

BAB IV

HASIL PENELITIAN

A. Paparan Data

1. Pra Pelaksanaan Penelitian

Penelitian yang telah dilakukan di SMAN 1 Kauman Tulungagung bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan berpikir kreatif siswa kelas X MIPA 3 pada mata pelajaran Matematika, khususnya materi trigonometri.

Peneliti melakukan studi pendahuluan di lokasi penelitian yaitu SMAN 1 Kauman yang berada di Jalan Ir. Soekarno-Hatta No. 67, Balerejo, Kauman Tulungagung. Peneliti merupakan salah satu mahasiswa magang pada tahun ajaran 2019/2020 di sekolah tersebut. Dengan demikian peneliti tidak merasa kesulitan untuk memperoleh informasi mengenai subyek penelitian. Penelitian dengan judul “Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika Materi Trigonometri Kelas X MIPA di SMAN 1 Kauman Tulungagung” ini merupakan penelitian untuk mengetahui tingkat kemampuan berpikir kreatif siswa terutama dalam menyelesaikan soal trigonometri. Pada tanggal 14 Januari 2020, peneliti datang ke SMAN 1 Kauman untuk mengurus surat perijinan pelaksanaan penelitian. Peneliti langsung menyerahkan surat ijin tersebut kepada Waka Kurikulum, yaitu Bu Lis. Beliau menerima dengan baik kedatangan peneliti, dan mengarahkan peneliti untuk langsung berkoordinasi dengan guru yang mengampu mata pelajaran matematika di kelas X MIPA. Peneliti akhirnya

menemui Bu Nur selaku guru matematika di kelas X MIPA 3, yaitu kelas peneliti untuk Magang II. Setelah bertemu dan menyampaikan tujuan peneliti, selanjutnya peneliti membuat kesepakatan dengan Bu Nur untuk mengatur jadwal masuk ke kelas guna mengamati kegiatan pembelajaran matematika di kelas X MIPA 3 tersebut.

2. Pelaksanaan Penelitian

Pada Selasa, 11 Februari 2020 peneliti datang ke SMAN 1 Kauman dan langsung menemui Bu Nur. Beliau langsung mengajak peneliti memasuki kelas dan mempersilahkan peneliti untuk duduk di bangku kosong paling belakang. Pada hari itu kelas X MIPA 3 masuk ke bab trigonometri. Diawal pembelajaran, Bu Nur menyampaikan materi tentang sudut, ukuran sudut, radian, sudut dan kuadran. Selama kegiatan pembelajaran berlangsung, peneliti mengamati dan mencatat hal-hal penting yang peneliti temukan. Bu Nur mengawali pembelajaran dengan menggambar sudut lancip dan lingkaran, selanjutnya guru mengajak siswa untuk mengamati gambar tersebut. Bu Nur menjelaskan hal-hal yang berhubungan dengan sudut dan radian. Dalam proses tersebut guru beberapa kali memberikan pertanyaan seperti, berapa besar sudut pada lingkaran?, berapa besar sudut $\frac{1}{2}$ lingkaran?. Siswa dengan sangat antusias berlomba-lomba menjawab pertanyaan dari gurunya. Selanjutnya Bu Nur kembali menjelaskan dengan singkat materi tersebut dan siswa segera mencatat atau memberikan coretan pada buku LKS (Lembar Kerja Siswa) mereka.

Bu Nur memberikan contoh soal tentang perbandingan trigonometri pada segitiga siku-siku yang kemudian langsung dikerjakan olehnya dengan mengikutsertakan siswa untuk membantu menjawab. Lalu Bu Nur memberikan contoh soal lagi kemudian mempersilahkan siswa menjawabnya. Ada satu siswa yang bersedia menjawab soal tersebut, siswa tersebut menjawab dengan lancar dan benar. Selanjutnya Bu Nur memberikan latihan soal dipapan tulis, beliau menggambar dua segitiga yang saling berhimpit salah satu sisinya, kemudian siswa segera mengerjakannya. Pada sesi ini ada beberapa siswa yang bertanya kepada peneliti dan peneliti memberikan bantuan kepada mereka. Dari kegiatan tersebut dapat peneliti simpulkan bahwa kelas X MIPA 3 sudah termasuk kelas yang aktif saat Bu Nur selaku guru matematika memberikan materi. Meskipun masih ada siswa yang pasif mengikuti pembelajaran namun, secara keseluruhan kelas tersebut sudah sangat antusias menanggapi dan mengikuti materi yang disampaikan.

Setelah Bu Nur selesai menyampaikan materinya dan memberikan latihan soal kepada siswa, beliau menitipkan kelas kepada peneliti karena ada suatu keperluan. Akhirnya pada 30 menit terakhir kelas tersebut ditunggu oleh peneliti sendiri. Sambil mengamati dan menunggu semua siswa menyelesaikan soal, peneliti menunjuk salah satu siswa yang bersedia mengerjakan di papan tulis. Kemudian peneliti mengecek sambil menjelaskan jawaban tersebut kepada seluruh siswa.

Setelah kegiatan mengamati (observasi) di kelas X MIPA 3, peneliti membuat soal dan pertanyaan-pertanyaan wawancara. Selanjutnya peneliti diskusikan dengan dosen pembimbing lalu peneliti validasikan ke dosen validator. Karena adanya pandemic *covid-19*, peneliti tidak diperbolehkan datang lagi ke SMAN 1 Kauman untuk sementara waktu. Sehingga untuk dapat melanjutkan penelitian, peneliti menghubungi Nu Nur melalui *WhatsApp* untuk meminta saran. Bu Nur menyarankan untuk melanjutkan penelitian dengan *daring* melalui *Google Classroom* atau *WhatsApp* atau aplikasi *Zoom*. Setelah mendapat saran, peneliti menghubungi dosen pembimbing dan melakukan bimbingan/konsultasi mengenai hal tersebut. Akhirnya dosen pembimbing menyetujui dan mengizinkan penelitian melalui *online*.

Pada 21 April 2020, peneliti membuat kelas *online* di *Google Classroom* dan mengundang semua siswa kelas X MIPA 3 untuk masuk. Selanjutnya peneliti memberikan simulasi dan mengajukan beberapa pertanyaan tentang materi trigonometri yang telah disampaikan sebelumnya. Banyak siswa yang menjawab dan ikut berpartisipasi di dalam kelas *online* tersebut. Peneliti juga mengulang beberapa materi trigonometri sub bab identitas trigonometri. Siswa juga diminta untuk memberikan tanggapan berupa keikutsertaannya dalam simulasi. Selanjutnya peneliti melakukan tanya jawab dengan siswa untuk membangun keaktifan siswa dalam diskusi. Pada tahap ini, siswa sangat berantusias menanggapi setiap pertanyaan yang peneliti berikan.

Pada tanggal 9 November 2020 setelah mendapatkan validasi dari seluruh dosen validator instrument, peneliti memberikan tes tulis kepada siswa. Tes tersebut terdiri dari dua soal yang masing-masing soal merupakan pembuktian dengan menggunakan minimal dua cara berbeda. Siswa sangat antusias memberikan tanggapan dan segera mengerjakannya.

Setelah siswa selesai mengerjakan soal yang diberikan, selanjutnya peneliti menghubungi Bu Nur kembali untuk meminta saran tentang subyek-subyek yang akan peneliti analisis jawabannya. Berdasarkan hasil diskusi bersama Bu Nur dengan mempertimbangkan hasil Ulangan Akhir Semeseter (UAS) dan pengalaman mengajar oleh peneliti serta nilai siswa di kelas X MIPA 3 saat magang II sebelumnya, akhirnya peneliti memilih 6 siswa untuk dijadikan subyek penelitian. Enam siswa tersebut terbagi dalam tiga kategori yaitu 2 siswa berkemampuan matematika rendah, 2 siswa berkemampuan matematika sedang dan 2 siswa berkemampuan matematika tinggi. Keenam siswa yang terpilih nantinya akan dilanjutkan ke sesi penelitian wawancara. Dimana hasil dari kedua penelitian (tes tulis dan wawancara) tersebut akan menyatakan tingkat kemampuan berpikir kreatif mereka.

B. Analisis Data

Setelah kegiatan penelitian selesai, selanjutnya peneliti melakukan analisis terhadap data-data yang telah diperoleh. Data-data tersebut didapat

dari hasil penyelesaian soal tes dan wawancara. Berikut akan dipaparkan data hasil pertimbangan pemilihan subyek penelitian.

1. Data Siswa

Untuk mempermudah dalam melakukan analisis data serta untuk menjaga privasi subyek, maka peneliti melakukan pengkodean kepada setiap siswa. Selanjutnya untuk daftar subyek penelitian secara lengkap dapat dilihat pada tabel berikut ini.

Tabel 4.1 Daftar Subyek Penelitian Kelas X MIPA 3

No.	Kode Siswa	Jenis Kelamin	No.	Kode Siswa	Jenis Kelamin
1	AAPP	P	15	NCP	P
2	ADM	P	16	NDP	P
3	AKR	P	17	NEIC	P
4	ANA	P	18	NNS	P
5	CBF	P	19	NRS	P
6	DK	L	20	QBDA	P
7	DNF	L	21	RAP	P
8	DSP	L	22	RBD	L
9	FAR	P	23	RBF	P
10	FMJ	L	24	RCAF	P
11	FSD	L	25	SDZ	P
12	GASP	P	26	SKN	P
13	KNR	P	27	SRPH	L
14	NAS	P	28	YAE	P

Dari 28 subyek penelitian, peneliti hanya mengambil 6 sampel sebagai bahan analisis. Yaitu 2 subyek berkemampuan matematika rendah, 2 subyek berkemampuan matematika sedang dan 2 subyek berkemampuan matematika tinggi. Subyek-subyek yang terpilih tersebut diklasifikasikan sebagai berikut:

Tabel 4.2 Daftar Subyek dalam Analisis Data

No.	Kode Siswa	Jenis Kelamin	Kemampuan Matematika
1	RBF	P	Rendah
2	SRPH	L	Rendah
3	ANA	P	Sedang
4	NC	P	Sedang
5	AKR	P	Tinggi
6	NNS	P	Tinggi

2. Data Hasil Tes dan Wawancara

Analisis tes dan wawancara disajikan berdasarkan siswa berkemampuan matematika rendah, sedang dan tinggi. Daftar siswa yang memasuki kriteria tersebut dapat dilihat pada tabel 4.3 di atas.

Selanjutnya peneliti melakukan wawancara kepada 6 siswa tersebut tentang bagaimana mereka menyelesaikan soal tes yang diberikan. Berikut adalah hasil penemuan peneliti untuk masing-masing soal dilihat dari jawaban dari masing-masing siswa dalam tes dan wawancara.

a. Siswa berkemampuan matematika rendah

Dalam kategori ini peneliti mengambil dua subyek yaitu, RBF dan SRPH. Paparan data hasil tes dan wawancara adalah sebagai berikut:

1) Subyek RBF

Soal nomor 1

Buktikan identitas trigonometri di bawah ini dengan menggunakan minimal 2 cara!

$$\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$$

Handwritten work showing the student's attempt to solve the problem:

$$\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$$

1) $\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$

① $\frac{\cos x \cdot 1}{\sec^2 x} = \cos^2 x$ (RBF-1aL1)

② $\cos x \sec x = \cos^2 x + \tan^2 x$

$1 = \cos^2 x \sec^2 x$ (RBF-1aL2)

$1 = 1$ (RBF-1aL3)

$\Rightarrow \frac{1}{\sec^2 x} = \cos^2 x$ (RBF-1aL2)

$\Rightarrow \cos^2 x \sec^2 x = 1$ (RBF-1aL3)

Gambar 4.1 Hasil Pekerjaan Subyek RBF pada Soal Nomor 1

Dari gambar 4.1 di atas, subyek RBF belum mampu membuktikan soal nomor 1 dengan benar. Pada RBF-1aL1 bagian pembilang, subyek RBF mengubah $\sec x$ ke identitas kebalikannya, yaitu $\frac{1}{\cos x}$. Dan bagian penyebutnya yaitu $1 + \tan^2 x$ diubah menjadi $\sec^2 x$ (identitas Pythagoras). Sehingga persamaannya menjadi $\frac{\cos x \cdot \frac{1}{\cos x}}{\sec^2 x} = \sec^2 x$ (RBF-1aL1). Selanjutnya subyek RBF mengeliminasi $\cos x$ pada pembilang sehingga menyisakan konstanta 1. Pada RBF-1aL2 persamaannya menjadi $\frac{1}{\sec^2 x} = \cos^2 x$. Berhenti pada langkah tersebut sebenarnya subyek RBF sudah menemukan jawaban yang benar. Namun karena subyek RBF melanjutkan sampai ke langkah RBF-1aL3 sehingga menjadi $\cos^2 x \sec^2 x = 1$, sesuai rumus identitas Pythagoras. Selanjutnya subyek RBF berhenti pada langkah RBF-1aL4 sehingga jawaban akhirnya adalah 1. Untuk mengetahui lebih lanjut, peneliti melakukan wawancara sebagai berikut:

- P* : “Apakah kamu sudah mengerti maksud dari soal?”
RBF : “Sudah”
P : “Apa perintahnya?”
RBF : “Membuktikan soal”
P : “Bagaimana caramu membuktikan?”
RBF : “Diubah-ubah kerumus lain”
P : “Coba jelaskan jawabanmu pada soal nomor 1 cara pertama ini”
RBF : “Yang atas (pembilang) itu $\sec x$ diubah menjadi $\frac{1}{\cos x}$. Trus yang bawah (penyebut) yang $1 + \tan^2 x$ bisa diubah jadi $\sec^2 x$. Trus di sederhanakan yang ini \cos nya (subyek *RBF* menunjukkan *cos x* pada langkah *RBF-1aL1*) tinggal 1. Trus yang $\sec^2 x$ ini di pindahkan ke atas (perkalian silang). $\cos^2 x \sec^2 x$ kan sama dengan 1 bu”
P : “Iya $\cos^2 x \sec^2 x$ sama dengan 1. Apa kamu yakin dengan jawabanmu?”
RBF : “Yakin bu”

Kemudian pada cara kedua, subyek *RBF* mengalikan silang antara ruas kanan dengan penyebut di ruas kiri. Sehingga persamaannya menjadi $\cos x \sec x = \cos^2 x (1 + \tan^2 x)$ (*RBF-1bL1*). Selanjutnya subyek *RBF* mengubah $1 + \tan^2 x$ menjadi bentuk identitas Pythagoras, yaitu \sec^2 . Pada *RBF-1bL2* persamaannya menjadi $\cos x \sec x = \cos^2 x \sec^2 x$. Langkah terakhir (*RBF-1bL3*), subyek *RBF* menjadikan persamaan pada *RBF-1bL2* menjadi $1 = 1$. Untuk mengetahui maksud dari jawaban *KR* tersebut, peneliti melakukan wawancara sebagai berikut:

- P* : “Lanjut yaa, yang nomor 2 ini bagaimana?”
RBF : “Yang bawah (penyebut) ini dikalikan silang dengan yang kanan. Jadinya kayak langkah ini (subyek *RBF* menunjukkan *RBF-1bL1*). Lalu ruas kanan dan kiri bernilai sama, 1”
P : “Cara pertama dan kedua sama-sama bernilai 1, apa memang harus begitu?”
RBF : “Iya bu. Harus sama”
P : “Oke baiklah”

- P* : “Coba perhatikan cara pertama langkah ke 2 (peneliti menunjukkan RBF-1aL2) sebenarnya pada langkah ini sudah benar. $\frac{1}{\sec^2 x}$ bernilai sama dengan $\cos^2 x$ menurut identitas kebalikan. Kamu tidak perlu melanjutkan ke langkah selanjutnya. Malah langkah bawahnya itu salah”
- RBF* : “Oh iya bu. Saya lihat di buku juga begitu”
- P* : “Oke. Lain kali lebih teliti”

Dari penjelasan subyek RBF pada petikan wawancara di atas terlihat bahwa RBF mampu menunjukkan indikator kefasihan pada cara pertama meskipun jawaban akhirnya belum tepat. Sedangkan pada cara kedua, subyek RBF belum menunjukkan pencapaian indikator berpikir kreatif. Selain itu jawaban atas kedua cara juga belum sesuai dengan harapan.

Soal nomor 2

Buktikan identitas trigonometri di bawah ini dengan menggunakan minimal 2 cara!

$$\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$$

Handwritten student work for proving the trigonometric identity. The work is divided into two parts, (1) and (2).

Part (1) shows the identity being proved: $\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$. The student then uses the double-angle formulas: $1 - \cos 2A = \sin^2 A$ and $1 + \cos 2A = \cos^2 A$. Substituting these into the original identity gives $\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$. The final result is $\tan^2 A = \tan^2 A$.

Part (2) shows the identity being proved: $\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$. The student then uses the double-angle formulas: $1 - \cos 2A = \sin^2 A$ and $1 + \cos 2A = \cos^2 A$. Substituting these into the original identity gives $\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$. The final result is $\tan^2 A = \tan^2 A$.

Gambar 4.2 Hasil Pekerjaan Subyek RBF pada Soal Nomor 2

Berdasarkan gambar 4.2 di atas, subyek RBF sudah mampu membuktikan soal nomor 2 pada hasil akhirnya. Jika dianalisis pada cara pertama yaitu di RBF-2aL1, subyek RBF mula-mula membuat catatan yaitu $1 - \cos 2A = \sin^2 A$ dan $1 + \cos 2A = \cos^2 A$ (RBF-2aL1). Sehingga saat disubstitusi pada soal menjadi $\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$ (RBF-2aL2 dan RBF-2aL3). Subyek RBF melanjutkan langkahnya dengan merubah $\tan^2 A$ menjadi identitas perbandingan trigonometri yaitu, $\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}$. Sehingga ruas kanan dan kiri bernilai sama (RBF-2aL4)

Dari analisis peneliti, subyek RBF sudah benar dalam menyelesaikan soal nomor 2 pada cara pertama. Sedangkan pada cara kedua, subyek RBF belum mampu menunjukkan ide baru yang

berbeda dengan cara sebelumnya. Pada cara pertama subyek RBF membuktikan dengan mengubah kedua ruas sesuai dengan rumus identitas Pythagoras, sehingga bernilai sama antara kedua ruas. Jika diperhatikan, cara pertama dan cara kedua memiliki kesamaan dalam menggunakan manipulasi aljabar/langkah pembuktian. Untuk mengetahui lebih lanjut, berikut petikan wawancaranya:

- P : "Pindah ke soal kedua ya. Coba jelaskan lagi"*
- RBF : "Saya merubahnya jadi $\sin^2 A$ dan $\cos^2 A$. Trus sama dengan $\tan^2 A$ "*
- P : "Iya ini sudah benar. tapi coba kamu perhatikan lagi. Cara kedua dan pertama sepertinya sama. Semua dirubah ke $\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}$, iya kan?"*
- RBF : "Beda bu. Yang cara pertama ruas kanan disamakan dengan ruas kiri. Yang cara kedua ruas kiri disamakan dengan ruas kanan"*
- P : "Jadi maksudmu pembuktianmu menggunakan dua ruas?"*
- RBF : "Iya bu"*
- P : "Menurutmu apa ada cara lain selain ini?"*
- RBF : "Tidak tahu bu"*

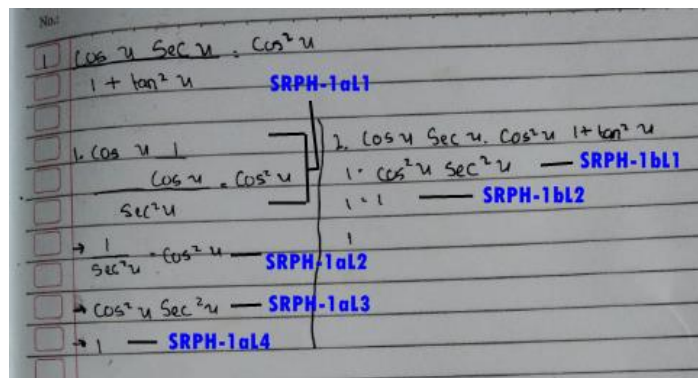
Dari hasil analisis pada jawaban nomor 2 di atas, subyek RBF menunjukkan pencapaian indikator kefasihan, yaitu mampu merespon perintah dan menentukan langkah awal penyelesaian. Dan belum menunjukkan pencapaian indikator kebaruan, karena subyek RBF belum mampu membuat gagasan atau ide atau cara baru dalam menyelesaikan soal yang diberikan. Sehingga dapat disimpulkan bahwa subyek RBF berada pada tingkat 1 yaitu siswa yang kurang kreatif.

2) Subyek SRPH

Soal nomor 1

Buktikan identitas trigonometri di bawah ini dengan menggunakan minimal 2 cara!

$$\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$$



Gambar 4.3 Hasil Pekerjaan Subyek SRPH pada Soal Nomor 1

Berdasarkan gambar 4.3 di atas, subyek SRPH belum mampu membuktikan soal nomor 1 dengan benar. Pada SRPH-1aL1, subyek SRPH mengubah pembilang $\sec x$ menjadi identitas kebalikannya, yaitu $\frac{1}{\cos x}$. Sedangkan bagian penyebutnya yaitu $1 + \tan^2 x$ diubah menjadi $\sec^2 x$ (identitas Pythagoras). Sehingga persamaannya menjadi $\frac{\cos x \frac{1}{\cos x}}{\sec^2 x} = \sec^2 x$ (SRPH-1aL1). Selanjutnya subyek SRPH mengeliminasi $\cos x$ pada pembilang sehingga menyisakan konstanta 1. Pada SRPH-1aL2 persamaannya menjadi $\frac{1}{\sec^2 x} = \cos^2 x$. Sama seperti subyek RBF sebelumnya, pada langkah SRPH-1aL2 sudah benar, namun subyek SRPH

melanjutkan sampai ke langkah SRPH-1aL3 sehingga menjadi $\cos^2 x \sec^2 x = 1$, sesuai dengan rumus identitas Pythagoras. Sehingga jawaban akhirnya adalah 1 (SRPH-1aL4). Berikut wawancara dengan subyek SRPH:

- P* : “Apakah kamu sudah mengerti maksud dari soal?”
SRPH : “Sudah”
P : “Apa perintahnya?”
SRPH : “Membuktikan soal”
P : “Bagaimana caramu membuktikan?”
SRPH : “Ya dikerjakan bu”
P : “Coba jelaskan jawabanmu pada soal nomor 1 cara pertama ini”
SRPH : “Yang ini (subyek SRPH menunjuk pembilang pada SRPH-1aL1) diubah lalu di coret karena sama. Trus yang bawahnya itu (penyebut) diubah jadi $\sec^2 x$. Lalu di lanjutkan itu dan hasilnya 1 bu”
P : “Apa kamu yakin dengan jawabanmu?”
SRPH : “Yakin bu. Yang nomor 2 jawabannya juga sama 1”

Kemudian pada cara kedua, subyek SRPH mengalikan silang antara ruas kanan dengan penyebut di ruas kiri. Sehingga persamaannya menjadi $\cos x \sec x = \cos^2 x (1 + \tan^2 x)$ (SRPH-1bL1). Selanjutnya subyek SRPH mengubah $1 + \tan^2 x$ menjadi bentuk identitas Pythagoras, yaitu \sec^2 . Pada SRPH-1bL2 persamaannya menjadi $\cos x \sec x = \cos^2 x \sec^2 x$. Langkah terakhir (SRPH-1bL3), subyek SRPH menjadikan persamaan pada SRPH-1bL2 menjadi $1 = 1$. Untuk mengetahui maksud dari jawaban SRPH tersebut, peneliti melakukan wawancara sebagai berikut:

- P* : “Lanjut yaa, yang nomor 2 ini bagaimana?”
SRPH : “Ya itu bu sama jawabannya 1. Seperti nomor 1”

P : "Cara pertama dan kedua sama-sama bernilai 1, apa memang harus begitu?"

SRPH : "Iya mungkin bu"

P : "Kok mungkin"

SRPH : "Iya bu harus begitu. Sama pokoknya"

P : "Oke. Baiklah"

Dari penjelasan subyek SRPH pada petikan wawancara di atas terlihat bahwa SRPH belum mampu menunjukkan indikator berpikir kreatif. Karena subyek SRPH sendiri tidak yakin dengan jawabannya.

Soal nomor 2

Buktikan identitas trigonometri di bawah ini dengan menggunakan minimal 2 cara!

$$\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$$

2. $\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$

SRPH-2aL1

1. $\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \frac{2 \sin^2 A}{2 \cos^2 A} = \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$ SRPH-2aL3

SRPH-2aL2 $\left\{ \begin{array}{l} \tan^2 A = \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} \\ \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} \end{array} \right.$ SRPH-2aL4

2. $\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \frac{2 \sin^2 A}{2 \cos^2 A} = \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$ SRPH-2bL1

$\rightarrow \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$ SRPH-2bL2

Gambar 4.4 Hasil Pekerjaan Subyek SRPH pada Soal Nomor 2

Berdasarkan gambar 4.4 di atas, subyek SRPH sudah mampu membuktikan dengan benar soal nomor 2. Sama seperti subyek RBF,

subyek SRPH mula-mula membuat catatan yaitu $1 - \cos 2A = \sin^2 A$ dan $1 + \cos 2A = \cos^2 A$ (SRPH-2aL1). Lalu disubstitusi pada soal menjadi $\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$ (SRPH-2aL2 dan SRPH-2aL3). Subyek SRPH melanjutkan langkahnya dengan merubah $\tan^2 A$ menjadi identitas perbandingan trigonometri yaitu, $\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}$. Sehingga ruas kanan dan kiri bernilai sama (SRPH-2aL4)

Dari analisis peneliti, subyek SRPH sudah benar dalam menyelesaikan soal nomor 2 pada cara pertama. Jika diperhatikan, cara pertama dan cara kedua memiliki kesamaan dalam menggunakan manipulasi aljabar/langkah pembuktian. Untuk mengetahui lebih lanjut, berikut petikan wawancaranya:

- P* : “Coba jelaskan yang jawaban nomor 2 ini”
SRPH : “Itu kana da catatan bu. Jadi tinggal di ganti saja. lalu ketemu jawabannya”
P : “Sudah? Itu saja penjelasannya?”
SRPH : “Iya bu”
P : “Kayaknya ini sama saja cara 1 dan cara 2 nya”
SRPH : “Iya ya bu. Tapi ini yang kiri, yang pertama itu yang kanan”
P : “Oke. Menurutmu apa ada cara lain selain ini?”
SRPH : “Tidak tahu bu”

Dari hasil analisis dan petikan wawancara pada jawaban nomor 2 di atas, subyek SRPH belum menunjukkan pencapaian ketiga indikator berpikir kreatif. Meskipun pada soal kedua jawaban subyek SRPH benar, namun Ia tidak mampu menjelaskannya. Dan langkah-langkah yang Ia tulis sama persis seperti subyek RBF sebelumnya. Dengan demikian peneliti menyimpulkan bahwa

subyek SRPH belum mampu mencapai indikator berpikir kreatif sehingga subyek SRPH berada pada tingkat 0, yaitu siswa yang tidak kreatif.

b. Siswa berkemampuan matematika sedang

Dalam kategori ini peneliti mengambil dua subyek yaitu, ANA dan NCP. Paparan data hasil tes dan wawancara adalah sebagai berikut:

1) Subyek ANA

Soal nomor 1

Buktikan identitas trigonometri di bawah ini dengan menggunakan minimal 2 cara!

$$\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$$

The image shows a student's handwritten work on a grid background. At the top, the problem is written: "Soal: $\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$ ". The student has divided the work into two columns: "cara pertama" (first method) and "cara kedua" (second method). In the first method, the student starts with $\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$, then simplifies the numerator to $\frac{\cos x \cdot 1}{\cos x}$, resulting in $\frac{1}{\sec^2 x} = \cos^2 x$. In the second method, the student starts with $\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$, then multiplies the numerator and denominator by $\cos^2 x$, resulting in $\frac{\cos^2 x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \frac{\cos^2 x \cdot \sec x}{1 + \tan^2 x}$. The student concludes both methods with "(terbukti sama)".

	Soal: $\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$	
	cara pertama	cara kedua
	$\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$	$\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$
ANA-1aL1	$\frac{\cos x \cdot 1}{\cos x} = \cos^2 x$	$\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} \cdot \frac{1}{\sec^2 x} = \frac{1}{\sec^2 x}$
ANA-1aL2	$\frac{1}{\sec^2 x} = \cos^2 x$	$\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x \cdot \frac{1}{\sec^2 x}$
ANA-1aL3	$\frac{1}{\sec^2 x} = \cos^2 x$ (terbukti sama)	$\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \frac{\cos x \cdot \sec x}{1 + \tan^2 x}$ (terbukti sama)

Gambar 4.5 Hasil Pekerjaan Subyek ANA pada Soal Nomor 1

Sesuai dengan gambar 4.5 di atas, subyek ANA sudah mampu membuktikan soal nomor 1 dengan benar. Jika diperhatikan tiap langkah pada cara pertama, subyek ANA mula-mula mengubah

$\sec x$ menjadi $\frac{1}{\cos x}$ pada pembilang (identitas kebalikan). Dan mengubah $1 + \tan^2 x$ menjadi $\sec^2 x$ pada penyebut (identitas Pythagoras). Pada ANA-1aL1 tersebut, subyek ANA mengeliminasi $\cos x$. Lalu pada ANA-1aL2 menjadi $\frac{1}{\sec^2 x}$. Berdasarkan rumus identitas kebalikan trigonometri $\frac{1}{\sec^2 x}$ bernilai sama dengan $\cos^2 x$, sehingga jawaban subyek ANA pada ANA-1aL3 adalah benar.

Jika pada cara pertama subyek ANA membuktikan soal dengan cara ruas kiri disamakan dengan ruas kanan, selanjutnya pada cara kedua ini subyek ANA membuktikan dengan cara ruas kanan disamakan dengan ruas kiri. Pada ANA-1bL1, subyek ANA merubah $\cos^2 x$ pada ruas kanan menjadi $\frac{1}{\sec^2 x}$ (identitas kebalikan). Setelah mengamati langkah selanjutnya yaitu ANA-1bL2, peneliti menemukan kejanggalan. Untuk mengetahui alasannya peneliti melakukan wawancara kepada subyek ANA sebagai berikut:

P : “Apakah kamu sudah mengerti maksud dari soal tersebut?”

ANA : “Sudah bu”

P : “Apa perintahnya?”

ANA : “Disuruh membuktikan trigonometri”

P : “Bagaimana caramu mengerjakan soal itu?”

ANA : “Saya ubah-ubah ke rumus lain bu”

P : “Diubah bagaimana?”

ANA : “Kan ada rumus lainnya yang sama dibuku”

P : “Iya. Coba jelaskan yang nomor 1 cara kedua”

ANA : “Yang itu ruas kanan yang saya ubah trus disamakan dengan ruas kiri atau soalnya”

*P : “Untuk yang langkah ini bagaimana bisa muncul $\frac{\cos x \frac{1}{\cos x}}{\sec^2 x}$?
(peneliti menunjukkan langkah ANA-1bL2)”*

ANA : *“Itu karena yang cara pertama sudah ketemu jawabannya jadi yang cara kedua tinggal saya salin diurutkan dari yang bawah bu”*

P : *“Apa bisa seperti itu?”*

P : *“Coba perhatikan jika dari angka 1 tiba-tiba muncul bentuk seperti itu, darimana itu? Kan aneh”*

ANA : *“Iya sih bu”*

Berdasarkan penjelasan di atas, dapat diketahui bahwa subyek ANA tidak menemukan cara lain untuk menyelesaikan soal. Dia hanya menyalin jawaban pertamanya yang sudah benar dengan mengurutkannya dari bawah. Dengan bergitu dapat kembali lagi ke bentuk asal atau soalnya. Namun jika peneliti perhatikan, pada setiap langkahnya tidak terjadi kesinambungan. Karena muncul bentuk baru yang berbeda dari langkah sebelumnya. Sehingga penyelesaian dengan cara tersebut kurang tepat.

Pada soal nomor 1 ini, subek ANA telah menunjukkan indikator kefasihan. Karena subyek ANA mampu memahami soal dan menentukan langkah awal penyelesaian. Subyek ANA juga mampu menggunakan rumus-rumus yang ada untuk mengolah soal sehingga menemukan jawaban yang benar.

Soal nomor 2

Buktikan identitas trigonometri di bawah ini dengan menggunakan minimal 2 cara!

$$\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$$

	Soal : $\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$	
	<i>cara pertama</i>	<i>cara kedua</i>
	$\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$	$\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$
ANA-2aL1	$\frac{1 - (1 - 2 \sin^2 A)}{1 + (1 - 2 \sin^2 A)} = \tan^2 A$	$\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \left(\frac{\sin A}{\cos A}\right)^2$
ANA-2aL2	$\frac{2 \sin^2 A}{2 - 2 \sin^2 A} = \tan^2 A$	$\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}$
ANA-2aL3	$\frac{2 \sin^2 A}{2(1 - \sin^2 A)} = \tan^2 A$	$\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \frac{2 \sin^2 A}{2(1 - \sin^2 A)}$
ANA-2aL4	$\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$	$\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \frac{2 \sin^2 A}{2(1 - \sin^2 A)}$
ANA-2aL5	$\left(\frac{\sin A}{\cos A}\right)^2 = \tan^2 A$	$\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \frac{1 - (1 - 2 \sin^2 A)}{1 + (1 - 2 \sin^2 A)}$
ANA-2aL6	$\tan^2 A = \tan^2 A$ (terbukti sama)	$\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A}$ (terbukti sama)

Gambar 4.6 Hasil Pekerjaan Subyek ANA pada Soal Nomor 2

Sesuai dengan jawaban soal nomor 2 di atas, subyek ANA sudah mampu membuktikan soal. Rincian pekerjaan subyek ANA yaitu, pada ANA-2aL1, subyek ANA merubah $\cos 2A$ ke rumus sudut ganda yaitu $1 - 2\sin^2 A$. Selanjutnya pada ANA-2aL2, bentuk-bentuk baru tersebut dioperasikan sehingga menjadi $\frac{2\sin^2 A}{2(1 - \sin^2 A)}$. Langkah berikutnya, koefisien 2 pada masing-masing pembilang dan penyebut dieliminasi (ANA-2aL3), dan $1 - \sin^2 A$ diubah ke bentuk $\cos^2 A$ (identitas Pythagoras. ANA-2aL4). Karena

pada pembilang dan penyebut mengandung kuadrat, maka kuadrat tersebut dikelompokkan dan diletakkan di luar tanda kurung (ANA-2aL5) berdasarkan rumus identitas kebalikan $\left(\frac{\sin A}{\cos A}\right)^2$ bernilai sama dengan $\tan^2 A$. Jadi jawaban ANA pada ANA-2aL6 adalah benar.

Selanjutnya pada cara kedua, subyek ANA kembali menggunakan strategi seperti nomor 1. Yaitu membuktikan ruas kiri dengan cara menulis ulang langkah-langkahnya pada cara pertama tapi dibalik urutannya. Pada langkah kedua yaitu ANA-2aL2, peneliti tidak menemukan ketidaksinambungan langkah tersebut dengan langkah sebelumnya. Begitu pula dengan langkah selanjutnya dan selanjutnya yang tidak berhubungan dengan langkah selanjutnya.

Berdasarkan analisis dan petikan wawancara di atas, subyek ANA sudah mampu membuktikan soal dengan benar dan tepat namun hanya menggunakan satu cara saja. Dengan demikian menurut peneliti, subyek ANA hanya mampu mencapai indikator berpikir kreatif kefasihan. Subyek ANA belum mampu mencari cara lain yang berbeda dari sebelumnya, sehingga belum dikatakan fleksibel maupun kebaruan. Dengan demikian peneliti menyimpulkan bahwa subyek ANA berada pada tingkat 1 yaitu siswa yang kurang kreatif.

2) Subyek NCP

Soal nomor 1

Buktikan identitas trigonometri di bawah ini dengan menggunakan minimal 2 cara!

$$\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$$

Gambar 4.7 Hasil Pekerjaan Subyek NCP pada Soal Nomor 1

Berdasarkan jawaban pada gambar 4.7 di atas, NC sudah mampu membuktikan soal nomor 1 dengan benar. Pada cara pertama (NC-1aL1), subyek NCP mengubah $\sec x$ menjadi identitas kebalikannya yaitu $\frac{1}{\cos x}$. Dan pada penyebut $\tan^2 x$ diubah menjadi

$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$ (identitas perbandingan). Langkah selanjutnya, bagian

penyebut dipindah ke ruas pembilang (NC-1aL2). Cara seperti ini bisa dilakukan dengan mengalikan sekawannya. Selanjutnya dari NC-1aL2 dioperasikan sehingga menjadi bentuk seperti pada NC-1aL3. Pada NC-1aL3 ini terdapat kesalahan penyederhanaan, $\sin^2 x$ pada pembilang tidak bisa disederhanakan dengan $\sin^2 x$ pada penyebut karena pada pembilang mengandung tanda operasi

penjumlahan bukan perkalian. Jadi seharusnya pada langkah tersebut tidak disederhanakan. Karena hal tersebut, maka dilakukan wawancara dengan subyek NCP sebagai berikut:

P : “Apakah kamu sudah mengerti maksud dari soal tersebut?”

NCP : “Sudah”

P : “Apa perintahnya?”

NCP : “Perintahnya disuruh membuktikan identitas trigonometri”

P : “Bagaimana cara penyelesaiannya?”

NCP : “Soalnya di ubah ke rumus lain. Dibuku ada contoh soal membuktikan seperti itu. Jadi saya mengikuti yang ada dibuku. Soalnya diubah ke rumus-rumus yang ada dibuku”

P : “Iya benar. Itu sudah kamu ubah ke rumus-rumus yang ada kan?”

NCP : “Sudah bu. $\sec x$ itu jadi $\frac{1}{\cos x}$ dibuku namanya identitas kebalikan”

P : “Lalu coba perhatikan langkahmu yang ini (peneliti menunjukkan langkah NC-1aL3). Menurut saya ada yang salah”

NCP : “Sebentar bu”

NCP : “Itu ndak bisa disederhanakan ya bu? Jadi salah dong?”

P : “Kenapa salah?”

NCP : “Kan ditambah bukan dikali. Ndak bisa ya bu?”

P : “Iya itu seharusnya tidak bisa disederhanakan. Lain kali diteliti lagi”

NCP : “Iya bu”

Dari penjelasan subyek NCP pada petikan wawancara di atas, subyek NCP sudah mampu menjelaskan langkah-langkah penyelesaiannya dengan lancar. Subyek NCP juga mampu menyadari kesalahannya. Dengan demikian pada cara pertama ini subyek NCP telah mencapai indikator kefasihan.

Selanjutnya pada cara kedua, subyek NCP mula-mula mengubah $1 + \tan^2 x$ menjadi $\sec x$ (identitas Pythagoras. NC-1bL1). Langkah selanjutnya $\sec x$ diubah ke rumus identitas

kebalikan yaitu, $\frac{1}{\cos^2 x}$ (NC-1bL2). Kemudian dari NC-1bL2 dikalikan dengan $\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x}$, sehingga pada pembilang muncul $\cos^2 x$ dan $\cos^2 x$ pada penyebut habis tereliminasi. Bentuk persamaannya menjadi $\cos x \sec x \cos^2 x = \cos^2 x$ (NC-1bL3). Selanjutnya pada langkah NC-1bL4, $\sec x$ diubah ke rumus identitas kebalikannya yaitu, $\frac{1}{\cos x}$ lalu salah satu $\sec x$ dapat dieliminasi dan menyisakan $\sec^2 x$ (NC-1bL5). Jawaban subyek NCP ini sudah benar. Namun, peneliti menemukan sedikit kesalahan pada langkah NC-1bL1, yaitu seharusnya $\sec x$ mengandung kuadrat, tapi subyek NCP tidak menuliskannya. Secara keseluruhan untuk soal nomor 1 ini, subyek NCP sudah mencapai indikator kefasihan dan fleksibilitas.

Soal nomor 2

Buktikan identitas trigonometri di bawah ini dengan menggunakan minimal 2 cara!

$$\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$$

$$\begin{aligned} \frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} &= \frac{1 - (\cos^2 A - \sin^2 A)}{1 + \cos^2 A - \sin^2 A} \quad \text{NC-2aL1} \\ &= \frac{1 - \cos^2 A + \sin^2 A}{1 + \cos^2 A - \sin^2 A} \quad \text{NC-2aL2} \\ &= \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A \quad \text{NC-2aL3} \end{aligned}$$

Gambar 4.8 Hasil Pekerjaan Subyek NCP pada Soal Nomor 2

Berdasarkan gambar 4.8 di atas, langkah-langkah yang subyek NCP tuliskan ialah subyek NCP mengubah konstanta 1 pada pembilang menjadi rumus identitas Pythagorasnya yaitu, $\sin^2 A + \cos^2 A$. Lalu mengubah $\cos 2A$ menjadi $\cos^2 A - \sin^2 A$. Kemudian pada penyebutnya, $\cos 2A$ diubah menjadi $2 \cos^2 A - 1$. Sehingga bentuknya menjadi $\frac{\sin^2 A + \cos^2 A - (\cos^2 A - \sin^2 A)}{2 \cos^2 A - 1}$ (NC-2aL1). Lalu subyek NCP mengoperasikan bentuk tersebut sehingga $\cos^2 A$ pada pembilang tereliminasi dan konstanta 1 pada penyebut juga tereliminasi. Setelah mengeliminasi didapat bentuk baru $\frac{2 \sin^2 A}{2 \cos^2 A}$ (NC-2aL3). Masing-masing konstanta 2 pada pembilang dan penyebut dapat dieliminasi dan menyisakan bentuk $\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}$ yang merupakan bentuk lain dari $\tan^2 A$ (identitas perbandingan). Sehingga jawaban subyek NCP pada NC-2aL3 adalah benar.

Pada Soal nomor 2 ini, subyek NCP hanya menjawab menggunakan satu cara. Sehingga subyek NCP belum mencapai indikator kebaruan. Dari paparan data dan petikan wawancara dengan subyek NCP di atas, dapat disimpulkan bahwa subyek NCP mampu mencapai indikator kefasihan dan fleksibilitas. Sehingga subyek NCP berada pada tingkat 3 atau siswa yang cukup kreatif.

c. Siswa berkemampuan matematika tinggi

Dalam kategori ini peneliti mengambil dua subyek siswa yaitu, AKR dan NNS. Paparan data hasil tes dan wawancara kedua subyek adalah sebagai berikut:

1) Subyek AKR

Soal nomor 1

Buktikan identitas trigonometri di bawah ini dengan menggunakan minimal 2 cara!

$$\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$$

Handwritten work showing two methods to prove the identity $\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$.

Method 1 (AKR-1aL1 to AKR-1aL3):

$$\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$$

$$\frac{\cos x \cdot \frac{1}{\cos x}}{\sec^2 x} = \cos^2 x \quad \{\text{AKR-1aL1}\}$$

$$\frac{1}{\sec^2 x} = \cos^2 x \quad \{\text{AKR-1aL2}\}$$

$$\cos^2 x = \cos^2 x \quad \{\text{terbukti}\} \quad \{\text{AKR-1aL3}\}$$

Method 2 (AKR-1bL1 to AKR-1bL5):

$$\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$$

$$\frac{\cos x \sec x}{\sec^2 x} = \cos^2 x \quad \{\text{AKR-1bL1}\}$$

$$\frac{\cos x \sec x}{\frac{1}{\cos^2 x}} = \cos^2 x \quad \{\text{AKR-1bL2}\}$$

$$\cos x \sec x \cos^2 x = \cos^2 x \quad \{\text{AKR-1bL3}\}$$

$$\frac{\cos x \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot \cos^2 x}{\cos^2 x} = \cos^2 x \quad \{\text{AKR-1bL4}\}$$

$$\cos^2 x = \cos^2 x \quad \{\text{terbukti}\} \quad \{\text{AKR-1bL5}\}$$

Gambar 4.9 Hasil Pekerjaan Subyek AKR pada Soal Nomor 1

Berdasarkan jawaban di atas, AKR sudah mampu membuktikan soal nomor 1 dengan benar. Maka AKR telah memenuhi indikator kefasihan, yaitu AKR mampu memperhatikan permasalahan dan merespon perintah yang diberikan.

Pada AKR-1aL1, mula-mula subyek AKR mengubah $\sec x$ menjadi identitas kebalikannya, yaitu $\frac{1}{\cos x}$. Dan mengubah $1 + \tan^2 x$ menjadi bentuk identitas Pythagoras, yaitu $\sec^2 x$. Lalu $\cos x$ dieliminasi. Maka terbentuklah persamaan baru $\frac{1}{\sec^2 x} = \cos^2 x$ (AKR-1aL2) dan terbukti benar.

Selanjutnya pada cara kedua, AKR mengubah $1 + \tan^2 x$ menjadi identitas Pythagoras yaitu $\sec^2 x$ sehingga pada AKR-1bL1 persamaannya menjadi $\frac{\cos x \sec x}{\sec^2 x} = \cos^2 x$. Selanjutnya pada AKR-1bL2, $\sec^2 x$ diubah ke identitas kebalikannya yaitu $\frac{1}{\cos^2 x}$. Kemudian $\frac{1}{\cos^2 x}$ berpindah ke pembilang menjadi $\cos^2 x$, sehingga persamaannya menjadi $\cos x \sec x \cos^2 x = \cos^2 x$ (AKR-1bL3). Lalu langkah selanjutnya $\sec x$ diubah ke identitas kebalikan yaitu $\frac{1}{\cos x}$, sehingga dapat disederhanakan seperti pada langkah AKR-1bL4. Dari AKR-1bL4 tersebut menyisakan $\cos^2 x$, jadi jawaban akhir subyek AKR adalah benar karena $\cos^2 x = \cos^2 x$ (AKR-1bL5).

Dari analisis pekerjaan AKR pada gambar 4.9 di atas terlihat bahwa mampu membuktikan soal dengan lancar dan tepat menggunakan cara yang berbeda. Subyek AKR juga mampu menganalisis data lalu menghubungkan informasi yang ada untuk menyusun sebuah penyelesaian dengan menggunakan kemungkinan lain yaitu memanipulasi aljabar. Dalam hal ini AKR memenuhi

indikator kefasihan dan fleksibilitas. Hal tersebut diperkuat dengan wawancara sebagai berikut:

P : "Apakah kamu sudah mengerti maksud dari soal tersebut?"

AKR : "Sudah"

P : "Apa perintahnya?"

AKR : "Perintahnya disuruh membuktikan identitas trigonometri."

P : "Lalu bagaimana cara penyelesaiannya?"

AKR : "Pertama-tama saya baca dulu soalnya. Setelah faham saya mencari-cari materi identitas trigonometri lalu mencari yang bentuknya sama dengan yang ada di soal. Kemudian saya coba mengubah kebentuk lain tersebut"

Soal nomor 2

Buktikan identitas trigonometri di bawah ini dengan menggunakan minimal 2 cara!

$$\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$$

2* $\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$

$\frac{1 - \cos^2 A - \sin^2 A}{1 + \cos^2 A - \sin^2 A} = \tan^2 A$ { AKR-2aL1

$\frac{(\sin^2 A + \cos^2 A) - (\cos^2 A - \sin^2 A)}{(\sin^2 A + \cos^2 A) + (\cos^2 A - \sin^2 A)} = \tan^2 A$

$\frac{2 \sin^2 A}{2 \cos^2 A} = \tan^2 A$ { AKR-2aL2

$\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$ { AKR-2aL3

$\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$ { AKR-2aL4

$\tan^2 A = \tan^2 A$ (terbukti) { AKR-2aL5

$\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$

$\frac{1 - (1 - 2 \sin^2 A)}{1 + (1 - 2 \sin^2 A)} = \tan^2 A$ { AKR-2bL1

$\frac{2 \sin^2 A}{2 - 2 \sin^2 A} = \tan^2 A$ { AKR-2bL2

$\frac{2 \sin^2 A}{2(1 - \sin^2 A)} = \tan^2 A$ { AKR-2bL3

$\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$ { AKR-2bL4

$\tan^2 A = \tan^2 A$ (terbukti) { AKR-2bL5

Gambar 4.10 Hasil Pekerjaan Subyek AKR pada Soal Nomor 2

Berdasarkan jawaban di atas, AKR sudah mampu membuktikan soal nomor 2 dengan benar. Pada cara pertama,

subyek AKR mengubah soal dari $\cos 2A$ menjadi rumus sudut ganda $\cos^2 A - \sin^2 A$ dan mengubah $\cos 2A$ menjadi $\cos^2 A - \sin^2 A$ sehingga persamaannya menjadi $\frac{1 - \cos^2 A - \sin^2 A}{1 + \cos^2 A - \sin^2 A} = \tan^2 A$ (AKR-2aL1). Langkah selanjutnya subyek AKR menjabarkan langkah AKR-2bL1 menjadi $\frac{(\sin^2 A + \cos^2 A) - (\cos^2 A - \sin^2 A)}{(\sin^2 A + \cos^2 A) + (\cos^2 A - \sin^2 A)} = \tan^2 A$ (AKR-2aL2). Konstanta 1 pada masing pembilang dan penyebut pada AKR-2aL1 diubah ke bentuk identitas Pythagoras yaitu $\sin^2 A + \cos^2 A$. Kemudian subyek AKR mengoperasikan langkah AKR-2aL2 tersebut sehingga menjadi $\frac{2\sin^2 A}{2\cos^2 A} = \tan^2 A$ (AKR-2aL3). Pada AKR-2aL3, bilangan 2 dapat disederhanakan lalu menyisakan $\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}$ yang merupakan identitas perbandingan dari $\tan^2 A$. Jadi jawaban AKR adalah benar.

Selanjutnya pada cara kedua, AKR mampu mencapai indikator kebaruan, yaitu Ia mampu menuliskan cara lain untuk menyelesaikan soal. AKR menggunakan rumus sudut ganda untuk menentukan langkah penyelesaian lainnya. Pada AKR-2bL1, subyek AKR mengubah $\cos 2A$ ke rumus sudut ganda yaitu $\cos 2A$ menjadi rumus sudut ganda $1 - 2\sin^2 A$ dan mengubah $\cos 2A$ menjadi $1 - 2\sin^2 A$ sehingga persamaannya menjadi $\frac{1 - (1 - \sin^2 A)}{1 + (1 - 2\sin^2 A)} = \tan^2 A$ (AKR-2bL1). Dari AKR-2bL1 tersebut kemudian dioperasikan sehingga menghasilkan persamaan

$\frac{2\sin^2 A}{2-2\sin^2 A} = \tan^2 A$ (AKR-2bL2). Kemudian pada AKR-2bL3, $2\sin^2 A$ diubah menjadi $1 - \sin^2 A$, lalu konstanta 2 pada masing-masing pembilang dan penyebut disederhanakan seperti pada gambar 4.14 di atas. Langkah selanjutnya $1 - \sin^2 A$ diubah sesuai identitas pythagoras menjadi $\cos^2 A$, sehingga menjadi seperti langkah AKR-2bL4 yaitu $\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$. Dan jawaban subyek AKR terbukti benar.

Dari paparan data dan petikan wawancara atas menunjukkan bahwa subyek AKR telah mampu mencapai indikator berpikir kreatif kefasihan dan fleksibilitas pada setiap soal, namun hanya mencapai indikator kebaruan pada soal kedua. Subyek AKR mampu membuktikan semua soal dengan benar dan cara yang berbeda. Sehingga disimpulkan bahwa subyek AKR berada pada tingkat 4 yaitu siswa dengan kemampuan berpikir kreatif tinggi.

2) Subyek NNS

Soal nomor 1

Buktikan identitas trigonometri di bawah ini dengan menggunakan minimal 2 cara!

$$\frac{\cos x \sec x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x$$

Handwritten student work showing the proof of the trigonometric identity. The student starts with the identity to be proved, then uses the identity $1 + \tan^2 u = \sec^2 u$ to rewrite the denominator. This leads to a fraction with $\cos u \sec u$ in the numerator and $\sec^2 u$ in the denominator. The student then simplifies this to $\cos u \sec u / (1/\cos^2 u)$, which is $\cos^3 u \sec u$. Finally, they use the identity $\sec u = 1/\cos u$ to arrive at $\cos^2 u$, which is the right-hand side of the original identity. The work is annotated with NNS-1aL1 through NNS-1bL5.

Gambar 4.11 Hasil Pekerjaan NNS pada Soal Nomor 1

Berdasarkan gambar 4.11 di atas, pada NNS-1aL1, subyek NNS mengubah $\sec x$ menjadi identitas kebalikannya yaitu $\frac{1}{\cos x}$. Kemudian pada penyebutnya, $\tan^2 x$ diubah ke identitas perbandingan yaitu $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$. Selanjutnya, pada pembilangnya, subyek NNS mengeliminasi $\cos x$ sehingga tersisa bilangan konstanta 1. Sehingga bentuk persamaan tersebut menjadi $\frac{1}{1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \cos^2 x$ (NNS-1aL1). Langkah selanjutnya subyek NNS mengalikan langkah NNS-1aL1 dengan sekawannya, yaitu $1 + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}$ sehingga diperoleh $1 \times 1 + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}$ (NNS-1aL2).

- P* : “Apakah kamu sudah mengerti maksud dari soal tersebut?”
- NNS* : “Sudah bu”
- P* : “Apa perintahnya?”
- NNS* : “Perintahnya disuruh membuktikan.
- P* : “Jadi apa yang harus kamu lakukan?”
- NNS* : “Saya harus membuktikan sama jawaban yang sudah ada.
- P* : “Lalu bagaimana cara penyelesaiannya?”
- NNS* : “Saya mencari rumus lain yang sama. Seperti $\sec x = \frac{1}{\cos x}$ lalu soalnya diubah menjadi $\frac{1}{\cos x}$. Yang lainnya juga begitu”
- P* : “Coba perhatikan langkah ketigamu (peneliti menunjukkan NNS-1aL3). Apakah kamu menemukan keanehan pada jawabanmu?”
- NNS* : “Apa bu?”
- P* : “Apakah $\sin^2 x$ bisa disederhanakan?”
- NNS* : “Bisa bu, itu kan sama”
- NNS* : “Oiya bu tidak bisa. Karena ditambah bukan dikali. Saya salah bu”
- P* : “Oke. Sebenarnya jika itu perkalian, maka jawabanmu sudah benar karena sudah terbukti”

Berdasarkan petikan wawancara di atas, NNS telah memperhatikan permasalahan yang diberikan dan mampu merespon perintah atau menentukan langkah awal penyelesaian. Disini NNS menunjukkan pencapaian indikator kefasihan.

Pada langkah NNS-1aL3, subyek NNS kurang teliti. Sudah dijelaskan pada petikan wawancara di atas, bahwa $\sin^2 x$ tidak bisa disederhanakan karena pada pembilang mengandung operasi penjumlahan bukan perkalian. Disini subyek NNS menyadari dan mampu menjelaskan kesalahannya.

Selanjutnya di cara kedua pada NNS-1bL1 subyek NNS mengubah $1 + \tan^2 x$ menjadi $\sec^2 x$ (identitas Pythagoras). Selanjutnya pada NNS-1bL2 penyebut soal yaitu $\sec^2 x$ diubah

menjadi $\frac{1}{\cos^2 x}$ (rumus identitas kebalikan). Kemudian subyek NNS mengalikan pembilang dan penyebut dengan $\cos^2 x$ sehingga pada NNS-1bL3 menjadi $\cos x \sec x \cos^2 x$. Pada NNS-1bL4, subyek NNS mengubah $\sec x$ ke identitas kebalikannya yaitu $\frac{1}{\cos x}$ sehingga bisa disederhanakan dengan $\cos x$ di depannya dan menyisakan $\cos^2 x$.

Berdasarkan penjelasan di atas, subyek NNS mampu membuktikan soal nomor 1 dengan benar pada cara kedua. Hal ini menunjukkan bahwa subyek NNS telah mencapai indikator kefasihan dan fleksibilitas, yaitu mampu merespon perintah serta menganalisis dan menggunakan berbagai pendekatan atau metode untuk menyusun penyelesaian.

Soal nomor 2

Buktikan identitas trigonometri di bawah ini dengan menggunakan minimal 2 cara!

$$\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$$

② $\frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$
 $\Rightarrow \frac{1 - \cos 2A = \sin^2 A}{1 + \cos 2A = \cos^2 A} \rightarrow \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$ (NNS-2aLI)
 $\Rightarrow \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$
 $\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}$ (terbukti)
 $\Rightarrow \frac{1 - \cos 2A}{1 + \cos 2A} = \tan^2 A$
 $\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$ (terbukti) (NNS-2bLI)

Gambar 4.12 Hasil Pekerjaan NNS pada Soal Nomor 2

Dari gambar 4.12 di atas sekilas subyek NNS telah membuktikan soal nomor 2 dengan jawaban akhir benar. Jika diperhatikan pada cara pertama subyek NNS mengubah pembilang $1 - \cos 2A$ menjadi $\sin^2 A$. Dan mengubah penyebut $1 + \cos 2A$ menjadi $\cos^2 A$. Sehingga bentuknya menjadi $\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$ (NNS-2aL1). Sampai disini sebenarnya sudah benar, karena persamaan tersebut sudah berdasarkan rumus identitas perbandingan. Tapi subyek NNS melanjutkan langkahnya dengan mengubah $\tan^2 A$ menjadi $\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}$. Sehingga hasil akhir cara pertama tersebut adalah $\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}$ (kedua ruas terbukti sama).

Selanjutnya pada cara kedua subyek NNS mengubah pembilang $1 - \cos 2A$ menjadi $\sin^2 A$. Dan mengubah penyebut $1 + \cos 2A$ menjadi $\cos^2 A$. Sehingga pada NNS-2bL1 bentuknya menjadi $\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} = \tan^2 A$. Berhenti pada langkah tersebut, NNS telah membuktikan soal dengan benar.

Dari penjelasan pada langkah-langkah penyelesaian subyek NNS untuk soal nomor 2 cara pertama maupun cara kedua di atas, peneliti menyimpulkan bahwa subyek NNS belum menunjukkan pencapaian indikator kebaruan. Sebab jika diamati lagi cara pertama dan cara kedua menggunakan manipulasi aljabar yang sama. Dan subyek NNS masih kurang tepat dalam merubah soal ke bentuk lain. $1 - \cos 2A$ seharusnya menjadi $2\sin^2 A$. Begitu juga dengan $1 +$

$\cos 2A$ seharusnya $2\cos^2 A$. Sehingga subyek NNS belum mampu menghubungkan informasi dan memberikan gagasan atau cara baru untuk menyelesaikan soal nomor 2 tersebut.

Kesimpulan dari analisis peneliti terhadap jawaban subyek NNS pada soal 1 dan 2 ialah subyek NNS sudah memenuhi indikator kefasihan dan fleksibilitas. Namun belum mampu mencapai indikator kebaruan karena belum mampu menunjukkan cara lain yang berbeda untuk menyelesaikan soal. Sehingga subyek NNS termasuk siswa dengan kemampuan berpikir kreatif tingkat 3 yaitu siswa yang kreatif.

C. Temuan Penelitian

Dari hasil analisis yang telah disajikan di atas, peneliti menemukan beberapa temuan antara lain sebagai berikut:

1. Siswa berkemampuan matematika rendah
 - a. Subyek RBF mampu mencapai indikator kefasihan saja. Sehingga subyek tersebut berada pada tingkat berpikir kreatif tingkat 1 atau siswa yang kurang kreatif.
 - b. Subyek SRPH belum mampu mencapai ketiga indikator berpikir kreatif. Sehingga subyek tersebut berada pada tingkat berpikir kreatif tingkat 0 atau siswa yang tidak kreatif.

2. Siswa berkemampuan matematika sedang
 - a. Subyek ANA mampu mencapai indikator kefasihan saja. Sehingga subyek tersebut berada pada tingkat berpikir kreatif tingkat 1 atau siswa yang kurang kreatif.
 - b. Subyek NCP mampu mencapai indikator kefasihan dan fleksibilitas. Sehingga subyek tersebut berada pada tingkat berpikir kreatif tingkat 3 atau siswa yang kreatif.
3. Siswa berkemampuan matematika tinggi
 - a. Subyek AKR mampu mencapai ketiga indikator berpikir kreatif. Sehingga subyek tersebut berada pada tingkat berpikir kreatif tingkat 4 atau siswa yang sangat kreatif.
 - b. Subyek NNS mampu mencapai indikator kefasihan dan fleksibilitas. Sehingga subyek tersebut berada pada tingkat berpikir kreatif tingkat 3 atau siswa yang kreatif.