

BAB V

PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dideskripsikan pembahasan terkait hasil temuan penelitian yang telah ditulis pada bab sebelumnya tentang aktivitas fundamental matematika di dalam permainan piano dan implementasinya dalam pembelajaran matematika.

A. Konsep Etnomatematika dalam Permainan Piano

1. *Counting*

Berdasarkan hasil wawancara dengan beberapa narasumber, konsep *counting* yang merupakan aktivitas matematika juga ditemukan ketika bermain musik. Namun, masih jarang keduanya dikolaborasikan dalam pembelajaran matematika. Seperti halnya konsep *time signature* yang sesuai dengan operasi pecahan dalam matematika.

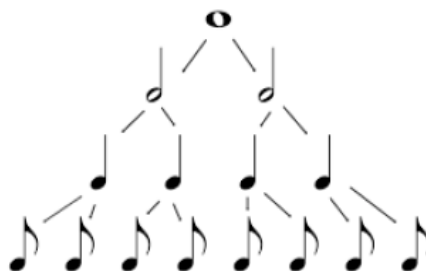
Sebelumnya perlu diketahui tentang ritme/irama, *beat*/ketukan, *meter* dan tempo yang erat kaitannya dengan *time signature*. Menurut Thaddeus-Jones, *rhythm is concerned with the duration or length in time of individual sounds. The relative lengths are indicated by a set of symbols called notes; silence is similarly shown by symbols called rests.*⁹⁵ Ritme berkaitan dengan durasi atau lamanya suatu bunyi yang disimbolkan menjadi not dan durasi diam yang disebut tanda istirahat.

Tabel 5.1 Nilai Not dan Tanda Istirahat

Not	Nilai	Tanda Istirahat
♩	Penuh	—
♪	Setengah	—
♫	Seperempat	♪
♫	Seperdelapan	♪
♫	Seperenambelas	♪

⁹⁵ George Thaddeus Jones, *Music Theory*, (New York: Harper Perennial, 1974), hal. 11.

Dalam catatan narasumber 4 tertulis bahwa, sebagaimana namanya, not penuh (\circ) memiliki nilai ketukan yang setara dengan dua buah not setengah (\downarrow) atau empat buah not seperempat (\downarrow), seperti ilustrasi berikut:⁹⁶



Gambar 5.1 Ekuivalensi Nilai Not

Simbol-simbol tersebut dapat dimodifikasi dengan bantuan titik (\cdot) dan/atau garis lengkung (\frown). *A dot placed after a note or rest increases its value by one half.*⁹⁷ Setiap titik yang diletakkan setelah not akan menambah separuh dari nilai asli not.

Misalnya $\downarrow \cdot = \downarrow + \downarrow$

Sedangkan garis lengkung digunakan untuk menghubungkan 2 not dengan nada yang sama sehingga akan menjumlahkan nilai dari kedua not. *This is a curved line that connects notes of the same pitch, and these are performed as one note with the total value of the notes tied.*⁹⁸

Misalnya $\downarrow \frown \downarrow = \downarrow$

Sedangkan *beat*/ketukan menurut Thaddeus-Jones yaitu, *In order to know the exact length of a tone, one must establish a regular pulsation, which is called the beat.*⁹⁹ *Beat* digunakan untuk mengetahui panjang nada yang tepat, dengan menetapkan pulsasi/detak konstan yang teratur. *The recurrent groups of pulsations are called meters.*¹⁰⁰ Kelompok pulsasi yang berulang ini disebut *meter*. *The speed*

⁹⁶ Indra K. Wardani, "Teori Musik dan Primavista Vokal untuk Paduan Suara", (Catatan tidak diterbitkan), hal. 1.

⁹⁷ George Thaddeus Jones, *Music Theory*....., hal. 13.

⁹⁸ *Ibid.*, hal. 13.

⁹⁹ *Ibid.*, hal 14-15.

¹⁰⁰ *Ibid.*, hal. 15.

at which we beat time is called the tempo.¹⁰¹ Sedangkan tempo adalah kecepatan ketukan. Berbeda dengan ketukan yang bersifat konstan, irama/ritme memiliki pola yang beragam dan berubah-ubah mengikuti kombinasi notasi balok yang digunakan.

Menurut Schmidt Jones, *most time signatures contain two numbers. The top number tells you how many beats there are in a measure. The bottom number tells you what kind of note gets a beat.*¹⁰² Thaddeus Jones dalam bukunya menuliskan *the number of beats in each measure and the kind of note chosen to represent the beat are placed together as a fraction at the beginning of a composition. This is called the time signature.*¹⁰³ Bentuk *time signature* serupa dengan pecahan yang diletakkan di awal partitur, yang berarti pembilang menyatakan jumlah ketukan dalam setiap birama, sedangkan penyebut menunjukkan nilai not yang mewakili satu ketuk.



Gambar 5.2 Contoh *Time Signature* 4/4

Misalnya pada Gambar 5.2, 4/4 artinya terdapat 4 ketukan dengan satu ketuk mewakili nilai not 1/4. Pada birama pertama terlihat terdapat 4 not yang bernilai 1/4 (| ♩ ♩ ♩ ♩ |), namun pada birama kedua terlihat hanya 2 not bernilai 1/2 (| ♪ ♪ |). Seperti pada Gambar 5.1, 2 not bernilai 1/2 ekuivalen dengan 4 not bernilai 1/4. Hal ini berlaku untuk birama selanjutnya. Jadi, dapat disimpulkan bahwa tanda 4/4 berarti dalam satu birama terdapat 4 not bernilai 1/4 atau kombinasi not yang bernilai sama. Tanda sukut (*time signature*) memastikan jumlah nilai not dalam satu birama ekuivalen dengan birama lain (yang ditulis dengan tanda sukut yang sama) meskipun pola ritmisnya berbeda.¹⁰⁴ Hal ini sesuai dengan konsep operasi pecahan. Dalam buku *Understanding Basic Music Theory* dijelaskan bahwa:

¹⁰¹ *Ibid.*, hal. 15.

¹⁰² Catherine Schmidt Jones, *Understanding Basic Music Theory*, (Houston: Rice University, 2007), hal. 35.

¹⁰³ George Thaddeus Jones, *Music Theory.....*, hal. 17.

¹⁰⁴ Indra K. Wardani, "Teori Musik", hal. 5.

*You may have noticed that the time signature looks a little like a **fraction in arithmetic**. Filling up measures feels a little like finding equivalent fractions, too. In "four four time", for example, there are four beats in a measure and a quarter note gets one beat. So four quarter notes would fill up one measure. But so would any other combination of notes that equals four quarters: one whole, two halves, one half plus two quarters, and so on.¹⁰⁵*

Pernyataan tersebut disetujui oleh narasumber 1 dan 2 yang merupakan guru matematika.

Iyaa, kalau menurut saya sendiri, itu seperti bentuk pecahan dalam matematika, kalau misalkan (matematika) $\frac{4}{4}$ berarti 4 merupakan pembilang dan 4 penyebut, kalau di musik $\frac{4}{4}$ jadi ada 4 ketukan dengan nilai not $\frac{1}{4}$ gitu yaa tadi. Kalau dalam satu bar tadi itu ada beberapa nilai not jika dijumlah hasilnya akan bernilai $\frac{4}{4}$ maka sama dengan konsep operasi pecahan dalam matematika.¹⁰⁶

...itu berarti nilai setiap not itu menunjukkan $\frac{4}{4}$ atau kombinasi yang bernilai sama, berarti ini masuk ke dalam operasi hitung penjumlahan matematika, misalkan ada not bernilai $\frac{1}{2}$ kemudian $\frac{1}{4}$ terus $\frac{1}{4}$ lagi dalam satu bar, di dalam matematika jika dijumlahkan hasilnya $\frac{4}{4}$ sesuai dengan tanda *time signature* tadi yaa. Berarti berkaitan dengan operasi hitung pecahan.¹⁰⁷

Namun beberapa konsep *time signature* tidak selamanya sama dengan pecahan dalam matematika. Misalnya dalam matematika $\frac{3}{4}$ ekuivalen dengan $\frac{6}{8}$, dalam musik kedua sukatan tersebut jelas berbeda.

Secara nilai, kedua pecahan ini ekuivalen ya. Jumlah nilai notnya juga sama. Tapi bentuk dasar keduanya berbeda. (Gambar 4.8 dan 4.9) Pada tanda sukatan $\frac{3}{4}$ ketukan utama di setiap birama ada 3. Sementara tanda sukatan $\frac{6}{8}$ ketukan utamanya ada dua di notasi yang saya beri warna merah..... Jadi kesimpulannya, konsep pecahan dalam matematika dan musik itu sama secara nilai, tapi berbeda perlakuan musikalnya.¹⁰⁸

Selaras dengan narasumber 4, narasumber 3 juga mengatakan jika sukatan $\frac{3}{4}$ dengan $\frac{6}{8}$ berbeda.

...kalau kita bandingkan $\frac{3}{4}$ sama $\frac{6}{8}$ itu secara matriks jumlah ketukan perbirama itu jelas beda, karena berpengaruh juga pada aksennya, misalnya kalau $\frac{3}{4}$ itu kan satu *measure*/satu birama itu isinya 3, nah aksennya bisa jadi

¹⁰⁵ Catherine Schmidt Jones, *Understanding Basic.....*, hal. 35.

¹⁰⁶ Hasil Wawancara dengan Narasumber 1 pada Senin, 30 Agustus 2021.

¹⁰⁷ Hasil Wawancara dengan Narasumber 2 pada Jum'at, 03 September 2021.



¹⁰⁸ Hasil Wawancara dengan Narasumber 4 pada Kamis, 09 September 2021.

cuman 1, didepan saja, kalau 6/8 itu aksennya bisa 2 karena kita menghitung 6 ya, 6 dibagi 2, jadi *tu wa ga tu wa ga tu wa ga tu wa ga* (mempraktikan sesuai ketukan) jadi secara singkat sih kalau 3/4 dan 6/8 itu berbeda, secara teknis beda, secara matriks beda, meskipun terkesan sama yaa.¹⁰⁹

Time signature secara umum dibedakan menjadi dua, *simple time* (birama tunggal) dan *compound time* (birama majemuk).

Birama tunggal adalah birama yang satuan ketukannya habis dibagi dengan 2 (dua) not yang sama besar. Dalam birama sederhana, pembilang dapat merupakan salah satu dari bilangan 1 sampai dengan 12, dan penyebut merupakan salah satu dari bentuk not (harga not).¹¹⁰

Beberapa bentuk *simple time* yaitu:

Simple duple:	$\frac{2}{8}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{2}{2}$ $\frac{2}{4}$ -		divisible	
Simple triple:	$\frac{3}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{4}$ -		divisible	
Simple quadruple:	$\frac{4}{8}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{4}{2}$ $\frac{4}{4}$ -		divisible	

Gambar 5.3 *The Common Signatures Simple Time*¹¹¹

Sedangkan *compound time* (Birama majemuk) adalah:

...birama yang satuan ketukannya habis dibagi dengan 3 (tiga) not yang sama besar. Pembilang dalam birama susun adalah merupakan bilangan yang habis dibagi dengan 3 (tiga), yaitu 6, 9, dan 12, dan penyebut merupakan salah satu dari bentuk not (harga not).¹¹²

¹⁰⁹Hasil Wawancara dengan Narasumber 3 pada Minggu, 05 September 2021.

¹¹⁰Hanna Sri Mudjilah, *Teori Musik 1*, (Yogyakarta: Diktat Tidak Diterbitkan Universitas Negeri Yogyakarta, 2010), hal. 10

¹¹¹George Thaddeus Jones, *Music Theory.....*, hal. 18.

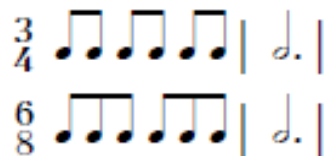
¹¹²Hanna Sri Mudjilah, *Teori Musik....*, hal. 11.

Beberapa bentuk *compound time* yaitu:



Gambar 5.4 *The Common Signatures Compound Time*¹¹³

Secara sederhana 6/8 berarti terdapat 6 not bernilai 1/8 (♩) dalam satu birama, namun *time signature* 3/4 juga bisa memiliki 6 not bernilai 1/8. Perhatikan gambar berikut.



Gambar 5.5 Perbedaan Sukat 3/4 dan 6/8

Pada *time signature* 3/4 terdapat 3 ketukan utama yang terdiri dari 2 not 1/8 ($\text{♩} \text{♩}$), sedangkan pada sukat 6/8 terdapat 2 ketukan utama yang terdiri dari 3 not 1/8 ($\text{♩} \text{♩} \text{♩}$). Lain halnya dengan 3/4 dan 3/8, secara matematis dua pecahan tersebut tidak ekuivalen, namun dalam musik keduanya menghasilkan *meter* yang sama dengan ritme yang berbeda.

....3/8 dengan 3/4 misalnya, sebetulnya secara bunyi ya sama, cuma materialnya saja yang berbeda, kalau 3/8 kan isinya not 1/8 dengan 3 ketuk, kalau 3/4 not 1/4 dengan 3 ketuk.¹¹⁴



Gambar 5.6 Perbedaan Sukat 3/4 dengan 3/8

¹¹³George Thaddeus Jones, *Music Theory*....., hal. 18.

¹¹⁴Hasil Wawancara dengan Narasumber 4 pada Minggu, 05 September 2021.

Dari gambar 5.6 terlihat keduanya sama-sama memiliki 3 ketukan pada setiap birama, tetapi 1 ketuk pada sukatan $3/4$ mewakili not dengan nilai $1/4$ (♩), sedangkan 1 ketuk pada sukatan $3/8$ mewakili not dengan nilai $1/8$ (♪). Hal ini menghasilkan pola ritme yang berbeda.

Persamaan dan perbedaan *meter* serta ritme antara *simple time* dengan *compound time* dapat dilihat pada tabel berikut.

Tabel 5.2 Perbedaan *Simple Time* dengan *Compound Time*

Jumlah Ketukan dalam Birama	<i>Simple Time</i>	<i>Compound Time</i>
2 ketuk dalam birama	$\frac{2}{4}$ ♩ ♩ ♩ ♩	$\frac{6}{8}$ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩
3 ketuk dalam birama	$\frac{3}{4}$ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩	$\frac{9}{8}$ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩
4 ketuk dalam birama	$\frac{4}{4}$ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩	$\frac{12}{8}$ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩ ♩

Dari penjabaran di atas dapat disimpulkan bahwa dalam bermain musik khususnya piano terdapat aktivitas matematika berupa *counting*, yaitu:

- Number patterns*: bermain musik sesuai dengan pola *meter* tertentu.
- Fraction*: bermain musik sesuai dengan jumlah ketukan dan nilai not yang digunakan sebagai ketukan dasar atau disebut dengan *time signature*.
- Operation on number*: melakukan operasi hitung pecahan, yaitu jumlah ketukan dan nilai not perbirama harus sesuai dengan *time signature*.
- Accuracy*: ketepatan dalam menghitung ketukan, keserasian dengan tempo serta lama not dimainkan.
- Frequency representations*: secara tidak sadar, menekan *tuts* piano menghasilkan bunyi tertentu yang akan menghasilkan rangkaian nada.

Aktivitas tersebut juga dapat dilihat dari hasil observasi pada partisipan ketika bermain piano.

Hal ini selaras dengan hasil penelitian Osada, yaitu:

Counting: number pattern: bernyanyi sesuai dengan pola hitungan (*meter*) tertentu; *fraction*: bernyanyi dengan hitungan-hitungan setengah ketukan;

accuracy: ketepatan hitungan ketukan, ketepatan membunyikan nada (*pitch*) tertentu.¹¹⁵

2. *Locating*

Salah satu yang menarik dari hubungan matematika dengan musik adalah penulisan notasi balok yang serasi dengan penempatan titik pada koordinat Kartesius. Untuk memudahkan melihat relasi antara keduanya, peneliti melakukan eksplorasi yang dapat dilihat pada Gambar 4.1, dengan ketentuan sumbu y menyatakan rasio jarak nada dan sumbu x menyatakan durasi ketukan. Rasio jarak disusun secara kromatis dengan menggunakan bilangan 0-12 sebagai perwakilan nada C sampai B dan setiap pergeseran $x = 2$ menyatakan 1 ketuk. Sedangkan do dimulai pada titik $(0, 0)$. Setelah melihat Gambar 4.1 narasumber 1 dan 2 menyatakan setuju dengan pernyataan bahwa penulisan notasi sama dengan konsep koordinat kartesius.

Itu dalam koordinat kartesius maka semakin nilainya besar maka posisi titiknya semakin ke atas atau semakin ke kanan, kalau semakin kecil maka posisi titik semakin kebawah atau ke kiri. Nah dari pertanyaan anda tadi itu menurut saya ada keterkaitan antara notasi balok dengan koordinat kartesius yang di mana apabila semakin naik suatu nada maka posisi letak titiknya itu semakin ke atas. Nah kalau semakin turun suatu nada maka posisi letak titiknya semakin ke bawah, jadi menurut saya seperti itu....dikarenakan dalam koordinat kartesius meletakkan antara sumbu x dengan sumbu y , sedangkan dalam musik meletakkan antara posisi notasi balok pada garis-garisnya ini apa namanya (garis paranada, yaitu 5 garis horizontal yang memanjang dan disusun secara sejajar dari atas ke bawah)? Itulah.. sesuai dengan jarak nadanya.¹¹⁶

Nah, ini untuk penulisan dalam not balok itu di dalam matematika karena ini ada garis-garis, kalau di dalam matematika ada kaitannya dengan koordinat kartesius, sama dengan penempatan kedudukan titik pada koordinat kartesius, memang ternyata ada hubungannya, hanya saja penampilannya di dalam matematika nanti berupa penempatan titik, kalau di musik tadi penempatan nada *nggeh*.. berarti memang berkaitan sebenarnya. Penempatan not tadi kan sudah ada ketentuannya yaa misal *do* dimana begitu, nah sama juga dengan

¹¹⁵Stefanus Surya Osada, *Kajian Etnomatematika.....*, hal. 181.

¹¹⁶ Hasil Wawancara dengan Narasumber 1 pada Senin, 30 Agustus 2021

titik koordinat kartesius, misalnya titik (2,3) maka juga pasti titiknya sesuai sumbu x dan y -nya.¹¹⁷

Narasumber 4 pun juga berpendapat demikian.

Iya, jadi konsep penulisan not balok ini sama dengan koordinat kartesius menggunakan sumbu x secara horizontal untuk menunjukkan durasi bunyi dan sumbu y secara vertikal untuk menunjukkan *pitch* (tinggi-rendah nada).¹¹⁸

Sedangkan menurut Thaddeus Jones:

*Music may be defined as organized pitches occurring in time. Notation must take into account the two dimensions, pitch and time. These are represented graphically on manuscript, or music writing, paper by a set of conventional symbols using two axes: $+$; the passage of time is shown on the horizontal axis from left to right \rightarrow , while the relative position of pitches is represented on the vertical axis: \updownarrow .*¹¹⁹

Pada dasarnya sistem penulisan notasi balok sama dengan koordinat kartesius. Sumbu x menunjukkan durasi bunyi, sedangkan sumbu y menunjukkan tinggi rendahnya suatu nada.

Aktivitas *locating* dalam musik erat kaitannya dengan *pitch* atau tinggi rendah suatu nada. *The pitch of a note is how high or low it sounds.*¹²⁰ *Pitches are indicated by placing the different note values given above on the proper line or space of the staff.*¹²¹ Simbol nada tersebut ditulis pada *staff* (garis paranada). *Staff, this was a scale (Italian, scala: ladder) consisting of parallel horizontal lines by which changes in pitch could be accurately measured.*¹²² Garis paranada adalah garis horizontal yang disusun secara paralel, yang menjadikan perubahan nada dapat diukur secara akurat. Pada masa sekarang kita mengenal garis paranada sebagai 5 garis horizontal yang disusun secara vertikal dengan spasi diantara garis tersebut. Jadi dapat dikatakan garis paranada tersusun dari 5 garis dengan 4 spasi. Dalam garis paranada inilah kita dapat melihat perubahan nada yang direpresentasikan

¹¹⁷ Hasil Wawancara dengan Narasumber 2 pada Jum'at, 03 September 2021.

¹¹⁸ Hasil Wawancara dengan Narasumber 4 pada Kamis, 09 September 2021.

¹¹⁹ George Thaddeus Jones, *Music Theory*....., hal. 11.

¹²⁰ Catherine Schmidt Jones, *Understanding Basic*...., hal. 15.

¹²¹ George Thaddeus Jones, *Music Theory*....., hal. 22.

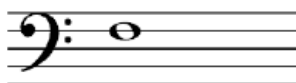
¹²² *Ibid.*, hal. 20.

dengan penggunaan *clef* (tanda kunci), *key signature* (tanda mula), penempatan notasi balok serta penggunaan tanda aksidental.

Simbol pertama yang terletak di awal garis paranada adalah *clef*. Hal ini sangat penting sebagai petunjuk letak nada yang akan dimainkan. Tanda *clef* yang biasa digunakan dalam partitur piano adalah *G signature* (*treble clef*) dan *F signature* (*bass clef*). Tanda *G signature* berarti garis kedua dari bawah merupakan nada “G” sedangkan *F signature* menunjukkan garis kedua dari atas adalah nada “F”. Seperti pada gambar berikut.



Gambar 5.7 Simbol *Treble Clef* (*G Signature*)



Gambar 5.8 Simbol *Bass Clef* (*F Signature*)

Penggunaan tanda *clef* juga bertujuan untuk memudahkan pembacaan dan penulisan notasi balok. Misalnya *G signature* digunakan untuk nada tinggi sedangkan *F signature* digunakan untuk nada rendah. *F signature* secara umum digunakan untuk menuliskan notasi yang akan dimainkan oleh tangan kiri yang memuat nada-nada rendah, namun tidak selalu demikian.

Iya, yang kiri itu biasanya untuk memainkan nada-nada diregister rendah, secara *simple* begitu yaa, yang kanan memainkan diregister tinggi....¹²³



Gambar 5.9 Perbedaan Penggunaan *Treble Clef* dan *Bass Clef*

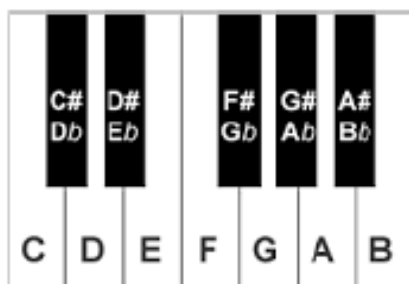
¹²³Hasil Wawancara dengan Narasumber 3 pada Minggu, 03 September 2021.

Gambar 5.9 menunjukkan dua pola ritme dengan not yang sama dapat terlihat sangat berbeda jika ditulis pada *clef* yang berbeda pula. *Music is easier to read and write if most of the notes fall on the staff and few ledger lines have to be used.*¹²⁴ Notasi akan lebih mudah dibaca dan ditulis jika penggunaan garis bantu (*ledger lines*) lebih sedikit.

Simbol selanjutnya yang mempengaruhi letak *pitch* adalah tanda aksidental. Seperti yang diketahui piano memiliki tuts berwarna putih dan hitam. Tetapi hanya tuts putih yang merepresentasikan notasi balok di setiap garis dan spasi pada garis paranada, atau yang biasa disebut notasi A B C D E F G sebagai nada natural. Sedangkan tuts hitam dapat disimbolkan dengan menggunakan notasi tuts putih yang diberi tanda aksidental. Terdapat 3 tanda aksidental, yaitu *sharp* (#) untuk menaikkan 1/2 nada, *flat* (♭) untuk menurunkan 1/2 nada, dan *natural* (♮) untuk mengembalikan ke nada semula.

*The notes in between these white keys are represented by the black keys on the piano. On the staff they are represented by raising one of the natural letter names one half step, with a symbol called a sharp (#), or lowering it one half step, with a symbol called a flat (♭). A sign called a natural (♮) cancels a previous accidental (a raised or lowered letter name) and returns that note to its unaltered form.*¹²⁵

*Notes that have different names but sound the same are called enharmonic.*¹²⁶ Dengan demikian kelima tuts hitam tersebut memiliki dua nama atau disebut dengan *enharmonic*, seperti pada gambar berikut:



Gambar 5.10 Nama Notasi pada Tuts Hitam

¹²⁴Catherine Schmidt Jones, *Understanding Basic.....*, hal. 11.

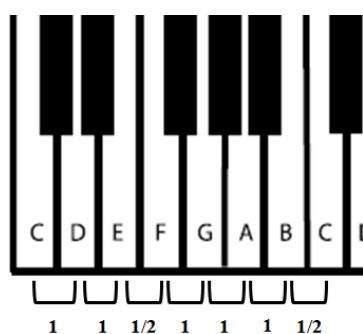
¹²⁵George Thaddeus Jones, *Music Theory.....*, hal. 23.

¹²⁶Catherine Schmidt Jones, *Understanding Basic.....*, hal. 16.

The space between two of the same letter names such as C to C is called an octave, that is, eight letter names.¹²⁷ Each octave is considered to begin with the letter C and extends up to the letter B; the next octave begins with C, and so on.¹²⁸ Secara sederhana nada C sampai C atas pada tuts putih merupakan 1 oktaf. Setiap oktaf pada dasarnya dimulai dari nada C hingga B, sedangkan C atas sudah masuk pada oktaf selanjutnya. Secara rinci, dalam satu oktaf terdapat 12 nada (termasuk tuts hitam) yang disusun dengan jarak 1/2 (kromatis). Misalnya C ke C# berjarak 1/2 nada (*semi-tone*) sedangkan C ke D berjarak 1 nada (*tone*). Jarak inilah yang disebut dengan interval. Jika kedua belas nada ini disusun berurutan maka akan terbentuk tangga nada kromatis. *The scale that uses all of the half steps is called a chromatic scale.¹²⁹*

Selain tangga nada kromatis, terdapat tangga nada diatonik yang tersusun dari not natural (tuts putih), yaitu sebuah sistem tangga nada yang mempunyai jarak 1 nada (*tone*) dan 1/2 nada (*semitone*) secara bervariasi. *These seven-tone scales or modes are made up of different arrangements of whole and half steps and are called diatonic scales.¹³⁰* Tangga nada diatonik dibagi menjadi 2, yaitu mayor dan minor.

Tangga nada paling sederhana dan yang menjadi dasar untuk tangga nada lain adalah C Mayor, yang tersusun dari nada C-D-E-F-G-A-B-C. Dari delapan nada tersebut jarak 1/2 nada (*semi-tone*) terletak pada nada ke 3-4 dan 7-8 (oktaf) yaitu not E-F dan B-C, sedangkan yang lain berjarak 1 nada (*tone*). Pola tangga nada C mayor dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 5.11 Pola Tangga Nada C Mayor

¹²⁷George Thaddeus Jones, *Music Theory*....., hal. 23.

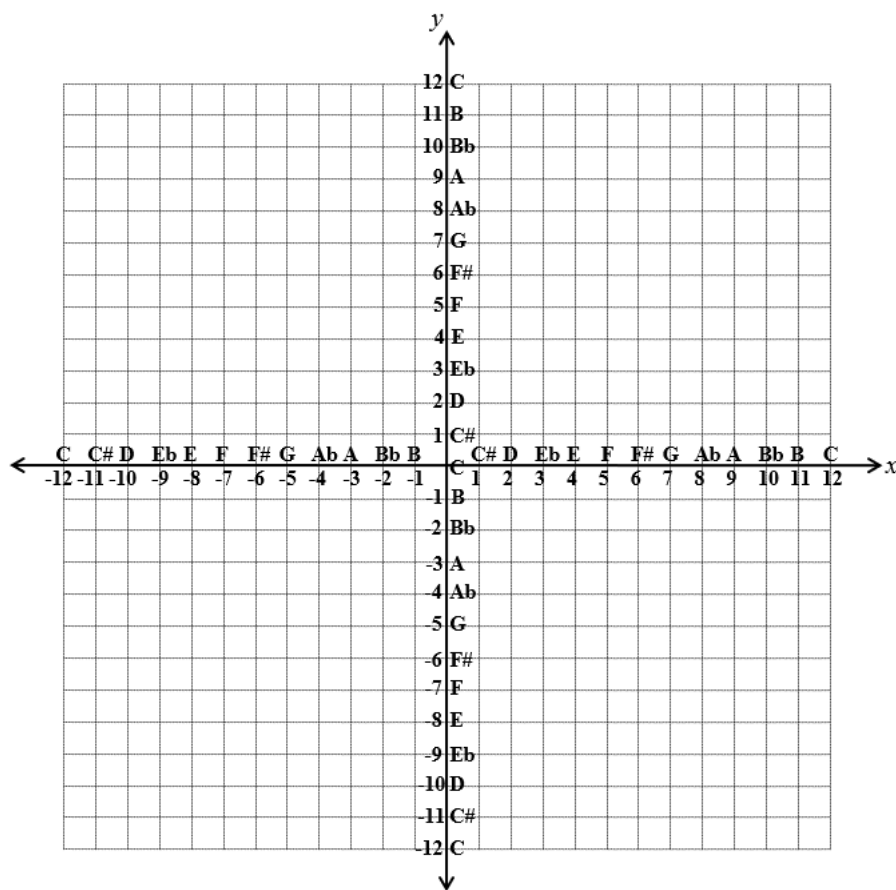
¹²⁸*Ibid.*, hal. 25.

¹²⁹*Ibid.*, hal. 24.

¹³⁰George Thaddeus Jones, *Music Theory*....., hal. 23.

Semua tangga nada mayor akan menghasilkan pola yang sama meskipun dimulai pada nada yang berbeda. *In this scale, half steps occur between the third and fourth and between the seventh and eighth degrees; between all other degrees there is a whole step.*¹³¹

Pada penelitian yang berjudul “‘TRIANGULAR’ (Konsep Transformasi Geometri dalam Komposisi Musik)”, Batara Sitohang melakukan eksplorasi dengan menggunakan titik-titik pada koordinat Kartesius sebagai representasi titik-titik nada, guna mencari kemungkinan konsep transformasi geometri sebagai acuan membuat komposisi musik.



Gambar 5.12 Eksplorasi Nada dalam Bidang Koordinat Kartesius¹³²

Sitohang menggunakan bilangan 0 hingga 12 pada keempat kuadran koordinat Kartesius, untuk mewakili nada C hingga B yang disusun secara kromatis. Dalam

¹³¹*Ibid.*, hal. 33.

¹³²Batara Sitohang, ‘TRINGULAR’....., hal. 36.

menyusun nada tersebut, sumbu y ke atas dan sumbu x ke kanan merupakan *ascending* (dari nada rendah ke nada yang lebih tinggi) sedangkan bilangan negatif atau sumbu y ke bawah serta sumbu x ke kiri adalah *descending* (dari nada tinggi ke nada yang lebih rendah). Representasi nada-nada dalam bentuk tabel dapat dilihat pada Lampiran 2.

Berdasarkan teori tersebut, peneliti mencari kemungkinan adanya konsep translasi dalam perpindahan tangga nada dengan melakukan eksperimen, yaitu meletakkan beberapa titik sesuai pola tangga nada C Mayor pada koordinat kartesius. Jika pola yang diwakilkan dengan titik-titik merah tersebut ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ akan menghasilkan titik-titik bayangan yang merepresentasikan tangga nada D Mayor, seperti pada tabel berikut.

Tabel 5.3 Hasil Translasi Tangga Nada C Mayor ke D Mayor

Titik Mula	Tangga Nada C Mayor	Titik bayangan	Tangga Nada D Mayor
(0,0)	C	(0,2)	D
(1,1)	D	(1,3)	E
(2,2)	E	(2,4)	F#
(3,2)	F	(3,4)	G
(4,3)	G	(4,5)	A
(5,4)	A	(5,6)	B
(6,5)	B	(6,7)	C#
(7,5)	C	(7,7)	D

Pada Gambar 4.12 dan Tabel 5.3 terlihat bahwa pola awal dan bayangannya sama persis, serta menunjukkan titik yang sesuai dengan pepadanan nada. Maka terdapat konsep transformasi geometri berupa translasi dalam perpindahan tangga nada. Hal ini disetujui oleh keempat narasumber.

....jadi kalau misalkan untuk yang nadanya dimulai dari C mayor kemudian di pindah ke tangga nada D mayor dan setiap pergeseran titik harus sama dan sesuai dengan titik yang ditentukan, seperti gambar ini (Gambar 4.11), sehingga itu dalam matematika bisa diasumsikan ke dalam translasi jarak ke sumbu y atau x sejauh berapa begitu, misal jaraknya 2 bergeser ke sumbu y berarti translasi ke sumbu y sejauh 2.¹³³

¹³³Hasil Wawancara dengan Narasumber 1 pada Senin, 30 Agustus 2021

Kalau dibuat koordinat kartesius seperti yang anda buat ini (Gambar 4.11) setelah tangga nadanya digeser sejauh $y = 2$ misalnya dan polanya tetap sama tidak berubah maka bisa masuk pada transformasi geometri berupa translasi.¹³⁴

Betul, dalam musik istilahnya modulasi, modulasi itu perpindahan tangga nada dari suatu lagu atau komposisi musik tapi tidak merubah strukturnya yang berubah hanya tangga nada, persis seperti ilustrasi gambar tadi.¹³⁵

Yup kira-kira sama. Dalam tangga nada, yang menjadi penting adalah interval. Artinya jarak dari satu nada ke nada lain (dalam sebuah tangga nada) akan selalu sama mau dimulai dari nada manapun.¹³⁶

Simbol selanjutnya yang berkaitan dengan konsep *locating* dan tangga nada adalah *key signature*, yang terletak di sebelah kanan *clef*. Penggunaan *key signature* tidak selalu ada, tetapi sangat penting keberadaannya. Hal ini berpengaruh pada nada dasar sebuah lagu yang akan dimainkan. Pasti terdapat notasi yang disertai tanda aksidental secara konsisten. Untuk memudahkan penulisan agar tidak terus-menerus mengulang tanda aksidental maka digunakan *key signature* (tanda mula). Simbol *key signature* sama dengan aksidental, yaitu berupa *Sharp* (#) atau *flat* (♭), namun diletakkan di awal garis paranada. Hal ini menunjukkan nada tertentu secara konsisten diberi tanda aksidental kecuali terdapat tanda *natural* (♮) atau perubahan *key signature*.

*For the sake of convenience, these accidentals are collected and arranged at the beginning of a musical composition and are termed its key signature. This key signature applies until it is canceled by naturals or until another key signature displaces it.*¹³⁷

Misalnya pada tangga nada D Mayor yang tersusun dari nada D E F# G A B C# D memiliki 2 *sharp* (#), maka penulisan *key signature* untuk D mayor terdiri dari 2 *sharp* yang diletakkan di garis dan atau spasi letak nada F dan C tersebut. Sehingga seluruh nada F dan C pada partitur tersebut dibaca sebagai F# dan C#. *When a sharp (or flat) appears on a line or space in the key signature, all the notes*

¹³⁴Hasil Wawancara dengan Narasumber 2 pada Jum'at, 03 September 2021.

¹³⁵Hasil Wawancara dengan Narasumber 3 pada Minggu, 05 September 2021.

¹³⁶Hasil Wawancara dengan Narasumber 4 pada Kamis, 09 September 2021.

¹³⁷George Thaddeus Jones, *Music Theory*....., hal. 34.

on that line or space are sharp (or flat), and all other notes with the same letter names in other octaves are also sharp (or flat).¹³⁸



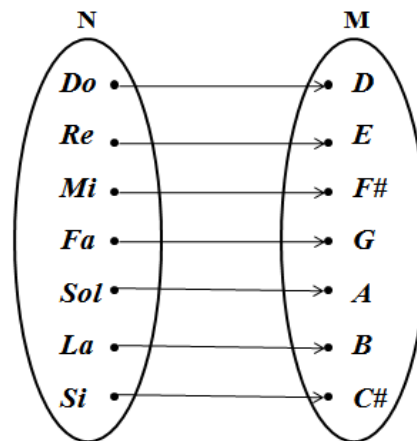
Gambar 5.13 Perbandingan Penulisan Tangga Nada D Mayor dengan Menggunakan *Key Signature* dan tanpa *Key Signature*

Pada Gambar 5.13 terlihat bahwa tanda *Sharp* terletak pada garis pertama dari atas yang merupakan tempat nada F, dan pada spasi kedua dari atas yaitu tempat nada C.

Seperti penjelasan sebelumnya, *key signature* berpengaruh pada nada dasar yang digunakan pada suatu karya musik. Biasanya pada suatu partitur musik selain terdapat *key signature* di luar garis paranada dicantumkan keterangan, misalnya $1 = D$ atau $do = D$. Hal ini berarti karya musik tersebut dimainkan pada nada dasar D Mayor, di mana *do* bukan lagi pada not C melainkan pada not D. Secara musikal jika $do = D$ maka $re = E$, $mi = F\#$, $fa = G$, $sol = A$, $la = B$, $si = C\#$. Pemandangan nada tersebut menunjukkan sebuah relasi (dalam matematika) antara anggota himpunan nada dengan anggota himpunan notasi yang disimbolkan dengan huruf.

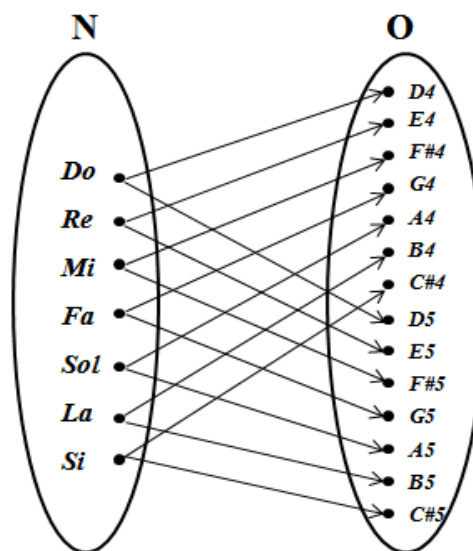
Jika dimisalkan himpunan $N = \{do, re, mi, fa, sol, la, si\}$ dan himpunan $M = \{D, E, F\#, G, A, B, C\#\}$ dan setiap anggota N dipasangkan ke M maka akan menyerupai korespondensi satu-satu, seperti yang terlihat pada gambar berikut.

¹³⁸ Catherine Schmidt Jones, *Understanding Basic....*, hal. 19.



Gambar 5.14 Korespondensi Satu-satu Pemadanan Nada $Do = D$

Namun, jika pemadanan tersebut tidak memperhatikan letak tinggi-rendah nada, maka bukan merupakan sebuah pemetaan melainkan hanya relasi dalam matematika. Seperti pada gambar berikut.



Gambar 5.15 Relasi Pemadanan Nada $Do = D$

Relasi dan fungsi dalam musik ini juga pernah dibahas oleh Osada dalam penelitiannya yang berjudul "Kajian Etnomatematika terhadap Musik Liturgi Inkulturatif Jawa dengan Laras Pelog dan Implementasinya dalam Pembelajaran Matematika di Sekolah", dengan membahas keterangan $1 = F$ dan memisalkan himpunan $N = \{\text{simbol nada dalam not angka}\}$ dan $P = \{\text{simbol nada dalam huruf}\}$.

Pemadanan-pemadanan tersebut seperti suatu usaha menghubungkan objek-objek berupa istilah atau nama nada baik dengan memperhatikan tinggi rendah bunyi nada maupun dengan tidak memperhatikan tinggi rendah bunyi nada,

dengan simbol-simbol tertentu, dimana hal tersebut dapat dikatakan sebagai aktivitas *locating*.¹³⁹

Dari penjabaran di atas dapat disimpulkan bahwa dalam bermain musik khususnya piano terdapat aktivitas matematika berupa *locating*, yaitu:

- a. *Up/down*: bermain piano sesuai dengan alur nada naik/turun.
- b. *Left/right*: menyelaraskan tangan kanan dan kiri saat bermain piano.
- c. *Distance*: konsep jarak pada tangga nada/interval nada.
- d. *System of location*: menentukan posisi (tinggi-rendah) suatu nada.
- e. *2D coordinate*: menempatkan not balok seperti menempatkan titik dalam koordinat kartesius.

3. *Measuring*

Di dalam satu aktivitas musik, sebenarnya terdapat beberapa aktivitas matematika yang secara tidak sadar telah dilakukan sekaligus. Seperti contohnya konsep *time signature*. Selain aktivitas *counting*, dalam *time signature* terdapat konsep *measuring* atau pengukuran terhadap waktu. Hal ini dapat dilihat dari penggunaan *length of note* (simbol nilai not) yang tidak terlepas dari konsep *time signature*, *beats* (ketukan) serta tempo.

Time signature akan menentukan berapa banyak *beats* (ketukan) dalam setiap birama serta nilai not per-*beats*, sedangkan *beats* digunakan untuk mengukur panjang atau durasi nada yang dinyatakan dengan simbol not (*length of note*), dan untuk mengetahui berapa lama sebuah ketukan, diperlukan tempo. *To find out the duration of the written note, you look at the tempo and the time signature and then see that the note looks like.*¹⁴⁰ *To find out exactly how many beats it takes, you must know the time signature. And to find out how long a beat is, you need to know the tempo.*¹⁴¹

...itu mengukur hmm... nilai nada. Jadi nilai nada itu kan ditentukan oleh harga nada, harga nada itu 1/4, 1/2, 1/8 itu. Nah seberapa lamanya not ini dimainkan ditentukan oleh tempo.¹⁴²

¹³⁹ Stefanus Surya Osada, *Kajian Etnomatematika....*, hal. 220.

¹⁴⁰ Catherine Schmidt Jones, *Understanding Basic....*, hal. 28.

¹⁴¹ *Ibid.*, hal. 31.

¹⁴² Hasil Wawancara dengan Narasumber 3 pada Minggu, 05 September 2021.

Contoh hubungan *time signature*, *beats*, dan tempo dapat dilihat pada gambar berikut.

Tempo
Moderato = 108 – 120 BPM

↑
Moderato

O Ina Ni Keke

Lagu Daerah Sulawesi Utara

4 ketuk per birama C
1 ketuk per not 1/4

Em F G⁷ C Am

Gambar 5.16 Contoh Hubungan *Time Signature*, *Beats*, dan Tempo dalam Partitur Musik

Keterangan tempo ‘*Moderato*’ artinya jumlah ketukan per menit antara 108 sampai 120 BPM (*Beat Per Minute*). Jika kita menggunakan 120 BPM, maka:

120 ketuk = 1 menit

120 ketuk = 60 detik

2 ketuk = 1 detik

Sehingga dalam satu birama lagu ‘O Ina Ni Keke’ tersebut terdapat 4 ketuk yang harus dimainkan dalam waktu 2 detik. Selaras dengan pendapat Osada sebagai berikut.

Pengaturan tempo dalam menyanyikan lagu tersebut merupakan suatu bentuk aktivitas *measuring*, yaitu pengukuran terhadap waktu. Selain itu, dalam pengukuran waktu itu juga melibatkan aktivitas *counting* dengan menghitung ketukan.¹⁴³

Selain pengukuran terhadap waktu, bermain piano juga melibatkan aktivitas mengukur jarak nada. Jarak antar nada disebut interval. Interval paling kecil yaitu *half step (semi-tone)* dan *whole step (tone)*, meliputi jarak nada pada garis paranada.

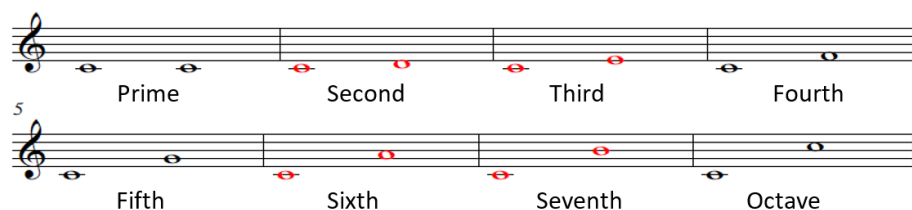
*The distance between two tones is termed an interval. The smallest intervals are those of the half and whole step; these occur between adjacent letter names on the staff. On the white keys of the piano there is a half step between E-F and B-C; between all of the other letters there is a whole step.*¹⁴⁴

¹⁴³ Stefanus Surya Osada, *Kajian Etnomatematika....*, hal. 227-228.

¹⁴⁴ George Thaddeus Jones, *Music Theory.....*, hal. 31.

Pada pembahasan sebelumnya tentang aktivitas *locating*, dijelaskan jika jarak C dengan C# adalah *semi-tone*, sedangkan jarak antara C dengan D adalah *tone*. Begitu juga jika diamati dari tuts putih pada piano, maka jarak *half step (semi-tone)* hanya pada not E-F dan B-C dan sisanya adalah *whole step (tone)*.

Interval juga memiliki nama berdasarkan kuantitas dan kualitas. Interval berdasarkan kuantitasnya dihitung berdasarkan jarak nada pada garis paranada, seperti pada gambar berikut.



Gambar 5.17 Nama Interval Berdasarkan Kuantitasnya

Sedangkan secara kualitas interval dibagi menjadi 2, yaitu *Major* dan *Perfect*. Pada Gambar 5.17, not dengan warna merah merupakan interval Mayor dan not dengan warna hitam adalah interval *Perfect*.

*The quantitative name of an interval is determined by counting the number of letter names it contains, including the first and last. This number, which describes the size of an interval in terms of the scale steps it encompasses, is preceded by a qualitative term.*¹⁴⁵

Seluruh interval Mayor jika diperlebar sebanyak 1 *semi-tone* akan menjadi interval *augmented*, sedangkan jika dipersempit sebanyak 1 *semi-tone* akan menjadi interval minor, dan jika dipersempit sekali lagi sebanyak 1 *semi-tone* maka akan menjadi interval *diminished*. Demikian juga dengan interval *perfect* yang diperlebar sebanyak 1 *semi-tone* akan menjadi interval *augmented*, sedangkan jika dipersempit 1 *semi-tone* akan menjadi interval *diminished*.

Intervals (left column) that are normally major become augmented if the distance between the notes is increased one half step; if it is decreased one half step the interval becomes minor; if it is further decreased one half step it becomes diminished. (b) Intervals (right column) that are normally perfect

¹⁴⁵*Ibid.*, hal. 36.

*become augmented if the distance between the notes is increased one half step; if it is decreased one half step the interval becomes diminished.*¹⁴⁶

Berdasarkan penjelasan diatas, konsep interval sangat penting, baik dalam hal tangga nada maupun pembentukan akor, diantaranya Mayor, minor, *augmented*, *diminished*, serta pelebaran akor lainnya. Hal ini selaras dengan pendapat narasumber 4.

...Interval ini akan menjadi dasar dari pengembangan berbagai konsep lain seperti harmoni, termasuk pembentukan akor, nah dalam akor ada namanya kualitas akor: Mayor, minor, *augmented*, *diminished*, dan banyak lagi. Kemudian nada-nada yang dibunyikan bersama dan juga pembentukan alur melodi, dsb.¹⁴⁷

Dapat disimpulkan bahwa kegiatan *measuring* dalam musik meliputi *estimation* atau memperkirakan jarak antar nada berupa; *length*, yaitu memperkirakan panjang antar nada, serta *time*, yaitu pengukuran terhadap waktu dengan memperkirakan durasi berdasarkan nilai not, ketukan dan temponya.

4. *Designing*

Selaras dengan aktivitas *designing* yang lebih mengarah kepada ide dari suatu bentuk, penulisan notasi dalam musik juga merupakan ide abstraksi dari *pitch*. Artinya penulisan notasi ini merupakan aktivitas *designing*. Hal ini dibenarkan oleh narasumber 4.

Iya, penulisan notasi adalah representasi bunyi dalam bentuk simbol visual. Membaca notasi adalah penerjemahan simbol visual ke dalam bunyi melalui kegiatan motorik (dan kognitif juga ya).¹⁴⁸

Di sisi lain narasumber 3 tidak setuju dengan konsep *designing* dalam notasi. Hal ini dikarenakan notasi merupakan implementasi yang jauh sebelumnya telah ditetapkan mulai bentuk dan aturan nilai nada, bukan sebagai kegiatan mendesain.

Kalau notasi itu sebenarnya kita tinggal mengimplementasikan ya, jadi kita tidak mengarang, notasi kan sudah ada dan sudah ditetapkan yaa, *mangkanya* ada harga nada ada nilai nada, sampai kepada bentuknya, ada yang *bulet* kosong, ada yang gelap, bendera satu bendera 2 itu kan sudah ada semua, dan itu sudah punya fungsi dan apa yaa istilahnya yaa, kalau not 1/4 dalam birama

¹⁴⁶ *Ibid.*, hal 36.

¹⁴⁷ Hasil Wawancara dengan Narasumber 4 pada Kamis, 09 September 2021.

¹⁴⁸ Hasil Wawancara dengan Narasumber 4 pada Kamis, 09 September 2021.

4/4 itu sudah ada maksudnya, kalau saya menangkapnya *designing* bukan dalam arti ide atau bentuk tapi itu memang sudah ada yaa, tinggal diterapkan saja.¹⁴⁹

Namun hal ini serupa dengan konsep angka dalam matematika yang merupakan bentuk dari suatu ide. Misalnya, bentuk dari angka satu adalah “1” yang merupakan konsepsi dari pendahulu dan telah disepakati serta digunakan hingga saat ini. Menurut pandangan matematika bahwa bilangan itu merupakan suatu abstraksi, yaitu konsepsi atau buah pikir manusia yang hanya ada di dalam pikiran manusia itu sendiri.¹⁵⁰ Notasi balok awalnya juga merupakan ide dari bentuk, agar mudah dalam penyebutannya maka diciptakan notasi sebagai representasi dari *pitch*.

*The pitch of a note is how high or low it sounds. Pitch depends on the frequency of the fundamental sound wave of the note. The higher the frequency of a sound wave, and the shorter its wavelength, the higher its pitch sounds. But musicians usually don't want to talk about wavelengths and frequencies. Instead, they just give the different pitches different letter names: A B C D E F G.*¹⁵¹

Notasi pada dasarnya digunakan untuk memudahkan representasi tinggi-rendah suatu nada. Misalnya notasi angka yang menggunakan angka 1-7 untuk merepresentasikan nada secara *ascending*. Penulisan notasi angka juga tidak terlepas dari simbol angka yang lebih cenderung sebagai simbol matematika secara sederhana, meskipun penggunaan notasi angka tidak universal. Di Jerman, Inggris dan Amerika cenderung menggunakan huruf, yaitu A B C D E F G. Lain halnya dengan metode *kodaly* yang menggunakan gestur tangan untuk mewakili tinggi-rendah nada, seperti pada Gambar 4.8. Namun, notasi yang disepakati dan digunakan di seluruh negara adalah notasi balok. *Music notation is the set of conventionally agreed-upon symbols by which the composer conveys his ideas, by way of the performer, to the listener.*¹⁵² Hal ini dikarenakan jangkauan notasi balok lebih luas.

¹⁴⁹ Hasil Wawancara dengan Narasumber 3 pada Minggu, 05 September 2021.

¹⁵⁰ Komariah, “Memperkenalkan Bilangan pada Anak Usia Dini”, dalam *Cakrawala Dini: Vol. 4 No. 2*, November 2013, hal. 87.

¹⁵¹ George Thaddeus Jones, *Music Theory*....., hal. 15.

¹⁵² *Ibid.*, hal. 11.

Selain itu, notasi balok juga kongruen dengan bentuk geometri dalam matematika, misalnya pada gambar berikut.



Gambar 5.18 Simbol Not Balok

Terlihat bahwa not balok tersebut memiliki bentuk yang kongruen dengan garis dan juga elips. Hal ini selaras dengan pendapat narasumber 2.

Nah, melihat bentuk dari not baloknya seperti bangun matematika, ada garis, kemudian di situ ada bulatan-bulatan, kalau di dalam matematika seperti elips karena agak lonjong.¹⁵³

Hubungan antara matematika dengan musik terlihat jelas pada penggunaan representasi tertulis dari fenomena abstrak. Hal ini selaras dengan pendapat Ryan Bazinet & Anne Marie, “*a clear connection between music and mathematics is that each field uses written representations of abstract phenomena*”.¹⁵⁴

Dapat disimpulkan bahwa aktivitas *designing* dalam musik meliputi; *abstraction*: penulisan notasi yang merupakan ide abstraksi dari *pitch*; *shape* dan *congruence*: simbol notasi balok berwujud konkret, serta terdapat simbol yang kongruen dengan bentuk geometri.

5. *Explaining*

Berdasarkan aktivitas fundamental matematika menurut Bishop, simbol-simbol notasi yang tertulis pada partitur merupakan bentuk komunikasi yang bertujuan untuk memberikan suatu *explaining* (penjelasan), yaitu berupa *symbolic explaining*. Sebuah partitur diibaratkan transkrip cerita yang ditulis menggunakan simbol-simbol tertentu. Tidak hanya berisikan simbol notasi nada, dan keterangan lain pada pembahasan sebelumnya, tetapi terdapat simbol yang menjelaskan bagaimana seharusnya rangkaian nada tersebut dimainkan, disebut dengan *expression mark*, diantaranya yaitu: keterangan tempo (sebagai penentu cepat atau lambat lagu dimainkan), *dynamics* (digunakan untuk menunjukkan emosi atau

¹⁵³ Hasil Wawancara dengan Narasumber 2 pada Jum'at, 03 September 2021.

¹⁵⁴ Ryan Bazinet dan Anne Marie Marshal, “Ethnomusicology, Ethnomathematics, and Integrating Curriculum”, dalam *General Music Today Vol. 28(3)*, 2015, hal. 07.

perasaan dalam lagu), serta *articulation* (cara melodi dimainkan). Ketika seorang pianis (pemain piano) memainkan musik sesuai dengan apa yang tertulis dalam partitur, serta dapat menciptakan *feel* pada komposisi musik tersebut, maka ia telah melakukan aktivitas *symbolic explaining* sekaligus *story explanation*, yaitu merepresentasikan simbol menjadi bunyi yang mengandung makna tertentu.

6. *Playing*

Sebelum memainkan sebuah komposisi musik berdasarkan partitur, seorang pianis mulanya akan mempelajarinya, selanjutnya ia akan mulai membayangkan suasana atau rasa yang ingin disampaikan berdasarkan partitur tersebut, kemudian notasi yang tertulis akan dimainkan dengan aturan tertentu dan direpresentasikan menjadi rangkaian bunyi yang indah. Rangkaian kegiatan tersebut selaras dengan aktivitas fundamental menurut Bishop yaitu *playing* meliputi, *procedures*, *imagined reality*, *rule-bound activity*.

Permainan piano pada dasarnya merupakan aktivitas *playing* sekaligus *explaining*, yaitu merepresentasikan hasil *designing* berupa notasi yang tertulis menjadi bunyi, dengan aturan *counting*, *locating*, serta *measuring*. Aktivitas *counting* terlihat dari perhitungan terhadap ketukan, sedangkan aktivitas *measuring* memperkirakan waktu ketika memainkan rangkaian not pada partitur berdasarkan nilai not atau durasi bunyi nada, serta jarak antar not tersebut. Lebih jauh lagi, seorang pianis harus menyelaraskan tangan kanan dan kiri ketika bermain piano, serta menentukan posisi tinggi-rendah suatu nada yang termasuk ke dalam aktivitas *locating*.

B. Implementasi Hasil Kajian Etnomatematika terhadap Permainan Piano dalam Pembelajaran Matematika

Temuan yang diperoleh peneliti berdasarkan hasil analisis etnomatematika terhadap permainan piano menunjukkan bahwa terdapat hubungan antara matematika dengan permainan piano yang dapat dikembangkan dalam pembelajaran matematika di sekolah menengah, diantaranya yaitu materi operasi hitung pecahan, himpunan, koordinat kartesius, relasi dan fungsi, serta transformasi geometri, dapat diuraikan sebagai berikut.

1. Operasi Hitung Pecahan

Dalam musik terdapat istilah *time signature*, yaitu pecahan yang diletakkan di awal partitur, yang berarti pembilang menyatakan jumlah ketukan dalam setiap birama, sedangkan penyebut menunjukkan nilai not yang mewakili satu ketuk.



Gambar 5.19 Contoh *Time Signature* 4/4

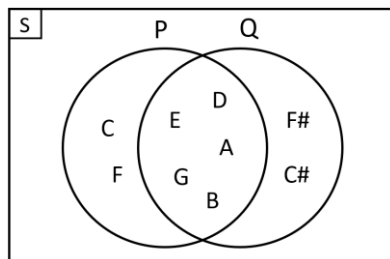
Pada Gambar 5.19, 4/4 artinya terdapat 4 ketukan dengan satu ketuk mewakili nilai not 1/4. Pada birama pertama terlihat terdapat 4 not yang bernilai 1/4 (| ♩ ♩ ♩ ♩ |), namun pada birama kedua terlihat hanya 2 not bernilai 1/2 (| ♪ ♪ |). Seperti pada Gambar 5.1, 2 not bernilai 1/2 ekuivalen dengan 4 not bernilai 1/4. Hal ini berlaku untuk birama selanjutnya. Misalnya, birama keempat terdiri dari not $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = \frac{4}{4}$. Jadi, dapat disimpulkan bahwa tanda 4/4 berarti dalam satu birama terdapat 4 not bernilai 1/4 atau kombinasi not yang bernilai sama.

Sebenarnya ketika bermain piano tanpa sadar kita melakukan operasi hitung pecahan. Namun, tidak selalu konsep *time signature* serupa dengan konsep pecahan dalam matematika. Misalnya dalam musik, tanda sukat (*time signature*) 3/4 tidak sama dengan 6/8. Seperti pada pembahasan sebelumnya tanda sukat dibagi menjadi dua, yaitu *simple time* dan *compound time*. Sukat 3/4 merupakan *simple time* yang memiliki tiga ketuk dalam satu bar, sedangkan 6/8 merupakan *compound time* dengan dua ketuk dalam satu bar. Berbeda jika sukat 3/4 dengan 3/8 yang memiliki tiga ketuk dalam satu bar, tetapi nilai not setiap ketuk membuatnya memiliki ritme yang berbeda. Sehingga dapat dikatakan tanda sukat memastikan jumlah nilai not dalam satu birama ekuivalen dengan birama lain (yang ditulis dengan tanda sukat yang sama) meskipun pola ritmisnya berbeda.

2. Himpunan

Dalam musik terdapat istilah tangga nada yang tersusun dari 7 nada. Misalkan P adalah himpunan nada pada tangga nada C, yaitu $P = \{C, D, E, F, G, A, B\}$, sedangkan Q adalah himpunan nada pada tangga nada D, yaitu $Q = \{D, E, F\#, G,$

A, B, C#}. Diagram venn dari himpunan tangga nada C dan D adalah sebagai berikut.

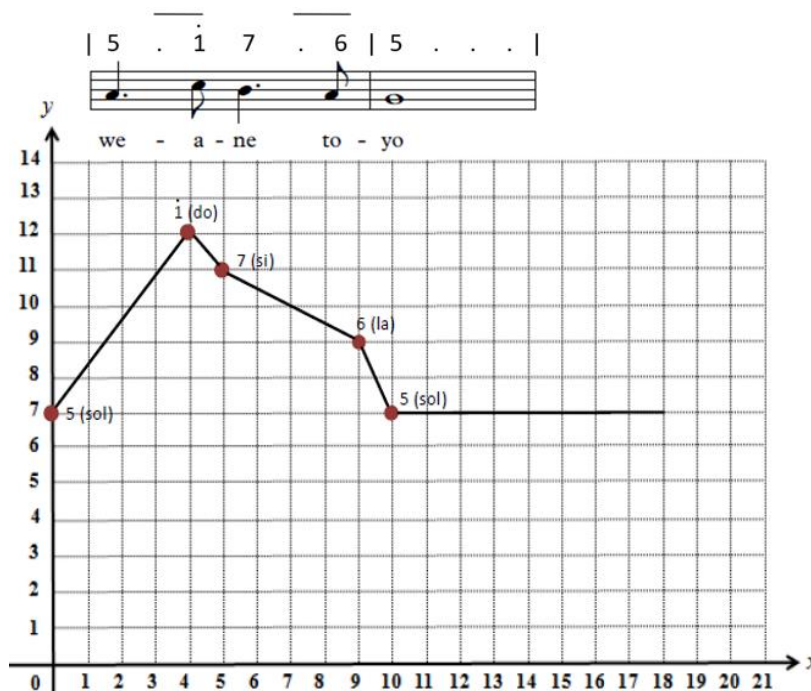


Gambar 5.20 Diagram Venn Berkaitan dengan Tangga Nada

Pada Gambar 5.20 diketahui bahwa $P \cap Q = \{D, E, G, A, B\}$. Jadi, nada-nada yang sama dalam susunan tangga nada C dan D adalah D, E, G, A, B.

3. Koordinat Kartesius

Secara matematis susunan not dapat digambarkan pada koordinat Kartesius seperti berikut.



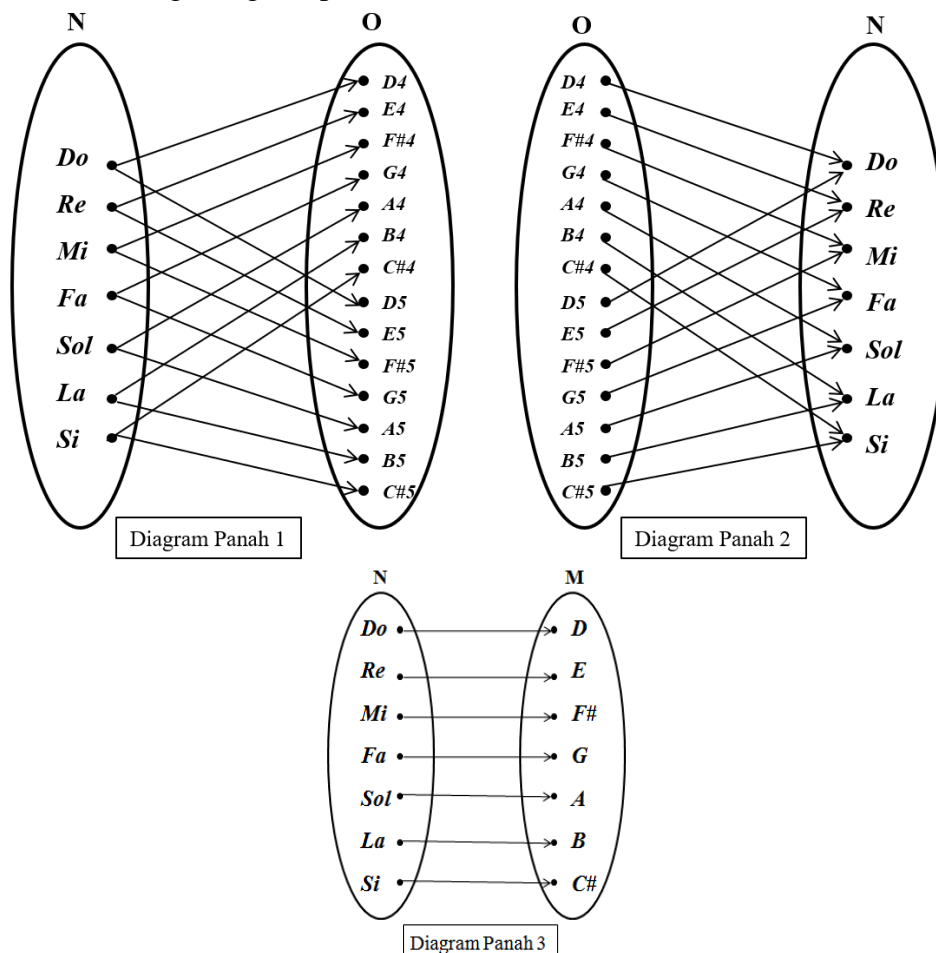
Gambar 5.21 Contoh Penempatan Notasi Musik pada Koordinat Kartesius

Pada Gambar 5.21 terlihat bahwa 5 (sol) terletak pada titik $(0, 7)$, 1 (do) = $(4, 12)$, 7 (si) = $(5, 11)$, 6 (la) = $(9, 9)$, 5 (sol) = $(10, 7)$.

Dengan ketentuan sebagai berikut:

- Sumbu y menyatakan rasio jarak nada dan sumbu x menyatakan durasi ketukan.
 - Semakin tinggi nada, simbol notasi balok akan semakin ke atas.
 - Rasio jarak disusun secara kromatis, jadi misal $1 = C$ maka jarak C dengan D, D dengan E, E dengan F, F dengan G, G dengan A, A dengan B adalah 2 sedangkan E dengan F dan B dengan C adalah 1.
 - Setiap pergeseran $x = 2$ menyatakan 1 ketuk
 - Do = C dimulai pada titik (0,0)
4. Relasi dan Fungsi (kelas VIII)

Perhatikan tiga diagram panah berikut.



Gambar 5.22 Diagram Panah Relasi dan Fungsi

$N = \{\text{kumpulan nada}\}$

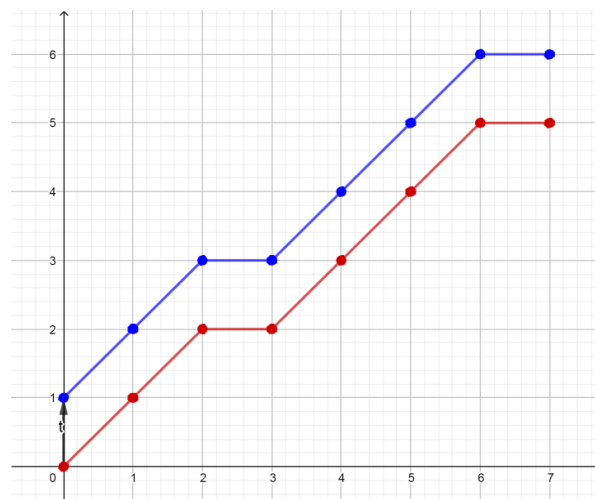
$M = \{\text{kumpulan notasi huruf pada nada dasar D Mayor}\}$

$O = \{\text{kumpulan notasi huruf pada nada dasar D Mayor dengan oktav yang berbeda}\}$

Dari Gambar 5.22 tersebut dapat disimpulkan bahwa terdapat relasi dalam musik, namun tidak semua relasi merupakan pemetaan. Misalnya diagram panah 1 bukanlah pemetaan, namun hanya relasi, karena terdapat anggota domain yang memiliki lebih dari satu pasangan di kodomain. Suatu nada akan memiliki lebih dari 1 pasangan notasi huruf jika tidak memperhatikan letak tinggi-rendah. Sedangkan, jika dibalik, dimanapun letak notasi huruf berada, maka akan memiliki satu saja pasangan nada, seperti pada diagram panah 2 yang merupakan suatu pemetaan, karena setiap anggota domain hanya memiliki paling sedikit satu pasangan di kodomain. Dan diagram panah 3 merupakan korespondensi satu-satu, yaitu setiap domain memiliki tepat satu pasangan di kodomain yang sudah pasti merupakan suatu pemetaan, jika pemadanan nada memperhatikan letak tinggi-rendah.

5. Transformasi Geometri Berupa Translasi (kelas IX)

Dalam musik terdapat tangga nada yang tersusun dari 7 nada dan memiliki pola yang sama meskipun pada nada dasar yang berbeda. Misalnya Tangga Nada C Mayor tersusun dari nada C-D-E-F-G-A-B-C, jika dinaikkan $1/2$ nada akan menjadi C# Mayor yang tersusun dari nada C#-D#-F-F#-G#-A#-C-C#, seperti pada gambar berikut.



Gambar 5.23 Pola Tangga Nada C Mayor (warna merah) dan C# Mayor (warna biru) dalam Koordinat Kartesius

Pada koordinat Kartesius di atas, nada disusun secara kromatis ($1/2$ nada) menggunakan angka 0-12, jadi, setiap bergeser satu angka pada koordinat kartesius

sama dengan $1/2$ nada. $Do = C$ berada pada titik $(0, 0)$. Sumbu y ke atas dan sumbu x ke kanan merupakan *ascending* (dari nada rendah ke nada yang lebih tinggi) sedangkan bilangan negatif atau sumbu y ke bawah serta sumbu x ke kiri adalah *descending* (dari nada tinggi ke nada yang lebih rendah), begitu seterusnya menyesuaikan (seperti pada Gambar 5.12 dan Lampiran 2).

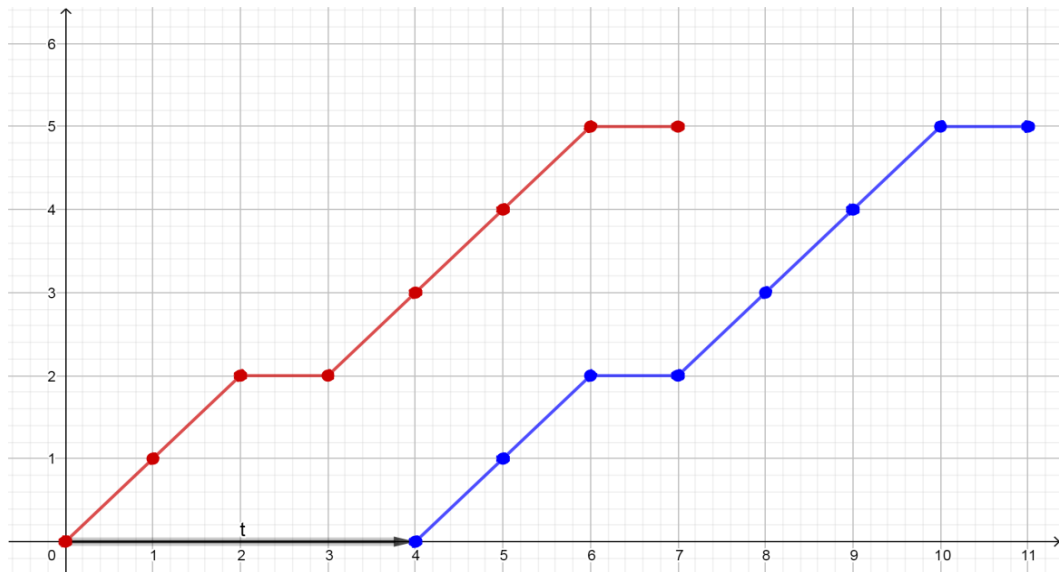
Sama halnya jika tangga nada C Mayor ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ akan berada pada titik-titik tangga nada E Mayor, seperti berikut.

$$T \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} : P(x, y) \rightarrow P'(x + a, y + b)$$

Tabel 5.4 Hasil Translasi Tangga Nada C Mayor ke E Mayor

Titik Mula	Tangga Nada C Mayor	Titik bayangan	Tangga Nada D Mayor
(0,0)	C	(4,0)	E
(1,1)	D	(5,1)	F#
(2,2)	E	(6,2)	G#
(3,2)	F	(7,2)	A
(4,3)	G	(8,3)	B
(5,4)	A	(9,4)	C#
(6,5)	B	(10,5)	D#
(7,5)	C	(11,5)	E

Jika pola tangga nada C Mayor ditranslasikan sejauh $x = 4$ pada koordinat Kartesius, maka akan menghasilkan pola bayangan seperti gambar berikut.



Gambar 5.24 Pola Tangga Nada C Mayor (warna merah) dan E Mayor (warna biru) dalam Koordinat Kartesius

Terlihat pada Gambar 5.25, bahwa tangga nada C Mayor jika naik 4 nada atau ditranslasikan oleh $T = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ akan berada pada titik-titik tangga nada E Mayor.