BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Kemampuan Berpikir Kreatif

1. Berpikir

Berpikir berasal dari kata dasar “pikir” yang dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia adalah akal budi, ingatan, angan-angan. Berpikir artinya menggunakan akal budi untuk mempertimbangkan dan memutuskan sesuatu. [12] Selaras dengan pengertian tersebut, berpikir juga merupakan suatu aktivitas mental atau kognitif yang melibatkan kerja otak. [13] Dengan kata lain, berpikir berarti merupakan aktivitas mental untuk merumuskan pengertian, menyintesis, dan menarik kesimpulan, [14] yang dalam prosesnya terdapat kegiatan menimbang-nimbang, menguraikan, menghubung-hubungkan, hingga akhirnya menarik kesimpulan.[15]

Dari beberapa pengertian di atas diperoleh informasi bahwa tedapat tiga fungsi berpikir, yaitu:

a. Membentuk pengertian, dapat diartikan sebagai suatu perbuatan dalam proses berpikir (dengan mengingat) bersifat nyata, abstrak dan umum serta bersifat hakikat dari sesuatu.

---

[12] Kusnawa, *Taksonomi Berpikir…*, hal. 1
[13] Uswah Wardiana, *Psikologi Umum*, (Jakarta: Bina Ilmu, 2004), hal. 123
[14] Sardiman, *Interaksi dan Motivasi Belajar Mengajar*, (Jakarta: PT Raja Grafindo Persada, 2008), hal. 46
[15] Zulkifli L, *Psikologi Perkembangan*, (Bandung: Remaja Rosdakayra, 2012), hal. 58

b. Membentuk pendapat atau opini, dapat diartikan sebagai hasil pekerjaan pikir dalam meletakkan hubungan antara tanggapan yang satu dengan yang liannya.

c. Menarik kesimpulan, dapat diartikan sebagai membentuk pendapat baru yang berdasarkan pada pendapat atau pengertian lain yang sudah ada sebelumnya.[16]

Untuk menarik kesimpulan, terdapat beberapa cara berpikir, diantaranya:

a. Analogi, yaitu berpikir atas dasar adanya kesamaan dari suatu kejadian dengan kejadian lain.
b. Induktif, yaitu berpikir dari hal yang bersifat khusus menjadi umum.
c. Deduktif, yaitu berpikir dari hal yang bersifat umum ke khusus.
d. Evaluative, yaitu berpikir kritis, menilai baik atau buruk, tapat atau tidaknya suatu gagasan.[17]

Selain itu, Guilford menyebutkan bahwa dalam proses berpikir terdapat dua kemampuan, yaitu berpikir konvergen dan berpikir divergen.[18] Kemampuan berpikir konvergen atau penalaran logis merujuk pada pemikiran yang berpandang bahwa hanya ada satu jawaban yang benar.[19] Sedangkan kemampuan berpikir divergen merujuk pada pemikiran yang menghasilkan banyak alternative jawaban

---

[16] Abu Ahmadi, *Psikologi Umum*, (Jakarta: RIneka Cipta, 2003), hal. 81

[17] Wardiana, *Psikologi Umum*…, hal. 138

[18] Syamsu Yusuf L.N., *Psikologi Perkembangan Anak-anak Remaja*, (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2004), hal. 107

[19] Mohammad Ali dan Mohammad Asrori, *Psikologi Remaja: Perkembangan Peserta Didik*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2014), hal. 41

pada pertanyaan yang sama.[20] Berpikir divergen ini terdapat sifat fleksibilitas, aliran ide lebih besar, bebas dan lebih cerdik, berpikir divergen inilah yang memunculkan kreativitas.[21]

2. Berpikir Kreatif

Telah dijelaskan di atas bahwa berpikir adalah aktivitas mental atau kognitif yang melibatkan kerja otak, yang berwujud mengolah informasi dari lingkungan dengan materi yang telah tersimpan dalam ingatan. Sedangkan kata kreatif menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia, berarti memiliki daya cipta, memiliki daya untuk menciptakan, bersifat (mengandung) daya cipta. Jadi, berpikir kreatif melibatkan upaya membuka pikiran untuk menemukan berbagai solusi dan cara baru untuk melakukan sesuatu.[22] Selaras dengan hal tersebut, berpikir kreatif adalah proses berpikir dengan melihat suatu masalah dari berbagai sudut pandang, atau menguraikan masalah atas beberapa kemungkinan pemecahan.

Evans menyatakan bahwa berpikir kreatif adalah suatu aktivitas mental untuk menemukan hubungan-hubungan baru yang terus menerus, seingga membentuk kombinasi baru dari konsep yang sudah ada didalam pikiran.[23] Sejalan dengan hal tersebut, Leng & Hoo

---

[20] Desmita, *Psikologi Perkembangan*, (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2006) hal. 176

[21] Dadang Sulaeman, *Psikologi Remaja: Dimensi-dimensi Perkembangan*, (Bandung: Mandar Maju, 1995), hal. 49

[22] Ferdinand Fuad, *Mengembangkan Kreatifitas Anak*, (Jogjakarta: Dolphin Books, 2006), hal. 16

[23] Tatag Yuli Eko Siswono, *Model Pembalajaran Matematika Berbasis Pengajuan dan Pemecahan Masalah untuk Meningkatkan Kemampuan Berfikir Kreatif*, (Surabaya: Unesa University Press, 2008), hal. 14

menyatakan bahwa "*creative thinking is the ability to see a new way that can result in invening new combination"* yaitu berpikir kreatif dipandang sebagai kemampuan untuk melihat sesuatu dengan cara baru yang dapat berakibat pada penemuan kombinasi baru. Pendapat lain dikemukakan oleh Krutetski, yang menyatakan bahwa berpikir kreatif sebagai kemampuan untuk menemukan solusi suatu masalah secara fleksibel.[24] Sedangkan Krulik dan Rudnick mendefinisikan bahwa berpikir kreatif merupakan pemikiran yang bersifat asli, reflektif dan menghasilkan sautu produk yang kompleks.[25] Utami Munandar menjelaskan indikasi berpikir kreatif dalam definisi bahwa kreativitas adalah kemampuan menemukan banyak kemungkinan jawaban terhadap suatu masalah, dimana penekanannya pada kuantitas, ketepatgunaan, dan keberagaman jawaban.[26]

Berdasarkan banyak definisi di atas dapat disimpulkan bahwa berpikir kreatif adalah suatu aktivitas mental dimana seseorang dapat membangun atau menciptakan ide-ide baru dari apa saja yang ada dalam pikiran (ingatan) sehingga menghasilkan suatu produk yang bernama kreativitas.

Saat membahas tentang berpikir kreatif tak lepas kaitannya dengan kreativitas, karena seperti yang disebutkan diatas bahwa kreativitas

---

[24] Abdul Aziz dan Tri Atmojo Kusmayadi dan Imam Sujadi, "Proses Berpikir Kreatif Dalam Pemecahan Masalah Matematika Ditinjau Dari Tipe Kepribadian Dimensi Myer-Briggs Siswa Kelas Viii Mts Nw Suralaga Lombok Timur Tahun Pelajaran 2013/2014," *dalam Jurnal Elektronik Pembelajaran Matematika*, no.10 (2014): 1080

[25] Siswono, *Model Pembalajaran Matematika…,* hal. 21

[26] *Ibid*, hal. 28

merupakan hasil atau produk dari berpikir kreatif. Menurut Utami Munandar, kreativitas merupakan kemampuan yang mencerminkan kelancaran, keluwesan, dan orisinalitas dalam berpikir serta kemampuan untuk mengelaborasi suatu gagasan. [27]

Menurut Rogers kreativitas adalah proses munculnya hasil-hasil baru ke dalam suatu tindakan. Hasil-hasil baru tersebut muncul dari sifat-sifat individu yang unik yang berinteraksi dengan individu lain, pengalaman, maupun keadaan lingkungannya. [28] David Camphell menekankan bahwa kreativitas adalah suatu kemampuan untuk menciptakan hasil yang bersifat baru, inovatif, belum ada sebelumnya, menarik, aneh, dan berguna bagi masyarakat.[29]

Berdasarkan proses kreativitas, Wallas mengemukakan ada empat tahap, sebagai berikut[30]:

a. Tahap persiapan (*preparation*), merupakan tahap awal yang berisi kegiatan pengenalan masalah, pengumpulan data informasi yang relevan, melihat hubungan antara hipotesis dengan kaidah-kaidah yang ada, tetapi belum sampai menemukan sesuatu, baru menjajaki kemungkinan-kemungkinan jalan yang akan ditempuh untuk memecahkan suatu masalah. Pada tahap ini belum ada arah yang

[27] Ali dan Asrori, *Psikologi Remaja…,* hal. 42
[28] *Ibid.*
[29] Nana Syaodih Sukmadinata, *Landasan Psikologi Proses Pendidikan*, (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2011), hal. 104
[30] Ali dan Asrori, *Psikologi Remaja…,* hal. 51

tetap meskipun sudah mampu mengeksplorasi berbagai alternatif pemecahan masalah.

b. Tahap pematangan (*incibation*), merupakan tahap proses pemecahan masalah yakni menjelaskan, membatasi, membandingkan masalah. Dengan proses inkubasi atau pematangan uni diharapkan ada pemisahan mana hal-hal yang benar-benar penting dan tidak, mana yang relevan dan tidak.
c. Tahap pemahaman (*illumination*), yaitu tahap mencari dan menemukan kunci pemecahan, menghimpun informasi dari luar untuk dianalisis dan disintesiskan, kemudian merumuskan beberapa keputusan. Sehingga sudah dapat muncul inspirasi dan gagasan-gagasan baru.
d. Tahap pengesahan (*verification*), merupakan tahap mengetes dan membuktikan hipotesis, apakah keputusan yang diambil sudah tepat atau belum. Gagasan baru dievaluasi secara kritis dan konvergen serta menghadapkannya pada realitas.

Utami Munandar mengemukakan bahwa ada beberapa karakteristik kreativitas, diantaranya[31]:

a. Mempunyai daya imajinasi yang kuat
b. Mempunyai inisiatif
c. Mempunyai minat yang luas
d. Mempunyai kebebasan berpikir

[31] Desmita, *Psikologi Perkembangan* .., hal. 176

e. Bersifat ingin tahu

f. Selalu ingin mendapatkan pengalaman-pengalaman baru

g. Mempunyai kepercayaan diri yang kuat

h. Penuh semangat

i. Berani mengambil resiko

j. Berani mengemukakan pendapat dan mempunyai keyakinan

Disamping itu, Torrance juga memaparkan karakteristik kreativitas sebagai berikut[32]:

a. Memiliki rasa ingin tahu yang besar

b. Tekun dan tidak mudah bosan

c. Percaya diri dan mandiri

d. Merasa tertantang oleh kemajemukan dan kompleksitas

e. Berani mengambil resiko

f. Berpikir divergen (kreatif)

Terkait dengan kreativitas, Basemer dan Treffinger menjelaskan tentang tiga indikator kreativitas, yaitu kebaruan (*novelty*), pemecahan (*resolution*) dan kerincian (*elaboration*) atau sintesis jawaban.[33]

Dalam penelitian ini indikator kreativitas mengacu pada pendapat Silver yang mengungkapkan terdapat tiga komponen kunci yang dinilai dalam kreativitas menggunakan TTCT (*The Torrance Test of Creative Thingking*) yaitu:

[32] Ali dan Asrori, *Psikologi Remaja…,* hal. 53

[33] Utami Munandar, *Pengembangan Kreativitas Anak Berbakat*, (Jakarta: Rineka Cipta, 1999), hal. 41

a. Kefasihan (*fluency*) merupakan kemampuan untuk menghasilkan banyak ide, solusi dan/atau jawaban serta kelancaran dan kecepatan dalam merespon suatu perintah atau dalam menentukan langkah awal pemecahan masalah.

b. Fleksibilitas yang tampak pada perubahan-perubahan pendekatan saat merespon suatu perintah. Fleksibilitas merupakan kemampuan untuk menggunakan bermacam-macam pendekatan, metode (kemungkinan-kemungkinan dalam memanipulasi aljabar) atau cara penyelesaian dalam memecahkan masalah.

c. Kebaruan (*novelty*) yaitu keaslian ide-ide yang dibuat dalam merespon perintah. Kebaruan merupakan kemampuan untuk mencetuskan gagasan asli atau cara baru yang berbeda (unik) dengan orang lain untuk menyelesaikan masalah.[34]

Tabel 2.1. Kriteria Kemampuan Berpikir Kreatif dalam Menyelesaiakan Soal Trigonometri Berdasarkan Indikator Kreativitas

Indikator Kreativitas	Kriteria
Kefasihan (*fluency*)	- Siswa mampu menyelesaikan soal dengan benar dan lancar, atau - Siswa menunjukkan kelancaran dan kecepatan dalam merespon perintah atau dalam menentukan langkah awal penyelesaian.
Fleksibilitas (*flexibility*)	- Siswa mampu menggunakan berbagai pendekatan, metode (kemungkinan-kemungkinan memanipulasi aljabar) atau cara

Tabel berlanjut

[34] Siswono, *Model Pembalajaran Matematika…,* hal. 23

Lanjutan Tabel 2.1.

Fleksibilitas (*flexibility*)		dan solusi dalam merespon perintah dengan benar
Kebaruan (*novelty*)	-	Siswa mampu membuat gagasan (ide) asli atau cara baru yang berbeda (unik) dalam menyelesaikan soal yang diberikan

3. Tingkat Kemampuan Berpikir Kreatif

Setiap individu memiliki tingkat inteligensi, pola pikir dan cara yang berbeda-beda dalam menyelesaikan suatu masalah. Sehingga menyebabkan kemampuan berpikir kreatif setiap individu berbeda pula. Selaras dengan pendapat Guilford, kreativitas yang dimiliki setiap orang mempunyai derajat yang berbeda-beda dan mempunyai cara tersendiri dalam mewujudkannya. Hurlock juga menyatakan bahwa kreativitas memiliki berbagai tingkatan seperti halnya pada tingkata kecerdasan, maka berpikir kreatif juga memiliki tingkatan tersebut. Tingkat kemampuan berpikir kreatif adalah suatu jenjang berpikir yang hierarti dengan dasar pengkategoriannya berupa produk berpikir kreatif atau kreativitas.[35]

Untuk memfokuskan pada tingkat berpikir kreatif siswa, maka kriterianya didasarkan pada produk kreativitas yang memperhatikan aspek kefasihan, fleksibilitas, dan kebaruan. Tingkat kemampuan berpikir kreatif dalam penelitian ini mengacu pada tingkat berpikir kreatif oleh Siswono, sebagai berikut:

[35] Siswono, *Model Pembalajaran Matematika…,* hal. 25-26

Tabel 2.2. Tingkat Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa dalam Menyelesaikan Masalah [36]

Tingkat	Kriteria
Tingkat 4 (sangat kreatif)	Siswa mampu menunjukkan kefasihan, fleksibilitas, dan kebaruan atau kebaruan dan fleksibilitas dalam menyelesaiakan soal
Tingkat 3 (kreatif)	Siswa mampu menunjukkan kefasihan dan kebaruan atau kefasihan dan fleksibilitas dalam menyelesaikan soal
Tingkat 2 (cukup kreatif)	Siswa mampu menunjukkan kebaruan atau fleksibilitas dalam menyelesaikan soal
Tingkat 1 (kurang kreatif)	Siswa mampu menunjukkan kefasihan dalam menyelesaikan soal
Tingkat 0 (tidak kreatif)	Siswa tidak mampu menunjukkan ketiga aspek indikator berpikir kreatif

Pada berpikir kreatif tingkat 4, siswa mampu menyelesaikan soal dengan lebih dari satu alternatif jawaban atau cara yang berbeda (baru) dengan lancar (fasih) dan fleksibel. Bisa juga, siswa hanya dapat menyelesaikan soal dengan satu jawaban baru tetapi dapat menyelesaikan dengan berbagai cara (fleksibel)

Pada berpikir kreatif tingkat 3, siswa mampu membuat suatu jawaban baru dengan fasih, tidak dapat menyusun cara yang berbeda (fleksibel) untuk mendapatkan jawaban atau siswa dapat menyusun cara yang berbeda (fleksibel) untuk mendapatkan jawaban yang beragam, namun tidak baru.

Pada berpikir kreatif tingkat 2, siswa mampu membuat jawaban yang bebeda dari kebiasaan umum (baru) meskipun tidak dengan

[36] *Ibid*, hal. 31

fleksibel ataupun fasih, atau siswa mampu menyusun berbagai cara penyelesaian yang berbeda meskipun tidak fasih dalam menjawab. Dan jawaban yang diberikan juga tidak baru.

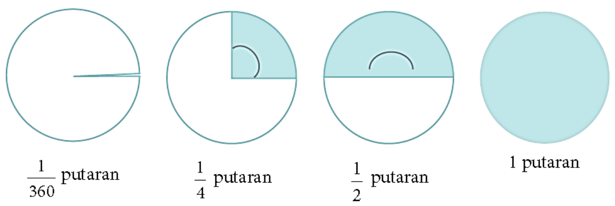
Pada berpikir kreatif tingkat 1, siswa mampu menjawab dengan fasih, tetapi dengan jawaban yang tidak baru dan dalam menyelesaiakan soal pun tidak dengan cara yang berbeda (fleksibel).

Pada berpikir kreatif tingkat 0, siswa tidak mampu membuat alternatif jawaban maupun cara penyelesaian yang berbeda dengan fasih dan fleksibel.

B. Materi Trigonometri[37]

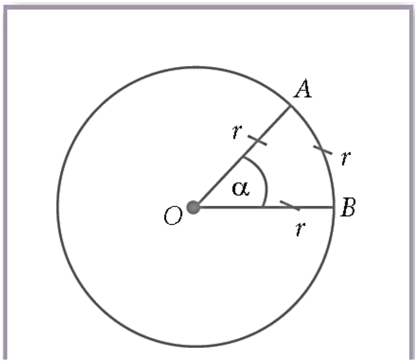
1. Ukuran Sudut (Derajat dan Radian)

Pada umumnya, ada dua ukuran yang digunakan untuk menentukan besar suatu sudut, yaitu *derajat* dan *radian*. Tanda "°" dan "*rad*" berturut-turut menyatakan simbol derajat dan radian. Singkatnya, satu putaran penuh $= 360°$, atau $1°$ didefenisikan sebagai besarnya sudut yang dibentuk oleh $\frac{1}{360}$ kali putaran. Perhatikan gambar di bawah ini



Gambar 2.1 Ukuran Sudut

[37] Miyanto, dkk, *Matematika*, (Klaten: PT Intan Pariwara, 2017), hal. 99-147



Gambar 2.2 Ukuran Sudut

Satu radian diartikan sebagai besar ukuran sudut pusat $\propto$ yang panjang busurnya sama dengan jari-jari. Perhatikan Gambar 2.2. Jika $\angle AOB = \alpha$ dan $AB = OA = OB$, maka $\alpha = \frac{AB}{r} = 1\, rad$. Jika panjang busur tidak sama dengan r, maka cara menentukan besar sudut tersebut dalam satuan radian dapat dihitung menggunakan perbandingan:

Sifat 1: $\angle AOB = \frac{\overline{AB}}{r} rad$

Dapat dikatakan bahwa hubungan satuan derajat dengan satuan radian, adalah 1 putaran sama dengan $2\pi\, rad$. Oleh karena itu, berlaku:

Sifat 2: $360° = 2\pi\, rad\ \boldsymbol{atau}\ 1° = \frac{\pi}{180°}\, rad\ \boldsymbol{atau}\ 1\, rad = \frac{180°}{\pi} \cong 57{,}3°$

Dari Sifat 2, dapat disimpulkan sebagai berikut:

a. Konversi x derajat ke *radian* dengan mengalikan $x \times \frac{\pi}{180°}$.

   Misalnya, $45° = 45° \times \left(\frac{\pi}{180°}\right) rad = \frac{\pi}{4} rad$

b. Konversi x *radian* ke derajat dengan mengalikan $x \times \frac{180°}{\pi}$.

   Misalnya, $\frac{3}{2}\pi\, rad = \frac{3}{2}\pi \times \frac{180°}{\pi} = 270°$

Perhatikan hubungan secara aljabar antara derajat dengan radian berikut ini.

a. $\frac{1}{4}$ putaran $= \frac{1}{4} \times 360° = 90°$ atau $90° = 90 \times \frac{\pi}{180} rad = \frac{1}{2}\pi\, rad$

b. $\frac{1}{3}$ putaran $= \frac{1}{3} \times 360° = 120°$ atau $120° = 120 \times \frac{\pi}{180} rad = \frac{2}{3}\pi\, rad$

c. $\frac{1}{2}$ putaran $= \frac{1}{2} \times 360° = 180°$ atau $180° = 180 \times \frac{\pi}{180} rad = \pi\, rad$

d. Dst.

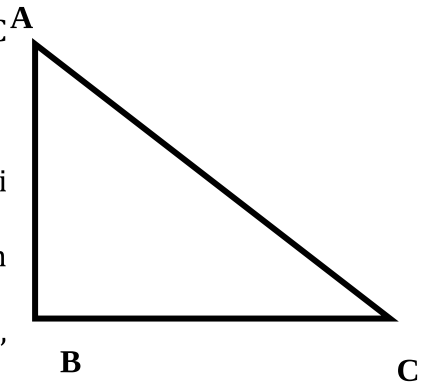
Tabel 2.3 Sudut-sudut istimewa yang sering digunakan

Derajat	Radian	Derajat	Radian	Derajat	Radian	Derajat	Radian
$0°$	$0\, rad$	$180°$	$\pi\, rad$	$90°$	$\frac{\pi}{2}\, rad$	$270°$	$\frac{3\pi}{6}\, rad$
$30°$	$\frac{\pi}{6}\, rad$	$210°$	$\frac{7\pi}{6}\, rad$	$120°$	$\frac{\pi}{3}\, rad$	$300°$	$\frac{5\pi}{6}\, rad$
$45°$	$\frac{\pi}{4}\, rad$	$225°$	$\frac{5\pi}{6}\, rad$	$135°$	$\frac{\pi}{4}\, rad$	$315°$	$\frac{7\pi}{6}\, rad$
$60°$	$\frac{\pi}{3}\, rad$	$240°$	$\frac{4\pi}{6}\, rad$	$150°$	$\frac{\pi}{6}\, rad$	$330°$	$\frac{11\pi}{6}\, rad$

2. Perbandingan Trigonometri

a. Perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku

Hubungan perbandingan sudut (lancip) dengan panjang sisi-sisi suatu segitiga siku-siku dinyatakan dalam definisi 2.1 berikut : Perhatikan gambar segitiga ABC di samping



Gambar 2.3 Segitiga ABC

1) *Sinus* C didefinisikan sebagai perbandingan panjang sisi di depan sudut dengan sisi miring segitiga, ditulis

$$sin\ C\ = \frac{sisi\ di\ depan\ sudut}{sisi\ miring\ segitiga}$$

2) *Cosinus C* didefinisikan sebagai perbandingan panjang sisi di samping sudut dengan sisi miring segitiga,

$$cos\ C\ = \frac{sisi\ di\ samping\ sudut}{sisi\ miring\ segitiga}$$

3) *Tangen C* didefinisikan sebagai perbandingan panjang sisi di depan sudut dengan sisi di samping sudut, ditulis

$$tan\ C\ = \frac{sisi\ di\ depan\ sudut}{sisi\ di\ samping\ sudut}$$

4) *Cosecan C* didefinisikan sebagai perbandingan panjang sisi miring segitiga dengan sisi di depan sudut, ditulis

$csc\ C\ = \frac{sisi\ miring}{sisi\ di\ depan\ sudut}$ atau $\csc C = \frac{1}{\sin C}$

5) *Secan C* didefinisikan sebagai perbandingan panjang sisi miring segitiga dengan sisi di samping sudut, ditulis

$sec\ C = \frac{sisi\ miring}{sisi\ di\ samping\ sudut}$ atau $\sec C = \frac{1}{\cos C}$

6) *Cotangen C* didefinisikan sebagai perbandingan sisi di samping sudut dengan sisi di depan sudut, ditulis

$cotan\ C\ = \frac{sisi\ di\ samping\ sudut}{sisi\ di\ depan\ sudut}$ atau $\cot C = \frac{1}{\tan C}$

b. Perbandingan trigonometri untuk sudut-sudut istimewa $(0°, 30°, 45°, 60°, dan\ 90°)$

1) Perbandingan trigonometri untuk sudut $45°$

Pada saat membuat segitiga siku-siku sama kaki dengan panjang masing-masing sisi siku-sikunya satu satuan panjang, maka sudut-sudut dalam segitiga siku-siku tersebut adalah $45°, 45°$, dan $90°$. Perlu diingat bahwa jumlah sudut pada segitiga adalah $180°$. Dengan menggunakan teorema Pythagoras dapat mencari sisi miring dari segitiga siku-siku tersebut.

$$De^2 + Sa^2 = Mi^2$$

$$Mi^2 = \sqrt{De^2 - Sa^2}$$

$$Mi^2 = \sqrt{a^2 - a^2}$$

$$Mi^2 = a\sqrt{2}$$

Sisi-sisi depan sudut $45°$, $45°$, dan $90°$ dari segitiga di samping berturut-turut adalah $a, a,$ dan $a\sqrt{2}$. Perbandingan trigonometri dasar untuk sudut $45°$ sebagai berikut:

$$\sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\tan 45° = \frac{1}{1} = 1$$

2) Perbandingan trigonometri untuk sudut $30°$ dan $60°$

Buat sebuah segitiga sama sisi dengan panjang masing-masing sisi dua satuan panjang. Besar masing-masing sudut segitiga tersebut adalah $60°$. Dari segitiga sama sisi tersebut buat segitiga siku-siku dengna menatik garis dari puncak sefitifa sama sisi tersebut, maka akan terlihat seperti pada gambar di samping. Untuk menentukan tinggi segitiga tersebut digunakan teorema Pythagoras.

$$De = \sqrt{Mi^2 - Sa^2}$$

$$De = \sqrt{(2a^2) - a^2}$$

$$De = \sqrt{3a^2}$$

$$De = a\sqrt{3}$$

Sisi-sisi di depan sidut $30°, 60°$ dan $90°$ dari segitiga siku-siku tersebut berturut-turut adalah $a, a\sqrt{3},$ dan $2a$.

Tabel 2.4 Perbandingan trigonometri dasar untuk sudut $30°$ dan $60°$

$\sin 30° = \frac{1}{2}$	$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$
$cos\ 30° = \frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\cos 60° = \frac{1}{2}$
$\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\tan 60° = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

3) Perbandingan trigonometri untuk sudut 0° dan 90°

Dalam sistem kuadran, sudut 0° berada pada sumbu X positif dengan $r = 1, x = 1$, dan $y = 0$. Perbandingan trigonometri dasar untuk sudut 0° ditunjukkan sebagai berikut:

$\sin 0° = \frac{y}{r} = \frac{0}{1} = 0$; $\cos 0° = \frac{x}{r} = \frac{1}{1} = 1$; $\tan 0° = \frac{y}{x} = \frac{0}{1} = 0$;

Dengan cara yang sama, dalam sistem kuadran, sudut 90° berada pada sumbu Y positif dengan $r = 1, y = 1$ dan $x = 0$. Perbandingan trigonometri dasar untuk sudut 90° adalah:

a) $\sin 90° = \frac{y}{r} = \frac{1}{1} = 1$

b) $\cos 90° = \frac{x}{r} = \frac{0}{1} = 0$

c) $\tan 90° = \frac{y}{x} = \frac{1}{0} = tidak\ terdefinisi$

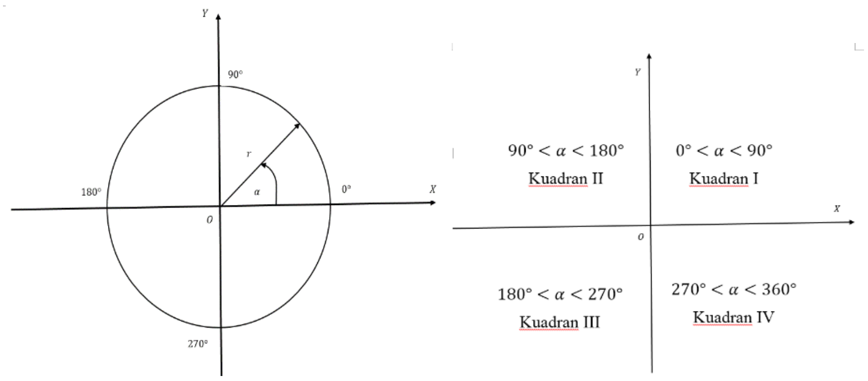
Untuk sekan (sec), kosekan (csc) dan kotangen (cot), maka mengunakan rumus:

$$sec = \frac{1}{cos} \qquad csc = \frac{1}{sin} \qquad cot = \frac{1}{tan}$$

Tabel 2.5 Perbandingan Trigonometri Sudut Istimewa

Sudut Istimewa	Perbandingan Trigonometri					
	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$	$\sec \alpha$	$\csc \alpha$
$0°$	$\frac{1}{2}\sqrt{0} = 0$	$\frac{1}{2}\sqrt{4} = 1$	0	-	1	-
$30°$	$\frac{1}{2}\sqrt{1} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	2
$45°$	$\frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
$60°$	$\frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{1} = \frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	2	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$
$90°$	$\frac{1}{2}\sqrt{4} = 1$	$\frac{1}{2}\sqrt{0} = 0$	-	0	-	1

4) Perbandingan sudut di berbagai kuadran



Gambar 2.4 Perbandingan Sudut di Berbagai Kuadran

Pada gambar di atas terlihat bahwa bidang koordinat Cartesius terbagi atas empat daerah yang masing-masing disebut kuadran I, kuadran II, kuadran III dan kuadran IV. Berdasarkan gambar (ii) dapat disimpulkan letak kuadran sebagai berikut:

a) Kuadran I terletak antara 0° dan 90°

b) Kuadran II terletak antara 90° dan 180°

c) Kuadran III terletak antara 180° dan 270°

d) Kuadran IV terletak antara 270° dan 360°

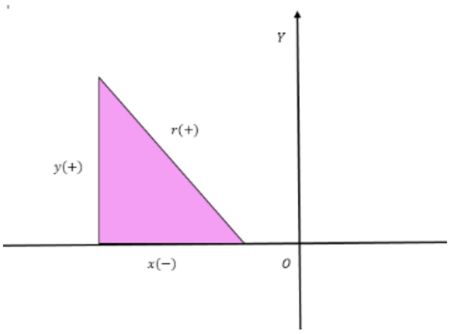
Perbandingan dari satu kuadran ke kuadran lainnya berlawanan dengan arah jarum jam. Sudut yang bersarnya $0°, 90°, 180°, 270°$, dan $360°$ merupakan sudut-sudut pada batas kuadran. Penentuan tanda-tanda aljabar dari keenam perbandingan trigonomteri pada masing-masing kuadran tidak lepas dari rumus perbandingan trigonomteri di bawah ini:

$$\sin\alpha = \frac{y}{r} \qquad \csc\alpha = \frac{r}{y}$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} \qquad \sec\alpha = \frac{r}{r}$$

$$\tan\alpha = \frac{y}{x} \qquad \cot\alpha = \frac{x}{y}$$

Karena r selalu bernilai positif (r = jari-jari lingkaran), x dan y juga bernilai positif, maka semua perbandingan terigonometri pada kuadran I bertanda positif (sudut lancip).

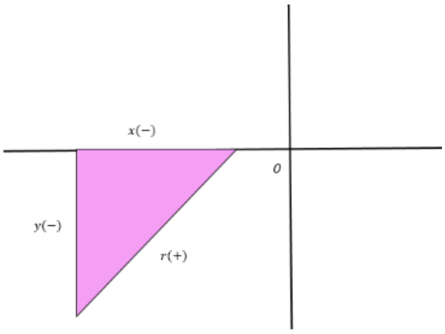


Gambar 2.5 sudut α dan segitiga siku-siku yang terbentuk berada di kuadran II

Gambar 2.5 menunjukkan sudut α dan segitiga siku-siku yang terbentuk berada di kuadran II. Dari gambar tersebut, terlihat bahwa y dan r keduanya bertanda positif (+) dan x bertanda negatif (-). Berdasarkan hal tersebut dapat dicirikan bahwa perbandingan yang mengadung x pasti bernilai negatif di kuadran II. Kesimpulannya dapat dilihat dalam tabel di bawah ini:

Tabel 2.6 Perbandingan Trigonometri di Kuadran II

Positif (+)	**Negatif (-)**
$\sin\alpha = \frac{y}{x} = \frac{(+)}{(-)} = (+)$ $\csc\alpha = = \frac{r}{y} = \frac{(+)}{(+)} = (+)$	$\cos\alpha = \frac{x}{r} = \frac{(-)}{(+)} = (-)$ $\sec\alpha = \frac{r}{x} = \frac{(+)}{(-)} = (-)$ $\tan\alpha = \frac{y}{x} = \frac{(+)}{(-)} = (-)$ $\cot\alpha = \frac{x}{y} = \frac{(-)}{(+)} = (-)$



Gambar 2.6 sudut α dan segitiga siku-siku yang terbentuk berada di kuadran III

Gambar 2.6 menunjukkan sudut α dan segitiga siku-siku yang terbentuk berada di kuadran III. Dari gambar tersebut, terlihat bahwa x dan y bertanda negatif (-) dan r bertanda positif (+). Hanya perbandingan yang mengandung variabel x dan y yang positif di kuadran III.

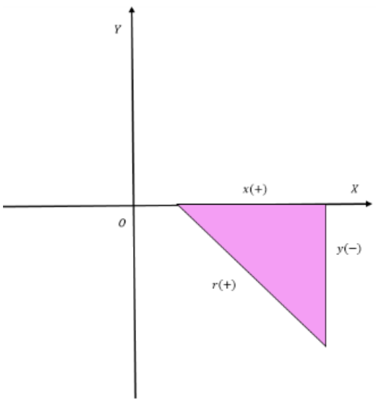
Tabel 2.7 Perbandingan Trigonometri di Kuadran III

Positif (+)	**Negatif (-)**
$\tan\alpha = \frac{y}{x} = \frac{(-)}{(-)} = (+)$ $\cot\alpha = \frac{x}{y} = \frac{(-)}{(-)} = (+)$	$\sin\alpha = \frac{y}{r} = \frac{(-)}{(+)} = (-)$ $\cos\alpha = \frac{x}{r} = \frac{(-)}{(+)} = (-)$

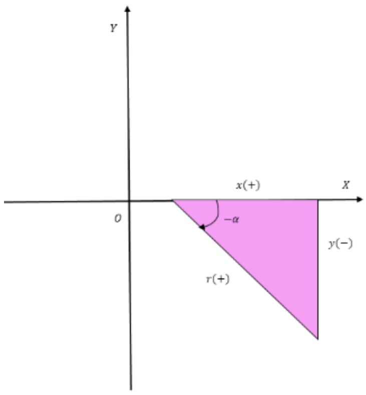
Tabel berlanjut

Lanjutan Tabel 2.7

Positif (+)	Negatif (-)
	$\sec\alpha = \frac{r}{x} = \frac{(+)}{(-)} = (-)$ $\csc\alpha = \frac{r}{y} = \frac{(+)}{(-)} = (-)$



Gambar 2.7 sudut α dan sudut $(-\alpha)$ dan segitiga siku-siku yang terbentuk berada di kuadran IV



Gambar 2.8 sudut α dan sudut $(-\alpha)$ dan segitiga siku-siku yang terbentuk berada di kuadran IV

Gambar 2.7 dan 2.8 masing-masing menunjukkan sudut α dan sudut $(-\alpha)$ dan segitiga siku-siku yang terbentuk. Dari gambar tersebut, terlihat bahwa x dan r bertanda positif (+) dan y bertanda negatif (-). Perbandingan yang mengandung variabel y pasti bertanda negatif di kuadran IV. Kesimpulannya dapat dilihat dalam tabel di bawah ini:

Tabel 2.8 Perbandingan Trigonometri di Kuadran IV

Positif (+)	Negatif (-)	Positif (+)	Negatif (-)
$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos(-\alpha)$	$\sin(-\alpha)$
$\sec\alpha$	$\cot\alpha$	$\sec(-\alpha)$	$\cot(-\alpha)$
	$\tan\alpha$		$\tan(-\alpha)$
	$\csc\alpha$		$\csc(-\alpha)$

Berikut rangkuman tanda-tanda perbandingan trigonometri dalam kuadran I, II, III, dan IV.

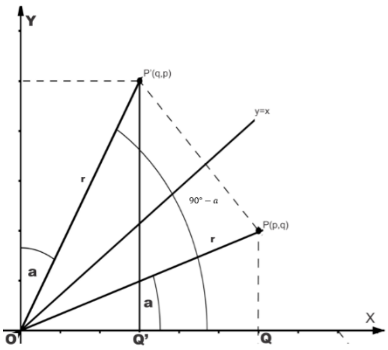
Tabel 2.9 Tanda-tanda Perbandingan Trigonometri dalam Kuadran I, II, III, dan IV

Perbandingan trigonometri	**Kuadran**			
	I	**II**	**III**	**IV**
$\sin\alpha$	(+)	(+)	(-)	(-)
$\cos\alpha$	(+)	(-)	(-)	(+)
$\tan\alpha$	(+)	(-)	(+)	(-)
$\cot\alpha$	(+)	(-)	(+)	(-)
$\csc\alpha$	(+)	(+)	(-)	(-)
$\sec\alpha$	(+)	(-)	(-)	(+)

5) Perbandingan sudut berelasi

a) Relasi sudut α dengan sudut $(90° - \alpha)$

Misalkan titik $P(x, y)$ dan $OP = r$ serta sudut $POX = \alpha$. Titik $P(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $Y = X$ maka diperoleh bayangan titik P adalah $P'(y, x)$, sudut $P'OY = \alpha$, sudut $P'OX = (90° - \alpha), P'o = OP = r$. Perhatikan gambar 2.9 di samping. Berdasarkan gambar tersebut diperoleh perbandingan trigonometri sebagai berikut:



Gambar 2.9 Relasi sudut α dengan sudut $(90° - \alpha)$

Tabel 2.10 Relasi sudut α dengan sudut $(90° - \alpha)$

Sudut α Perhatikan ΔPOQ		Sudut $(90° - \alpha)$ Perhatikan $\Delta P'O'Q'$	
$\sin\alpha = \frac{y}{r}$	$\csc\alpha = \frac{r}{y}$	$\sin(90° - \alpha) = \frac{x}{r}$	$\csc(90° - \alpha) = \frac{r}{x}$
$\cos\alpha = \frac{x}{r}$	$\sec\alpha = \frac{r}{x}$	$\cos(90° - \alpha) = \frac{y}{r}$	$\sec(90° - \alpha) = \frac{r}{y}$
$\tan\alpha = \frac{y}{x}$	$\cot\alpha = \frac{x}{y}$	$\tan(90° - \alpha) = \frac{x}{y}$	$\cot(90° - \alpha) = \frac{y}{x}$

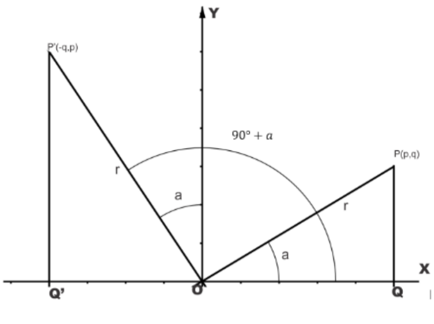
Dari tabel 2.10 di atas diperoleh kesamaan perbandingan trigonometri berikut:

$$\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha \qquad \csc(90° - \alpha) = \sec\alpha$$

$$\cos(90° - \alpha) = \sin\alpha \qquad \sec(90° - \alpha) = \csc\alpha$$

$$\tan(90° - \alpha) = \cot\alpha \qquad \cot(90° - \alpha) = \tan\alpha$$

b) Relasi sudut α dengan sudut $(90° + \alpha)$



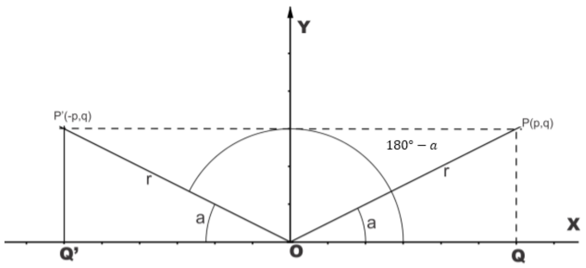
Gambar 2.10 Relasi sudut α dengan sudut $(90° + \alpha)$

Perhatikan gambar 2.10 di samping. Titik $P(x, y)$ diputar sejauh 90° maka diperoleh bayangan titik P adlah $P'(-q, p)$, sudut $P'OY = \alpha$, sudut $P'OX = (90° + \alpha), P'O = OP = r$. Dengan menentukan perbandingan trigonometeri sudut α dan sudut $(90° + \alpha)$ diperoleh kesamaan perbandingan trigonometri berikut:

Tabel 2.11 Relasi sudut α dengan sudut $(90° + \alpha)$

$\sin(90° + \alpha) = \frac{x}{r} = \cos\alpha$	$\csc(90° + \alpha) = \frac{r}{x} = \sec\alpha$
$\cos(90° + \alpha) = -\frac{y}{r} = -\sin\alpha$	$\sec(90° + \alpha) = -\frac{r}{y} = -\csc\alpha$
$\tan(90° + \alpha) = -\frac{x}{y} = -\cot\alpha$	$\cot(90° + \alpha) = -\frac{y}{x} = -\tan\alpha$

c) Relasi sudut α dengan sudut $(180° - \alpha)$



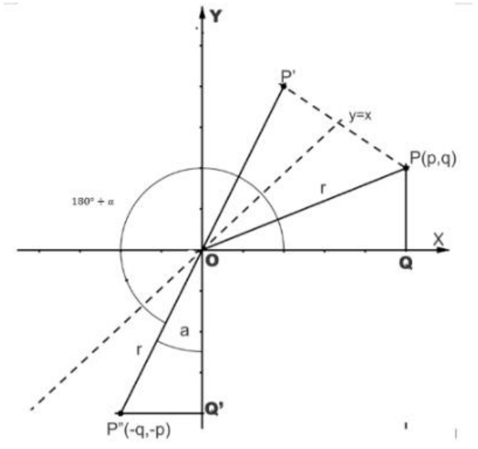
Gambar 2.11 Relasi sudut α dengan sudut $(180° - \alpha)$

Dengan memperhatikan gambar 2.11 di atas, lalu menentukan perbandingan trigonometri sudut α dan sudut $(180° - \alpha)$ diperoleh kesamaan berikut:

Tabel 2.12 Relasi sudut α dengan sudut $(180° - \alpha)$

$\sin(180° - \alpha) = \frac{y}{r} = \sin\alpha$	$\csc(180° - \alpha) = -\frac{r}{y} = -\csc\alpha$
$\cos(180° - \alpha) = -\frac{x}{r} = -\cos\alpha$	$\sec(180° - \alpha) = -\frac{r}{x} = -\sec\alpha$
$\tan(180° - \alpha) = -\frac{y}{x} = -\tan\alpha$	$\cot(180° - \alpha) = -\frac{x}{y} = -\cot\alpha$

d) Relasi sudut α dengan sudut $(180° + \alpha)$



Gambar 2.12 Relasi sudut α dengan sudut $(180° + \alpha)$

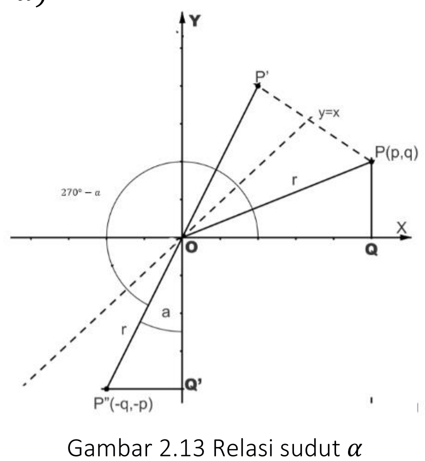
Dengan memperhatikan gambar 2.12 di atas lalu menentukan perbandingan trigonometri sudut α dan sudut $(180° + \alpha)$ diperoleh kesamaan berikut:

Tabel 2.13 Relasi sudut α dengan sudut $(180° + \alpha)$

$\sin(180° + \alpha) = -\frac{y}{r} = -\sin\alpha$	$\csc(180° + \alpha) = -\csc\alpha$
$\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha$	$\sec(180° + \alpha) = -\sec\alpha$
$\tan(180° + \alpha) = \tan\alpha$	$\cot(180° + \alpha) = \cot\alpha$

e) Relasi sudut α dengan sudut $(270° - \alpha)$

Dengan memperhatikan gambar 2.13 di samping, lalu menentukan perbandingan trigonometri sudut α dan sudut $(270° - \alpha)$ diperoleh kesamaan berikut:

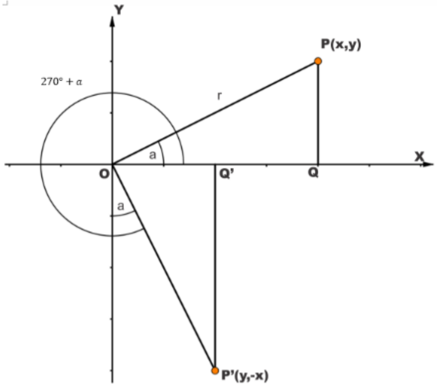


Gambar 2.13 Relasi sudut α dengan sudut $(270° - \alpha)$

Tabel 2.14 Relasi sudut α dengan sudut $(270° - \alpha)$

$\sin(270° - \alpha) = -\cos\alpha$	$\csc(270° - \alpha) = -\sec\alpha$
$\cos(270° - \alpha) = -\sin\alpha$	$\sec(270° - \alpha) = -\csc\alpha$
$\tan(270° - \alpha) = \cot\alpha$	$\cot(270° - \alpha) = \tan\alpha$

f) Relasi sudut α dengan sudut $(270° + \alpha)$



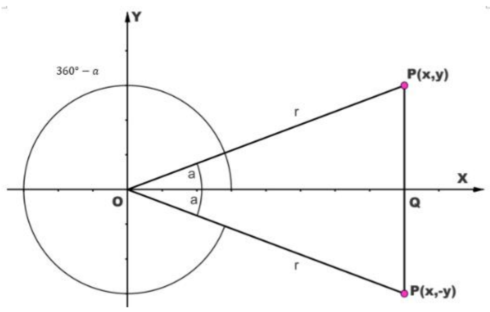
Gambar 2.14 Relasi sudut α dengan sudut $(270° + \alpha)$

Misalkan titik $P(x, y), OP = r,$ dan sudut $POX = \alpha$. Titik $P(x, y)$ dirotasikan sejauh $270°$, maka diperoleh bayangan $P'(y, -x)$, sudut $P'OX = 270° + \alpha$, dan $P'O = OP = r$. Berdasarkan Gambar 2.14 diperoleh perbandingan trigonometri sebagai berikut:

Tabel 2.15 Relasi sudut α dengan sudut $(270° + \alpha)$

$\sin(270° + \alpha) = -\frac{x}{r} = -\cos\alpha$	$\csc(270° + \alpha) = -\frac{r}{x} = -\sec\alpha$
$\cos(270° + \alpha) = \frac{y}{r} = \sin\alpha$	$\sec(270° + \alpha) = \frac{r}{y} = \csc\alpha$
$\tan(270° + \alpha) = -\frac{x}{y} = -\cot\alpha$	$\cot(270° + \alpha) = -\frac{y}{x} = -\tan\alpha$

g) Relasi sudut α dengan sudut $(360° - \alpha)$



Gambar 2.15 Relasi sudut α dengan sudut $(360° - \alpha)$

Misalkan titik $P(x, y), OP = r$, dan sudut $POX = \alpha$. Titik $P(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu X maka diperoleh bayangan $P'(x, -y)$, sudut $P'OX = 360° - \alpha$, dan $P'O = OP = r$. Berdasarkan gambar 2.15 diperoleh perbandingan trigonometri sebagai berikut:

Tabel 2.16 Relasi sudut α dengan sudut $(360° - \alpha)$

$\sin(360° - \alpha) = -\frac{y}{r} = -\sin\alpha$	$\csc(360° - \alpha) = -\frac{r}{y} = -\csc\alpha$
$\cos(360° - \alpha) = \frac{x}{r} = \cos\alpha$	$\sec(360° - \alpha) = \frac{r}{x} = \sec\alpha$
$\tan(360° - \alpha) = -\frac{y}{x} = -\tan\alpha$	$\cot(360° - \alpha) = -\frac{x}{y} = -\cot\alpha$

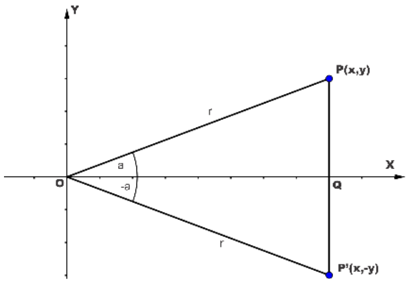
h) Relasi sudut α dengan sudut $(360° + \alpha)$

Pada sudut lebih dari $360°$ berlaku kesamaan perbandingan trigonometri berikut:

Tabel 2.17 Relasi sudut α dengan sudut $(360° + \alpha)$

$\sin(\alpha + k \times 360°) = \sin\alpha$	$\csc(\alpha + k \times 360°) = \csc\alpha$
$\cos(\alpha + k \times 360°) = \cos\alpha$	$\sec(\alpha + k \times 360°) = \sec\alpha$
$\tan(\alpha + k \times 360°) = \tan\alpha$	$\cot(\alpha + k \times 360°) = \cot\alpha$

i) Relasi sudut α dengan $(-\alpha)$



Gambar 2.16 Relasi sudut α dengan sudut αdengan $(-\alpha)$

Misalkan titik $P = (x, y), OP = r$, dan sudut $POX = \alpha$. Titik $P(x, y)$ diputar (rotasi) sejauh α searah jarum jam. Hal ini berarti titik $P(x, y)$ dicerminkan terhadap sumbu X , maka diperoleh bayangan $P'(x, -y)$, sudut $P'OX = -\alpha$, dan $P'O = OP = r$. Berdasarkan gambar 2.16 diperoleh perbandingan trigonometri sebagai berikut:

Tabel 2.18 Relasi sudut α dengan $(-\alpha)$

$\sin(-\alpha) = -\frac{y}{r} = -\sin\alpha$	$\csc(270° + \alpha) = -\frac{r}{x} = -\sec\alpha$
$\cos(-\alpha) = \frac{x}{r} = \cos\alpha$	$\sec(270° + \alpha) = \frac{r}{y} = \csc\alpha$
$\tan(270° + \alpha) = -\frac{x}{y} = -\cot\alpha$	$\cot(270° + \alpha) = -\frac{y}{x} = -\tan\alpha$

3. Identitas Trigonometri

Identitas trigonometri yaitu sebuah persamaan yaitu sebuah persamaan yang memuat fungsi trigonometri dan bernilai benar untuk setiap nilai variabel pada daerah asal yang telah ditentukan. Beberapa identitas trigonometri di antaranya identitas kebalikan, identitas perbandingan, dan identitas Pythagoras. Identitas-identitas tersebut dapat ditemukan menggunakan perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku. Dengan menggunakan sudut berelasi dapat membuktikan identitas tersebut berlaku untuk sembarang nilai sudut.

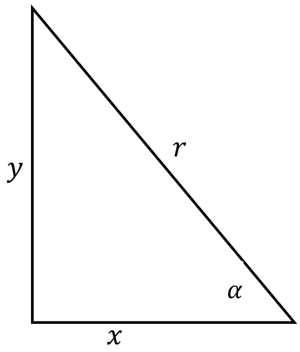
a. Perbandingan trigonometri segitiga siku-siku

Perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku di samping adalah:

$$\sin\alpha = \frac{y}{r} \qquad \csc\alpha = \frac{r}{y}$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} \qquad \sec\alpha = \frac{r}{x}$$

$$\tan\alpha = \frac{y}{x} \qquad \cot\alpha = \frac{x}{y}$$



Gambar 2.17 Perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku

b. Identitas kebalikan

$\sin\alpha = \frac{y}{r} = \frac{1}{\frac{r}{y}} = \frac{1}{\csc\alpha}$ sedemikan sehingga $\sin\alpha = \frac{1}{\csc\alpha}$

$\cos\alpha = \frac{x}{r} = \frac{1}{\frac{r}{x}} = \frac{1}{\sec\alpha}$ sedemikan sehingga $\cos\alpha = \frac{1}{\sec\alpha}$

$\tan\alpha = \frac{y}{x} = \frac{1}{\frac{x}{y}} = \frac{1}{\cot\alpha}$ sedemikan sehingga $\tan\alpha = \frac{1}{\cot\alpha}$

c. Identitas perbandingan

$$\tan\alpha = \frac{y}{x} = \frac{\frac{1}{r}}{\frac{1}{r}} = \frac{\frac{y}{r}}{\frac{x}{r}} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\cot\alpha = \frac{x}{y} = \frac{\frac{x}{r}}{\frac{y}{r}} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

d. Identitas Pythagoras

Identitas Pythagoras merupakan identitas yang diturunkan dari teroema Pythagoras. Pada segitiga siku-siku berlaku ketentuan:

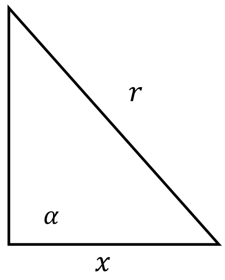
$$jumlah\ kudrat\ siku - siku = kuadrat\ sisi\ miring$$

$$y \leftrightarrow^{r} + x^2 = r^2$$

Dari persamaan tersebut diperoleh identitas trigonometri berikut:

1) Identitas $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$

Perhatikan segitiga siku-siku pada gambar 2.18 disamping



Gambar 2.18 Segitiga Siku-siku XYZ

$y^r + x^2 = r^2$

$\leftrightarrow \frac{y^r + x^2}{r^2} = \frac{r^2}{r^2} (kedua\ ruas\ dibagi\ dengan\ r^2)$

$\leftrightarrow \frac{y^r}{r^2} + \frac{x^2}{r^2} = \frac{r^2}{r^2}$

$\leftrightarrow \left(\frac{y}{r}\right)^2 + \left(\frac{x}{r}\right)^2 = 1$

$\leftrightarrow (\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$

$\leftrightarrow sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$

Perhatikan:

$sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \leftrightarrow sin^2\alpha = 1 - cos^2\alpha$

$sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1 \leftrightarrow cos^2\alpha = 1 - sin^2\alpha$

2) Identitas $1 + tan^2\alpha = sec^2\alpha$

$y^r + x^2 = r^2$

$\leftrightarrow \frac{y^r + x^2}{x^2} = \frac{r^2}{x^2} (kedua\ ruas\ dibagi\ dengan\ x^2)$

$\leftrightarrow \frac{y^r}{x^2} + \frac{x^2}{x^2} = \frac{r^2}{x^2}$

$\leftrightarrow \left(\frac{y}{r}\right)^2 + 1 = \left(\frac{r}{x}\right)^2$

$\leftrightarrow (\tan\alpha)^2 + 1 = (\sec\alpha)^2$

$\leftrightarrow tan^2\alpha + 1 = sec^2\alpha$

$$1 + tan^2\alpha = sec^2\alpha$$

3) Identitas $1 + \cot^2\alpha = \csc^2\alpha$

$$y^r + x^2 = r^2$$

$$\leftrightarrow \frac{y^r + x^2}{y^2} = \frac{r^2}{y^2} (kedua\ ruas\ dibagi\ dengan\ y^2)$$

$$\leftrightarrow \frac{y^r}{y^2} + \frac{x^2}{y^2} = \frac{r^2}{y^2}$$

$$\leftrightarrow 1 + \left(\frac{x}{y}\right)^2 = \left(\frac{r}{y}\right)^2$$

$$\leftrightarrow 1 + (\cot\alpha)^2 = (\csc\alpha)^2$$

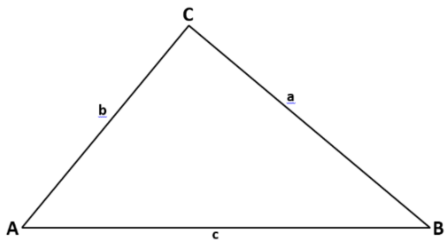
$$\leftrightarrow 1 + cotan^2\alpha = csc^2\alpha$$

4. Aturan Sinus Cosinus

a. Aturan sinus

Pada segitiga ABC gambar 3.17 di samping berlaku aturan sinus berikut:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



Gambar 2.19 segitiga sembarang ABC

Aturan sinus berlaku pasa setiap segitiga. Aturan sinus digunakan untuk menetukan unsur-unsur (sisi atau sudut) yang lain dalam segitiga apabila sebagian unsurnya diketahui. Kemungkinan unsur-unsur yang diketahui yaitu: 1) Sisi-sudut-sudut, 2) Sudut-sisi-sudut, 3)Sisi-sisi-sudut

b. Aturan cosinus

Pada segitiga ABC (gambar 3.19) berlaku aturan cosinus berikut:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2bc \cos B$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2bc \cos C$

Seperti aturan sinus, aturan cosinus juga berlaku pada setiap segitiga. Aturan cosinus digunakan untuk menentukan unsur-unsur segitiga (sisi atau sudut) jika diketahui: 1) Sisi-sudut-sisi, 2) Sisi-sisi-sisi

c. Luas segitiga

1) Menentukan luas segitiga yang diketahui dua sisi dan satu sudut

Jika pada segitiga ABC (gambar 3.19) diketahui panjang dua sisi dan besar sudut yang diapit kedua sisi itu (s-sd-s), luas segitiga ABC dapat ditentukan dengan cara berikut:

$$Luas\ \Delta ABC = \frac{1}{2} bc \times \sin A$$

$$Luas\ \Delta ABC = \frac{1}{2} ac \times \sin B$$

$$Luas\ \Delta ABC = \frac{1}{2} ab \times \sin C$$

Jika pada segitiga ABC diketahui panjang dua sisi dan besar sudut dihadapan salah satu sisi itu (s-s-sd), luas segitiga ABC dapat dicari dengan menentukan besar sudut yang diapit dua sisi yang diketahui menggunakan atruran sinus kemudian hitung luas segitiga ABC menggunakan salah satu rumus cosinus di atas.

2) Menentukan luas segitiga yang diketahui dua sudut dan satu sisi

Jika pada segitiga ABC diketahui besar dua sudut dan pnjang satu sisi sekutu kedua sudut itu (sd-s-sd), luas segitiga ABC dapat ditentukan dengan cara berikut:

$$Luas\ \Delta ABC = \frac{a^2 \times \sin B \times \sin C}{2 \sin A}$$

$$Luas\ \Delta ABC = \frac{b^2 \times \sin\ A \times \sin C}{2 \sin B}$$

$$Luas\ \Delta ABC = \frac{c^2 \times \sin A \times \sin B}{2 \sin C}$$

3) Menentukan luas segitiga yang diketahui panjang ketiga sisinya

Jika pada segitiga ABC diketahui panjang ketiga sisinya (s-s-s), luas segitika dapat ditentukan dengan rumus:

$$Luas\ \Delta ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Dengan $s = \frac{1}{2}(a+b+c), s = \frac{1}{2} keliling\ segitiga$

5. Grafik Fungsi Trigonometri

a. Fungsi trigonometri

Fungsi $f(x) = \sin x, g(x) = \cos x,$ dan $h(x) = \tan x$ merupakan beberapa contoh fungsi trigonometri. Fungsi trigonometri memetakan ukuran besar sudut ke suatu nilai tertentu.

Contoh: Tentukan nilai $f(x) = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$ untuk nilai $x = 30°$ dan $x = \frac{\pi}{3}$

Jawab: Untuk nilai $x = 30°$

$$f(30°) = \frac{\sin 30°}{\sin 30° + \cos 30°}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \frac{1}{1+\sqrt{3}} \times \frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$$

$$= -\frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{3}\right)$$

Fungsi $f(x)$ memetakan $30°$ ke $-\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{3}\right)$ dan dapat ditulis $\left(30°, -\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{3}\right)\right)$

Untuk nilai $x = \frac{\pi}{3}$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{3}}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}}$$

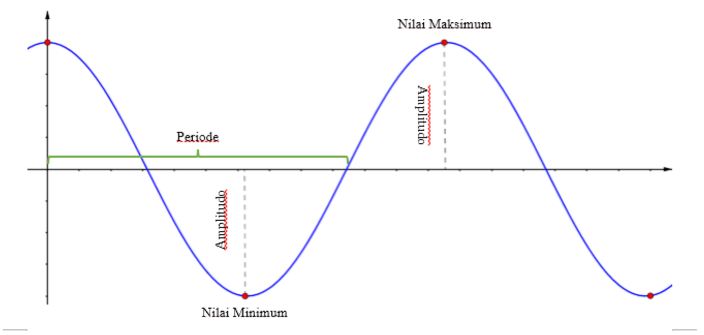
$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}+1}{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)$$

Fungsi $f(x)$ memetakan $\frac{\pi}{3}$ ke $\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)$ dan dapat ditulis $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)\right)$

b. Nilai maksimum, nilai minimum, amplitude, dan periode grafik fungsi trigonometri



Gambar 2.20 Nilai Maksimum, Nilai Minimum, Amplitude, dan Periode Grafik Fungsi Trigonometri

Nilai maksimum adalah nilai tertinggi suatu grafik pada interval tertentu. Nilai minimum adalah nilai terendah suatu grafik pada interval tertentu. Amplitude, adalah setengah jarak antara nilai minimum dan nilai maksimum suatu grafik. Periode, adalah besarnya interval suatu grafik akan mengulang dengan bentuk yang sama.

Nilai maksimum, nilai minimum, amplitude dan periode grafik fungsi trigonometri disajikan dalam tabel 2.19 berikut:

Tabel 2.19 Nilai maksimum, nilai minimum, amplitude dan periode grafik fungsi terigonometri

Grafik	Nilai Maksimum	Nilai Minimum	Amplitudo	Periode
$y = \sin x$	1	-1	1	$360°$
$y = \cos x$	1	-1	1	$360°$
$y = \tan x$	∞	$-\infty$	∞	$180°$
$y = a \sin b\ (x + c) + d$	$\lvert a\rvert + d$	$-\lvert a\rvert + d$	$\lvert a\rvert$	$\frac{360°}{b}$
$y = a \cos b\ (x + c) + d$	$\lvert a\rvert + d$	$-\lvert a\rvert + d$	$\lvert a\rvert$	$\frac{360°}{b}$
$y = a \tan b\ (x + c) + d$	∞	$-\infty$	∞	$\frac{180°}{b}$

c. Daerah asal dan daerah hasil fungsi trigonometri

Fungsi trigonometri $f(x) = \sin x$ untuk $0° \leq x \leq 360°$ mempunyai domain: $\{x|0° \leq x \leq 360°, x \in R\}$. Oleh karena berapapun nilai x yang disubtitusikan akan menghasilkan nilai $-1 \leq f(x) \leq 1$ daerah hasil fungsi $f(x) = \sin x$ tersebut adalah $\{f(x)|-1 \leq f(x) \leq 1, f(x) \in R\}$

Pada umumnya, jika fungsi trigonometri tidak disebutkan domainnya, domain yang dimaksud adalah nilai-nilai x yang memuat fungsi trigonometri terdefinisi. Sebagai contoh fungsi $g(x) = \tan x$. Walaupun fungsi $g(x) = \tan x$ tidak menyebutkan domain, domain yang dimaksud untuk fungsi $g(x)$ adalah $\{x|x \neq 90°, x \in R\}$. Daerah hasil fungsi $g(x) = \tan x$ adalah $\{f(x)|-\infty \leq f(x) \leq \infty, f(x) \in R\}$

d. Grafik fungsi trigonometri

Grafik fungsi trigonometri dapat digambar degnan bantuan tabel nilai. Langkah-langkahnya yang pertama adalah membuat tabel nilai pasangan x dan$y$. Biasanya untuk nilai x berupa sudut istimewa. Kemudian meletakkan koordinat pasangan x dan y pada bidang koordinat. Setelah itu menghubungkan dengan kurva.

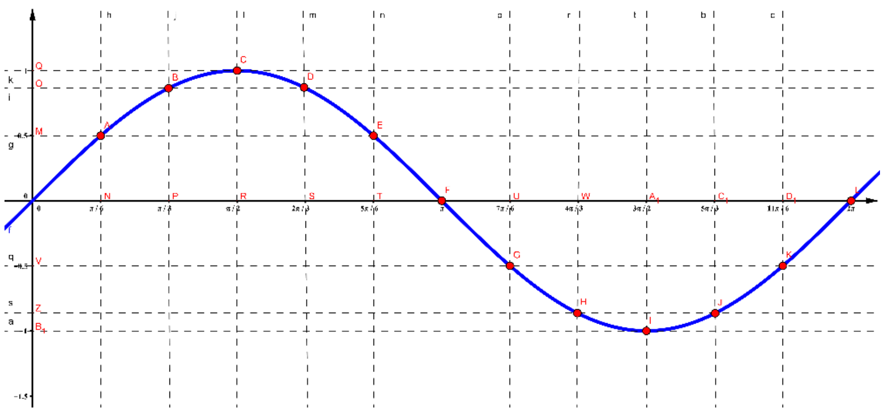
e. Grafik fungsi trigonometri sederhana

1) Grafik fungsi trigonometri $y = \sin x$ dengan domain $0 \leq x \leq 2\pi$

Tabel 2.20 Nilai Fungsi Trigonometri $y = \sin x$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$y = \sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0

Grafik fungsi trigonometri $y = \sin x$



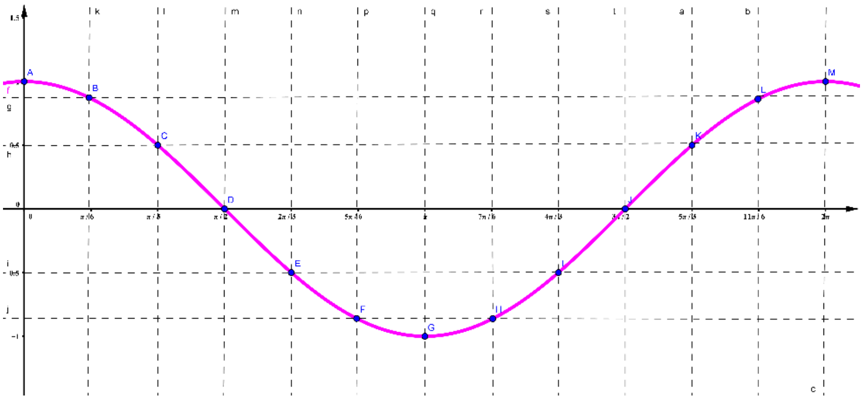
Gambar 2.21 Grafik fungsi trigonometri $y = \sin x$

2) Grafik fungsi trigonometri $y = \cos x$ dengan domain $0 \leq x \leq 2\pi$

Tabel 2.21 Nilai Fungsi Trigonometri $y = \cos x$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$y = \cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1

Grafik fungsi trigonometri $y = \cos x$



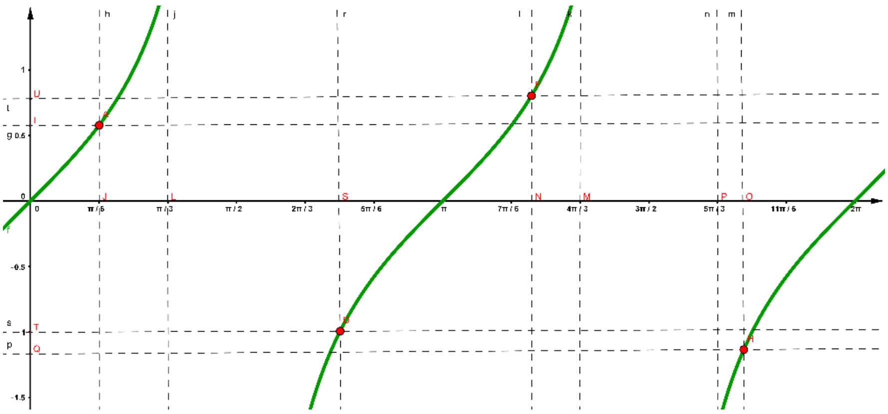
Gambar 2.22 Grafik fungsi trigonometri $y = \cos x$

3) Grafik fungsi trigonometri $y = \tan x$ dengan domain $0 \leq x \leq 2\pi$

Tabel 2.22 nilai fungsi trigonometri $y = \tan x$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$y = \tan x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-$	1

Grafik fungsi trigonometri $y = \tan x$



Gambar 2.23 Grafik Fungsi Trigonometri $y = \tan x$

C. Penelitian Terdahulu

Sebagai bahan informasi, berikut beberapa kajian dari penelitian terdahulu yang relevan.

1. Penelitian yang dilakukan oleh M. Ali Aziz Alhabbah yang berjudul "Analisis Berpikir Kreatif dalam Menyelesaikan Soal Luas Bangun Datar Siswa Kelas VII-G MTsN Karangrejo Tulungagung Tahun Ajaran 2014-2015". Hasil dari penelitian tersebut yaitu, pada siswa berkemampuan tinggi, pencapaian kreativitas pada tingkat 3. Pada siswa berkemampuan sedang berada pada tingkat 3. Pada siswa berkemampuan kurang berada pada tingkat 2. Indikator yang dominan muncul ialah kefasihan dan fleksibilitas.
2. Penelitian yang dilakukan oleh Lailatul Wachidah yang berjudul "Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika Materi Garis dan Sudut pada Siswa Kelas VII A MTsN 2 Tulungagung Tahun Ajaran 2014/2015". Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa kemampuan berpikir kreatif pada siswa kelas VII A mencapai hingga tingkat 4 (sangat kreatif), meliputi siswa dengan kemampuan matematika tinggi memiliki korelasi positif terhadap kemampuan berpikir kreatifnya, yakni memiliki kemampuan berpikir kreatif tingkat 4 (sangat kreatif). Siswa dengan kemampuan matematika sedang cenderung memiliki kemampuan berpikir kreatif tingkat 3 (kreatif), sedangkan siswa dengan kemampuan matematika rendah tidak dapat memenuhi ketiga indikator berpikir kreatif.

Tabel 2.23 Persamaan dan Perbedaan Penelitian Terdahulu dengan Penelitian Ini

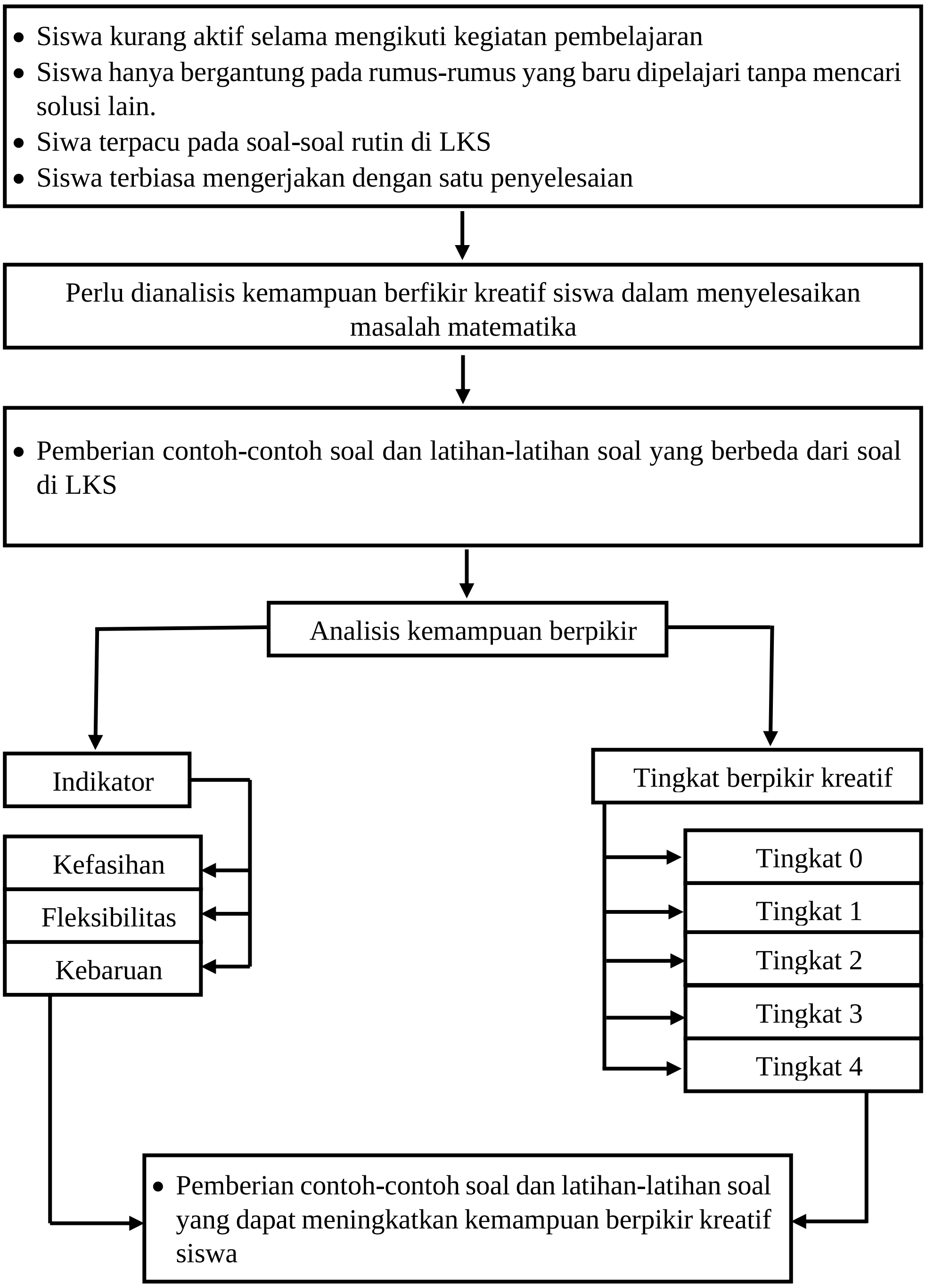
Tinjauan	Penelitian Terdahulu		Penelitian Sekarang
	1	2	
Peneliti	M. Ali Aziz Alhabbah	Lailatul Wachidah	Nila Riva'i Fairuz Jannati
Tahun	2014	2015	2021
Judul	Analisis Berpikir Kratif dalam Menyelesaikan Soal Luas Bangun Datar Siswa Kelas VII-G MTsN Karangrejo Tuungagung Tahun Ajaran 2014-2015	Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika Materi Garis dan Sudut pada Siswa Kelas VII A MTsN 2 Tulungagung Tahun Ajaran 2014/2015	Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa dalam Menyelesaiakan Soal Matematika Materi Trigonometri Kelas X MIPA di SMAN 1 Kauman Tulungagung
Subyek	Siswa Kelas VII MTsN Karangrejo Tulungagung	Siswa Kelas VII A MTsN 2 Tulungagung	Siswa SMAN 1 Kauman Kelas X MIPA 3
Materi	geometri	Garis dan Sudut	Trigonometri
Analisis	Berpikir Kreatif	Kemampuan Berpikir Kreatif	Berpikir Kreatif
Tujuan	Untuk mendeskripsikan kreativitas siswa dalam menyelesaikan soal geomteri siswa kelas VII di MTsN Karangrejo Tulungagung	Untuk mendeskripsikan kemampuan berpikir kreatif siswa dalam menyelesaiakan soal matematika materi garis dan sudut pada kelas VII A MTsN 2 Tulungagung tahun ajaran 2014/2015.	Untuk mendeskripsikan kemampuan berpikir kreatif siswa melalui pendekatan saintifik pada pembelajaran Matematika materi trigonometri kelas X MIPA

Tabel berlanjut

Lanjutan Tabel 2.23

Tinjauan	Penelitian Terdahulu		Penelitian Sekarang
	3	4	
Hasil Penelitian	- Siswa berkemampuan Matematika tinggi, pencapaian kreativitas pada tingkat 3. - Siswa berkemampuan matematika sedang berada pada tingkat 3. - Siswa berkemampuan Matematika kurang berada pada tingkat 2. - Indikator yang dominan muncul ialah kefasihan dan fleksibilitas.	- Siswa berkemampuan tinggi, pencapaian kreativitas pada tingkat 4. - Siswa berkemampuan matematika sedang berada pada tingkat 3 dan tingkat 4. - Siswa berkemampuan matemtika rendah berada pada tingkat 0.	- Siswa yang berkemampuan matematika rendah berada pada tingkat 0 (tidak kreatif) dan tingkat 1 (kurang kreatif) -Siswa yang berkemampuan matematika sedang berada pada tingkat 1 (kurang kreatif) dan tingkat 3 (kreatif) -Siswa yang berkemampuan matematika tinggi berada pada tingkat 3 (kreatif) dan tingkat 4 (sangat kreatif)

D. Paradigma Penelitian



Bagan 2.1 Paradigma Penelitian

Pemberian contoh soal kepada siswa dapat mempengaruhi kemampuan berpikir kreatif mereka. Jika siswa hanya diberikan contoh soal dan permasalahan yang sama seperti di Lembar Kerja Siswa (LKS) maka siswa tidak mempunyai keluwesan dan keterbukaan untuk menyelesaikan soal sesuai dengan kemampuan mereka sendiri. Siswa akan terpacu dengan kebiasan penyelesaian yang sesuai di LKS. Oleh karena itu siswa perlu diberikan soal berbeda dari buku LKS atau soal yang dapat mengasah dan memicu kemampuan berpikir kreatif mereka. Sehingga jika bertemu dengan soal rumit, siswa sudah terbiasa menggunakan kemampuan berpikir kreatifnya untuk menemukan jawaban yang benar dengan cara mereka sendiri.