

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Hakikat Matematika

Matematika berasal dari bahasa latin *mathematica*, yang awalnya di ambil dari bahasa yunani *mathematike*, yang berarti “*relating to learning*”. Kata itu berasal dari akar kata *mathema* yang berarti pengetahuan atau ilmu (*knowledge, science*). Kata *mathematike* berhubungan erta dengan kata lain yang serupa, yaitu *mathamein* yang mengandung arti belajar(berpikir).¹⁴

Matematika merupakan suatu alat untuk mengembangkan cara berpikir. Karena itu matematika sangat diperlukan baik untuk kehidupan sehari-hari maupun dalam menghadapi kemajuan IPTEK sehingga matematika perlu dibekalkan kepada setiap peserta didik sejak SD, bahkan sejak TK.¹⁵ Matematika tumbuh dan berkembang karena proses berpikir, oleh karena itu logika adalah dasar untuk terbentuknya matematika. Logika adalah masa bayi dari matematika, sebaliknya matematika adalah masa dewasa dari logika. Pada permulaannya cabang-cabang matematika yang ditemukan adalah aritmatika atau Berhitung, Aljabar dan Geometri. Setelah itu ditemukan kalkulus yang berfungsi sebagai tonggak penopang terbentuknya cabang matematikabaruu yang leih kompleks, antara lain Statistika, Topologi, Aljabar, Analisi Vektot, dan lain-lain.¹⁶

¹⁴ H. Erman Suherman dkk, *Strategi pembelajaran matematika kontemporer* (Bandung: JICA, 2003). Hal. 15

¹⁵ Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika* (Malang: JICA 2001). Hal. 45

¹⁶ Ibid., H. Erman Suherman dkk, *Strategi...* hal 17

Jadi, matematika berarti ilmu pengetahuan yang diperoleh dengan bernalar. Hal ini dimaksudkan bukan berarti ilmu lain diperoleh tidak melalui penalaran, akan tetapi dalam matematika lebih menekankan aktifitas dalam dunia rasio (penalaran), sedangkan dalam ilmu lain lebih menekankan hasil observasi atau eksperimen disamping penalaran.

B. Kemampuan penalaran matematis (*Reasoning*)

1. Pengertian penalaran

Manusia pada hakikatnya merupakan makhluk yang berpikir, merasa, bersikap dan bertindak. Sikap dan tindakannya yang bersumber pada pengetahuan yang didapatkan melalui kegiatan merasa atau berpikir. Suatu proses berpikir dalam menarik suatu kesimpulan yang berupa pengetahuan merupakan suatu penalaran.¹⁷

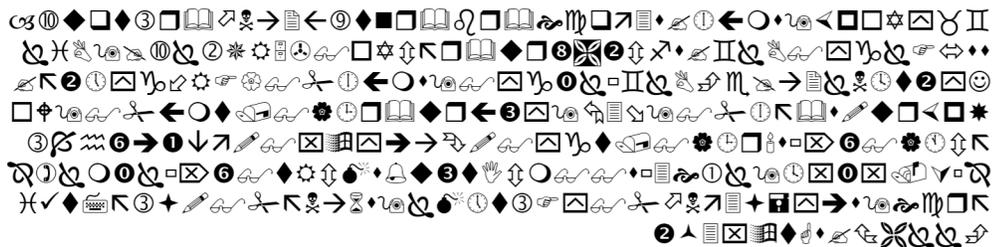
Penalaran merupakan konsep yang paling umum menunjuk pada salah satu proses pemikiran untuk sampai pada suatu kesimpulan sebagai pernyataan baru dari beberapa pernyataan lain yang diketahui. Pernyataan itu sendiri terdiri atas pengertian-pengertian sebagai unsurnya yang antara pengertian satu dengan yang lain ada batas-batas tertentu untuk menghindarkan kekaburan arti.¹⁸ Keraf mengartikan penalaran sebagai proses berpikir dan berusaha menghubung-

¹⁷ Jujun S. Suriasumantri, *Filsafat Ilmu Sebuah Pengantar Populer*, (Jakarta: Pustaka Sinar Harapan, 2017), hal. 42

¹⁸ Surajiyo, *Dasar-dasar Logika*, (Jakarta: PT Bumi Aksara, 2006), hal. 20

hubungkan fakta-fakta atau evidensi-evidensi yang diketahui menuju kepada suatu kesimpulan.¹⁹

Penalaran adalah suatu proses penarikan kesimpulan dari satu atau lebih proposisi.²⁰ R.G Soekadijo mengartikan penalaran sebagai proses berfikir dengan bertolak dari indera atau observasi empirik berdasarkan sejumlah proporsisi yang diketahui atau dianggap benar, lalu orang menyimpulkan sebuah proporsisi baru yang sebelumnya tidak diketahui.²¹Di dalam Al-Qur'an terdapat banyak sekali ayat yang mengandung perintah kepada manusia untuk menggunakan akalinya untuk berpikir. Salah satu ayat Al-Qur'an yang berkaitan dengan penalaran diantaranya terdapat pada surat Al-Baqarah ayat 266 sebagai berikut:²²



Artinya:
"Apakah ada salah seorang di antaramu yang ingin mempunyai kebun kurma dan anggur yang mengalir di bawahnya sungai-sungai; Dia mempunyai dalam kebun itu segala macam buah-buahan, kemudian datanglah masa tua pada orang itu sedang Dia mempunyai keturunan yang masih kecil-kecil. Maka kebun itu ditiup angin keras yang mengandung api, lalu terbakarlah. Demikianlah Allah menerangkan ayat-ayat-Nya kepada kamu supaya kamu memikirkannya".

¹⁹Fajar shadiq, *Pembelajaran Matematika: Cara meningkatkan Kemampuan Berpikir Siswa*, (Yogyakarta: Graha Ilmu, 2014),

²⁰Surajiyo, *Filsafat Ilmu dan Perkembangannya di Indonesia*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2015), hal. 112.

²¹R.G. Soekadijo, *Logika Dasar*, (Jakarta: PT Gramedia, 1999), hal. 6

²²Departemen Agama RI, *Al-Qur'an dan Terjemahannya*, (Jakarta: Pustaka Agung Harapan, 2006), hal.793

Gardner, *et al.*, mengungkapkan, bahwa penalaran matematis adalah kemampuan menganalisis, menggenarilsasi, mensintesis/mengintegrasikan, memberikan alasan yang tepat dan menyelesaikan masalah tidak rutin²³. Indikator kemampuan penalaran matematis menurut Sumarmo yaitu²⁴:

- a. Menarik kesimpulan logis.
- b. Memberikan penjelasan dengan model, fakta, sifat-sifat, dan hubungan.
- c. Memperkirakan jawaban dan proses solusi.
- d. Menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi atau membuat analogi dan generalisasi.
- e. Menyusun dan menguji konjektur.
- f. Membuat *counter example* (kontra contoh).
- g. Mengikuti aturan inferensi dan memeriksa validitas argumen.
- h. Menyusun argumen yang valid.
- i. Menyusun pembuktian langsung, tidak langsung dan menggunakan induksi matematika.

Dalam NCTM(2000) dikatakan bahwa penalaran matematika terjadi ketika siswa:

- a. Mengerti pola atau keteraturan,
- b. Menemukan generalisasi dan konjektur berkenaan dengan keteraturan yang diamati
- c. Menilai/menguji konjektur

²³Karunia Eka Lestari dan Mokhammad Ridwan Yudhanegara, *Penelitian Pendidikan Matematika*, (Bandung: Revika Adetama, 2015), hal. 82

²⁴*Ibid*, hal. 83

- d. Mengkonstruksi dan menilai argumen matematika
- e. Menggambarkan (memvalidasi) konklusi logis tentang sejumlah ide dan keterkaitannya.

Menurut Anderson penalaran mengacu pada proses mental yang tercakup dalam pembuatan dan pengevaluasian argumen logis²⁵. Menurut Johnson-Laird penalaran menghasilkan kesimpulan dari pikiran, kejelasan, dan ketegasan²⁶. Di dalam penalaran terdapat dua jenis penalaran, yaitu penalaran deduktif (deduksi) dan penalaran induktif (induksi) sebagai berikut:

- a. Penalaran Induktif

Penalaran induktif merupakan proses berpikir dimana kita menyimpulkan bahwa apa yang kita ketahui benar untuk kasus-kasus khusus, juga akan benar untuk semua kasus yang serupa untuk hal-hal tertentu²⁷

Penalaran induktif juga merupakan proses berpikir untuk menarik suatu kesimpulan yang berlaku umum berdasarkan atas fakta-fakta yang berifat khusus. Proses bernalar induktif meliputi menduga, mengenali pola dan membentuk generalisasi. Sehingga dapat disimpulkan berpikir induktif merupakan berpikir menggunakan kejadian atau pengalaman yang sering dijumpai, disimpulkan menjadi kebenaran secara umum.²⁸

Giere menyatakan: "The general characteristic of inductive arguments is that they are knowledge expanding; that is, their conclusions contain more information than all they are premises combined." Penarikan kesimpulan pada

²⁵ *Ibid.*, Hal. 432

²⁶ *Ibid.*,

²⁷ Fajar Shadiq, *Pembelajaran Matematika: Cara Meningkatkan ...*, hal.59

²⁸ Goenawan Rubyanto, *Matematika Untuk PGSD*, (Malang: Gunung Samudera, 2015), hal.24

induksi yang akan bersifat umum (genaral) ini akan menjadi sangat penting, karena ilmu pengetahuan tidak akan pernah berkembang tanpa adanya penarikan kesimpulan ataupun pembuatan pernyataan baru yang bersifat umum.²⁹

b. Penalaran Deduktif

Penalaran deduktif merupakan proses berpikir dimana kita menyimpulkan bahwa kebenaran suatu konsep atau pernyataan diperoleh sebagai akibat logis dari kebenaran sebelumnya.³⁰ Jacob menyatakan: “Deductive reasoning is a method of drawing conclusions from fact that we accept as true by using logic”. Penalaran deduktif adalah suatu cara penarikan kesimpulan dari pernyataan atau fakta-fakta yang dianggap benar dengan menggunakan logika³¹

Dalam matematika sering terjadi bahwa aturan-aturan dicoba dibuktikan kebenarannya sebelum ditetapkan sebagai aturan umum. Setelah terbukti kebenarannya barulah aturan tersebut dinyatakan sah dan dapat diterapkan pada persoalan-persoalan yang istimewa sekalipun. Dasar penalaran deduktif yang berperan besar dalam matematika adalah kebenaran suatu pernyataan haruslah didasarkan pada kebenaran pernyataan-pernyataan lain (sebelumnya).³²

C. Pemecahan Masalah Matematika

Pemecahan masalah adalah proses berpikir untuk menentukan apa yang harus dilakukan ketika kita tidak tahu apa yang harus kita lakukan.³³ Pemecahan masalah, secara sederhana merupakan proses penerimaan masalah sebagai

²⁹ Fajar Shadiq, *Pembelajaran Matematika: Cara Meningkatkan ...*, hal.43

³⁰ Ibid., hal.59

³¹ Ibid., hal.63

³² Goenawan Rubyanto, *Matematika Untuk PGSD...*, hal.27

³³ Fajar Shadiq, *Pembelajaran Matematika: Cara Meningkatkan...*, hal. 105

tantangan untuk menyelesaikan masalah tersebut.³⁴ Pemecahan masalah merupakan bagian dari kurikulum matematika yang sangat penting karena dalam proses pembelajaran maupun penyelesaian, siswa dimungkinkan memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuan serta keterampilan yang sudah dimiliki.³⁵

Pemecahan masalah bukan perbuatan yang sederhana, akan tetapi lebih kompleks daripada yang di duga. Pemecahan masalah memerlukan keterampilan berpikir yang banyak ragamnya, termasuk mengamati, melaporkan, meramalkan, menarik kesimpulan dan membuat generalisasi berdasarkan informasi yang dikumpulkan dan diolah.³⁶

Langkah-langkah sistematis untuk menyelesaikan masalah adalah sebagai berikut:

1. Memami masalah, yang harus kita lakukan adalah: (a) bacalah dan bacalah ulang masalah tersebut. Pahami kata demi kata, kalimat demi kalimat; (b) identifikasi apa yang diketahui dari masalah tersebut; (c) identifikasi apa yang hendak dicari; (d) abaikan hal-hal yang tidak relevan dengan permasalahan.³⁷
2. Merencanakan penyelesaian. Di dalam merencanakan penyelesaian masalah seringkali diperlukan kreativitas. Sejumlah strategi dapat membantu kita untuk merumuskan suatu rencana penyelesaian suatu masalah. Wheeler mengemukakan strategi penyelesaian masalah antara lain sebagai berikut:⁴³
 - (a) membuat suatu tabel, (b) membuat suatu gambar, (c) menduga, mengetes, dan memperbaiki, (d) mencari pola, (e) menyatakan kembali permasalahan, (f) menggunakan penalaran, (g) menggunakan variabel, (h) menggunakan persamaan, (i) mencoba menyederhanakan permasalahan, (j) menghilangkan

³⁴ Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran...*, 165

³⁵ Erman Suherman, et. All., *Strategi Pengembangan Matematika Kontemporer...*, hal. 89

³⁶ Nasution, *Kurikulum dan Pengajaran*, (Jakarta: PT Bumi Aksara, 1999), hal. 117

³⁷ Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran...*, hal 117

situasi yang tidak mungkin, (k) bekerja mundur, (l) menyusun model, (m) menggunakan algoritma, (n) menggunakan penalaran tidak langsung, (o) menggunakan sifat-sifat bilangan, (p) menggunakan kasus atau membagi menjadi bagian-bagian, (q) memvalidasi semua kemungkinan, (r) menggunakan rumus, (s) menyelesaikan masalah yang ekuivalen, (t) menggunakan simetri, dan (u) menggunakan informasi yang diketahui untuk mengembangkan informasi baru.³⁸

3. Menyelesaikan masalah sesuai rencana. Pada langkah ini biasanya setelah membuat rencana penyelesaian, langsung menyelesaikan dengan rencana yang sudah dibuat.
4. Melakukan pengecekan kembali terhadap semua langkah yang telah dikerjakan. Pada langkah ini untuk melihat apakah penyelesaian yang kita peroleh sudah sesuai dengan ketentuan yang diketahui dan tidak terjadi kontradiksi merupakan langkah terakhir yang penting

Berdasarkan uraian diatas dapat disimpulkan bahwa pemecahan masalah merupakan suatu proses yang dilakukan oleh seseorang untuk menemukan jawaban dari suatu permasalahan yang telah diperoleh.

³⁸*Ibid.*, 178

D. Indikator dan Aspek Kemampuan Penalaran Matematis Siswa pada

Aritmatika Sosial

Dari berbagai indikator matematis menurut para ahli, peneliti mengambil indikator penalaran matematis sebanyak 5 indikator. Berikut disajikan tabel indikator penalaran matematis dan penjabaran indikator matematis pada aritmatika sosial.

Tabel 2.1 Indikator dan Penjabaran Indikator Penalaran Matematis

Indikator penalaran matematis	Penjabaran indikator penalaran matematis dalam aritmatika sosial
Indikator dugaan (conjecture)	Siswa dapat mengetahui dan menentukan apa saja yang ditanyakan dalam permasalahan aritmatika sosial.
Melakukan manipulasi matematika	Siswa dapat menggunakan data dan menggunakan berbagai cara dalam menyelesaikan permasalahan dalam aritmatika sosial
Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi	Siswa dapat menarik kesimpulan dari langkah atau cara digunakan serta menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi dalam menyelesaikan aritmetika sosial.
Menarik kesimpulan dari pernyataan	Siswa dapat menarik kesimpulan dari pernyataan dalam menyelesaikan aritmatika sosial
Memeriksa kesahihan suatu argumen	Siswa dapat memeriksa kembali kebenaran jawaban dari yang dikerjakannya

E. Materi Aritmatika Sosial

Berikut materi yang digunakan dalam penelitian ini:³⁹

1. Harga pembelian, harga penjualan, untung dan rugi
 - a. Jika harga beli < harga jual, maka pedagang akan memperoleh untung sebesar harga jual - harga beli.

³⁹Sukino, *Kafe Three in One Matematika Jilid 7*, (Jakarta: Erlangga, 2012), hal. 289-302

- b. Jika harga beli = harga jual, maka pedagang tidak memperoleh untung maupun rugi, yang biasa dikenal dengan istilah impas, yaitu harga jual - harga beli = 0
- c. Jika harga beli > harga jual, maka pedagang akan mengalami rugi sebesar harga beli – harga jual.

Misalkan harga beli = B, harga jual = J, untung dalam rupiah = U dan rugi dalam rupiah = R maka,

- a. Kondisi $B < J$, berlaku :

$$U = J - B, J = B + U, B = J - U$$

- b. Kondisi $B > J$, berlaku :

$$R = B - J, B = J + R, J = B - R$$

2. Prosentase Untung, Rugi dan Diskon (rabat)

- a. Penentuan prosentase untung dan rugi selalu dihitung dari harga beli kecuali dalam keadaan tertentu (ada keterangan lain). Berikut cara mencari prosentase keuntungan dan kerugian.

$$\text{Prosentase untung dari harga beli} = \frac{\text{keuntungan}}{\text{hargabeli}} \times 100\%$$

$$\text{Prosentase rugi dari harga beli} = \frac{\text{kerugian}}{\text{hargabeli}} \times 100\%$$

Misalkan untung = U, rugi = R, harga beli = B, dan harga jual = J.

- 1) Dalam kondisi untung ($J > B$) :

$$\%U = \frac{J - B}{B} \times 100\%, J = B + \left(\frac{\%U}{100}\right) \times B, B = \frac{J}{100\% + \%U}$$

- 2) Dalam kondisi rugi ($J < B$) :

$$\%R = \frac{B - J}{B} \times 100\%, J = B - \left(\frac{\%R}{100}\right) \times B, B = \frac{J}{100\% - \%R}$$

- b. Diskon atau rabat merupakan potongan harga jual suatu barang dalam sebuah transaksi jual beli. Rabat dapat muncul dalam bentuk persen maupun nilai uang. Dalam hal ini berarti

Harga bersih = harga awal – diskon (rabat)

3. Bruto, Neto, dan Tara

Bruto merupakan berat kotor, artinya berat suatu barang beserta tempat/kemasannya.

Netto merupakan berat bersih, artinya berat suatu barang setelah dikurangi dengan tempatnya.

Tara merupakan potongan berat, artinya berat tempat suatu barang/kemasannya.

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa:

$$\text{Bruto} = \text{Netto} + \text{Tara}$$

$$\text{Netto} = \text{Bruto} - \text{Tara}$$

$$\text{Tara} = \text{Bruto} - \text{Netto}$$

F. Penelitian Terdahulu

1. Penelitian dari Anisatul Hidayati dengan judul “Proses Penalaran Matematis Siswa Dalam Memecahkan Masalah Matematika Pada Materi Pokok Dimensi Tiga Berdasarkan Kemampuan Siswa Di SMA Negeri 5 Kediri.”

Dalam penelitian ini diperoleh kesimpulan bahwa a) Subjek dengan kemampuan matematika rendah (SR) menunjukkan proses penalaran matematisnya dalam memecahkan masalah kecuali pada tahap membuat rencana pemecahan masalah dan tahap melaksanakan rencana pemecahan masalah. b) Subjek dengan kemampuan matematika sedang (SS) menunjukkan proses penalaran matematisnya pada setiap tahap memecahkan masalah kecuali tahap

melaksanakan rencana pemecahan masalah. c) Subjek dengan kemampuan matematika tinggi (ST) menunjukkan proses penalaran matematisnya pada setiap tahap memecahkan masalah.

2. Penelitian ini dari Tri Gunarti dengan judul “ Deskripsi kemampuan penalaran matematis siswa pada materi perbandingan kelas VII SMP Negeri 3 Sumbang”

Dalam penelitian ini diperoleh kesimpulan bahwa siswa dengan prestasi rendah kurang mampu dalam menguasai soal serta tidak dapat menguasai indikator penalaran matematis dengan cukup baik. Sedangkan untuk siswa prestasi tinggi sudah memahami soal serta menguasai semua indikator penalaran matematis dengan baik.

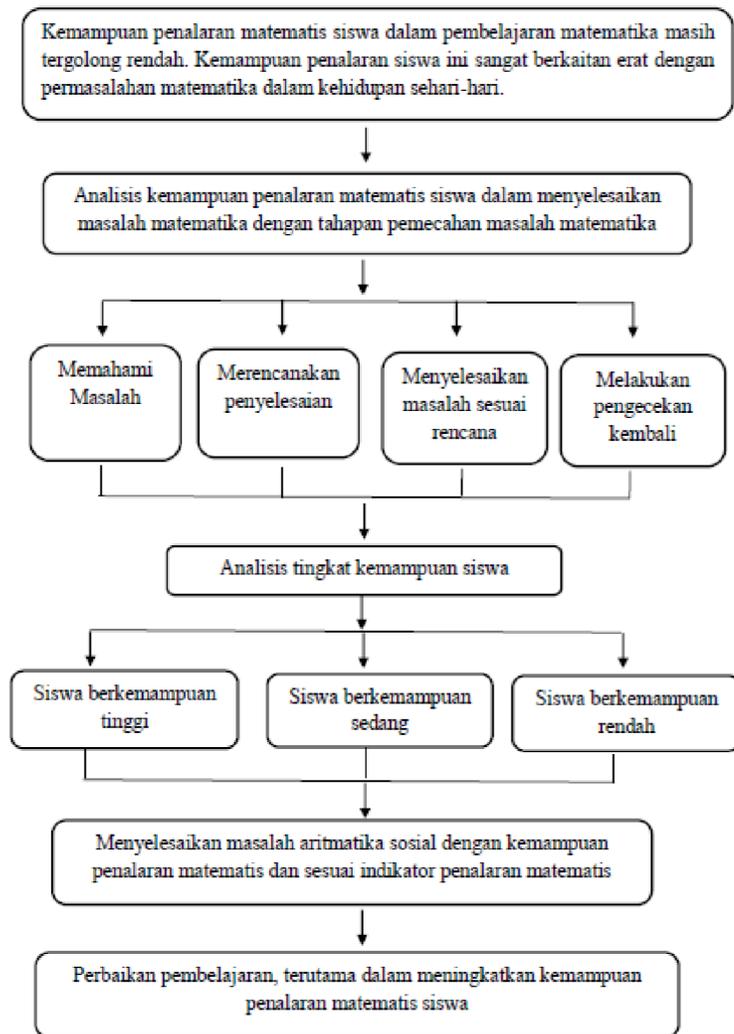
3. Penelitian Ulul Azmi dengan judul “Profil Kemampuan Penalaran Matematika Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau Dari Kemampuan Matematika Pada Materi Persamaan Garis Lurus Kelas VIII SMP YPM 4 Bohar Sidoarjo”

Dalam penelitian ini diperoleh kesimpulan bahwa a) Siswa kelompok tinggi tergolong cukup dalam kemampuan melakukan manipulasi matematika, tergolong baik dalam kemampuan menarik kesimpulan dari pernyataan, tergolong baik dalam kemampuan memberikan alasan atau bukti terhadap satu atau beberapa solusi, dan tergolong baik dalam kemampuan memeriksa kesahihan suatu argumen. b) Siswa kelompok sedang tergolong cukup dalam kemampuan melakukan manipulasi matematika, tergolong baik dalam kemampuan menarik kesimpulan dari pernyataan, tergolong baik dalam kemampuan memberikan alasan atau bukti terhadap satu atau beberapa solusi, dan tergolong baik dalam kemampuan memeriksa kesahihan suatu argumen. c) Siswa kelompok rendah

tergolong kurang dalam kemampuan melakukan manipulasi matematika, tergolong baik dalam kemampuan menarik kesimpulan dari pernyataan, tergolong kurang dalam kemampuan memberikan alasan atau bukti terhadap satu atau beberapa solusi, dan tergolong baik dalam kemampuan memeriksa kesahihan suatu argumen.

G. Paradigma Penelitian

Dalam pembelajaran diperlukan adanya proses berfikir pada siswa. Setiap siswa memiliki kemampuan yang berbeda-beda sesuai dengan tingkat pengetahuan yang dimiliki termasuk kemampuan dalam bernalar. Peneliti ingin mendiskripsikan kemampuan penalaran matematis siswa yang berkemampuan tinggi, berkemampuan sedang dan berkemampuan rendah.



Gambar 2.1 Paradigma Penelitian