaannya, dan materi penelitian. Sedangkan perbedaan penelitian yang kedua dengan penelitian yang dilakukan terletak pada, lokasi, subyek, materi penelitian, dan waktu pelaksanaannya. Adapun kesamaan dari penelitian yang

dilakukan oleh peneliti pertama adalah sama-sama meneliti tentang komunikasi matematika, sedangkan kesamaan dari peneliti yang kedua dengan penelitian ini yaitu sama-sama menggunakan pendekatan kualitatif dan keduanya sama-sama mendiskripsikan kemampuan komunikasi matematika yang dimiliki siswa.

