BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Hakikat Matematika

1. Definisi Matematika

Jika mendengar tentang matematika, pasti sebagian besar orang akan menghubungkannya dengan angka, penghitungan, sesuatu yang memerlukan penalaran tingkat tinggi dan lain sebagainya. Tapi apa sebenarnya matematika itu? Sampai saat ini masih belum terdapat kesepakatan dari para ahli tentang pengertian matematika.

Soedjadi menjabarkan beberapa pengertian dari matematika, yaitu:[15]

1) Matematika adalah cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematik.
2) Matematika adalah pengetahuan tentang bilangan dan kalkulasi.
3) Matematika adalah pengetahuan tentang penalaran logik dan berhubungan dengan bilangan.
4) Matematika adalah pengetahuan tentang fakta-fakta kuantitatif dan masalah tentang ruang dan bentuk.
5) Matematika adalah pengetahuan tentang struktur-struktur yang logik.
6) Matematika adalah pengetahuan tentang aturan-aturan yang ketat.

[15] Soedjadi, *KIAT PENDIDIKAN MATEMATIKA di INDONESIA Konstalasi keadaan masa kini menuju harapan masa depan*, (Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional, 2000)

Sedangkan matematika menurut beberapa ahli adalah sebagai berikut:[16]

a. Romberg mengarahkan hasil penelaahannya tentang matematika kepada tiga sasaran utama. Pertama, para sosiolog, psikolog, pelaksana administrasi sekolah, dan penyusun kurikulum memandang bahwa matematika merupakan ilmu yang statis dan disiplin ketat. Kedua, selama kurun waktu dua dekade terakhir ini, matematika dipandang sebagai suatu usaha atau kajian ulang terhadap matematika itu sendiri. Kajian itu berkaitan dengan apa matematika itu? Bagaimana cara kerja matematikawan? Dan bagaimana memopulerkan matematika? Selain itu, matematika juga dipandang sebagai suatu bahasa, struktur logika, batang tubuh dari bilangan dan ruang, rangkaian metode untuk menarik kesimpulan, esensi ilmu terhadap dunia fisik, dan sebagai aktivitas intelektual.
b. Bourne juga memahami matematika sebagai konstruktivisme sosial dengan penekanannya pada *knowing how*, yaitu pelajar dipandang sebagai makhluk yang aktif dalam mengonstruksi ilmu pengetahuan dengan cara berinteraksi dengan lingkungannya.
c. Kitcher mengklaim bahwa matematika terdiri atas komponen-komponen:

   1) bahasa (*language*) yang dijalankan oleh para matematikawan,

   2) pernyataan (*statements*) yang digunakan oleh para matematikawan,

[16] Abdul Halim Fathani, *Matematika: Hakikat & Logika*, (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2012), hal. 18-22

3) pertanyaan (*questions*) penting yang hingga saat ini belum terpecahkan, 4) alasan (*reasonings*) yang digunakan untuk menjelaskan pernyataan, dan 5) ide matematika itu sendiri.

d. Sujono mengemukakan bahwa matematika diartikan sebagai cabang ilmu pengetahuan yang eksak dan terorganisasi secara sistematik. Selain itu, matematika merupakan ilmu pengetahuan tentang penalaran yang logik dan masalah yang berhubungan denagn bilangan.

e. Pendapat para ahli yang telah muncul sejak kurang lebih 400 tahun sebelum masehi:

   - ✓ Plato (427-347 SM) berpendapat bahwa matematika adalah identik dengan filsafat untuk ahli pikir, walaupun mereka mengatakan bahwa matematika harus dipelajari untuk keperluan lain. Objek matematika ada di dunia nyata, tetapi terpisah dari akal. Matematika ditingkatkan menjadi mental aktivitas dan mental abstrak pada objek-objek yang ada secara lahiriyah, tetapi yang ada hanya mempunyai representasi yang bermakna. Plato dapat disebut sebagai seorang *rasionalis.*
   - ✓ Aristoteles (348-322 SM) yang merupakan murid dari Plato mempunyai pendapat lain. Ia memandang matematika sebagai salah satu dari tiga dasar yang membagi ilmu pengetahuan menjadi ilmu pengetahuan fisik, matematika, dan teologi. Matematika didasarkan atas kenyataan yang dialami, yaitu pengetahuan yang diperoleh dari eksperimen, observasi, dan abstraksi. Aristoteles dikenal sebagai seorang *eksperimentalis*.

f. Sedangkan dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), matematika didefinisikan sebagai ilmu tentang bilangan, hubungan antara bilangan dan prosedur operasional yang digunakan dalam penyelesaian masalah mengenai bilangan.

Secara umum menurut Fathani, definisi matematika dapat dideskripsikan sebagai berikut, diantaranya:[17]

i. Matematika sebagai struktur yang terorganisasi

Sebagai sebuah struktur, matematika terdiri atas beberapa komponen, yang meliputi aksioma/postulat, pengertian pangkal/primitif, dan dalil/teorema (termasuk di dalamnya lemma (teorema pengantar/kecil) dan *corolly*/sifat).

ii. Matematika sebagai alat (*tool*)

Matematika juga sering dipandang sebagai alat dalam mencari solusi pelbagai masalah dalam kehidupan sehari-hari.

iii. Matematika sebagai pola pikir deduktif

Artinya, suatu teori atau pernyataan dalam matematika dapat diterima kebenarannya apabila telah dibuktikan secara deduktif (umum).

iv. Matematika sebagai cara bernalar (*the way of thinking*)

Matematika dapat pula dipandang sebagai cara bernalar, paling tidak karena beberapa hal, seperti matematika memuat cara pembuktian yang sahih (valid), rumus-rumus atau aturan yang umum, atau sifat penalaran matematika yang sistematis.

[17] Ibid., hal. 23-24

v. Matematika sebagai artifisial

Simbol merupakan ciri yang paling menonjol dalam matematika. Bahasa matematika adalah bahasa simbol yang bersifat artifisial, yang baru memiliki arti bila dikenakan pada suatu konteks.

vi. Matematika sebagai seni yang kreatif

Penalaran yang logis dan efisien serta perbendaharaan ide-ide dan pola-pola yang kreatif dan menakjubkan, maka matematika sering pula disebut sebagai seni, khususnya seni berpikir yang kreatif.

Sehingga dari beberapa pendapat para ahli diatas dapat disimpulkan bahwa matematika adalah cabang ilmu pengetahuan tentang penalaran logik dan berhubungan dengan bilangan dan masalah, dengan ruang dan bentuk yang terorganisir secara sistematik dan mempunyai aturan-aturan yang ketat.

Dalam hubungannya dengan berpikir, matematika didefinisikan sebagai pola berpikir, pola mengorganisasikan pembuktian yang logik. Matematika adalah suatu cara manusia berpikir. Dalam mencari kebenaran, matematika menyajikan suatu cara bagaimana manusia itu berpikir sehingga keabsahan dari pemikirannya itu sudah tidak diragukan.

2. Karakteristik matematika

Dalam setiap pandangan matematika terdapat beberapa ciri matematika yang secara umum disepakati bersama. Diantaranya adalah sebagai berikut:[18]

1) Memiliki objek kajian yang abstrak

Matematika mempunyai objek kajian yang abstrak tapi tidak semua yang abstrak itu adalah matematika. Ada empat objek kajian matematika, yaitu fakta, operasi atau relasi, konsep, dan prinsip.

a. *Fakta*, yaitu pemufakatan atau konvensi dalam matematika yang biasanya diungkapkan melalui simbol-simbol tertentu. Cara mempelajari fakta dapat dilakukan dengan cara hafalan, *drill* (latihan terus menerus), demonstrasi tertulis, dan lain-lain. Namun yang perlu diperhatikan adalah bahwa mwngingat fakta itu penting, tetapi jauh lebih penting memahami konsep yang diwakilinya.

b. *Konsep*, yaitu ide abstrak yang dapat digunakan untuk menggolongkan atau mengkategorikan sekumpulan objek, apakah objek tertentu merupakan contoh konsep atau bukan.

c. *Operasi atau Relasi*

Operasi adalah pengerjaan hitung, pengertian aljabar, dan pengerjaan matematika lainnya. Sementara *relasi* adalah hubungan antara dua atau lebih elemen. Pada dasarnya, operasi dalam matematika adalah suatu fungsi, yaitu relasi khusus, karena operasi

[18] Ibid., hal. 50-53

adalah aturan untuk memperoleh elemen tunggal dari satu atau lebih elemen yang diketahui.

d. *Prinsip,* yaitu objek matematika yang terdiri atas beberapa fakta, beberapa konsep yang dikaitkan oleh suatu relasi ataupun operasi. Secara sederhana, dapatlah dikatakan bahwa prinsip adalah hubungan diantara berbagai objek dasar matematika. Prinsip dapat berupa *aksioma, teorema* atau *dalil, corollary* atau *sifat,* dan sebagainya.

2) Bertumpu pada kesepakatan

Simbol-simbol dan istilah-istilah dalam matematika merupakan kesepakatan atau konvensi yang penting. Dengan simbol dan istilah yang telah disepakati dalam matematika, maka pembahasan selanjutnya akan menjadi mudah dilakukan dan dikomunikasikan. Kesepakatan yang amat mendasar adalah aksioma (postulat, pernyataan pangkal yang tidak perlu pembuktian) dan konsep primitif (pengertian pangkal yang tidak perlu didefinisikan, *undefined term*). Aksioma yang diperlukan untuk menghindari proses berputar-putar dalam pembuktian (*circulus in probando*). Sedangkan primitif diperlukan untuk menghindari proses berputar-putar dalam pendefinisian (*circulus in defienindo*).

3) Berpola pikir deduktif

Dalam matematika, hanya diterima pola pikir yang bersifat deduktif. Pola pikir deduktif secara sederhana dapat dikatakan pemikiran yang

berpangkal dari hal yang bersifat umum diterapkan atau diarahkan kepada hal yang bersifat khusus.

4) Konsitensi dalam sistemnya

Dalam matematika, terdapat berbagai macam sistem yang dibentuk dari beberapa aksioma dan memuat beberapa teorema. Ada sistem-sistem yang berkaitan, ada pula sistem-sistem yang dapat dipandang lepas satu dengan lainnya. Sistem-sistem aljabar dengan sistem-sistem geometri dapat dipandang lepas satu dengan lainnya. Di dalam sistem aljabar, terdapat pula beberapa sistem lain yang lebih "kecil" yang berkaitan satu dengan yang lainnya. Demikian pula di dalam sistem geometri.

5) Memiliki simbol yang kosong arti

Dalam matematika, banyak sekali simbol baik yang berupa huruf latin, huruf Yunani, maupun simbol-simbol khusus lainnya. Simbol-simbol tersebut membentuk kalimat dalam matematika yang biasa disebut model matematika. Model matematika dapat berupa persamaan, pertidaksamaan, maupun fungsi. Selain itu, ada pula model matematika yang berupa gambar (*pictorial*) seperti bangun-bangun geometrik, grafik, maupun diagram.

Jadi, secara umum model atau simbol matematika sesungguhnya kosong dari arti. Ia akan bermakna sesuatu bila kita mengaitkannya dengan konteks tertentu. Secara umum, hal ini pula yang membedakan simbol matematika dengan simbol bukan matematika. Kosongnya arti dari model-model matematika itu merupakan "kekuatan" matemtika, yang dengan

sifat tersebut ia bisa masuk pada berbagai macam bidang kehidupan, dari masalah teknis, ekonomi, hingga ke bidang psikologi.

6) Memerhatikan semesta pembicaraan

Sehubungan dengan kosongnya arti dari simbol-simbol matemtika, bila kita menggunakannya kita seharusnya memerhatikan pula lingkup pembicaraannya. Lingkup atau sering disebut semesta pembicaraan bisa sempit bisa pula luas. Bila kita berbicara tentang bilangan-bilangan, maka simbol-simbol tersebut menunjukkan bilangan-bilangan pula. Benar salahnya atau ada tidaknya penyelesaiannya suatu soal atau masalah juga ditentukan oleh semesta pembicaraan yang digunakan.

7) Karakteristik matematika sekolah

Sehubungan dengan karakteristik umum matematika di atas, dalam pelaksanaan pembelajaran matematika di sekolah harus memerhatikan ruang lingkup matematika sekolah. Ada sedikit perbedaan antara matematika sebagai *ilmu* dengan matematika sekolah, perbedaan itu dalam hal:

a) Penyajian

Penyajian matematika tidak harus diawali dengan teorema maupun definisi, tetapi haruslah disesuaikan dengan perkembangan intelektual siswa.

b) Pola pikir

Pembelajaran matematika di sekolah dapat menggunakan pola pikir deduktif maupun pola pikir induktif. Hal ini harus disesuaikan dengan topik bahasan dan tingkat intelektual siswa.

c) Semesta pembicaraan

Sesuai dengan tingkat perkembangan intelektual siswa, matematika yang disajikan dalam jenjang pendidikan juga menyesuaikan dalam kekomplekan semestanya. Semakin meningkat tahap perkembangan intelektual siswa semesta matematikanya pun semakin diperluas.

d) Tingkat keabstrakan

Seperti pada poin sebelumnya, tingkat keabstrakan matematika juga harus menyesuaikan dengan tingkat perkembangan intelektual siswa. Semakin tinggi jenjang sekolah, tingkat keabstrakan objek semakin diperjelas.

Hal tersebut sesuai dengan teori Piaget yang mengemukakan dalam perkembangan belajar anak melalui 4 tahap, yaitu:[19]

1. Pada tahap konkret, kegiatan yang dilakukan anak adalah untuk mendapatkan pengalaman langsung atau memanipulasi objek-objek konkret.
2. Tahap semi konkret, kegiatan yang dilakukan sudah tidak perlu memanipulasi objek-objek konkret lagi seperti pada tahap

[19] Ira Widyastuti, *Teori Pembelajaran Matematika* dalam http://irawidyastuti94.blogspot.com/2014/06/teori-pembelajaran-matematika_7086.html diakses pada 10 Agustus 2015.

konkret, tetapi cukup dengan gambaran dari objek yang dimaksud.

3. Tahap semi abstrak, kegiatan yang dilakukan adalah memanipulasi/melihat tanda sebagai ganti gambar untuk dapat berpikir abstrak.
4. Tahap abstrak, kegiatan yang dilakukan adalah anak sudah mampu berpikir secara abstrak dengan melihat lambang/simbol atau membaca/mendengar secara verbal tanpa kaitan dengan objek-objek konkret.

B. PROSES BERPIKIR

1. Definisi Berpikir

Sebelum berbicara tentang proses berpikir, alangkah baiknya jika kita mengetahui apa arti dari berpikir. Kata dasar "pikir" dalam *Kamus Besar Bahasa Indonesia* adalah akal budi, ingatan, angan-angan. "Berpikir" artinya menggunakan akal budi untuk mempertimbangkan dan memutuskan sesuatu, menimbang-nimbang dalam ingatan.[20]

Otto Selsz yang menganut aliran Manheim dalam Psikologi berpendapat bahwa berpikir adalah suatu perbuatan yang abstrak dengan arah yang ditentukan oleh soal yang harus dipecahkan.[21]

---

[20] Wowo Sunaryo Kuswana, *Taksonomi Berpikir*, (Bandung: PT. Remaja Rosdakarya, 2011) hal. 1
[21] Abu Ahmadi, *Psikologi Umum*, (Surabaya: PT. Bina Ilmu) hal. 37

Berpikir juga erat kaitannya dengan kognisi. Salah satu tokoh dalam pengembang struktur kognitif yang pemikirannya mempunyai dampak kuat terhadap praktik pendidikan adalah Piaget. Menurutnya terdapat tiga tahap utama dalam pengembangan intelektual; sensori motor, representasional; dan formal. Pada masa pertengahan kanak-kanak, pemikiran menjadi logis. Tidak semua orang dewasa menjangkau tahap operasi yang formal pada kasus tertentu, tahap berpikir dalam kaitannya dengan menggunakan istilah abstrak, ringkasan belajar.[22]

Dari pemaparan diatas dapat disimpulkan bahwa berpikir adalah suatu aktivitas abstrak dalam ingatan, yang tersembunyi atau setengah tersembunyi tentang bagaimana memecahkan suatu masalah yang dihubungkan dengan gagasan-gagasan atau ide-ide untuk suatu tujuan tertentu.

Berpikir itu menurut Ngalim (2011) dibagi menjadi 3 macam, yaitu:

1. Berpikir Induktif

   Berpikir induktif adalah suatu proses dalam berpikir yang berlangsung dari khusus menuju kepada yang umum. Orang mencari ciri-ciri atau sifat-sifat yang tertentu dari berbagai fenomena, kemudian menarik kesimpulan bahwa ciri-ciri atau sifat-sifat itu terdapat pada semua jenis fenomena tadi.

2. Berpikir Deduktif

   Kebalikan dari berpikir induktif, berpikir deduktif prosesnya berlangsung dari umum menuju kepada yang khusus. Dalam cara berpikir ini, orang bertolak dari suatu teori ataupun prinsip ataupun kesimpulan yang

[22] Kuswana, *Taksonomi...*, hal. 152

dianggapnya benar dan sudah bersifat umum. Dari situlah diterapkan kepada fenomena-fenomena yang khusus dan mengambil kesimpulan khusus yang berlaku bagi fenomena tersebut.

3. Berpikir Analogis

   Analogi berarti persamaan atau perbandingan. Berpikir analogis adalah berpikir dengan jalan menyamakan atau memperbandingkan fenomena-fenomena yang biasa/pernah dialami. Di dalam cara berpikir ini, orang beranggapan bahwa kebenaran dari fenomen-fenomena yang pernah dialaminya berlaku pula bagi fenomena yang dihadapi sekarang.

Dari ketiga macam berpikir tersebut yang menjadi acuan peneliti dalam melakukan penelitian ini adalah berpikir deduktif. Alasan peneliti karena karakteristik dari matematika sendiri adalah berpola pikir deduktif yang secara sederhana dapat dikatakan pemikiran yang berpangkal dari hal yang bersifat umum diterapkan atau diarahkan kepada hal yang bersifat khusus.

2. Proses Berpikir

Proses berpikir merupakan urutan kejadian mental yang terjadi secara alamiah atau terencana dan sistematis pada konteks ruang, waktu, dan media yang digunakan, serta menghasilkan suatu perubahan terhadap objek yang memengaruhinya. Proses berpikir merupakan peristiwa mencampur, mencocokkan, menggabungkan, menukar, dan mengurutkan konsep-konsep, persepsi-persepsi, dan pengalaman sebelumnya. [23]

[23] Kuswana, *Taksonomi Berpikir,...* hal. 3

Pada pokoknya ada tiga tahap yang harus dilalui dalam proses berpikir. Proses-proses tersebut yaitu: a) pembentukan pengertian, b) pembentukan pendapat, dan c) penarikan kesimpulan.

a) Pembentukan pengertian

Pengertian adalah hasil proses berpikir yang merupakan rangkuman sifat-sifat pokok dari suatu barang atau kenyataan yang dinyatakan dalam suatu perkataan.[24] Sifat-sifat pokok merupakan sifat yang menjadi ciri khas dari suatu barang atau benda, yang menentukan adanya pengertian tertentu bagi benda tersebut. Misalkan

Dalam menanggapi segala sesuatu jiwa kita tidak pasif, tetapi selalu aktif, diantaranya memahami sifat-sifat yang dimiliki, menghubungkan sifat yang satu dengan yang lain. Menggolong-golongkan sifat-sifat yang bersamaan, memisahkan sifat-sifat tambahan, merangkum sifat-sifat pokok. Itulah pekerjaan pikir kita sampai mendapatkan suatu pengertian.[25]

Sehingga indikator pencapaian dalam pembentukan pengertian adalah sebagai berikut:

1. Siswa memahami sifat-sifat yang dimiliki kemudian menghubungkan sifat yang satu dengan sifat yang lain.
2. Siswa merangkum sifat-sifat pokok dalam satu perkataan.

[24] Ahmadi, *Psikologi,…* hal. 115
[25] Ibid., hal. 115

b) Pembentukan pendapat

Setelah pengertian telah terbentuk, selanjunya adalah tahap pembentukan pendapat. Pendapat adalah hasil pekerjaan pikir meletakkan hubungan antara tanggapan yang satu dengan yang lain, antara pengertian satu dengan pengertian yang lain, yang dinyatakan dalam suatu kalimat.[26]

Adapun proses dalam pembentukan pendapat, antara lain:[27]

- Menyadari adanya tanggapan/pengertian, karena tidak mungkin kita membentuk pendapat tanpa menggunakan pengertian atau tanggapan.
- Menguraikan tanggapan/pengertian.
- Menentukan hubungan antara bagian-bagian. Setelah sifat-sifat dianalisa, berbagai sifat dipisahkan tinggal dua pengertian saja yang kemudian satu sama lain dihubungkan.

Indikator pencapaian dari tahapan proses pembentukan pendapat yaitu:

1. Siswa mampu menyadari adanya suatu tanggapan atau pengertian.
2. Siswa mampu menguraikan tanggapan atau pengertian yang sudah ada, menjadi beberapa tanggapan yang lebih bersifat lebih khusus.
3. Siswa mampu menentukan hubungan antar bagian-bagian menjadi suatu pendapat yang bersifat kompleks.

c) Penarikan kesimpulan

Di atas telah diterangkan tentang pembentukan pengertian dan pembentukan pendapat. Baik pengertian maupun pendapat adalah hasil

[26] Ibid., hal. 120
[27] Ibid., hal. 120

kegiatan berpikir. Kegiatan berpikir selanjutnya adalah membentuk pendapat berdasarkan pendapat-pendapat yang telah ada. Proses tersebut adalah penarikan kesimpulan.

Kesimpulan adalah suatu pendapat baru yang dibentuk dari pendapat-pendapat lain yang telah ada.[28] Sehingga kesimpulan itu merupakan sebuah pendapat baru yang merupakan keputusan akhir yang dibentuk dari pendapat-pendapat yang telah ada.

Pada tahapan penarikan kesimpulan indikator pencapaian yang harus dikuasai oleh siswa dalam memecahkan masalah lingkaran adalah:

- Siswa menerapkan solusi penyelesaian dari pendapat yang telah dia bentuk.
- Siswa membentuk keputusan berdasarkan pendapat-pendapat yang telah terbentuk.

3. Memecahkan Masalah

Sebagaimana diterangkan di atas, berpikir selalu berhubungan dengan masalah-masalah. Baik itu masalah yang timbul dari situasi masa kini, masa lampau atau bahkan masalah yang belum terjadi.

[28] Ibid., hal. 121

Proses pemecahan masalah itu disebut proses berpikir. Dalam memecahkan tiap masalah timbullah dalam jiwa kita berbagai kegiatan, antara lain:[29]

- Kita menghadapi suatu situasi yang mengandung masalah. Pertama-tama kita mengetahui lebih dulu apa masalahnya, atau apakah yang kita hadapi itu suatu masalah.
- Bagaimanakah masalah itu dapat dipecahkan.
- Hal-hal manakah yang sekira dapat membantu pemecahan masalah tersebut.
- Apakah tujuan masalah itu dipecahkan.

Dengan kata lain setiap menghadapi masalah terdapat bermacam-macam faktor yang kesemuanya merupakan rangkaian pemecahan masalah-masalah itu sendiri.

Dari kegiatan jiwa yang disebutkan di atas ada beberapa faktor yang biasanya tidak dapat ditinggalkan dalam berpikir. Apa masalahnya, bagaimana memecahkannya, apa tujuannya, faktor-faktor apa yang membantu.[30] Maka dalam berpikir sering timbul pertanyaan apa, mengapa, bagaimana, untuk apa dan sebagainya.

Diantara faktor-faktor yang disebutkan, tujuan adalah menentukan. Karena kalau orang memandang situasi itu tidak mengandung masalah, dengan sendirinya tidak memahami tujuan memecahkan masalah tersebut,

---

[29] Ibid., hal. 112
[30] Ibid., hal. 112

kemungkinan besar situasi yang dihadapi tidak perlu dihadapi dengan berpikir.

Proses berpikir dalam kaitannya untuk memecahkan suatu masalah, yaitu:[31]

1. Ada minat untuk memecahkan masalah.
2. Memahami tujuan pemecahan masalah itu.
3. Mencari kemungkinan-kemungkinan pemecahan.
4. Menentukan kemungkinan mana yang digunakan.
5. Melaksanakan kemungkinan yang dipilih untuk memecahkan masalah.

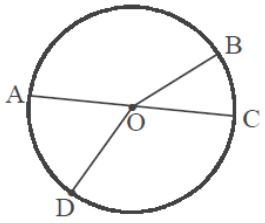
Setelah seseorang menemukan sebuah masalah, seseorang akan memutuskan untuk memecahkan masalah tersebut atau hanya akan membiarkannya saja. Ketika dia memutuskan untuk memecahkan masalah tersebut dapat dikatakan bahwa ada minat untuk memecahkan masalah. Selanjutnya dia akan memahami masalah tersebut dan mencari kemungkinan-kemungkinan dalam pemecahan masalah. Setelah menentukan kemungkinan mana yang digunakan selanjutnya adalah melaksanakan kemungkinan tersebut untuk memecahkan masalahnya.

[31] Ibid., hal 113

C. LINGKARAN[32]

1. Pengertian Lingkaran

Lingkaran adalah kurva tertutup sederhana yang merupakan tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama terhadap suatu titik tertentu. Jarak yang sama tersebut disebut jari-jari lingkaran dan titik tertentu disebut pusat lingkaran.



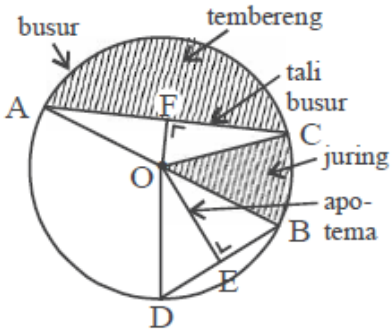
Gambar 2.1

Pada gambar 2.1 menunjukkan titik A, B, C, dan D yang terletak pada kurva tertutup sederhana sedemikian sehingga $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD} =$ jari-jari lingkaran (r). Titik O disebut pusat lingkaran.

Gambar 2.2

Panjang garis lengkung yang tercetak tebal yang berbentuk lingkaran tersebut disebut keliling lingkaran. Sedangkan daerah arsiran di dalamnya disebut bidang lingkaran atau luas lingkaran.

2. Bagian-Bagian Lingkaran



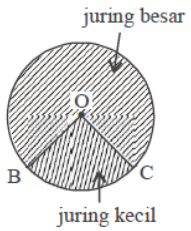
Gambar 2.3

- Titik O disebut pusat lingkaran
- $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$ disebut jari-jari lingkaran, yaitu garis yang menghubungkan titik pusat lingkaran dan titik pada keliling lingkaran.

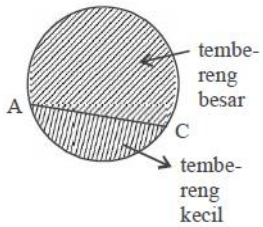
[32] Dewi Nuharini dan Tri Wahyuni, *Matematika Konsep dan Aplikasinya*. (Jakarta: Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional, 2008) hal.138

- $\overline{AB}$ disebut garis tengah atau diameter, yaitu ruas garis yang menghubungkan dua titik pada keliling dan melalui pusat lingkaran. Karena diameter $\overline{AB} = \overline{OA} + \overline{OB}$, dimana $\overline{OA} = \overline{OB} =$ jari-jari lingkaran, sehingga diameter $(d) = 2 \times$ jari-jari(r) atau $d = 2r$.
- $\overline{AC}$ disebut tali busur, yaitu ruas garis yang menghubungkan dua titik pada keliling lingkaran.
- $\overline{OE} \perp$ tali busur $\overline{BD}$ dan $\overline{OF} \perp$ tali busur $\overline{AC}$ disebut apotema, yaitu jarak terpendek antara tali busur dan pusat lingkaran.
- Garis lengkung $\widehat{AC}$, $\widehat{BC}$, dan $\widehat{AB}$ disebut busur lingkaran, yaitu bagian dari keliling lingkaran. Busur terbagi menjadi dua, yaitu busur besar dan busur kecil.
  1. Busur kecil/pendek adalah busur AB yang panjangnya kurang dari setengah keliling lingkaran.
  2. Busur besar/panjang adalah busur AB yang lebih dari setengah keliling lingkaran.

- Daerah yang dibatasi oleh dua jari-jari, $\overline{OC}$ dan $\overline{OB}$ serta busur BC disebut juring atau sektor. Juring terbagi menjadi dua, yaitu juring besar dan juring kecil. (Gambar 2.4)



Gambar 2.4



Gambar 2.5

- Daerah yang dibatasi oleh tali busur $\overline{AC}$ dan busurnya disebut tembereng.

Gambar disamping menunjukkan bahwa terdapat tembereng kecil dan tembereng besar.

3. Keliling dan Luas Lingkaran

a. Keliling lingkaran:

Pada setiap lingkaran nilai perbandingan $\frac{keliling\ (K)}{diameter\ (d)}$ menunjukkan bilangan yang sama atau tetap disebut π.

Karena $\frac{K}{d} = \pi$, sehingga didapat $K = \pi . d$

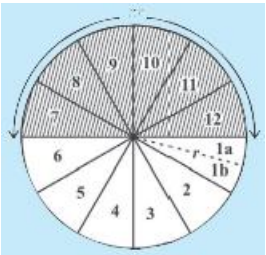
Karena panjang diameter adalah $2 \times$ jari $-$ jari atau $d = 2r$, maka $K = 2\pi r$

Jadi didapat rumus keliling (*K*) lingkaran dengan diameter (*d*) atau jari-jari (*r*) adalah:

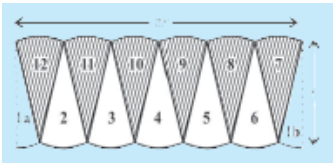
$$K = \pi d \text{ atau } K = 2\pi r$$

b. Luas lingkaran:

Misalkan lingkaran dengan jari-jari 10 cm, kemudian dibagi menjadi 12 bagian yang sama besar dengan cara membuat 12 juring sama besar dengan sudut pusat 30° (Gambar 2.6).



Gambar 2.6



Gambar 2.7

Jika lingkaran dibagi menjadi juring-juring yang tak terhingga banyaknya, kemudian juring-juring tersebut dipotong dan disusun seperti Gambar 2.7 maka hasilnya akan mendekati bangun persegi panjang.

Perhatikan bahwa bangun yang mendekati persegi panjang tersebut panjangnya sama dengan setengah keliling lingkaran $(3{,}14 \times 10 \text{ cm} = 31{,}4 \text{ cm})$ dan lebarnya sama dengan jari-jari lingkaran (10 cm). Jadi, luas lingkaran dengan panjang jari-jari 10 cm = luas persegi panjang dengan $p = 31{,}4$ cm dan $l = 10$ cm.

$$= p \times l$$

$$= 31{,}4 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$$

$$= 314 \text{ cm}$$

Dengan demikian, dapat kita katakan bahwa luas lingkaran dengan jari-jari *r* sama dengan luas persegi panjang dengan panjang πr dan lebar *r*, sehingga diperoleh:

$L = \pi r \times r$

$L = \pi r^2$

karena $r = \frac{1}{2}d$, maka $L = \pi\left(\frac{1}{2}d\right)^2$

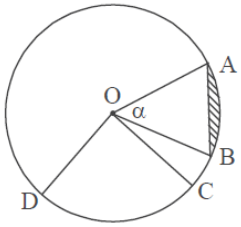
$$= \pi\left(\frac{1}{4}d^2\right)$$

$$L = \frac{1}{4}\pi d^2$$

Jadi, dapat diambil kesimpulan bahwa luas lingkaran *L* dengan jari-jari *r* atau diameter *d* adalah:

$$L = \pi r^2 \text{ atau } L = \frac{1}{4}\pi d^2$$

4. Hubungan Antara Sudut Pusat, Panjang Busur, dan Luas Juring



Gambar 2.8

Panjang busur dan luas juring pada suatu lingkaran berbanding lurus dengan besar sudut pusatnya.

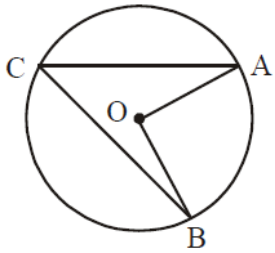
$$\frac{\text{besar } \angle AOB}{\text{besar } \angle \text{COD}} = \frac{\text{panjang } \widehat{AB}}{\text{panjang } \widehat{CD}} = \frac{\text{luas juring OAB}}{\text{luas juring OCD}}$$

$$\text{panjang busur AB} = \frac{\alpha}{360^o} \times 2\pi r$$

$$\text{luas juring OAB} = \frac{\alpha}{360^o} \times \pi r^2$$

$$\text{luas tembereng AB} = \text{luas juring OAB} - \text{luas } \Delta \text{ AOB}$$

5. Sudut Pusat dan Sudut Keliling Lingkaran



Gambar 2.9

$\angle AOB$ adalah sudut pusat lingkaran dan $\angle ACB$ adalah sudut keliling lingkaran. Hubungan antara sudut pusat dan sudut keliling lingkaran adalah sebagai berikut:

- Jika sudut pusat dan sudut keliling menghadap busur yang sama maka besar sudut pusat $= 2 \times$ besar sudut keliling.
- Besar sudut keliling yang menghadap diameter lingkaran besarnya 90° (sudut siku-siku).
- Besar sudut-sudut keliling yang menghadap busur yang sama adalah sama besar atau $\frac{1}{2} \times$ sudut pusatnya.

D. Penelitian Terdahulu

Penelitian terdahulu yang dipergunakan dalam penelitian ini adalah hasil penelitian dari Yulis Zahrotun Nikmah dengan judul "Analisis Proses Berpikir Siswa Kemampuan Tinggi dalam Memahami Soal Matematika Pada Materi Prisma Siswa kelas VIII UPTD SMP Negeri 2 Sumbergempol Tulungagung Tahun Ajaran 2012/2013".

Persamaan dari penelitian ini dengan Yulis Zahrotun Nikmah adalah kedua penelitian ini sama-sama membahas tentang proses berpikir, yaitu pembentukan pengertian, pembentukan pendapat, dan terakhir adalah menarik kesimpulan. Sedangkan perbedaan penelitian ini dengan penelitian yang dilakukan oleh Yulis Zahrotun Nikmah adalah dalam penelitian terdahulu membahas tentang proses berpikir dalam memahami soal sedangkan dalam penelitian ini membahas tentang proses berpikir dalam memecahkan masalah matematika. Selain itu dalam penelitian terdahulu yang menjadi objek penelitian adalah siswa yang memiliki kemampuan berpikir tinggi, sedangkan dalam penelitian ini subjek dalam penelitian adalah siswa yang mempunyai kemampuan akademik tinggi, sedang dan rendah. Materi yang digunakan juga berbeda. Jika dalam penelitian terdahulu menggunakan materi prisma, dalam penelitian ini menggunakan materi lingkaran. Lokasi yang digunakan dan tahun pelaksanaan penelitian juga berbeda. Dengan beberapa perbedaan tersebut diharapkan dapat menambah pengetahuan kita.