BAB II

**KALIAN PUSTAKA**

### Hakekat Matematika

* 1. **Definisi Matematika**

Matematika berasal dari bahasa latin *mathanein* atau *mathema* yang berarti belajar. Berdasarkan etimologis perkataan matematika berarti “ilmu pengetahuan yang diperoleh dengan bernalar”. Hal ini dimaksudkan bukan berarti ilmu lain diperoleh tidak melalui penalaran, akan tetapi dalam matematika lebih menekankan aktivitas dalam dunia rasio (penalaran), sedangkan ilmu lain lebih menekankan hasil observasi atau eksperimen di samping penalaran.[[1]](#footnote-2)

Sebenarnya sampai saat ini belum ada definisi tunggal tentang matematika. Hai ini terbukti dengan adanya puluhan definisi matematika yang belum mendapat kesepakatan di antara para matematikawan. Mereka saling berbeda dalam mendefinisikan matematika.[[2]](#footnote-3) Misalnya James dan James mengatakan bahwa matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan yang lainnya dengan jumlah yang banyak yang terbagi ke dalam tiga bidang, yaitu aljabar, analisis dan geometri.[[3]](#footnote-4)

Johson dan Rising mengatakan bahwa matematika adalah pola berfikir, pola pengorganisasian, pembuktian yang logik, matematika itu adalah bahasa yang menggunakan istilah yang didefinisikan dengan cermat, jelas dan akurat, representasinya dengan simbol dan padat, lebih menggunakan bahasa simbol mengenai ide daripada mengenai bunyi.[[4]](#footnote-5)

Kline mengatakan bahwa matematika itu bukanlah pengetahuan menyendiri yang dapat sempurna karena dirinya sendiri, tetapi adanya matematika itu terutama untuk membantu manusia dalam memahami dan menguasai permasalahan sosial, ekonomi, dan alam.[[5]](#footnote-6)

Berdasarkan definisi-definisi matematika di atas menggambarkan bahwa matematika dapat ditinjau dari berbagai macam sudut pandang dan matematika itu sendiri bisa memasuki seluruh segi kehidupan manusia dari yang paling sederhana sampai kepada yang paling kompleks.

* 1. **Karakteristik Matematika**

Karakteristik matematika diantaranya adalah:

1. Memiliki objek kajian abstrak
2. Bertumpu pada kesepakatan
3. Berpola pikir deduktif
4. Memiliki simbol yang kosong dari arti
5. Memperhatikan semesta pembicaraan
6. Konsisten dalam sistemnya.[[6]](#footnote-7)

Berikut ini uraian dari masing-masing karakteristik tersebut di atas.

1. Memiliki objek kajian abstrak

Dalam matematika objek dasar yang dipelajari adalah abstrak atau objek mental. Objek-objek itu merupakan objek pikiran. Objek dasar ini meliputi fakta, konsep, operasi ataupun relasi dan prinsip. Dari objek dasar inilah dapat disusun suatu pola dan struktur matematika.

1. Bertumpu pada kesepakatan

Dalam matematika kesepakatan merupakan tumpuan yang amat penting. Kesepakatan yang amat mendasar adalah aksioma dan konsep primitif. Aksioma diperlukan untuk menghindarkan berputar-putar dalam pembuktian. Sedangkan konsep primitif diperlukan untuk menghindarkan berputar-putar pada pendefinisian.

1. Berpola pikir deduktif

Dalam matematika sebagai “ilmu” hanya diterima pola pikir deduktif. Pola pikir deduktif secara sederhana dapat dikatakan pemikiran yang berpangkal dari hal yang bersifat umum diterapkan atau diarahkan kepada hal yang bersifat khusus.

1. Mempunyai simbol yang kosong dari arti

Dalam matematika banyak sekali simbol-simbol yang digunakan, baik berupa huruf ataupun bukan huruf. Makna dari huruf dan tanda itu tergantung dari permasalahan yang mengakibatkan terbentuknya model tersebut.

1. Memperhatikan semesta pembicaraan

Dalam menggunakan matematika diperlukan kejelasan dalam lingkup apa model itu di pakai. Bila lingkup pembicaraannya transformasi, maka simbol-simbol itu di artikan transformasi. Lingkup pembicaraan inilah yang disebut dengan semesta pembicaraan.

1. Konsisten dalam sistemnya

Dalam matematika terdapat banyak sistem yang berkaitan satu sama lain, tetapi ada pula sistem yang dipandang terlepas satu sama lain. Kontradiksi antara sistem tersebut tetap bernilai benar pada sistem dan strukturnya sendiri.

* 1. **Matematika Sekolah**

Matematika sekolah adalah matematika yang diajarkan di sekolah, yaitu matematika yang diajarkan di Pendidikan Dasar (SD dan SLTP) dan Pendidikan Menengah (SLTA dan SMK).[[7]](#footnote-8) Sering juga dikatakan bahwa Matematika Sekolah adalah unsur-unsur atau bagian-bagian dari matematika yang dipilih berdasarkan atau berorientasi kepada kepentingan kependidikan dan perkembangan IPTEK.[[8]](#footnote-9) Hal ini menunjukkan bahwa matematika sekolah tidaklah sepenuhnya sama dengan matematika sebagai ilmu. Adapun perbedaannya terletak pada:

1. Penyajiannya, buku-buku matematika yang tidak untuk jenjang persekolahan dan sudah memuat cabang-cabang matematika tertentu, biasanya sudah langsung memuat definisi kemudian teorema atau bahkan diawali dengan aksioma. Tidaklah demikian halnya dengan matematika sekolah. Penyajian atau pengungkapan butir-butir matematika yang akan disampaikan disesuaikan dengan perkiraan perkembangan intelektual peserta didik.
2. Pola pikirnya, pola pikir dalam matematika sebagai ilmu adalah deduktif. Sifat atau teorema yang ditemukan secara induktif maupun empirik harus kemudian dibuktikan kebenarannya dengan langkah-langkah deduktif secara strukturnya. Tidaklah demikian halnya dalam matematika sekolah. Meskipun siswa pada akhirnya tetap diharapkan mampu berpikir deduktif, namun dalam proses pembelajarannya dapat digunakan pola pikir induktif.
3. Keterbatasan semestanya, sebagai akibat dipilihnya unsur atau elemen matematika untuk matematika sekolah dengan memperhatikan aspek kependidikan, dapat terjadi “penyederhanaan” dari konsep matematika yang kompleks. Pengertian semesta pembicaraan tetap diperlukan, namun mungkin sekali lebih dipersempit. Selanjutnya semakin meningkat usia siswa, yang berarti meningkat juga tahap perkembangannya, maka semesta itu berangsur diperluas lagi.
4. Tingkat keabstrakannya, di jenjang sekolah dasar, sifat konkret objek matematika diusahakan lebih banyak atau lebih besar dari pada di jenjang sekolah yang lebih tinggi. Semakin tinggi jenjang sekolahnya, semakin besar atau banyak sifat abstraknya.[[9]](#footnote-10)

Mata pelajaran matematika di sekolah berfungsi sebagai alat, pola pikir, dan ilmu atau pengetahuan. Ketiga fungsi matematika tersebut hendaknya dijadikan acuan dalam pembelajaran matematika sekolah.[[10]](#footnote-11)

Tujuan pembelajaran matematika di sekolah mengacu kepada fungsi matematika serta kepada tujuan pendidikan nasional yang telah dirumuskan dalam Garis-garis Besar Haluan Negara (GBHN). Tujuan umum diberikannya matematika pada pendidikan dasar dan menengah meliputi dua hal, yaitu:

1. Mempersiapkan siswa agar sanggup menghadapi perubahan keadaan di dalam kehidupan dan di dunia yang selalu berkembang, melalui latihan bertindak atas dasar pemikiran secara logis, rasional, kritis, cermat, jujur, efektif dan efisien.
2. Mempersiapkan siswa agar dapat menggunakan matematika dan pola pikir matematika dalam kehidupan sehari-hari, dan dalam mempelajari berbagai ilmu pengetahuan.[[11]](#footnote-12)

Sedangkan Tujuan Khusus pembelajaran matematika di Sekolah Menengah Umum adalah:

1. Siswa memiliki pengetahuan matematika sebagai bekal untuk melanjutkan pendidikan kependidikan tinggi
2. Siswa memiliki ketrampilan matematika sebagai peningkatan matematika Pendidikan Dasar untuk dapat digunakan kehidupan yang lebih luas (dunia kerja) maupun dalam kehidupan sehari-hari
3. Siswa mempunyai pandangan yang lebih luas serta memiliki sikap menghargai kegunaan matematika, sikap kritis, objektif, terbuka, kreatif serta inovatif.
4. Siswa memiliki kemampuan yang dapat dialihgunakan (*transferable*) melalui kegiatan matematika.[[12]](#footnote-13)
5. **Proses Belajar Mengajar Matematika**
	* + 1. **Belajar Matematika**

Belajar adalah suatu proses yang ditandai dengan adanya perubahan diri seseorang. Perubahan sebagai hasil proses belajar dapat di tunjukkan dalam berbagai bentuk seperti berubah pengetahuannya, pemahamannya, sikap dan tingkah lakunya, ketrampilannya, kecakapan dan kemampuannya, daya reaksinya, daya penerimaannya,dan lain-lain aspek yang ada pada diri individu.[[13]](#footnote-14)

Menurut Herman Hudojo belajar merupakan suatu proses aktif dalam memperoleh pengalaman/pengetahuan baru sehingga menyebabkan perubahan tingkah laku.[[14]](#footnote-15) Belajar matematika merupakan suatu proses seorang siswa untuk mengerti dan memahami tentang matematika.

Dalam proses belajar matematika pola tingkah laku manusia yang tersusun menjadi model sebagai prinsip-prinsip belajar diaplikasikan ke dalam matematika. Prinsip belajar ini haruslah dipilih sehingga cocok untuk mempelajari matematika. Matematika yang berkenaan dengan ide-ide abstrak yang di beri simbul-simbul tersusun secara hirarkis dan penalarannya deduktif, sehingga belajar matematika merupakan kegiatan mental yang tinggi.[[15]](#footnote-16)

* + - 1. **Mengajar Matematika**

Mengajar adalah menyampaikan pengetahuan pada anak didik. Menurut pengertian ini berarti tujuan belajar dari siswa itu hanya sekedar ingin mendapatkan atau menguasai pengetahuan. Kemudian pengertian yang luas, mengajar diartikan sebagai suatu aktivitas mengorganisasi atau mengatur lingkungan sebaik-baiknya dan menghubungkan dengan anak, sehingga terjadi proses belajar. Atau dikatakan mengajar sebagai upaya menciptakan kondisi yang kondusif untuk berlangsungnya kegiatan belajar bagi para siswa.[[16]](#footnote-17)

Dalam hal mengajar matematika, pengajar mampu memberikan intervensi yang cocok bila pengajar itu menguasai dengan baik matematika yang diajarkan. Karena itu, merupakan syarat yang esensial bahwa pengajar matematika harus menguasai bahan matematika yang diajarkan. Namun penguasaan terhadap bahan saja belumlah cukup agar peserta didik berpartisipasi intelektual dalam belajar. Pengajar seyogyanya juga memahami teori belajar sehingga belajar matematika menjadi bermakna bagi peserta didik.[[17]](#footnote-18)

* + - 1. **Belajar Mengajar Matematika**

Belajar berkenaan dengan proses perubahan tingkah laku dan dalam mengajar guru sebagai fasilitator maka dalam proses belajar mengajar matematika guru merupakan mediator, peracik lingkungan bagaimana agar siswa mampu menerima, mengatur dan mengolah informasi secara sistematis dalam mata pelajaran matematika sesuai kehirarkisan matematika.

Dalam proses mengajar selalu ditekankan pada pengertian interaksi yaitu hubungan aktif dua arah antara guru dan murid, hubungan antara guru dan murid harus diikat oleh tujuan pendidikan. Guru berusaha untuk membantu murid dalam mencapai tujuan pendidikan. Guru harus memilih bahan atau materi pendidikan yang sesuai dengan tujuan yang akan dicapai.[[18]](#footnote-19) Di samping memilih bahan yang sesuai, guru selanjutnya memilih metode yang paling tepat dan sesuai dalam penyampaian bahan pertimbangan faktor situasional serta yang diperkirakan dapat memperlancar jalannya proses belajar mengajar. Setelah proses belajar mengajar dilakukan, maka langkah selanjutnya yang harus disertakan guru adalah evaluasi.

Oleh sebab itu seorang guru hendaknya mempunyai rumusan tentang tujuan atau obyektif pembelajaran yang jelas. Obyektif hendaknya dinyatakan sebagai bentuk klasifikasi tingkah laku siswa yang melukiskan tentang hasil proses pembelajaran yang telah dilaksanakan, dalam dunia pendidikan sering digunakan istilah ”Taksonomi Pendidikan”.[[19]](#footnote-20)

1. **Taksonomi Pendidikan**

Istilah “Taksonomi Pendidikan” sering digunakan dalam dunia pendidikan agar interaksi antara guru dan peserta didik dapat lebih jelas. Menurut Herman Hudojo yang dimaksud taksonomi pendidikan adalah suatu bentuk klasifikasi tingkah laku siswa yang melukiskan hasil yang dikehendaki daripada proses pendidikan.[[20]](#footnote-21)

Dari pengertian tentang taksonomi pendidikan maka seorang guru perlu menguasai taksonomi tujuan pendidikan karena hal ini sangat membantu proses belajar mengajar. Dengan taksonomi kita mengenal perumusan tujuan dan spesifikasinya, sehingga tingkah laku siswa yang nyata sebagai hasil belajar dapat dilihat serta diukur dengan instrumen evaluasi yang tepat.

Bloom dan kawan-kawan membagi tujuan pendidikan ke dalam tiga daerah (domain), yaitu:

1. Daerah Kognitif (*cognitive domain*)
2. Daerah Afektif (*affective domain*)
3. Daerah Psikomotorik (*psychomotorik domain*).[[21]](#footnote-22)

**Daerah Kognitif**

Daerah kognitif mencakup tujuan-tujuan yang berkenaan dengan kemampuan berfikir, yang berkenaan dengan pengenalan pengetahuan, perkembangan kemampuan dan ketrampilan intelektual (akal). Daerah kognitif merupakan pusat dan mempunyai peran yang sangat penting dalam pengembangan kurikulum dan pembangunan evaluasi berupa tes.[[22]](#footnote-23) Domain kognitif oleh Bloom dibedakan atas 6 kategori yang cenderung hirarkis. Keenam kategori itu adalah (1) Ingatan/Pengetahuan, (2) Pemahaman, (3) Aplikasi, (4) Analisis, (5) Sintesis, (6) Evaluasi.[[23]](#footnote-24) Dari beberapa klasifikasi tersebut sebagian hanya cocok diterapkan di Sekolah Dasar (Ingatan, Pemahaman, dan Aplikasi), sedangkan Analisis, Sintesis dan Evaluasi baru dapat diterapkan di SLTP, SMU dan Perguruan Tinggi secara bertahap.[[24]](#footnote-25)

Berikut ini uraian dari masing-masing kategori:

1. Ingatan/Pengetahuan (*Knowledge*)

Pengetahuan menekankan proses mental dalam mengingat dan mengungkapkan kembali informasi-informasi yang telah siswa peroleh secara tepat sesuai dengan apa yang telah mereka peroleh sebelumnya. Informasi-informasi yang di maksud di sini berkaitan dengan simbol-simbol matematika, terminologi dan peristilahan, fakta-fakta, ketrampilan dan prinsip-prinsip.[[25]](#footnote-26)

1. Pemahaman (*Comprehension*)

Pemahaman adalah tingkatan yang paling rendah dalam aspek kognisi yang berhubungan dengan penguasaan atau mengerti tentang sesuatu. Dalam tingkatan ini siswa diharapkan mampu memahami idea-idea matematika bila mereka dapat menggunakan beberapa kaidah yang relevan tanpa perlu menghubungkannya dengan ide-ide lain dengan segala implikasinya.[[26]](#footnote-27)

1. Penerapan (*Application*)

Penerapan adalah kemampuan kognisi yang mengharapkan siswa mampu mendemonstrasikan pemahaman mereka berkenaan dengan sebuah abstraksi matematika melalui penggunaannya secara tepat ketika mereka diminta untuk itu. Untuk menunjukkan kemampuan tersebut, seorang siswa harus dapat memilih dan menggunakan apa yang mereka telah miliki secara tepat sesuai dengan situasi yang ada di hadapannya.[[27]](#footnote-28)

1. Analisis (*Analysis*)

Analisis adalah kemampuan untuk memilih sebuah struktur informasi ke dalam komponen-komponen sedemikian hingga hierarki dan keterkaitan antar idea dalam informasi tersebut menjadi tampak jelas. Analisis berkaitan dengan pemilihan materi ke dalam bagian-bagian, menemukan hubungan antar bagian, dan mengamati pengorganisasian bagian-bagian.[[28]](#footnote-29)

Kemampuan siswa untuk menyelesaikan masalah non rutin termasuk ke dalam tahap ini, yaitu kemampuan untuk mentransfer pengetahuan matematika yang telah dipelajari terhadap konteks baru. Pemecahan masalah bisa berupa menguraikan suatu masalah menjadi bagian-bagian dan meneliti, mengkaji, serta menyusun kembali bagian tersebut menjadi suatu kesatuan sehingga merupakan penyelesaian akhir.[[29]](#footnote-30)

Tahap analisis dibagi menjadi 3 jenis, yaitu:

1. Analisis terhadap elemen. Dalam hal ini siswa dituntut untuk mampu mengidentifikasi unsur-unsur yang terkandung dalam suatu hubungan.
2. Analisis hubungan. Dalam hal ini siswa dituntut untuk memiliki kemampuan dalam mengecek ketepatan hubungan dan interaksi antara unsur-unsur dalam soal, kemudian membuat keputusan sebagai penyelesaiannya.
3. Analisis terhadap aturan. Hal ini dimaksudkan sebagai analisis tentang pengorganisasian, sistematika, dan struktur yang ada hubungannya satu sama lain, baik secara eksplisit maupun implisit.[[30]](#footnote-31)
4. Sintesis (*Synthesis*)

Sintesis adalah suatu proses yang memadukan bagin-bagian atau unsur-unsur secara logik sehingga menjelma menjadi suatu pola struktur atau bentuk baru.[[31]](#footnote-32) Dalam matematika, sintesis melibatkan pengkombinasian dan pengorganisasian konsep-konsep dan prinsip-prinsip matematika untuk mengkreasikannya menjadi struktur matematika yang lain dan berbeda dari yang sebelumnya.[[32]](#footnote-33) Kata Kerja Operasional untuk tahap sintesis adalah menentukan, mengaitkan, menyusun, membuktikan, menemukan, mengelompokkan, dan menyimpulkan.[[33]](#footnote-34)

Ada dua bagian yang termasuk pada tahap ini, yaitu:

1. Kemampuan untuk menentukan hubungan. Soal-soal yang berkenaan dengan tahap ini berupa kemampuan siswa untuk menyusun kembali elemen-elemen masalah dan merumuskan suatu hubungan dalam penyelesaiannya.
2. Kemampuan untuk menyusun pembuktian. Suatu pembuktian haruslah disusun secara logis dan sistematis berdasarkan teorema-teorema, konsep-konsep, atau definisi –definisi yang telah dipahami.[[34]](#footnote-35)
3. Evaluasi (*Evaluation*)

Evaluasi adalah kegiatan membuat penilaian (*judgment*) berkenaan dengan nilai sebuah idea, kreasi, cara atau metode. Evaluasi dapat memandu seseorang untuk mendapatkan pengetahuan baru, pemahaman yang lebih baik, penerapan baru, dan cara baru yang unik dalam analisis atau sintesis.[[35]](#footnote-36) Kata Kerja Operasional untuk mengukur tahap ini diantaranya: menilai, mempertimbangkan, membandingkan, memutuskan, mengkritik, merumuskan, memvalidasi, dan menentukan.[[36]](#footnote-37)

Bloom membagi jenjang kognitif ini menjadi dua bagian, yaitu:

1. Kemampuan untuk mengkritik pembuktian. Hal ini berupa kemampuan siswa untuk memberi komentar, mengupas, menambah, mengurangi, atau menyusun kembali suatu pembuktian matematika yang telah dipelajarinya.
2. Kemampuan untuk merumuskan dan memvalidasi generalisasi. Dalam tahap ini siswa dituntut untuk merumuskan dan memvalidasi suatu hubungan. Dalam hal ini, ia bisa diminta menemukan dan membuktikan pernyataan matematika atau menentukan suatu algoritma (formula) dan membuktikannya.[[37]](#footnote-38)

**Daerah Afektif**

Daerah afektif adalah daerah atau hal-hal yang berhubungan dengan sikap (*attitude*) sebagai manifestasi dari minat (*interest*), motivasi (*motivation*), kecemasan (*anxiety*), apresiasi perasaan (*emotional appreatiation*), penyesuaian diri (*self adjusment*), bakat (*aptitude*), dan semacamnya.[[38]](#footnote-39)

**Daerah Psikomotorik**

Daerah psikomotorik menunjukkan tujuan pendidikan yang terarah kepada ketrampilan-ketrampilan. Khusus untuk pelajaran matematika pengertian ketrampilan dapat diartikan ketrampilan yang bersifat fisik, misalnya melukis suatu bangun.[[39]](#footnote-40)

1. **Penalaran Matematika**

Penalaran merupakan suatu rangkaian proses untuk mencari keterangan dasar yang merupakan kelanjutan dari keterangan lain yang diketahui lebih dulu. Keterangan baru inilah yang dimaksud dengan kesimpulan.[[40]](#footnote-41)

Menurut R.G Soekadijo penalaran diartikan sebagai proses berfikir dengan bertolak dari pengamatan indra atau observasi empirik berdasarkan sejumlah proposisi yang diketahui atau dianggap benar orang lalu menyimpulkan sebuah proposi baru yang sebelumnya tidak diketahui.[[41]](#footnote-42)

Menurut Bakry penalaran atau reasoning merupakan suatu konsep yang paling umum menunjuk pada salah satu proses pemikiran untuk sampai pada suatu kesimpulan sebagai pernyataan baru dari beberapa pernyataan lain yang telah diketahui.[[42]](#footnote-43)

Berdasarkan definisi-definisi tersebut dapat disimpulkan bahwa penalaran adalah suatu proses berfikir untuk dapat menarik suatu kesimpulan. Sebagai suatu kegiatan berfikir penalaran mempunyai ciri-ciri sebagai berikut:

1. Adanya proses berfikir logis, selaras sehingga menghasilkan kesimpulan yang tepat dan valid.
2. Adanya proses kegiatan berfikir secara analisis hingga menimbulkan kesimpulan yang tepat dan valid.[[43]](#footnote-44)

Proses penalaran meliputi aktivitas mencari proposisi-proposisi untuk disusun menjadi premis, menilai hubungan proposisi-proposisi di dalam premis itu dan menentukan konklusinya.[[44]](#footnote-45) Sedangkan dasar-dasar penalaran yang kedudukannya sebagai bagian langsung dari bentuk penalaran adalah pernyataan, karena pernyataan inilah yang digunakan dalam pengolahan dan perbandingan.[[45]](#footnote-46)

Penalaran merupakan salah satu kompetensi dasar matematik disamping pemahaman, komunikasi dan pemecahan masalah. Penalaran matematika diperlukan untuk menentukan apakah sebuah argumen matematika benar atau salah dan juga dipakai untuk membangun suatu argumen matematika.

Sumarmo (dalam Fahinu, 2007:4) mengemukakan bahwa kemampuan penalaran matematika adalah suatu kemampuan yang muncul dalam bentuk: 1) menarik kesimpulan secara logik, 2) menyusun dan menguji konjektur, menyusun pembuktian langsung, tak langsung, dan menggunakan induksi matematik, 3) merumuskan lawan contoh (*counter examples*), dan 4) menyusun argumen yang valid. Kemampuan koneksi matematik misalnya muncul dalam bentuk: memahami representasi ekuivalen konsep yang sama.[[46]](#footnote-47)

Pentingnya kemampuan penalaran dalam pembelajaran matematika juga dikemukakan oleh Suryadi (dalam Saragih, 2007:4) yang menyatakan bahwa pembelajaran yang lebih menekankan pada aktivitas penalaran dan pemecahan masalah sangat erat kaitannya dengan pencapaian prestasi siswa yang tinggi.[[47]](#footnote-48)

1. **Materi Pokok Logika Matematika**
2. Kalimat Terbuka

Kalimat terbuka adalah kalimat yang memuat peubah/variabel sehingga belum dapat ditentukan nilai kebenarannya (benar atau salah).

Sebagai contoh: \* 2x + 3 = 11 \* y – 3 $<$4

1. Ingkaran, Disjungsi, Konjungsi, Implikasi dan Biimplikasi

\* Ingkaran atau negasi

Dari sebuah pernyataan dapat dibentuk pernyataan baru dengan membubuhkan kata *tidak benar* di depan pernyataan semula atau bila memungkinkan dengan menyisipkan kata *tidak* atau *bukan* dalam pernyataan semula. Pernyataan baru yang diperoleh dengan cara seperti itu disebut *ingkaran atau negasi.*

Jika $p$ adalah pernyataan yang diketahui, maka ingkaran atau negasi dari $p$ dapat ditulis dengan lambang $∼p$ , dibaca: *tidak benar* $p$ atau *bukan* $p$.

Tabel kebenaran untuk ingkaran atau negasi adalah sebagai berikut:

|  |  |
| --- | --- |
| $$p$$ | $$\~p$$ |
| B | S |
| S | B |

 Tabel 2.1

\* Disjungsi

Disjungsi adalah pernyataan yang dibentuk dari dua pernyataan $p $dan $q$ yang dirangkai dengan menggunakan kata hubung *atau*.

Disjungsi dari pernyataan $p $dan pernyataan $q$ ditulis dengan lambang $p ∨q$ (dibaca: $p$ *atau* $q$).

Nilai kebenaran disjungsi $p ∨q$ dapat ditentukan melalui definisi berikut:

# $p ∨q$ benar, jika salah satu di antara $p$ dan $q$ benar atau $p$ dan $q $dua-duanya benar.

# $p ∨q$ salah, jika $p$ dan $q$ dua-duanya salah.

Tabel kebenaran untuk disjungsi adalah sebagai berikut:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$p$$ | $$q$$ | $$p ∨q$$ |
| BBSS | BSBS | BBBS |

 Tabel 2.2

\* Konjungsi

Konjungsi adalah pernyataan yang dibentuk dari dua pernyataan $p$ dan$ q$ yang dirangkai dengan kata hubung *dan*. Konjungsi pernyataan $p$ dan pernyataan $q$ ditulis dengan lambang sebagai berikut: $p ∧q $(dibaca:$p $*dan* $q$).

Nilai kebenaran konjungsi $p ∧q$ dapat ditentukan melalui definisi berikut:

# $p ∧q$ benar, jika $p$ benar dan $q$ benar

# $p ∧q$ salah, jika salah satu $p$ atau $q$ salah atau $p$ salah atau $q$ salah.

Tabel kebenaran untuk konjungsi adalah sebagai berikut:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$p$$ | $$q$$ | $$p ∧q$$ |
| BBSS | BSBS | BSSS |

 Tabel 2.3

\* Implikasi

Implikasi atau pernyataan bersyarat/kondisional adalah pernyataan majemuk yang disusun dari dua buah pernyataan $p$ dan $q$ dalam bentuk *jika* $p$ *maka*$ q$.

Bagian “jika $p$” dinamakan *alasan* atau *sebab* dan bagian “maka$ q$” dinamakan *kesimpulan* atau *akibat*. Implikasi “jika$ p$ maka $q$” dapat ditulis dengan lambang sebagai berikut: $p ⇒q$ (dibaca: jika $p$ maka $q$)

Dalam berbagai penerapan, implikasi $p ⇒q$ dapat dibaca:

# $p $hanya jika $q$ # $p $syarat cukup bagi $q$

# $q$ jika $p $ # $q$ syarat perlu bagi $p$

Nilai kebenaran implikasi $p ⇒q$ dapat ditentukan dengan menggunakan definisi berikut:

#$ p ⇒q$ dinyatakan salah, jika $p$ benar dan $q$ salah.

# dalam kemungkinan yang lainnya $p ⇒q$ dinyatakan benar.

Tabel kebenaran untuk implikasi adalah sebagai berikut:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$p$$ | $$q$$ | $$p ⇒q$$ |
| BBSS | BSBS | BSBB |

Tabel 2.4

\* Biimplikasi

Pernyataan $p$ dan pernyataan $q$ dapat dirangkai dengan menggunakan kata hubung”*jika dan hanya jika*” sehingga diperoleh pernyataan baru yang berbentuk “ $p$ *jika dan hanya jika* $q$”. Pernyataan yang dirangkai dengan cara seperti itu disebut *biimplikasi* atau *implikasi dwiarah*. Biimplikasi “ $p$ *jika dan hanya jika* $q$” dapat ditulis dengan lambang $p ⇔q$ (dibaca: $p$ *jika dan hanya jika* $q$).

Nilai kebenaran biimplikasi $p⇔q$ dapat ditentukan dengan menggunakan definisi berikut:

# $p⇔q$ dinyatakan benar, jika $τ\left(p\right)=τ(q)$(dibaca: $p$ dan $q$ mempunyai nilai kebenaran yang sama)

# $p⇔q$ dinyatakan salah jika $τ\left(p\right)\ne τ(q)$(dibaca: $p$ dan $q$ mempunyai nilai kebenaran yang tidak sama).

Tabel kebenaran untuk biimplikasi adalah sebagai berikut:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$p$$ | $$q$$ | $$p ⟺q$$ |
| BBSS | BSBS | BSSB |

Tabel 2.5

1. Silogisme, Modus Ponens dan Modus Tollens

\* Silogisme

Misalkan diketahui premis-premis $p⇒q$ dan $q⇒r$. Dari premis-premis itu dapat ditarik konklusi $p⇒r$. Penarikan kesimpulan dengan cara itu disebut *kaidah silogisme*. Kaidah silogisme menggunakan sifat menghantar atau transitif dari pernyataan implikasi. Silogisme disajikan dalam susunan sebagai berikut:

$p⇒q$ ..........premis 1

$q⇒r$ ..........premis 2

$∴p⇒r$ ..........kesimpulan/konklusi

**\*** Modus Ponens

Misalkan diketahui premis-premis $p⇒q$ dan $p$. Dari premis-premis itu dapat ditarik konklusi $q$. Pengambilan kesimpulan dengan cara itu disebut *modus ponens* atau *kaidah pengasingan*. Modus ponens disajikan dalam susunan sebagai berikut:

$p⇒q$ ..........premis 1

$p$ ..........premis 2

$∴q$ ..........kesimpulan/konklusi

\* Modus Tollens

Misalkan diketahui premis-premis $p⇒q$ dan $\~q$. Dari premis-premis itu dapat ditarik konklusi $\~p$. Pengambilan kesimpulan dengan cara itu disebut *modus tollens* atau *kaidah penolakan akibat*. Modus tollens disajikan dalam susunan sebagai berikut:

$p⇒q$ ..........premis 1

$\~q$ ..........premis 2

$∴\~p$ ..........kesimpulan/konklusi

1. Pembuktian Sifat atau Teorema Matematika
2. Pembuktian Langsung

Penarikan kesimpulan dengan silogisme, modus ponens dan modus tollens merupakan beberapa contoh dari pembuktian sifat matematika dengan *bukti langsung*.

1. Pembuktian Tidak Langsung

Misalkan kita ingin membuktikan kebenaran sebuah pernyataan tunggal $p$. Tetapi yang kita buktikan adalah $\~p$ salah. Oleh karena $\~p$ salah maka $p$ haruslah benar. Pembuktian sifat matematika ddengan cara seperti itu disebut *bukti tidak langsung dengan kontradiksi*.[[48]](#footnote-49)

1. Erman Suherman,et.all, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Bandung: JICA, 2003), hal. 15 [↑](#footnote-ref-2)
2. Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*, (Malang: JICA, 2001), hal. 45 [↑](#footnote-ref-3)
3. Erman Suherman,et.all, *Strategi Pembelajaran.....,* hal. 16 [↑](#footnote-ref-4)
4. *Ibid*,. hal. 17 [↑](#footnote-ref-5)
5. *Ibid,*. hal. 17 [↑](#footnote-ref-6)
6. R. Sodjadi, *Kiat pendidikan........*”, hal. 13 [↑](#footnote-ref-7)
7. Erman Suherman,et.all, *Strategi Pembelajaran....,* hal. 55 [↑](#footnote-ref-8)
8. R. Sodjadi, *Kiat pendidikan........*, hal. 37 [↑](#footnote-ref-9)
9. *Ibid*,. hal. 37- 41 [↑](#footnote-ref-10)
10. Erman Suherman,et.all, *Strategi Pembelajaran.....,* hal. 56 [↑](#footnote-ref-11)
11. *Ibid*,. hal. 58 [↑](#footnote-ref-12)
12. R. Sodjadi, *Kiat pendidikan........*, hal. 44 [↑](#footnote-ref-13)
13. Nana Sudjana, *Dasar-dasar Proses Belajar Mengajar*, (Bandung: Sinar Baru Algesindo, 2009), hal. 28 [↑](#footnote-ref-14)
14. Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum* ......, hal. 92 [↑](#footnote-ref-15)
15. Herman Hudoyo, *Strategi Mengajar ......,* hal. 4 [↑](#footnote-ref-16)
16. Sardiman, *Interaksi dan Motivasi Belajar Mengajar*, (Jakarta: PT Raja Grafindo Persada, 2007), hal. 47 [↑](#footnote-ref-17)
17. Herman Hudoyo, *Strategi Mengajar ......,* hal. 7 [↑](#footnote-ref-18)
18. Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum Matematika dan Pelaksanaannya di depan kelas,* (Surabaya: Usaha Nasional, 1979), hal. 50 [↑](#footnote-ref-19)
19. *Ibid*,. hal. 7 [↑](#footnote-ref-20)
20. *Ibid*,. hal. 7 [↑](#footnote-ref-21)
21. Turmudi,(ed.), *Evaluasi Pembelajaran Matematika*, (Bandung: JICA, 2003), hal. 22 [↑](#footnote-ref-22)
22. *Ibid*,. hal. 23 [↑](#footnote-ref-23)
23. R. Sodjadi, *Kiat pendidikan........*, hal. 62 [↑](#footnote-ref-24)
24. Suharsimi Arikunto, *Dasar-dasar ....*, hal. 121 [↑](#footnote-ref-25)
25. Erman Suherman,et.all, *Strategi Pembelajaran.....,* hal. 224 [↑](#footnote-ref-26)
26. *Ibid*,. hal. 224 [↑](#footnote-ref-27)
27. *Ibid*,. hal. 224 [↑](#footnote-ref-28)
28. *Ibid*,. hal. 224-225 [↑](#footnote-ref-29)
29. Turmudi,(ed.), *Evaluasi......*, hal. 38 [↑](#footnote-ref-30)
30. *Ibid*,. hal. 38-41 [↑](#footnote-ref-31)
31. *Ibid*,. hal. 42 [↑](#footnote-ref-32)
32. Erman Suherman,et.all, *Strategi Pembelajaran.....,* hal. 225 [↑](#footnote-ref-33)
33. Turmudi,(ed.), *Evaluasi......*, hal. 42 [↑](#footnote-ref-34)
34. *Ibid*,. hal. 43 [↑](#footnote-ref-35)
35. Erman Suherman,et.all, *Strategi Pembelajaran.....,* hal. 225 [↑](#footnote-ref-36)
36. Turmudi,(ed.), *Evaluasi......*, hal. 47 [↑](#footnote-ref-37)
37. *Ibid*,. hal. 47- 49 [↑](#footnote-ref-38)
38. *Ibid*,. hal. 50 [↑](#footnote-ref-39)
39. R. Sodjadi, *Kiat pendidikan........*, hal. 62 [↑](#footnote-ref-40)
40. Cholid Narbuko, Abu Achmadi, *Metodologi Penelitian*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2003), hal. 17 [↑](#footnote-ref-41)
41. R.G Soekadijo, *Logika Dasar*, (Jakarta: Gramedia, 1988), hal. 6 [↑](#footnote-ref-42)
42. I Ketut Lastri, “*Pengaruh Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) dan Penalaran Formal Siswa Terhadap Prestasi Belajar Siswa*”, dalam http://cariebookgratis.com/pengaruh-pembelajaran-matematika-realistik--pmr--dan-penalaran , diakses tgl 29 Maret 2011 [↑](#footnote-ref-43)
43. Cholid Narbuko, Abu Achmadi, *Metodologi.....*, hal. 118 [↑](#footnote-ref-44)
44. R.G Soekadijo, *Logika...*, hal. 7 [↑](#footnote-ref-45)
45. Surajiyo,et.all, *Dasar-dasar Logika*, (Jakarta: PT Bumi Aksara, 2008), hal. 32 [↑](#footnote-ref-46)
46. As’ar Musrimin,”*Efektivitas Pendekatan Pembelajaran Matematika Realistik Dalam Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematika Siswa Kelas VII SMP Negeri 8 Kendari”,*dalam http://file .upi.edu diakses tgl 29 Maret 2011 [↑](#footnote-ref-47)
47. *Ibid*,. [↑](#footnote-ref-48)
48. Sartono Wirodikromo, *Matematika untuk SMA kelas X*, (Jakarta: Erlangga, 2007), hal .152-198 [↑](#footnote-ref-49)