

VARIASI KONSTRUK DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Editor:

Dr. Abdur Rahman As'ari, M.Pd, MA

Dr. Edy Bambang Irawan, M.Pd



**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI MALANG**

VARIASI KONSTRUK DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA



Editor

Dr. Abdur Rahman As'ari, M.Pd, MA

Dr. Edy Bambang Irawan, M.Pd

PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA
DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI MALANG

VARIASI KONTRUK DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Oleh

Dr. Abdur Rahman As'ari, M.Pd, MA, dkk

Copyright © 2016, Dr. Abdur Rahman As'ari, M.Pd, MA, dkk

Perpustakaan Nasional: Katalog dalam Terbitan(KDT)

Diperbolehkan memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ke dalam bentuk apapun, secara elektronik maupun mekanis, termasuk fotokopi atau merekam dengan teknik apapun dengan seijin atau tanpa ijin dari penulis.

Editor : Dr. Abdur Rahman As'ari, M.Pd., M.A.
Dr. Edy Bambang Irawan, M.Pd.

Lay out Cover : Tim CV. Bintang Sejahtera

ISBN : 978-602-1150-25-2

xii + 179 hal, 29 x 20.5

Diterbitkan oleh Penerbit CV. Bintang Sejahtera

Anggota IKAPI (No: 136/JTI/2011)

Jl. Sunan Kalijaga no. 7AA, Lowokwaru, Malang

Telepon +62 85102744383, 082140150043

Dicetak dan dijilid di Malang, Jawa Timur, Indonesia

KATA PENGANTAR

Berbagai upaya dalam mengembangkan gagasan tentang pembelajaran matematika di semua jenjang pendidikan perlu dilakukan terus menerus, baik pada jenjang pendidikan dasar, sekolah menengah, bahkan sampai pendidikan tinggi. Gagasan tentang pembelajaran matematika dapat ditinjau dalam dua konteks, yaitu pembelajaran matematika dalam konteks praktis di sekolah dan pembelajaran matematika dalam konteks riset. Buku yang berjudul **Variasi Konstruksi dalam Pembelajaran Matematika** berorientasi pada gagasan tentang pembelajaran matematika dalam konteks riset. Tema yang diangkat dalam buku ini mencakup: berpikir kritis, berpikir kreatif, berpikir reflektif, komunikasi matematis, berpikir spasial, penalaran induktif, membuktikan, dan penalaran statistik. Buku ini diharapkan berguna sebagai salah satu rujukan bagi para peneliti yang melakukan penelitian terkait tema-tema tersebut. Disadari bahwa masih banyak hal yang perlu dikritisi dalam buku ini, dan diharapkan ada masukan dari pembaca. Pada edisi berikutnya diharapkan dihasilkan revisi buku yang lebih baik.

Penyusun

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI	v
DAFTAR KONTRIBUTOR	vi
PENDAHULUAN	viii
BERPIKIR KRITIS	2
<i>Dr. Abdur Rahman As'ari, M.Pd, MA</i>	
BERPIKIR KREATIF	22
<i>Muchtadi, S.Pd, M.Pd</i>	
BERPIKIR REFLEKTIF	41
<i>Anies Fuady, S.Pd, M.Pd</i>	
KARAKTERISTIK KOMUNIKASI MATEMATIS	60
<i>Sumaji, S.Pd, M.Pd</i>	
BERPIKIR SPASIAL	76
<i>Shinta Wulandari, S.Si, M.Pd</i>	
PENALARAN INDUKTIF	94
<i>Sandie, S.Pd, M.Pd</i>	
PERUBAHAN KONSEPTUAL	110
<i>Syaiful Hadi, S.Pd, M.Pd</i>	
PEMBUKTIAN	135
<i>Fuat, S.Pd, M.Pd</i>	
PENALARAN STATISTIK	151
<i>Parhaini Andriani, S.Pd, M.Pd.Si</i>	

DAFTAR KONTRIBUTOR

Dr. Abdur Rahman As'ari, M.Pd, MA Jurusan Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Malang.

Muchadi, S.Pd, M.Pd Prodi Pendidikan Matematika, Fakultas Pendidikan Matematika, Ilmu Pengetahuan Alam dan Teknologi, IKIP-PGRI Pontianak.

Anies Fuadi, S.Pd, M.Pd Prodi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Islam Malang.

Sumaji, S.Pd, M.Pd Prodi Pendidikan Guru Sekolah Dasar, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Maria Kudus.

Shinta Wulandari, S.Si, M.Pd Prodi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Borneo Tarakan.

Sandie, S.Pd, M.Pd Prodi Pendidikan Matematika, Fakultas P.MIPATEK, IKIP-PGRI Pontianak.

Syaiful Hadi, S.Pd, M.Pd Prodi Tadris Matematika, Fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan, IAIN Tulungagung.

Fuat, S.Pd, M.Pd Prodi Pendidikan Matematika, STKIP-PGRI Pasuruan.

Parhaini Andriani, S.Pd, M.Pd.Si Prodi Tadris Matematika, Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, IAIN Mataram.

PENDAHULUAN



*Oleh : Edy Bambang Irawan
Universitas Negeri Malang*

Makna **Pembelajaran Matematika** dapat diasosiasikan dalam berbagai konteks, antara lain dalam konteks praktis dan dalam konteks riset. Dalam konteks praktis, pembelajaran matematika dapat diasosiasikan sebagai praktek pembelajaran yang melibatkan alat, metode, dan berbagai pendekatan yang dirancang guru untuk memfasilitasi siswa dalam belajar matematika, baik di dalam kelas maupun di luar kelas. Dalam konteks riset, makna pembelajaran matematika tidak sekedar melibatkan alat, metode, dan berbagai pendekatan dalam praktek pembelajaran, namun mencakup berbagai ide-ide pembelajaran yang dihasilkan melalui kajian hasil-hasil riset terkait upaya memfasilitasi siswa dalam belajar matematika.

Variasi Konstruksi dalam Pembelajaran Matematika dalam buku ini menunjuk pada berbagai konstruksi ide-ide pembelajaran yang dihasilkan melalui kajian hasil-hasil riset pembelajaran matematika. Tema yang diangkat dalam buku ini mencakup: berpikir kritis, berpikir kreatif, berpikir reflektif, komunikasi matematis, berpikir spasial, penalaran induktif, membuktikan, dan penalaran statistik. Pola penyajian setiap judul bab dalam buku ini memuat pengertian, karakteristik, contoh dan bukan contoh, dan hasil-hasil penelitian yang terkait dengan tema-tema tersebut.

Berpikir kritis merupakan kemampuan seseorang dalam mengolah informasi secara logis. Orang yang berpikir kritis tidak dengan serta merta

menerima dan mempercayai kebenaran suatu informasi. Orang yang berpikir kritis senantiasa menantang, menganalisis, dan menilai kebenaran dari informasi tersebut agar kebenarannya bisa dipertahankan dan dipertanggungjawabkan. Orang yang berpikir kritis senantiasa menganalisis informasi dan memunculkan gagasan yang dilandasi dari berbagai sumber secara seksama dan logis. Kegiatan yang menuntut sebagian dari kegiatan berpikir kritis itu antara lain adalah kegiatan ketika seseorang : (1) harus mengambil keputusan apakah perlu atau tidak perlu mempercayai suatu informasi , (2) mengambil langkah untuk menyelidiki kebenaran suatu informasi, (3) mengemukakan argumen terhadap orang yang tidak mempercayai kita, maka orang tersebut pasti berpikir kritis.

Berpikir kreatif merupakan sesuatu kekuatan terorganisir bersifat abstrak, berani, disiplin, tidak pernah berhenti yang muncul akibat kondisi lingkungan dan menjadi pendorong seseorang untuk melakukan sesuatu. Orang yang berpikir kreatif (*creative thinker*) memiliki gaya berpikir inovatif, ketekunan, dan yang memiliki keberanian khas berdasarkan keyakinan mereka sendiri dan kesediaan untuk mengambil risiko. Ciri utama dari berpikir kreatif adalah penciptaan suatu gagasan baru, belum pernah dilihat atau belum pernah dipikirkan sebelumnya.

Berpikir reflektif merupakan proses berpikir yang terarah dan tepat dimana individu menganalisis, mengevaluasi, memotivasi, mendapatkan makna yang mendalam, menggunakan strategi pembelajaran yang tepat. Siswa yang memiliki gaya reflektif cenderung menggunakan lebih banyak waktu untuk merespons dan merenungkan akurasi jawaban. Individu reflektif lebih lamban dan berhati-hati dalam memberikan respons, tetapi cenderung memberikan jawaban secara akurat. Siswa yang reflektif lebih mungkin melakukan tugas-tugas seperti mengingat informasi yang terstruktur, membaca dengan memahami dan menginterpretasikan teks, memecahkan masalah dan membuat keputusan. Selain itu, siswa yang reflektif juga mungkin lebih menentukan sendiri tujuan belajar dan berkonsentrasi pada informasi yang relevan. Dan biasanya memiliki standar kerja yang tinggi

Dalam konteks pembelajaran di kelas, komunikasi matematis merupakan interaksi yang direncanakan di ruang kelas, yang meliputi strategi seperti pertanyaan, diskusi dan kegiatan kelompok dalam pembelajaran matematika.

Sebelum proses pembelajaran di kelas dimulai sebaiknya guru harus merancang proses pembelajaran diantaranya adalah membuat pertanyaan, pemberian pertanyaan atau scaffolding sehingga proses diskusi dalam kelompok, berbagi ide matematika bisa berjalan lancar. Kegiatan komunikasi matematis dikelas dapat diwujudkan dalam bentuk kegiatan diskusi dan berbagi ide matematis yang dapat meningkatkan asimilasi antara pengalaman baru dan lama. Dengan berbagi ide maka akan terjadi proses asimilasi sehingga dapat menggabungkan pengetahuan baru bagi siswa dengan struktur pengetahuan yang sudah ada. Oleh karena itu dengan komunikasi matematis dapat meningkatkan pemahaman siswa terhadap konsep matematika.

Berpikir spasial merupakan proses-proses menangkap, mengkodekan (*encoding*) dan memanipulasi secara mental dari bentuk spasial. Proses menangkap merupakan kegiatan fisik yang melibatkan panca indra pada saat bertemu dengan bentuk fisik suatu benda. Mengkodekan (*encoding*) mengacu pada bagaimana mengubah suatu fisik, input sensorik menjadi suatu bentuk representasi yang dapat ditempatkan ke dalam memori. Proses mental selanjutnya adalah penyimpanan yang mengacu pada bagaimana mempertahankan informasi yang dikodekan dalam memori kemudian bagaimana seseorang mendapatkan akses ke informasi yang tersimpan dalam memori sehingga dapat menyajikannya kembali sesuai dengan kemampuan yang dimiliki. Ketika seorang berpikir spasial, maka perhatiannya akan terpusat pada lokasi objek, bentuknya, hubungannya dengan bentuk yang lain dan proses jika bentuk-bentuk tersebut dipindahkan. Pandangan lain menyatakan bahwa berpikir spasial merupakan proses-proses mental pada penyajian, penganalisisan dan penggambaran inferensi dari relasi spasial. Relasi spasial ini bisa saja berupa relasi antara obyek-obyek atau relasi di dalam suatu obyek. Seseorang dapat menganalisis relasi spasial sebagaimana dia dapat mengamati dan menyajika atau membayangkan perubahan bentuk pada relasi spasial, misalnya memutar secara mental suatu obyek tiga dimensi.

Penalaran induktif berangkat pada tahap yang dinamakan observasi. Dari masing-masing observasinya seseorang tersebut mencari pola keterkaitan yang dimiliki dari masing-masing observasi atau kejadian. Dari keterkaitan dari masing-

masing kejadian atas hasil observasinya, seseorang dapat membuat kesimpulan sementara dari masing-masing hasil observasi dan kejadian. Hasil kesimpulan tersebut dinamakan dengan tentative hypothesis. Penalaran induktif, sebagai kebalikan penalaran deduktif atau penalaran abduktif, adalah penalaran di mana premis-premis dipandang untuk menyediakan atau mendukung bukti untuk kebenaran suatu kesimpulan, namun bukti tersebut bukan merupakan bukti kuat. Sedangkan konklusi dari argumen deduktif adalah pasti, tetapi kebenarannya dari konklusi suatu argumen induktif belum bisa ditetapkan dan tergantung pada fakta-fakta yang diberikan. Penalaran deduktif dapat dipandang sebagai proses penalaran dari fakta atau pengamatan khusus untuk mencapai kemungkinan kesimpulan yang dapat menjelaskan fakta-fakta. Penalaran induktif kemudian dapat menggunakan kemungkinan kesimpulan untuk mencoba memprediksi kejadian selanjutnya.

Pembuktian (*proofing*) merupakan aktivitas mengontruksi bukti. Pengonstruksian bukti menurut dapat dilakukan dengan mengeksplorasi apa yang sudah diketahui dan prinsip yang mendasarinya untuk mencapai kesimpulan yang diharapkan, kemudian mengerjakan kembali jika terjadi kesalahan sewaktu menulis bukti, setelah bukti telah selesai ditulis dilakukan validasi secara keseluruhan. Mengonstruksi bukti menawarkan skema bukti (*proof scheme*) dalam menggambarkan proses pembuktian dengan kategori prosedural, sintaksis, dan semantik. Skema bukti prosedural merupakan upaya membangun bukti dengan mengikuti langkah-langkah tertentu yang akan menghasilkan bukti yang valid. Skema bukti sintaksis merupakan upaya membangun bukti dengan memanipulasi definisi dan fakta lain yang relevan serta benar dengan cara logis. Sedangkan skema bukti semantik, mencoba untuk memahami mengapa pernyataan tersebut benar dengan memeriksa representasi objek matematika yang relevan dan kemudian menggunakan argument intuitif sebagai dasar untuk membangun bukti formal.

Penalaran statistik mencakup penggunaan ide dan alat statistik untuk merangkum dan menggambarkan asumsi disamping membuat kesimpulan berdasarkan data. Penalaran statistik merupakan penafsiran berdasarkan data dan penarikan inferensi dari data. Terdapat 5 tahapan model perkembangan penalaran

statistik pada siswa, yaitu: penalaran idiosinkratik (*idiosyncratic reasoning*), penalaran verbal, penalaran transisional, penalaran procedural, dan penalaran proses terintegrasi. Pada penalaran idiosinkratik, siswa mengetahui beberapa kata dan simbol tentang distribusi sampel dan dapat menggunakannya tanpa benar-benar memahaminya, kadangkala salah, dan mungkin mempersulit mereka dengan informasi yang tidak relevan. Pada penalaran verbal, siswa memiliki pengetahuan verbal tentang beberapa konsep tetapi tidak dapat mengaplikasikannya dalam suatu konteks. Misalnya, siswa dapat memberikan definisi secara benar tetapi tidak secara penuh memahami implementasi konsepnya. Misalnya siswa memahami definisi rata-rata dan median, tetapi tidak dapat menjelaskan bahwa rata-rata lebih besar dari median pada distribusi sampel yang kemencengannya positif. Pada penalaran transisional, siswa mampu mengidentifikasi satu atau dua dimensi dari proses proses statistik secara benar tanpa sepenuhnya mengintegrasikan dimensi tersebut. Pada penalaran prosedural, siswa siswa mampu mengidentifikasi satu atau dua dimensi konsep atau proses statistik secara benar tetapi tidak sepenuhnya mengintegrasikan dan memahami proses tersebut untuk menghasilkan proses tersebut. Sedangkan pada penalaran proses terintegrasi, siswa memiliki pemahaman yang lengkap tentang dimensi konsep atau proses statistic secara benar serta mampu menyesuaikan aturan sesuai konteks yang dihadapi.

BAB VII

PERUBAHAN KONSEPTUAL



Oleh : Syaiful Hadi
Universitas Negeri Malang



PERUBAHAN KONSEPTUAL

A. PENDAHULUAN

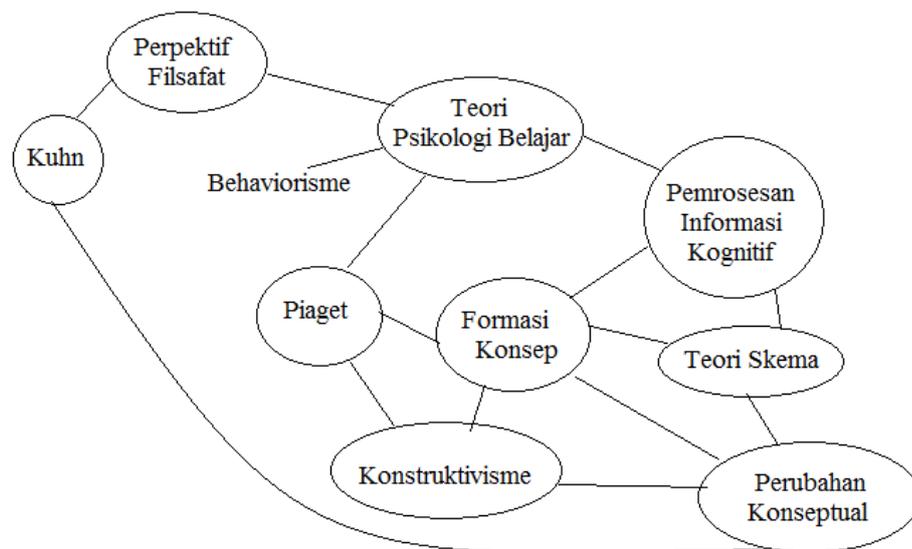
Tujuan dari pendidikan matematika adalah siswa benar-benar memahami konsep-konsep matematika daripada hanya mekanik menghafal dan membaca. Oleh karena itu, perlu ditekankan untuk meningkatkan kemampuan konstruksi konseptual dan transformasi pada siswa. Hal ini sejalan dengan pandangan konstruktivisme, bahwa pengetahuan akan dibentuk atau dibangun di dalam pikiran siswa sendiri ketika ia berupaya untuk mengorganisasikan pengalaman barunya berdasar pada kerangka kognitif yang sudah ada di dalam pikirannya (Baki, 2008). Dengan demikian, belajar matematika merupakan proses memperoleh pengetahuan yang diciptakan atau dilakukan oleh siswa sendiri melalui transformasi pengalaman individu siswa.

Siswa tidak masuk ke kelas seperti sebuah "papan tulis kosong" (Pinker 2003, Resnick, 1983), mereka sudah membangun kerangka konsep yang mereka pelajari di kelas dari pengalaman pribadi mereka sendiri; akurasi dan kebenaran dari struktur konsep ini bervariasi dari tiap-tiap siswa. Siswa tidak belajar domain baru suatu pengetahuan dari awal. Sebaliknya mereka harus mengintegrasikan informasi baru dengan yang sudah ada pada mereka, beberapa di antaranya mungkin salah atau tidak konsisten dengan pengetahuan baru. Apa yang terjadi ketika siswa menghadapi informasi baru yang bertentangan dengan fakta-fakta yang mereka anggap benar, terutama bila fakta-fakta yang sangat mendalam? Ini adalah masalah yang dieksplorasi oleh penelitian tentang perubahan konseptual: restrukturisasi dan mungkin meninggalkan suatu pengetahuan atau penambahan sederhana fakta-fakta baru ke pengetahuan dasar.

Istilah perubahan konseptual dalam bahasa Inggris *Conceptual Change* diperkenalkan oleh Thomas Kuhn dalam bukunya, *The Structure of Scientific Revolutions* (Kuhn, 1970) yaitu untuk menunjukkan bahwa konsep yang tertanam dalam teori ilmiah berubah arti ketika teori (paradigma) berubah. Secara historis, teori perubahan konseptual berdasarkan pada filosofi pembelajaran

konstruktivisme khususnya berasal dari teori perkembangan konstruktivis kognitif Piaget (1929). Dalam psikologi kognitif istilah perubahan konseptual diartikan sebagai perubahan dalam proses dan hasil (Dole dan Sinatra, 1998). Keterkaitan perubahan konseptual dan pembelajaran dalam psikolog kognitif memiliki sejumlah akar sejarah seperti pada gambar 1.

Perubahan konseptual adalah proses di mana konsep-konsep dan hubungan antara konsep-konsep tersebut berubah selama hidup atau selama sejarah seseorang. Perubahan konseptual didasari dari interdisipliner tiga bidang ilmu berbeda - psikologi perkembangan kognitif, ilmu pendidikan, dan ilmu sejarah dan filsafat (www.wikipedia.com).



Gambar 1. Alur Perubahan Konseptual (Dole dan Sinatra, 1998)

Begitu beragam arti dari istilah perubahan konseptual, mulai dari teori-teori kognisi sampai teori sosialisasi. Hal ini mengisyaratkan bahwa tidak ada definisi umum tentang apa yang dimaksud dengan perubahan konseptual. Namun, perbedaan utama diantara teori perubahan konseptual dapat dilihat dari cara mereka menjelaskan perubahan. Beberapa dari teori disajikan di bawah ini.

1) Posner dkk : pendekatan asimilasi dan akomodasi

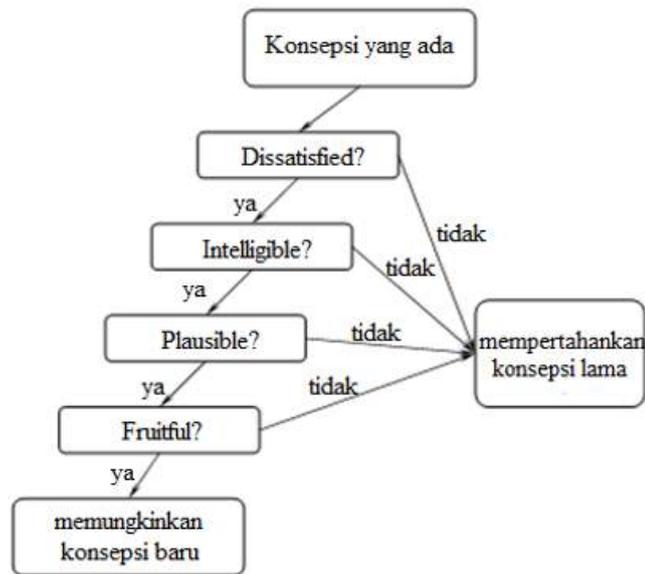
Posner, Strike, Hewson dan Gertzog (1982) menjelaskan bagaimana konsep berubah dalam pengaruh ide-ide baru atau informasi baru. Dua jenis perubahan konseptual dijelaskan dalam teori ini dengan menggunakan dua istilah Piaget yaitu asimilasi dan akomodasi. Istilah asimilasi digunakan untuk penambahan informasi ke struktur pengetahuan yang sudah ada dan istilah akomodasi untuk modifikasi atau berubah struktur pengetahuan yang sudah ada (Piaget, 1985).

Posner dkk memandang proses perubahan konseptual diawali oleh proses asimilasi kemudian akomodasi. Melalui asimilasi, siswa menggunakan konsepsinya yang telah ada untuk merespon fenomena yang baru. Sedangkan akomodasi merupakan proses perubahan konseptual dikarenakan konsepsi siswa tidak sesuai dengan fenomena yang baru; konteksnya berbeda. Namun seringkali konsepsi siswa tidak memadai untuk memungkinkan dia dalam memahami beberapa fenomena baru. Maka siswa harus mengganti atau mengatur ulang konsep utamanya. Bentuk yang lebih radikal dari perubahan konseptual ini disebut dengan akomodasi. Posner dkk. (1982) menyatakan bahwa perubahan konseptual dapat terjadi pada siswa karena beberapa kondisi, yaitu:

1. Harus ada ketidakpuasan terhadap konsepsi yang telah ada (*Dissatisfaction*). Menurut Posner dkk. (1982) siswa tidak menerima konsepsi baru dengan mudah sampai mereka menyadari bahwa konsepsi alternatif mereka tidak bekerja lagi. Dengan kata lain, ketika siswa menghadapi fenomena baru mereka mencoba untuk menjelaskannya dengan bantuan konsep yang ada. Selain itu, jika siswa tidak memiliki pengetahuan sebelumnya tentang fenomena siswa tidak akan mempertanyakan fenomena apakah memiliki fitur yang tidak relevan atau relevan. Oleh karena itu, siswa penting untuk memiliki pengetahuan dan menyadari bahwa konsepsinya saat ini tidak berhasil menjelaskan fenomena; Oleh karena itu, mereka harus mengubah atau memodifikasi untuk menerima konsep-konsep baru.

2. Konsepsi yang baru harus dapat dimengerti (*intelligible*). Dengan kata lain, siswa harus tahu apa arti dan menemukan bahwa konsep itu masuk akal. Hewson dan Hennessey (1992) menjelaskan bahwa dalam rangka konsep untuk dapat dipahami, siswa harus tahu apa arti dari konsep dan mereka harus mampu menjelaskan konsep dengan kata-kata mereka sendiri. Selain itu, mereka harus mampu memberikan contoh dan bukan contoh dan harus menemukan cara seperti menggambar, berbicara, peta konsep, untuk mewakili ide-idenya kepada orang lain.
3. Konsepsi yang baru harus masuk akal (*plausible*). Dengan kata lain, siswa harus percaya bahwa konsep tersebut wajar dan konsisten menurut pemahaman mereka. Dalam rangka konsep menjadi masuk akal, Hewson dan Hennessey (1992) menyatakan bahwa siswa harus menemukan konsep dimengerti dan konsep ini harus sesuai dengan pemahaman mereka. Selain itu, konsep harus konsisten dengan konsep-konsep lain yang terkait.
4. Konsep yang baru harus berdaya guna atau bermanfaat (*fruitful*) dalam pengembangan penemuan yang baru. Dengan kata lain, konsep baru harus mencapai sesuatu yang bernilai untuk siswa. Hewson dan Hennessey (1992) menunjukkan bahwa konsep harus dimengerti, masuk akal, dan berguna dan siswa harus dapat menerapkannya ke konsep lain dan konsep-konsep ini harus menjadi penjelasan yang lebih baik.

Perubahan konseptual menurut Posner dkk. dapat diilustrasikan dalam gambar 2.



Gambar 2. Alur Perubahan konseptual Posner

Perubahan konseptual tergantung pada kondisi di atas. Selain itu, perubahan konseptual tidak terjadi tanpa perubahan secara bersamaan dengan statusnya relatif dari perubahan konsepsi (Hewson & Hewson, 1991). Sebagai contoh, jika kondisi yang lebih terpenuhi maka status konsepsi dinaikkan, di sisi lain jika kondisi yang terjadi jarang maka status konsepsi diturunkan.

Posner dkk. (1982) mengidentifikasi bahwa ekologi konseptual siswa adalah kunci untuk model perubahan konseptual karena tanpa konsep seperti itu tidak mungkin bagi siswa untuk mengajukan pertanyaan tentang fenomena tersebut, untuk mengetahui apa yang akan dijelaskan sebagai jawaban atas pertanyaan, atau untuk membedakan relevan dari fitur yang tidak relevan dari fenomena. Istilah ekologi konseptual digunakan untuk menggambarkan bagaimana pembelajaran baru terus menerus terintegrasi, dimodifikasi atau ditolak dari kerangka konseptual siswa. Strike dan Posner (1985) mengembangkan gagasan konsepsi siswa yang disesuaikan dengan berbagai faktor kognitif yang meliputi apa yang mereka disebut ekologi konseptual siswa.

2) Thagard : pendekatan revolusi konseptual

Thagard (2003) menjelaskan bahwa perubahan konseptual adalah penciptaan dan perubahan representasi mental yang sesuai dengan kata-kata. Jenis paling sederhana dari perubahan konseptual adalah ketika orang belajar konsep baru. Jenis yang lebih menantang terjadi ketika konsep yang ada harus disesuaikan dan direorganisasi untuk mengakomodasi informasi baru. Sedangkan perubahan konseptual yang radikal yaitu, pengembangan pengetahuan yang melibatkan pergeseran di mana kumpulan konsep penting menjalani perubahan dalam pemaknaan. Dalam kasus tersebut, belajar bukan hanya suatu hal akumulasi konsep baru dan keyakinan; juga memerlukan revisi substansial dan restrukturisasi representasi mental. Perubahan konseptual yang seperti itu disebut sebagai *branch jumping* atau *tree switching*.

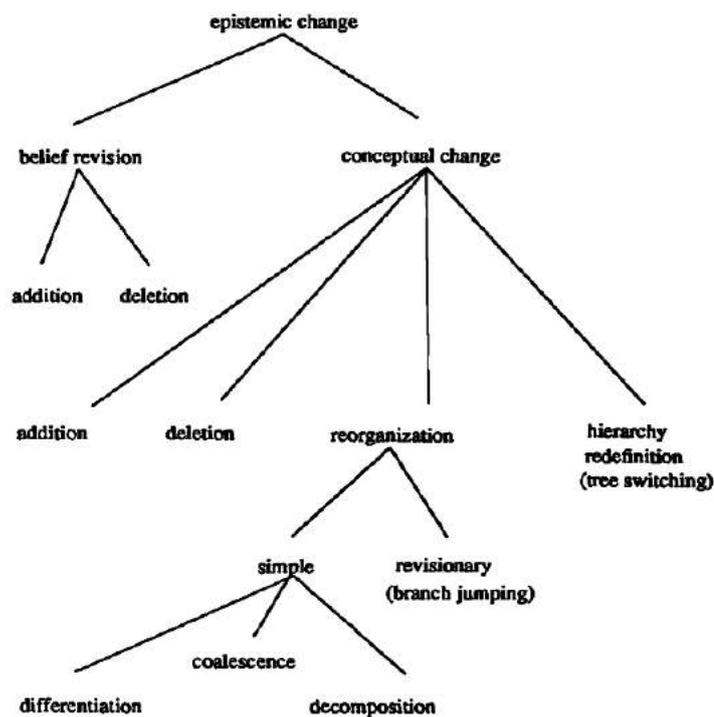
Secara lengkap, Thagard (1992) dalam bukunya *Conceptual Revolutions*, membedakan berbagai tingkat dari perubahan konseptual sebagai berikut:

1. Menambahkan contoh baru dari konsep,
2. Menambahkan aturan baru yang lemah,
3. Menambahkan aturan yang kuat baru yang sering memainkan peran pada pemecahan masalah dan penjelasan,
4. Menambahkan bagian-hubungan baru,
5. Menambahkan jenis-hubungan baru,
6. Menambahkan konsep baru,
7. Melemahkan bagian dari jenis hirarkis, meninggalkan perbedaan sebelumnya,
8. Pengorganisasian ulang secara hirarkis dengan *branch jumping*, yaitu konsep bergeser dari satu cabang ke cabang lain pada pohon hirarkis.
9. *Tree switching*, yaitu, mengubah prinsip pengorganisasian pohon hirarkis,

Perubahan jenis pertama, menambahkan contoh baru, melibatkan perubahan pada struktur konsep. Jenis kedua dan ketiga perubahan melibatkan menambahkan aturan kekuatan yang berbeda. Istilah "lemah" dan "kuat" menunjukkan pentingnya aturan untuk pemecahan masalah. Dengan demikian perbedaan antara perubahan 2 dan 3 adalah perubahan pragmatis. Perubahan 4,

menambahkan bagian-hubungan baru, bisa disebut dekomposisi. Perubahan konseptual biasanya terjadi pada bagian-hierarki ketika bagian baru ditemukan. Penambahan dalam perubahan 1 sampai 5 hanya akan terjadi ketika seseorang telah membentuk konsep yang berbeda dari entitas yang sudah ada. Konsep dapat ditambahkan untuk berbagai alasan, termasuk perpaduan. Konsep baru juga dapat diperkenalkan untuk alasan memperjelas konsep yang sudah ada.

Untuk memberikan perspektif yang sedikit berbeda, Gambar 3 memberikan sebuah taksonomi berbagai jenis perubahan secara epistemik. Revisi keyakinan melibatkan penambahan atau penghapusan keyakinan. Perubahan konseptual melampaui revisi keyakinan ketika melibatkan penambahan, penghapusan, atau reorganisasi konsep, atau redefinisi sifat yang hirarkis.

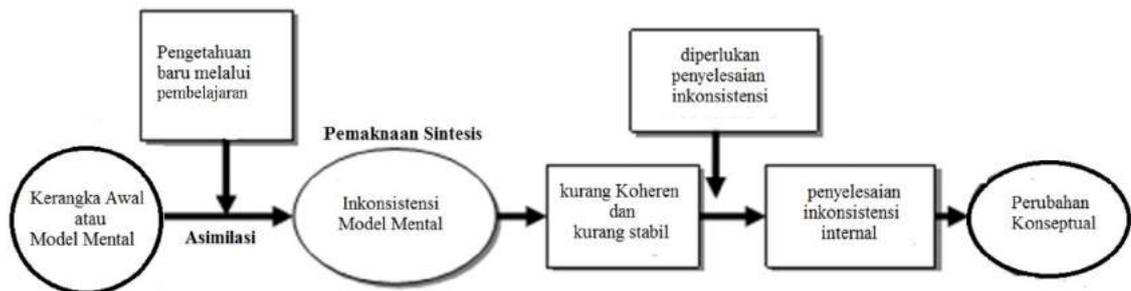


Gambar 3. Taksonomi jenis-jenis perubahan menurut Thagard

3) Vosniadou: pendekatan teori *framework*

Vosniadou (1994) menyatakan bahwa perubahan konseptual adalah sebuah proses yang memungkinkan siswa untuk menyintesis model mental dalam pikiran mereka, dimulai dengan *framework* awal mereka yang sudah ada. Siswa

sebelum melakukan pembelajaran sudah memiliki beberapa *framework* awal berdasarkan pengalaman pribadi sebelumnya. Melalui pembelajaran tentang topik yang ada pada *framework* awal menyebabkan beberapa kontradiksi dalam model mentalnya, yang pada gilirannya menghasilkan ketidakstabilan pada representasi mental.



Gambar 4. Alur Perubahan Konseptual Vosniadou

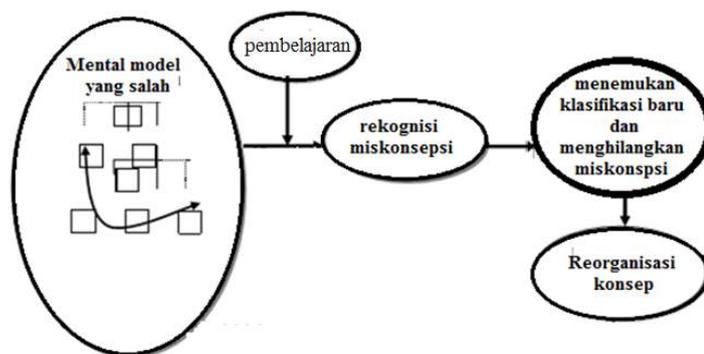
Kombinasi bahan pembelajaran dan *framework* awal, atau model mental siswa yang ada, membentuk ketidakstabilan pemaknaan sintesis. Pemaknaan sintesis ini tidak koheren dan menyebabkan ketidakstabilan internal, dan mengingat fakta bahwa siswa mencari suatu *framework* yang koheren tentang kinerja fenomena fisik, dimulai dari menghilangkan inkoherenensi internal. Resolusi inkoherenensi internal yang dilakukan dengan reorganisasi struktur pengetahuan yang ada, dan dalam proses ini pengetahuan sebelumnya merupakan sebuah stimulus untuk perubahan, dan merupakan hambatan untuk berubah.

Berkaitan dengan reorganisasi struktur pengetahuan Vosniadou dan Brewer (1987) menyatakan bahwa ada dua jenis reorganisasi struktur pengetahuan yang disebut restrukturisasi lemah dan restrukturisasi radikal. Restrukturisasi lemah memungkinkan informasi baru yang akan terakumulasi dan hubungan baru terjadi antara ide-ide yang ada, tanpa mengubah konsep inti. Proses ini mirip dengan asimilasi Piaget. Di sisi lain, dalam rangka restrukturisasi radikal, perubahan konsep inti dan struktur pengetahuan harus berlangsung. Selain itu, belajar digambarkan sebagai proses yang membutuhkan reorganisasi besar struktur pengetahuan yang ada (Vosniadou, 2003).

Seperti disebutkan sebelumnya, peserta didik mengasimilasi informasi baru dengan konsep yang dimiliki. Proses asimilasi disebut dengan pengayaan. Selain itu, peserta didik harus mengganti atau memodifikasi skema yang sudah ada melalui akomodasi yang disebut dengan revisi (Vosniadou, 1994).

4) Chi dan Roscoe : pendekatan kategori

Chi dan Roscoe (2002) memandang perubahan konseptual sebagai perbaikan miskonsepsi, model mental awal siswa yang naif dan didasarkan pada konsepsi yang salah, dan seharusnya diganti dengan pemahaman yang luas. Miskonsepsi didefinisikan sebagai miskategorisasi konsep dan dipandang sebagai hambatan bagi perubahan konseptual. Miskonsepsi siswa berarti bahwa ada konsep dalam struktur mentalnya yang dikategorikan tidak benar, dan kategori yang benar harus ditemukan, atau dibuat. Oleh karena itu perubahan konseptual adalah pergeseran konsep dari kategori yang salah untuk kategori yang benar (Chi, 1992). Proses ini disebut kelalaian miskonsepsi, dan menghasilkan pembentukan model mental yang benar atau berubah.



Gambar 5. Alur Perubahan Konseptual Chi

Melalui pengakuan/ rekognisi konsepsi yang salah, dan berusaha untuk menggantinya, siswa terlibat dalam proses perbaikan yang menghasilkan perubahan konseptual. Terdapat beberapa kesalahpahaman yang mudah diperbaiki dengan pembelajaran, namun ada juga beberapa kesalahpahaman menolak

perubahan walau setelah melalui pembelajaran. Perubahan konseptual terjadi baik melalui proses asimilasi (menambahkan elemen pengetahuan baru dengan struktur pengetahuan yang ada), atau melalui proses perubahan mendasar (mengoreksi potongan-potongan/*pieces* pengetahuan), dan dalam kedua kasus itu adalah prosesnya secara bertahap.

Chi (2008) membedakan antara tiga jenis perubahan konseptual: (1) pergeseran kategori; (2) revisi keyakinan; dan (3) transformasi model mental. Pergeseran kategoris sebagaimana diuraikan di atas melibatkan mengubah posisi cabang kategori dalam hirarki kategori. Revisi keyakinan terjadi pada rincian-rincian dari keyakinan proporsional, yaitu ketika informasi baru secara logis tidak konsisten dengan keyakinan sebelumnya. Jenis ketiga perubahan konseptual dalam teori Chi adalah transformasi model mental, yang merupakan kasus khusus dari revisi keyakinan. Model mental adalah kelompok terorganisir dari keyakinan proporsional yang dapat memprediksi perubahan dan hasil dalam situasi atau sistem. seperti sistem peredaran darah manusia. Ketika model mental cacat "*flawed*", maka menghasilkan penjelasan dan prediksi yang salah. Dua model mental (misalnya, cacat dan model yang benar) terjadi konflik ketika model tersebut membuat prediksi dan penjelasan yang saling tidak konsisten, meskipun keyakinan tidak secara eksplisit bertentangan. Model mental pada akhirnya berubah karena revisi keyakinan yang membentuk model mental. Oleh karena itu, informasi baru harus terjadi konflik secara eksplisit atau implisit dengan keyakinan pada model mental.

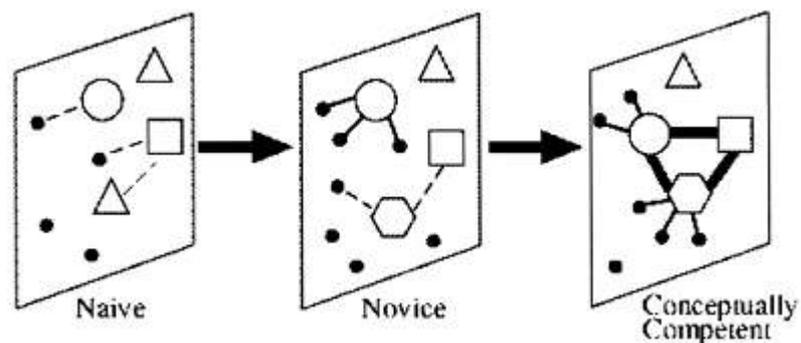
5) diSessa : pendekatan pengetahuan dalam potongan-potongan

Prinsip utama dari perubahan konseptual adalah struktur mental yang berpengaruh pada diri siswa mendukung atau menghambat belajar (diSessa, 2008). Selanjutnya diSessa dkk. (1998, 2002) menyatakan bahwa perubahan konseptual adalah reorganisasi beragam jenis pengetahuan ke dalam sistem yang kompleks pada pikiran siswa. Selain itu, ia berpendapat bahwa pengetahuan siswa pemula berupa seperti potongan-potongan pengetahuan. Potongan-potongan ini

disebut primitif fenomenologi dan disimbolkan dengan p-prims, kemudian p-prims menyatu untuk membentuk konsep individual (diSessa, 1993). P-prim dianggap sebagai fenomenologi karena merupakan respon dari fenomena yang dialami dan diamati oleh siswa. P-prim adalah struktur pengetahuan kecil yang berisi konfigurasi dari beberapa bagian.

Selain itu, p-prim menjelaskan struktur yang disebut jaring kausal yang dapat dideskripsikan sebagai harapan intuitif orang pada kausalitas. diSessa dan Sherin (1998) menunjukkan bahwa jaring kausal adalah pengganti untuk teori-teori yang melatarbelakangi pengamatan.

Perubahan konseptual dianggap sebagai reorganisasi yang meningkatkan koherensi internal p-prim. Pada model ini pengetahuan meningkat dengan menyempurnakan dan restrukturisasi p-prim. Dengan kata lain, beralih dari pengetahuan intuitif ke pengembangan keahlian yang dibutuhkan, menyempurnakan dan diferensiasi p-prim.

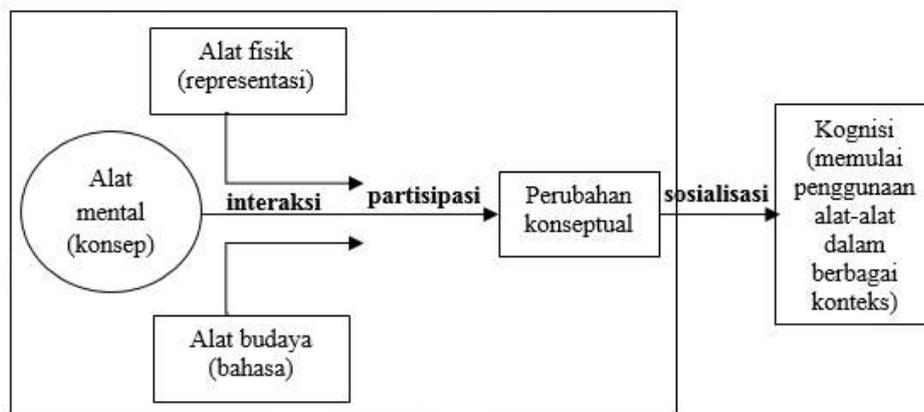


Gambar 6. Alur Perubahan Konseptual diSessa

Pengetahuan sebelumnya memungkinkan untuk membuat perubahan konseptual, karena perubahan konseptual melibatkan pengorganisasian dari potongan-potongan yang terfragmentasi dari pengetahuan yang ada. Perubahan konseptual merupakan membangun sistem pengetahuan yang kompleks yang memuat beberapa unsur-unsur konseptual yang diubah dan terintegrasikan.

6) Ivarson dkk: pendekatan sosiokultural

Ivarson, Scholtz, dan Saljo (2002) menyatakan bahwa perubahan konseptual terjadi melalui penggunaan alat mental (seperti konsep); alat budaya (misalnya bahasa); dan alat-alat fisik (seperti peta dan bola dunia), dalam kegiatan sosial. Mereka mengatakan kognisi manusia disosialisasikan melalui partisipasi dalam kegiatan di mana alat-alat yang digunakan untuk tujuan tertentu".



Gambar 7. Alur Perubahan Konseptual Ivarson

Perubahan konseptual tidak terjadi secara individual, melainkan terjadi dalam interaksi antara individu, alat dan individu lainnya. Perubahan konseptual meliputi fungsi baru untuk menggunakan alat, dan kognisi didefinisikan sebagai penggunaan alat.

Rusanen dan Lappi (2013) menjelaskan bahwa 1) tidak ada kesepakatan tentang apa saja jenis-jenis perubahan konseptual, dan 2) tidak ada konsensus tentang bagaimana mekanisme perubahan konseptual. Namun berdasarkan teori-teori di atas dapat disusun karakteristik dari perubahan konseptual sebagai berikut:

Tabel 1. Karakteristik perubahan konseptual menurut beberapa teori

Teori	Apa Perubahan Konseptual?	Apa yang berubah?	Bagaimana perubahan terjadi?
Posner	Perubahan adalah konsepsi tidak sesuai dengan fenomena yang baru	Pengetahuan (asimilasi-akomodasi)	Bertahap: <i>dissatisfaction, intelligibel, plausible, fruitful</i>
Thagard	Perubahan adalah revisi dan restrukturisasi	Pengetahuan	<i>Brand jumping</i> <i>Tree switching</i>
Vosniadou	Perubahan adalah sistesis	Mental model (dari inkoheren ke koheren)	Bertahap: Penambahan informasi baru dari pembelajaran ke penjelasan awal dan pengorganisasian konflik
Chi dan Roscoe	Perubahan adalah pergeseran	Mental model (dari salah ke benar)	Bertahap: perbaikan konsep yang salah
Disessa	Perubahan adalah pengorganisasian	Pengetahuan (dari tidak terstruktur ke terstruktur)	Bertahap: pengorganisasian p-prims
Ivarson	Perubahan adalah penggunaan alat-alat	Penggunaan alat (dari tidak efektif ke efektif)	Bertahap

Selanjutnya, istilah perubahan konseptual penulis artikan sebagai suatu proses di mana konsepsi awal yang siswa miliki bertentangan dengan pengetahuan (konsep) baru yang sedang dipelajari sehingga siswa memutuskan untuk beralih ke konsep yang baru. Dalam perubahan konseptual terdapat beberapa tahap (mungkin tidak linier) yang meliputi proses mengenali (*recognizing*), pemanggilan kembali (*recalling*), mengevaluasi (*evaluating*) konsepsi dan persepsi, kemudian memutuskan (*deciding*) apakah perlu membangun ulang (*reconstructing*) atau tidak konsepsi dan persepsi tersebut dengan yang baru,

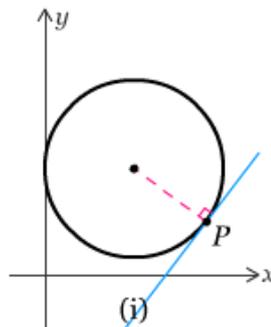
penggambaran kesimpulan (*drawing conclusions*) tentang konsep baru, menandakan (*indicating*) di mana konsep tersebut harus dikategorikan.

B. IMPLEMENTASI DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Untuk menjelaskan teori perubahan konseptual berikut disajikan dua contoh perubahan konseptual dengan menggunakan 2 (dua) pendekatan teori yang berbeda pada pendidikan matematika.

1. Contoh perubahan konseptual tentang garis singgung dengan menggunakan teori perubahan konseptual Vosniadou.

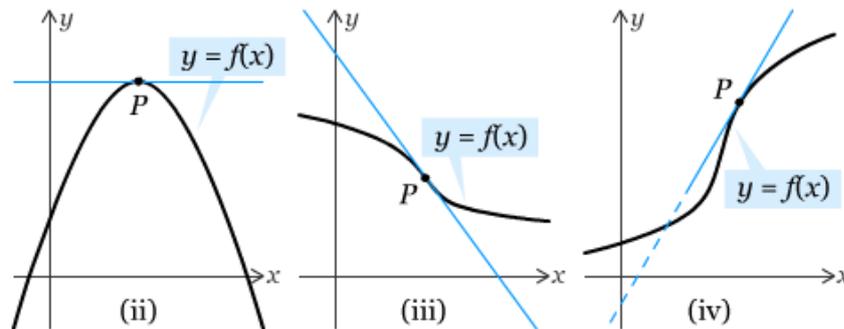
Gagasan garis singgung diperkenalkan dalam tiga tahap selama mahasiswa duduk di bangku kuliah. Pada awalnya, di Geometri Euclid, mahasiswa belajar garis singgung pada lingkaran sebagai garis yang memiliki tepat satu titik yang sama dengan lingkaran (garis singgung adalah suatu garis yang memotong lingkaran tepat di satu titik dan tegak lurus terhadap jari-jari pada titik perpotongannya). Secara intuisi sifat dari garis singgung adalah mempunyai titik yang sama pada lingkaran dan membagi bidang dalam dua bagian, yang salah satunya memuat lingkaran.



Gambar 8. Garis singgung pada lingkaran

Kemudian, pada Geometri Analitik, mahasiswa diperkenalkan dengan irisan-irisan kerucut. Dalam kasus ini, definisi garis singgung adalah lebih canggih: "garis singgung pada suatu kurva di titik P adalah posisi pembatas dari garis-garis secan PQ sehingga Q mendekati P". Sifat memiliki tepat satu titik yang sama

(pada geometri euclid) tetap berlaku pada irisan kerucut (gambar (ii)), tetapi tidak cukup untuk menentukan garis singgung; ada garis yang memiliki satu titik yang sama pada parabola atau hiperbola dan itu bukan merupakan garis singgung.



Gambar 9. Garis singgung pada kurva

Di sisi lain, sifat ini berlaku untuk semua kasus kecuali hiperbola, di mana garis singgung memisahkan dua bagian. Akibatnya, kita dapat mengatakan bahwa sifatnya tetap benar, bahkan dalam kasus hiperbola, namun untuk bagian-bagian secara terpisah. Oleh karena itu, tidak ada keharusan bagi mahasiswa untuk mengubah gambaran intuitif mereka sebelumnya tentang dua sifat pada garis singgung lingkaran. Sebuah adaptasi keyakinan kecil mereka cukup untuk mengasimilasi pengetahuan baru tentang garis singgung pada irisan-irisan kerucut (pengetahuan mereka yang sudah ada tentang garis singgung lingkaran). Dalam hal ini, hanya membutuhkan pengayaan pengetahuan tentang garis singgung.

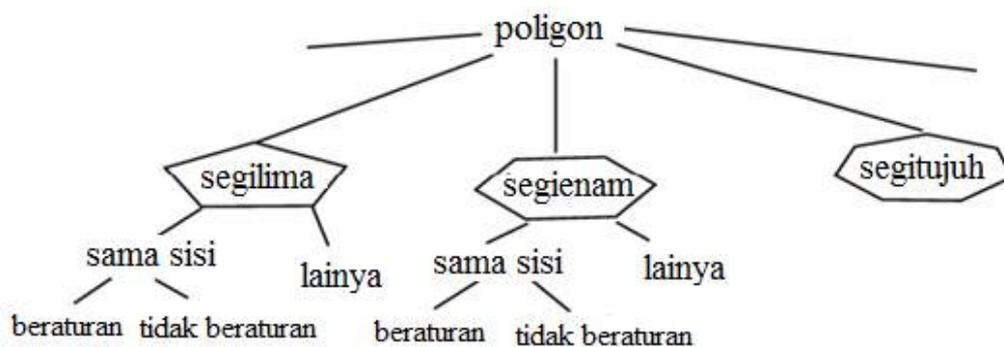
Akhirnya, dalam mata kuliah Kalkulus, mahasiswa menemukan konsep garis singgung dari suatu kurva pada titik. Pada tingkat ini, garis singgung kurva didefinisikan melalui konsep derivatif/ turunan. Bahkan, definisi ini adalah sama pada Geometri Analitik. Perbedaannya adalah bahwa tidak ada sifat di atas tetap berlaku secara umum. Ada fungsi yang memiliki garis singgung lebih dari satu titik potong dengan kurva atau membagi kurva menjadi dua atau lebih bagian (gambar (iii)).

Dalam kaitannya dengan teori perubahan konseptual, ide-ide yang berkaitan dengan konsep garis singgung lingkaran adalah persepsi/ keyakinan, yang bertindak sebagai penghalang untuk proses penguasaan konsep garis

singgung pada kurva. Pada saat mahasiswa menghubungkan informasi yang mereka terima tentang garis singgung dengan pengetahuan mereka pada sifat lingkaran biasanya menghasilkan model sintetis. Model sintetis ini adalah "intuisi sekunder tanpa penyempurnaan formal" yang hanya didasarkan paradigma pada lingkaran.

2. Contoh perubahan konseptual tentang poligon dengan menggunakan teori perubahan konseptual Chi.

Sebagaimana dijelaskan sebelumnya Chi (1992) membedakan perubahan konseptual dalam kategori. Sebagai contoh, Gambar 10 menunjukkan diagram pohon untuk merepresentasikan sub kategori pada konsep poligon. Seperti yang terlihat pada gambar, segi enam dapat dikategorikan berdasarkan sisi-sisinya, apakah sisinya sama atau tidak. Selanjutnya, segi enam sama sisi dapat diklasifikasikan yang berhubungan dengan sifat keteraturan. Segi enam beraturan merupakan cabang dari segi enam sama sisi karena segi enam beraturan memiliki beberapa sifat khusus, yaitu sudut dalam dan juga sudut luar ukurannya harus sama, sedangkan sifat ini bukan kondisi yang diperlukan untuk segi enam sama sisi. Hal ini sering mengakibatkan terjadinya miskonsepsi pada siswa saat mengembangkan konsep segi enam beraturan.

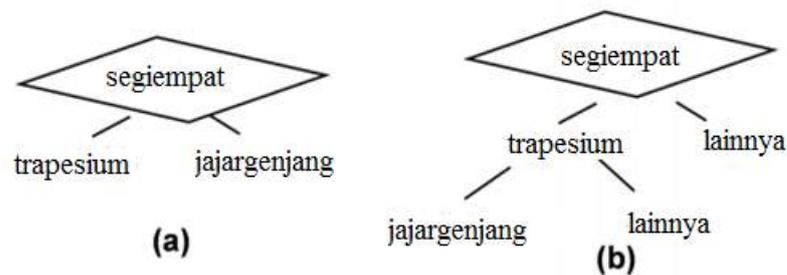


Gambar 10. Sub-kategori dari poligon

Chi (1992) menegaskan tiga jenis perubahan konseptual dalam kategori, yang berfungsi untuk mengubah miskonsepsi.

Penyempurnaan bagian dari keseluruhan hubungan.

Trapezium dapat didefinisikan sebagai segi empat yang memiliki dua sisi yang berhadapan sejajar sementara jajargenjang dapat dianggap sebagai segi empat di mana sisi yang berhadapan yang lainnya juga sejajar, hal ini merupakan sifat tambahan yang dimiliki oleh trapesium. Dengan demikian, siswa dapat menafsirkan hubungan antara kedua konsep sebagai salah satu kasus yang diilustrasikan pada Gambar 11.



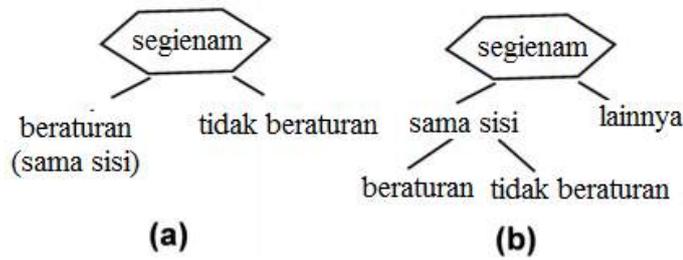
Gambar 11. Reorganisasi konsep segi empat

pergeseran dari (a) ke (b) membutuhkan reorganisasi konsep, karena tidak ada pengetahuan baru yang diperoleh.

Pembentukan kategori baru

Segi enam beraturan memiliki sudut yang sama sedangkan segi enam sama sisi mungkin memiliki sudut yang tidak sama (lihat Gambar 12). Perubahan yang terjadi di sini merupakan hasil dari proses kognitif karena siswa membedakan satu kelompok bangun dari segi enam beraturan dan tidak beraturan (gambar 12-a) sehingga membentuk cabang baru di bawah pohon yang sama yaitu segi enam sama sisi (gambar 12-b).

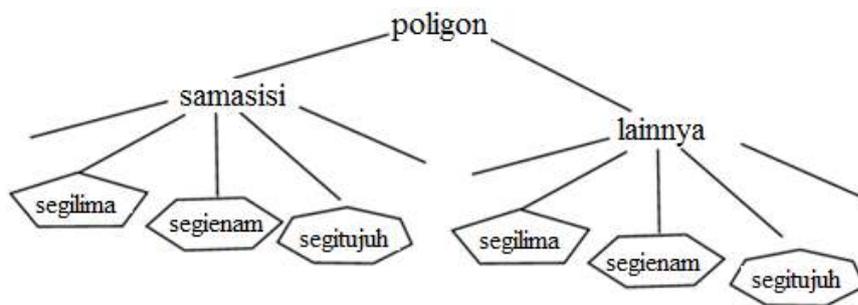
Oleh karena itu, perubahan konseptual dalam kasus ini dapat dianggap sebagai proses akuisisi daripada perpindahan langsung dari sub kategori. Proses kognitif tersebut adalah jenis diferensiasi dan integrasi serta generalisasi sub kategori karena siswa harus menempatkan upaya kognitif untuk membedakan konsep saat yang ada dan mengintegrasikan dengan cara yang berbeda untuk membangun skema kognitif baru.



Gambar 12. Reorganisasi konsep segi enam

Pengklasifikasian kembali kategori yang ada.

Pengklasifikasian kembali gambar 10 sebagaimana yang diilustrasikan pada gambar 13 memerlukan pembentukan struktur kategori baru. Jenis transformasi ini adalah mengubah dari satu struktur kategori yang ada ke satu yang lainnya yang dapat dilakukan tanpa migrasi konsep bahkan tanpa upaya kognitif yang benar-benar besar untuk menstruktur kembali atau memahaminya, tetapi hanya butuh mengklasifikasikan kembali pemahaman yang ada.



Gambar 13. Reklasifikasi dari Gambar 10

C. PENELITIAN TERKAIT PERUBAHAN KONSEPTUAL DALAM MATEMATIKA

Teori perubahan konseptual dalam matematika sering kali dicerminkan pada pengembangan pemahaman struktur konseptual dalam matematika. Pengembangan pemahaman konseptual matematika siswa dalam kerangka teori perubahan konseptual telah dikaji oleh banyak peneliti (Vamvakoussi & Vosniadou, 2004; Biza dkk., 2005, Christou, 2007; dan Bofferding, 2014).

Vamvakoussi & Vosniadou (2004) menggunakan perspektif perubahan konseptual untuk menyelidiki pemahaman siswa tentang sifat aljabar dan struktur himpunan bilangan rasional. Pengetahuan awal siswa tentang bilangan asli mendukung pemahaman siswa dalam menyelesaikan sifat aljabar bilangan rasional, sementara ide *discreteness* adalah anggapan yang mendasar sebagai hambatan siswa dalam memahami konsep *density* pada bilangan rasional dan prosesnya lambat dan bertahap. Lima kategori tingkat pemahaman yang berbeda tentang struktur bilangan rasional, meliputi: (1) *Naive Discreteness*, (2) *Advance Discreteness*, (3) *Discreteness – density*, (4) *Naive density*, dan (5) *Sophisticate density*. Kategori *naive discreteness* adalah siswa yang menyatakan bahwa antara dua bilangan rasional berturut-turut (semu) tidak ada bilangan lain. Kategori *advance discreteness* mencerminkan jawaban siswa yang menyatakan bahwa ada berhingga banyak bilangan antara dua bilangan rasional berturut-turut (semu). Kategori *discreteness – density* adalah bahwa antara dua bilangan rasional, ada tak terhingga banyak bilangan di dalamnya tetapi tidak dalam semua kasus. Kategori *naive density* mencerminkan jawaban siswa yang menyatakan ada banyak tak terhingga bilangan antara dua bilangan rasional. Namun, ia tidak bisa menjawab secara langsung bahwa ada tak terhingga banyak tidak memberikan penjelasan yang memadai tentang hal itu. Kategori *sophisticate density* adalah antara setiap dua bilangan rasional yang tidak sama, ada tak terhingga banyak bilangan rasional, terlepas dari cara merepresentasikannya.

Siswa yang termasuk dalam kategori kedua dan ketiga memiliki miskonsepsi yang dapat dijelaskan sebagai model mental sintetis yaitu

mencerminkan upaya asimilasi informasi baru ke dalam struktur pengetahuan sebelumnya (Vosniadou, 1994). Hasil penelitian menunjukkan bahwa pemahaman tentang *density* membutuhkan reorganisasi pengetahuan tentang bilangan asli. Kasus ini merupakan perubahan konseptual dalam pembelajaran matematika.

Biza dkk. (2005) menggunakan teori kerangka perubahan konseptual untuk menjelaskan miskonsepsi siswa yang berhubungan dengan konsep garis singgung kurva. Dalam kerangka teori perubahan konseptual, ide-ide yang berkaitan dengan garis singgung lingkaran merupakan suatu keyakinan yang bertindak sebagai penghalang untuk proses penguasaan konsep garis singgung kurva. Dalam upaya mengasimilasi konsep garis singgung kurva, siswa menghasilkan model sintetik yaitu menghubungkan konsep umum garis singgung kurva dengan pengetahuan yang sudah mereka miliki pada garis singgung lingkaran dan garis singgung pada irisan kerucut. Model sintetik ini adalah intuisi sekunder tanpa penyempurnaan formal yang didasarkan pada model paradigmatis lingkaran. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa penguasaan pengetahuan garis singgung membutuhkan perubahan konseptual yang mana merupakan proses yang kompleks.

Christou dkk. (2007) mengungkapkan kesulitan siswa dalam menginterpretasikan penggunaan simbol-simbol huruf dalam aljabar yaitu siswa cenderung hanya menyubstitusi bilangan asli untuk simbol huruf dari persamaan aljabar. Dengan pendekatan perubahan konseptual dapat ditelusuri bahwa pengetahuan awal siswa pada bilangan asli menghalangi interpretasi mereka tentang simbol huruf dalam matematika.

Bofferding (2014) menguraikan karakterisasi model mental siswa dalam memahami konsep bilangan bulat negatif dengan menggunakan sudut pandang perubahan konseptual. Model mental siswa dikategorikan menjadi 3 yaitu awal (*initial*), sintesis (*synthetic*) dan ilmiah (*formal*). Adapun karakteristik model mental awal siswa pada konsep nilai dan mengurutkan bilangan bulat negatif meliputi: *whole number mental model*, dan *absolute value mental model*. *Whole number mental model* adalah siswa memperlakukan bilangan negatif seperti bilangan positif, seperti siswa mengurutkan bilangan sebagai 0, 3, -5, -7, 8, -9 dan menganggap $-9 > 3$, *Absolute value mental model* adalah siswa mengurutkan bilangan negatif sebelum bilangan positif namun menganggap nilai bilangan negatif bisa lebih besar/ lebih kecil dari bilangan positif, contohnya siswa mengurutkan dengan benar -8, -4, -2, 1, 5, 7 tetapi siswa mengatakan $-8 > 1$ dan $8 > -2$. Sedangkan karakteristik model mental sintesis siswa adalah *magnitude mental model*. *Magnitude mental model* adalah siswa secara konsisten menunjukkan pemahaman bahwa bilangan negatif kurang dari nol tetapi memperlakukan bilangan bulat negatif dengan nilai absolut terbesar sebagai lebih besar dibandingkan dengan nilai absolut terkecil. Siswa dapat menyatakan dengan benar $5 > -7$ tetapi memperlakukan $-6 > -2$. Karakteristik model mental formal siswa adalah ketika siswa menjawab semua pertanyaan dengan benar. Pada saat siswa menjelaskan bagaimana bilangan bulat negatif lebih besar, mereka menyatakan bahwa ada hubungan yang berlawanan antara bilangan positif dan negatif.

REFERENSI

- Baki, A. (2008). *Mathematics education from theory to practice*. Ankara: Harf Educational Publications.
- Biza, Irene, Souyoul, A, Zachariades, T. (2005) Conceptual change in advance mathematical thinking, *Proceedings of CERME 5th*, 1727-1736.
- Bofferding, L. (2014). Negative integer understanding: Characterizing first graders' mental models, *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(2), 194-245.
- Chi, M. T. H. & Roscoe, R. D. (2002). The Process and Challenges of Conceptual Change. In M. Limon, & L. Mason, (Eds.). *Reconsidering Conceptual Change*. Issues in theory and practice, 3-27. Kluwer Academic Publishers. Netherlands
- Chi, M. T. H. (1992). Conceptual change within and across ontological categories: Examples from learning and discovery in science. In R. Giere (Ed.), *Cognitive models of science: Minnesota studies in the Philosophy of Science*, 129-186. Minneapolis, MN: University of Minnesota Press.
- Chi, M. T. H. (2008), Three Types of Conceptual Change: Belief Revision, Mental Model Transformation, and Categorical Shift. *International handbook of research on conceptual change*, 61-82. Routledge. New York
- Christou, K.P. Vosniadou S, & Vamvakoussi X, (2007) Students' Interpretations of Literal Symbols in Algebra. In S. Vosniadou, A. Batlas, X. Vamvakoussi (Eds.). *Advances in learning and instruction series: Reframing the conceptual change approach in learning and instructions*, 283-298. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier Science.
- diSessa, A. A. (1993). Responses. *Cognition and Instruction*, 10 (2 &3), 261-280.
- diSessa, A. A. (1993b). Toward an epistemology of physics. *Cognition and Instruction*, 10 (2), 105-225.
- diSessa, A. A. (2002). Why conceptual ecology is a good idea. In M. Limón & L. Mason (Eds.), *Reconsidering conceptual change: Issues in theory and practice*, Dordrecht: Kluwer.
- diSessa, A. A., & Sherin, B. (1998). What changes in conceptual change? *Internasional Journal of Science Education*, 20 (10), 1155-1191.
- diSessa, A.A., (2008), A Bird's-Eye View of the "Pieces" vs. "Coherence" Controversy (From the "Pieces" Side of the Fence). *International handbook of research on conceptual change*, 35-60. Routledge. New York

- Dole, G.A. & Sinatra G.M. (1998). Reconceptualizing change in the cognitive construction of knowledge, *Educational Psychologist*, 33(2/3), 109-128
- Hewson, P. W., & Hennessey, M. G. (1992). Making status explicit: A case study of conceptual change. In R. Duit, F. Goldberg, & H. Niedderer (Eds.), *Research in Physics Learning: Theoretical issues and empirical studies*. Proceedings of an International Workshop at University of Bremen, Germany.
- Ivarsson, J., Schoultz, J. & Saljo, R. (2002). Map Reading Versus Mind Reading. In M. Limon, & L. Mason, (Eds.). *Reconsidering Conceptual Change*. Issues in theory and practice, 77-99. Kluwer Academic Publishers. Netherlands.
- Kuhn, T. (1970). *The structure of scientific revolutions*. 3rd ed. Chicago: Chicago Press.
- Piaget, J. (1985) *The equilibration of cognitive structures*. Chicago: University of Chicago Press.
- Pinker 2003 *The Blank Slate: Modern Denial of Human Nature*, Viking: Published by Penguin group.
- Posner, George J., Strilke, Kenneth A., Hewson, Peter W., and Gertzog, William A. 1982. Accomodation of a Scientific Conception: Toward a Theory of Conceptual Change. *Science Education*. 88(2): 211-227.
- Resnick, L. (1983). Mathematics and science learning: A new conception. *Science*, 220, 477-478.
- Thagard, P. (1992). *Conceptual Revolutions* (Princeton, NJ: Princeton University Press).
- Thagard, P. (2003). *Conceptual change*. In L. Nadel (Ed.), *Encyclopedia of Cognitive Science*. London Macmillan, vol. 1, 666-670.
- Vamvakoussi, X. & Vosniadou, S. (2004). Understanding the structure of the set of rational numbers: a conceptual change approach. *Learning and Instruction*, 14 (5), 453-467.
- Vosniadou, S. (2002). Capturing and modeling the process of conceptual change, *Learning and Instruction*, Vol. 4, pp. 45-69
- Vosniadou, S. (2003). Exploring the relationship between conceptual change and intentional learning. In G. M. Sinatra, & P. R. Pintrich (Eds). *Intentional conceptual change*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Vosniadou, S., & Brewer, W. (1987). Theories of knowledge restructuring in development. *Review of Educational Research*, 37 (1), 51-67