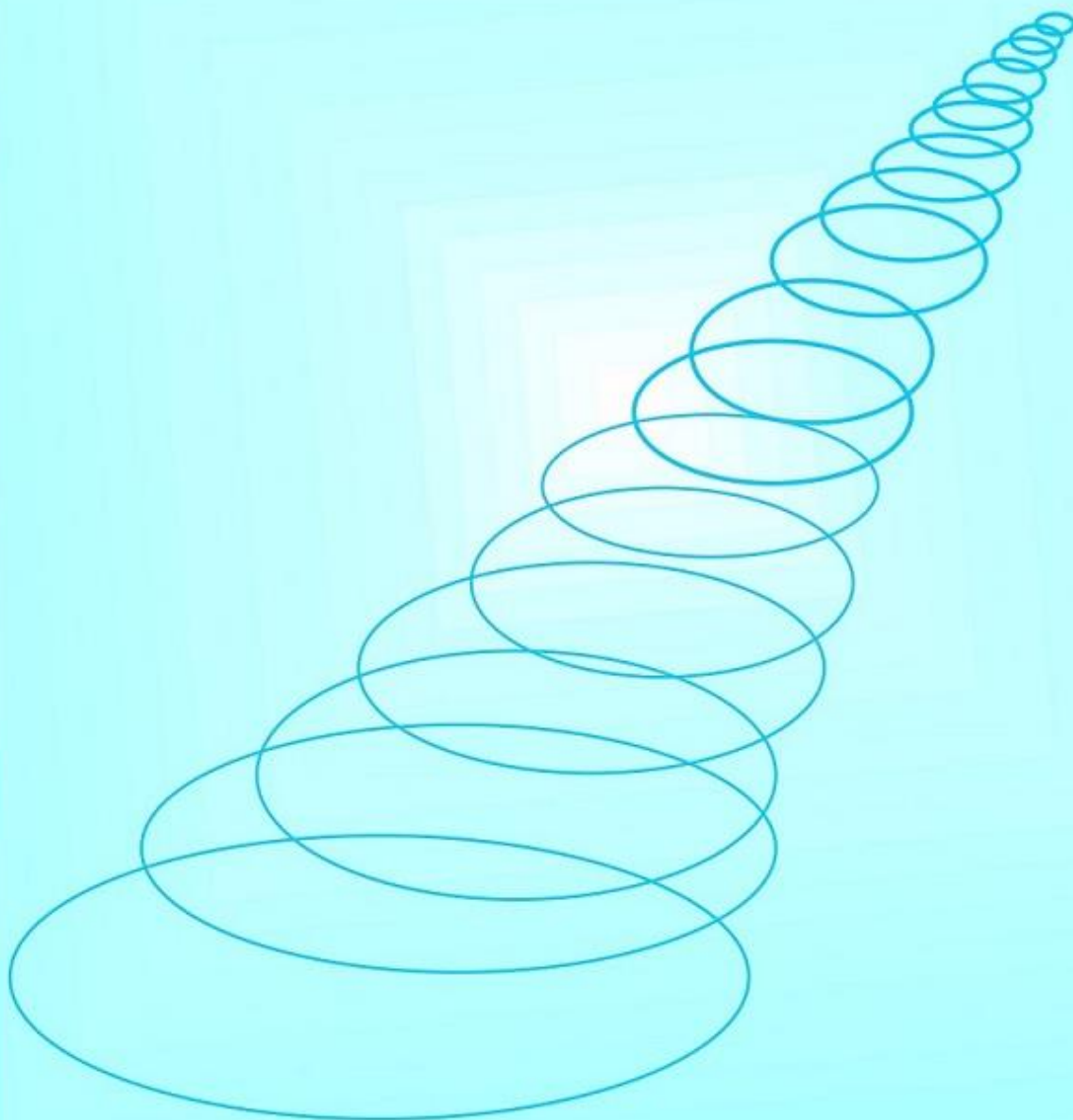


# JIPMat

**JURNAL ILMIAH PENDIDIKAN MATEMATIKA**



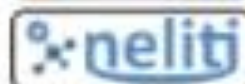
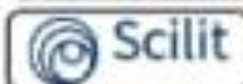
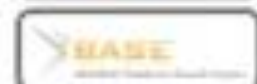
<b>JIPMat</b>	<b>Volume 1</b>	<b>Nomor 1</b>	<b>Halaman: 1-96</b>	<b>APRIL 2016</b>	<b>P-ISSN: 2502-7638 E-ISSN: 2502-8391</b>
---------------	-----------------	----------------	--------------------------	-----------------------	--

## Table of Contents

### Articles

<b>ANALISIS KECONDONGAN PENULISAN SKRIPSI MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA DI IKIP PGRI SOJONEGORO</b> <i>Ari Istiqom</i>	PDF
<b>PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS PENDIDIKAN MULTIKULTURAL MENGGUNAKAN SOCKO HUMANISM</b> <i>Ida Chayawati</i>	PDF
<b>PERANAN REPRESENTASI DAN DISPOSISI MATEMATIS SISWA TERHADAP PENINGKATAN MATHEMATICAL POWER</b> <i>Imam Kasmatyoto, Chayanto Dwiganda</i>	PDF
<b>TAHAP DEFINI DAN DESIGN PENGEMBANGAN ASESSMENT MATEMATIKA BERBASIS WEBSITE DI PERGURUAN TINGGI</b> <i>Kartono Kartono, Masrukan Masrukan, Achmad Buchori, Niva Dwi Setyowati</i>	PDF
<b>PENGEMBANGAN MEDIA MATEMATIKA ENSIKLOPEDIA DENGAN PENDEKATAN MATEMATIKA REALISTIK DI SEKOLAH DASAR</b> <i>Luf Rachmadani Masduki, Penipu Pandji, Zoni Kurniasih</i>	PDF
<b>PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE KEKILING KELOMPOK (ROUND CLUB) UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIK MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA UNIVERSITAS PARI SEMARANG PADA MATA KULIAH MATEMATIKA DISKRIT</b> <i>Maja Rizki Rubowati</i>	PDF
<b>PROFIL REPRESENTASI MATEMATIS SISWA KELAS XII SEKOLAH MENENGAH ATAS DALAM PEMECAHAN MASALAH BERDASARKAN PERSPEKTIF KEMAMPUAN MATEMATIKA</b> <i>Muhannad Saifuddin Zuhri, Afeyn Rini Rulomo</i>	PDF
<b>KONTRIBUSI KEMAMPUAN KALKULUS DIFFERENSIAL DAN KALKULUS INTEGRAL TERHADAP HASIL BELAJAR MATA KULIAH PERSAMAAN DIFFERENSIAL</b> <i>Eni Rokek, Rini Setyowingsih</i>	PDF
<b>ANALISIS BUTIR SOAL MATEMATIKA PADA INSTRUMEN UJI COBA MATERI SEGITIGA</b> <i>Sapardi Sapardi, Cahriatul Partihari</i>	PDF
<b>KEMAMPUAN MAHASISWA DALAM MENGONSTRUKSI BUKTI BENTUK SEMPLIKASI DITINJAU DARI TINGKAT KECEMASAN</b> <i>Zulfur Hady</i>	PDF
<b>EFEKTIVITAS MODEL PEMBELAJARAN TEAMS GAMES TOURNAMENT DENGAN PENDEKATAN SAINTIFIK TERHADAP KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA SISWA KELAS VIII SMPN 4 TAMAN</b> <i>Via Huslita</i>	PDF

JIPMat (Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika) Indexed by:



# KEMAMPUAN MAHASISWA DALAM MENKONSTRUKSI BUKTI BENTUK BIIMPLIKASI DITINJAU DARI TINGKAT KECEMASAN

**Syaiful Hadi**  
IAIN Tulungagung  
syaifulhadi08@gmail.com

## Abstrak

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan kemampuan mahasiswa dalam mengonstruksi bukti bentuk biimplikasi di tinjau dari tingkat kecemasan matematika (*math anxiety*). Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Berdasarkan analisis data dari kemampuan mahasiswa dalam mengonstruksi bukti bentuk biimplikasi ditinjau dari tingkat kecemasan dapat dikatakan: 1) mahasiswa dengan tingkat kecemasan tinggi dalam mengonstruksi bukti bentuk biimplikasi adalah kurang mampu memahami soal pembuktian bentuk biimplikasi dan kurang mampu mengonstruksi buktinya. 2) mahasiswa dengan tingkat kecemasan sedang adalah mampu memahami soal pembuktian bentuk biimplikasi namun kurang mampu dalam mengonstruksi buktinya. 3) mahasiswa dengan tingkat kecemasan rendah adalah mampu memahami soal pembuktian bentuk biimplikasi namun kurang mampu dalam mengonstruksi bukti.

**Kata kunci** : mengonstruksi bukti, kecemasan matematika

## PENDAHULUAN

Pembelajaran matematika di perguruan tinggi sering dijumpai proses pembuktian, karena pembelajarannya tidak hanya sekedar ingatan pengetahuan faktual ataupun aplikasi sederhana dari berbagai formula atau prinsip (Inglis & Alcock, 2012). Bukti digunakan untuk menghilangkan ketidakpastian tentang proposisi matematik dan untuk meyakinkan kebenaran dari suatu pernyataan. Menurut Stefanowicz (2014) sebuah bukti adalah urutan pernyataan logis, satu menyiratkan lain, yang memberikan penjelasan mengapa pernyataan yang diberikan adalah benar. Pembuktian dalam matematika merupakan salah satu karakteristik berpikir matematika tingkat tinggi (Sumarno, 2011). Ada delapan peranan pembuktian dalam matematika yang dinyatakan oleh para ahli, yaitu: verifikasi (*verification*), penjelasan (*explanation*), sistematisasi (*systematisation*), penemuan (*discovery or invention*) komunikasi (*communication*), eksplorasi (*exploration*), konstruksi (*construction*), dan penyatuan (*incorporation*). Peranan yang paling dominan dari pembuktian dalam praktek bermatematika adalah verifikasi atau

justifikasi (VanSpronsen, 2008; CadwalladerOlsker, 2011).

Mengonstruksi bukti adalah tugas matematika dimana mahasiswa disediakan sejumlah informasi awal (misalnya asumsi, aksioma, definisi) dan diminta untuk menerapkan aturan menarik kesimpulan (misalnya mengingat fakta yang ditetapkan sebelumnya, menggunakan teorema) sampai kesimpulan yang dikehendaki diperoleh (Webber, 2003; Arnawa, 2009). Namun kegiatan mengonstruksi bukti terasa kurang menarik bagi mahasiswa karena banyak sekali hal abstrak sebagai bahan pembelajaran. Aktivitas mengonstruksi bukti bukanlah sesuatu yang menarik karena lebih banyak bergelut dengan simbol dan pernyataan logika daripada berhadapan dengan angka-angka yang biasanya dianggap sebagai karakter matematika.

Masalah yang lain dalam mengonstruksi bukti adalah mahasiswa cenderung memiliki pemahaman yang kurang memadai tentang peran bukti di dalam pembelajaran matematika. Pemahaman mereka umumnya terbatas hanya pada bahwa bukti adalah alat yang hanya digunakan, umumnya oleh matematikawan, untuk menjelaskan

pernyataan matematika yang telah diketahui kebenarannya (Sabri, 2003). Kenyataan inilah yang menjadikan salah satu alasan bahwa pekerjaan mengonstruksi bukti lebih sulit dan tidak penting.

Berdasarkan hasil pengamatan selama proses pembelajaran mata kuliah analisis real banyak mahasiswa yang belum nyaman dengan pekerjaan mengonstruksi. Mahasiswa dalam menghadapi tuntutan untuk mengonstruksi bukti terjadinya perasaan tidak mengenakkan atau merasa takut dan tegang. Hal ini sejalan dengan hasil penelitian Shaikh (2013) bahwa lingkungan pembelajaran adalah tingkatan tertinggi yang dapat menyebabkan kecemasan dikalangan mahasiswa. Sedangkan Cooke dkk (2011) memberikan gambaran bahwa kecemasan matematika seseorang dapat diidentifikasi dari 4 indikator, yaitu *mathematics knowledge/ understanding*, *somatic*, *cognitive*, dan *attitude*.

Kecemasan matematika yang dialami oleh mahasiswa dapat menjadi faktor yang paling signifikan yang dapat mempengaruhi prestasi belajar matematika siswa (Erdogan dkk, 2011; Zakaria dkk, 2012; Pourmoslemi dkk, 2013; Das & Das, 2013). Kecemasan matematika ditemukan pada siswa sejak sekolah dasar, sekolah menengah, hingga perguruan tinggi (Khatoon, 2010; Kumar, dan Karimi, 2010.). Untuk mengurangi kecemasan siswa dalam matematika beberapa hasil penelitian memberikan saran supaya guru memilih cara yang tepat dalam proses pembelajaran antara lain: memotivasi murid, menjadikan matematika yang relevan dalam kehidupan sehari-hari, meninjau topik yang diberikan dengan memberikan contoh-contoh dan latihan (Alkan, 2013; Gresham, 2007; Sun & Pyzdrowski, 2009)

Berdasarkan uraian yang telah disebutkan, melalui proses mengonstruksi bukti didapatkan perkembangan kemampuan berpikir matematik. Dengan demikian kegiatan mengonstruksi bukti di dalam matematika merupakan salah satu

aspek yang harus diperhatikan dalam pembelajaran matematika. Selain itu, kecemasan mahasiswa di saat menghadapi permasalahan matematika tidak bisa dipandang sebagai hal biasa, karena ketidakmampuan mahasiswa dalam beradaptasi pada materi menyebabkan mahasiswa kesulitan serta fobia terhadap matematika yang akhirnya menyebabkan hasil belajar dan prestasi mahasiswa rendah. Hal inilah yang pada dasarnya menjadikan kebanyakan mahasiswa pada akhirnya menghindari pada tugas-tugas matematika. Tujuan penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan kemampuan mahasiswa dalam mengonstruksi bukti bentuk biimplikasi di tinjau dari tingkat kecemasan matematika (*math anxiety*).

## **METODE**

Dalam penelitian ini, jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian deskriptif-eksploratif dengan pendekatan kualitatif. Hal ini dikarenakan penelitian ini menggunakan data kualitatif dan dideskripsikan untuk menghasilkan gambaran yang mendalam dan terperinci mengenai kemampuan mahasiswa mengonstruksi bukti berdasarkan tingkat kecemasan matematika pada mata kuliah analisis real. Peneliti berusaha melakukan pemeriksaan secara teliti dan hati-hati serta secara detail dan mendalam (dengan melakukan eksplorasi) terhadap apa yang dilakukan subyek, baik dalam bentuk tulisan, berupa gambar, berupa ucapan, sikap dan gerakan tubuh, atau bahkan terhadap apa yang dipikirkan subyek pada saat membuktikan.

Subyek dalam penelitian ini adalah mahasiswa semester IV yang memprogram mata kuliah Analisis Real I Jurusan Pendidikan Matematika IAIN Tulungagung Tahun Akademik 2014-2015. Dalam subyek dilakukan dengan secara sengaja (*purposeful*), yaitu 1 (satu) mahasiswa dengan tingkat kecemasan tinggi, 1 (satu) mahasiswa dengan tingkat kecemasan sedang dan 1 (satu) mahasiswa dengan

tingkat kecemasan rendah. Adapun tingkat kecemasan mahasiswa di ukur dengan skala kecemasan matematika dan terdiri dari tiga aspek, yaitu: Kecemasan *problem solving*/ perhitungan matematika, kecemasan saat tes, dan kecemasan saat tampil di depan kelas pada mata kuliah analisis real.

Pada penelitian ini, terdapat dua jenis instrumen yang digunakan untuk mengumpulkan data. *Pertama* adalah peneliti itu sendiri sebagai instrumen utama dan *kedua* instrumen-instrumen pendukung berupa soal tes pembuktian yang berbentuk biimplikasi, pedoman wawancara, alat perekam audio atau audiovisual (*handycam*) yang disebut sebagai instrumen pembantu. Adapun soal pembuktian bentuk biimplikasi adalah:

Jika  $x, y, z \in \mathbb{R}$ ,  $x \leq z$ , tunjukkan  $x < y < z$  jika dan hanya jika  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$

Analisis data dalam penelitian ini meliputi tiga tahap yaitu:

a. Reduksi data

Reduksi data dilakukan setelah membaca, mempelajari dan menelaah hasil konstruksi bukti dan hasil wawancara. Reduksi data yang dimaksud dalam penelitian ini adalah kegiatan yang mengacu pada proses pemilihan, pemusatan perhatian, dan penyederhanaan data mentah di lapangan tentang pembuktian matematika guna memperoleh data kemampuan mengonstruksi bukti matematika.

b. Penyajian data

Pada tahap ini, peneliti menyajikan data yang merupakan hasil reduksi data. Data yang disajikan adalah data berupa deskripsi hasil konstruksi bukti mahasiswa yang diberikan dan wawancara yang telah dilakukan siswa dengan deskripsi per subyek.

c. Penarikan kesimpulan

Setelah data disajikan, maka tahap berikutnya adalah penarikan kesimpulan. Penarikan kesimpulan pada penelitian ini mengacu pada kriteria *Pertama*, yaitu kemampuan mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian. *Kedua*, kemampuan mengidentifikasi apa yang

menjadi kesimpulan dalam pembuktian matematika tersebut. *Ketiga*, kemampuan menunjukkan aturan/ *warrant* sebagai hal yang menjembatani fakta, argumen dan kesimpulan. Aturan dalam hal ini yaitu aksioma dan teorema matematika yang sah. *Keempat*, kemampuan membuat konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian. *Kelima*, kemampuan mengevaluasi aturan-aturan penarikan kesimpulan dari proses argumentasi yang logis.

Berdasarkan kriteria-kriteria tersebut dibuat kecenderungan kemampuan mahasiswa dalam mengonstruksi bukti.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Sesuai dengan tujuan penelitian, pada bagian ini akan dipaparkan hasil penelitian kemampuan mahasiswa dalam mengonstruksi bukti bentuk biimplikasi pada mata kuliah analisis real ditinjau dari tingkat kecemasan.

a. Subyek DM (Tingkat Kecemasan Tinggi)

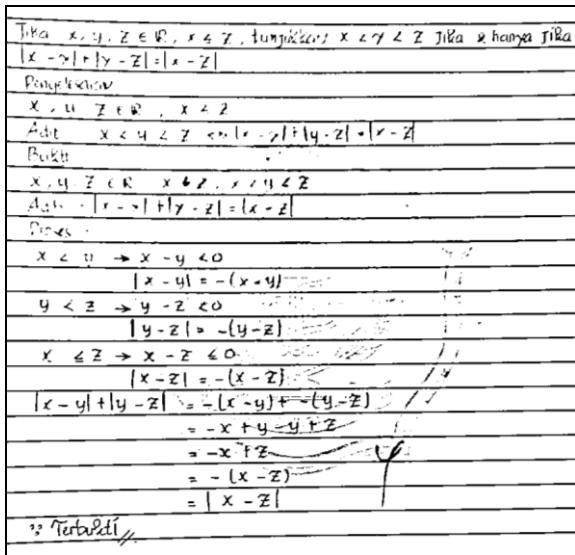
Berikut dipaparkan deskripsi dan analisis data kemampuan mengonstruksi bukti subyek DM. Berdasarkan data hasil konstruksi bukti tertulis, subjek DM memperlihatkan beberapa hal seperti berikut:

1. Subyek DM tidak menuliskan dengan jelas hal-hal yang menjadi fakta (diketahui)
2. DM menuliskan hal yang akan dibuktikan.
3. Subyek DM langsung membuktikan dalam satu arah yaitu jika  $x < y < z$  maka  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$ .
4. Subyek DM tidak bisa memahami soal pembuktian tersebut dengan baik, hal ini dapat dilihat dari hasil pembuktian soal berbentuk biimplikasi hanya dibukti dari satu arah.
5. DM tidak menuliskan konsep kunci yang menjembatani antara fakta dengan yang akan dibuktikan.
6. DM tidak menuliskan dengan jelas keterkaitan antar konsep yang

digunakan dalam langkah-langkah pembuktian.

7. Setiap langkah-langkah konstruksi bukti dari subyek DM tidak menuliskan alasannya/ argumennya.
8. DM tidak menuliskan kesimpulan dari pembuktiannya kecuali hanya menuliskan kata "Terbukti".
9. Hasil pekerjaan tertulis subyek DM teratur, sistematis, namun sulit untuk dimengerti.

Adapun hasil konstruksi bukti subyek DM seperti berikut ini:



Gambar 1. Hasil konstruksi bukti subyek DM (Tingkat Kecemasan Tinggi)

Dari hasil pembuktian tertulis dan wawancara untuk pembuktian bentuk biimplikasi terlihat bahwa subyek DM belum mampu memahami apa yang menjadi fakta awal dan juga belum mampu mengemukakan apa yang harus dibuktikan. Ini dapat dilihat dari bagaimana dia menunjukkan bahwa pembuktian dalam bentuk biimplikasi hanya dibuktikan dalam 1 arah, yaitu hanya dibuktikan jika  $x < y < z$  maka  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$ .

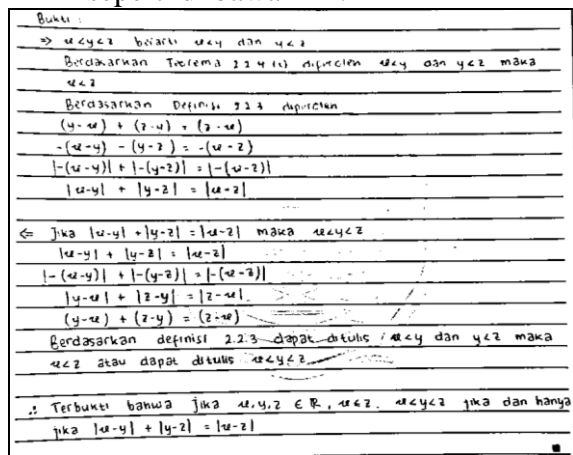
Dalam membuktikan, subyek DM memulai dari fakta  $x, y, z \in \mathbb{R}$ ,  $x \leq z$ ,  $x < y < z$  kemudian dengan menggunakan definisi operasi aljabar dan menjumlahkan dari

masing-masing ekspresi diperoleh  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$ .

Subyek DM tidak mampu memberikan alasan/ argumen logis untuk langkah-langkah pembuktiannya. Dari langkah pembuktian tersebut subyek DM langsung menyimpulkan kebenaran dari "Jika  $x, y, z \in \mathbb{R}$ ,  $x \leq z$ , tunjukkan  $x < y < z$  jika dan hanya jika  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$ ". Sehingga kesimpulan yang digunakan oleh subyek DM tidak memenuhi kaidah penyimpulan.

b. Subyek VB (Tingkat Kecemasan Sedang)

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data kemampuan mengonstruksi bukti subyek VB. Adapun hasil konstruksi pembuktian seperti di bawah ini:



Gambar 2. Hasil konstruksi bukti subyek VB (Tingkat Kecemasan Sedang)

Berdasarkan hasil konstruksi bukti tertulis, subjek VB memperlihatkan beberapa hal seperti berikut:

1. Subyek VB tidak menuliskan hal-hal yang diketahui dan hal-hal yang akan dibuktikan.
2. Subyek VB langsung membuktikan dengan memisahkan dalam pembuktian dua arah, yaitu pertama, dibuktikan jika  $x < y < z$  maka  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$  dan kedua, dibuktikan jika  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$  maka  $x < y < z$ .

3. Subyek VB dalam mengonstruksi bukti menggunakan teorema tentang sifat transitif pada ketaksamaan kemudian menggunakan definisi bilangan positif sebagai konsep kunci yang menjembatani fakta yang diketahui dengan yang akan dibuktikan.
4. VB tidak menuliskan dengan jelas keterkaitan antar konsep yang digunakan dalam langkah-langkah pembuktian.
5. Sebagian besar dari langkah-langkah konstruksi bukti dari subyek VB tidak dituliskan alasannya/argumentasinya.
6. VB menuliskan kesimpulan dari pembuktiannya namun tanpa memberikan alasan logis dari kesimpulan.
7. Hasil pekerjaan tertulis subyek VB teratur, sistematis, dan mudah dimengerti.

Dari hasil pembuktian tertulis dan wawancara untuk pembuktian bentuk biimplikasi terlihat bahwa subyek VB sudah memahami apa yang menjadi fakta awal dan apa yang harus ditunjukkan untuk membuktikan. Ini dapat dilihat dari bagaimana dia menjelaskan bahwa pembuktian dalam bentuk biimplikasi harus dibuktikan dalam 2 arah, yaitu pertama dibuktikan jika  $x < y < z$  maka  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$  dan kedua, dibuktikan jika  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$  maka  $x < y < z$ .

Dalam membuktikan bagian pertama Subyek VB memahami fakta/*claim* secara lengkap dan hal-hal yang akan dibuktikan secara tepat. Dalam membuktikan subyek VB memulai dengan sifat transitif pada ketaksamaan dan definisi bilangan positif sebagai konsep kunci untuk menunjukkan berlaku  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$ . Langkah selanjutnya subyek VB mengaitkan dengan konsep nilai mutlak  $|x| = |-x|$  sehingga diperoleh jika  $x < y < z$  maka  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$ . Subyek VB juga mampu memberikan alasan/argumen untuk langkah-langkah pembuktiannya.

Untuk pembuktian bagian kedua subyek VB belum mampu menuliskan dan

menunjukkan semua fakta/*claim* yang ada, yaitu  $x, y, z$  anggota bilangan real dan  $x \leq z$  tetapi langsung dimulai dari  $x < y < z$ . Namun subyek VB mampu menunjukkan hal yang akan dibuktikan. Selanjutnya dalam membuktikan VB menggunakan teorema  $|x| = |-x|$  sebagai konsep kunci. Kemudian dengan mengaitkan definisi bilangan positif subyek VB menunjukkan bahwa berlaku  $x < y < z$ .

Dalam pembuktian bagian kedua ini subyek VB kurang mampu memberikan alasan/argumen yang benar pada beberapa langkah pembuktian yaitu dari  $(y-x) + (z-y) = (z-x)$  menjadi  $x < y < z$ . Sehingga pada akhirnya subyek VB kurang tepat dalam menyimpulkan bagian kedua karena subyek VB tidak memulai dari fakta/*claim*  $x \leq z$  dan  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$ . Tetapi dari dua arah pembuktian tersebut digunakan oleh subyek VB untuk menyimpulkan kebenaran dari “Jika  $x, y, z \in \mathbb{R}, x \leq z$ , tunjukkan  $x < y < z$  jika dan hanya jika  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$ ”. Sehingga kesimpulan yang digunakan oleh subyek VB kurang memenuhi kaidah penyimpulan.

#### c. Subyek AC (Tingkat Kecemasan Rendah)

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data kemampuan mengonstruksi bukti subyek AC. Berdasarkan hasil konstruksi bukti tertulis, subjek AC memperlihatkan beberapa hal seperti berikut:

1. Pertama, subyek AC menuliskan hal-hal yang diketahui dan hal-hal yang akan dibuktikan.
2. Subyek AC menuliskan apa yang akan dibuktikan (menjadi konklusi)
3. Subyek AC dalam mengonstruksi bukti memisahkan dalam pembuktian dua arah, yaitu pertama, dibuktikan jika  $x < y < z$  maka  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$  dan kedua, dibuktikan jika  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$  maka  $x < y < z$ .
4. Dalam mengonstruksi bukti subyek AC menggunakan Definisi 2.3.1 (Definisi nilai mutlak) dan konsep jarak sebagai konsep kunci yang digunakan untuk

menjembatani antara fakta dan yang akan dibuktikan.

5. AC menuliskan sebagian keterkaitan antar konsep yang digunakan dalam langkah-langkah pembuktian (pada pembuktian arah ke kanan/ pertama).
6. Sebagian dari langkah-langkah konstruksi bukti subyek AC menuliskan alasan/ argumen dengan jelas.
7. AC menuliskan kesimpulan dari pembuktiannya namun tanpa memberikan alasan logis dari kesimpulan.
8. Hasil pekerjaan tertulis subyek AC teratur, sistematis, dan mudah dimengerti.

Adapun hasil konstruksi pembuktian subyek AC seperti berikut ini:

1. Diket	$x, y, z \in \mathbb{R}, x < z$	Adib	$x < y < z \Leftrightarrow  y-x  +  y-z  =  x-z $
	Adib	$x < y < z$ maka	$ x-y  +  y-z  =  x-z $
Buktif			
a)	Jika	$x < y < z$ maka	$ x-y  +  y-z  =  x-z $
	$x < y$ maka	$(y-x) \in P$ sehingga	$(y-x) =  y-x $
			definisi 2.3.1
	$y < z$ maka	$(z-y) \in P$ sehingga	$(z-y) =  z-y $
			definisi 2.3.1
	$x < z$ maka	$(z-x) \in P$ sehingga	$(z-x) =  z-x $
			definisi 2.3.1
			Konsep jarak
	Karena	$y < y < z$ maka	
		$(y-x) + (z-y) = (z-x)$	
		$\Leftrightarrow  y-x  +  z-y  =  z-x $	
		$\Leftrightarrow  x-y  +  y-z  =  x-z $	
b)	Jika	$ x-y  +  y-z  =  x-z $ maka	$x < y < z$
		$ x-y  +  y-z  =  x-z $	
		$ -(y-x)  +  -(z-y)  =  -(z-x) $	
		$ y-x  +  z-y  =  z-x $	
		$(y-x) + (z-y) = (z-x)$	
	$y < y$	$y < z$	$y < z$
	$\therefore$ Karena	$x < y$ dan	$y < z$ maka
		$x < y < z$	
		Terbukti bahwa	$x < y < z \Leftrightarrow  x-y  +  y-z  =  x-z $

Gambar 3. Hasil konstruksi bukti subyek AC (Tingkat Kecemasan Rendah)

Dari hasil pembuktian tertulis dan wawancara untuk pembuktian biimplikasi terlihat bahwa subyek AC sudah memahami apa yang menjadi fakta awal dan apa yang harus ditunjukkan untuk membuktikan. Ini dapat dilihat dari bagaimana dia menunjukkan bahwa pembuktian dalam bentuk “jika dan hanya jika” harus dibuktikan dalam 2 arah, yaitu pertama dibuktikan jika  $x < y < z$  maka  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$  dan kedua, dibuktikan jika  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$  maka  $x < y < z$ .

Dalam membuktikan bagian pertama Subyek AC memahami fakta/*claim* secara lengkap dan hal-hal yang akan dibuktikan secara tepat. Dalam membuktikan subyek AC memulai dengan definisi nilai mutlak dan konsep jarak sebagai konsep kunci untuk menunjukkan berlaku  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$ . Subyek AC juga mampu memberikan alasan/argumen untuk langkah-langkah pembuktiannya. Kemudian AC mampu mengaitkan dari kedua konsep tersebut untuk menunjukkan kebenaran dari jika  $x < y < z$  maka  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$ .

Untuk pembuktian bagian kedua subyek AC mampu menunjukkan hal yang akan dibuktikan namun kurang mampu menuliskan semua fakta/*claim* yang ada. Hal ini dapat dilihat dari hasil pembuktian yang hanya dimulai dari  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$  tanpa memperhatikan fakta  $x \leq z$ . Selanjutnya dalam membuktikan AC menggunakan teorema  $|a| = |-a|$  sebagai konsep kunci untuk menunjukkan bahwa berlaku  $x < y < z$ . Dalam pembuktian bagian kedua ini subyek AC kurang mampu memberikan alasan pada beberapa langkah pembuktian. Sehingga pada akhirnya subyek AC kurang tepat dalam menyimpulkan bagian kedua karena subyek AC tidak dimulai dari fakta/*claim*  $x \leq z$  dan  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$ . Namun dari dua arah pembuktian tersebut digunakan oleh subyek AC untuk menyimpulkan kebenaran dari “Jika  $x, y, z \in \mathbb{R}, x \leq z$ , tunjukkan  $x < y < z$  jika dan hanya jika  $|x-y| + |y-z| = |x-z|$ ”. Sehingga kesimpulan yang digunakan oleh subyek AC kurang memenuhi kaidah penyimpulan.

Berdasarkan deskripsi dan analisis data bukti dapat disimpulkan kemampuan mahasiswa mengonstruksi bukti bentuk biimplikasi berdasarkan tingkat kecemasan adalah sebagai berikut:



Tabel 1. Kemampuan masing-masing subyek dalam mengonstruksi bukti biimplikasi

Indikator	Subyek DM	Subyek VB	Subyek AC
Mengidentifikasi apa yang menjadi data dari pernyataan	Tidak mampu memahami soal pembuktian karena pembuktian bentuk biimplikasi hanya dibuktikan dalam satu arah.	Mampu memahami soal pembuktian dengan baik karena soal bentuk biimplikasi dibuktikan dua arah; Kurang memahami fakta apabila melakukan pembuktian dari arah kanan.	Mampu memahami soal pembuktian dengan baik karena soal bentuk biimplikasi dibuktikan dua arah; Kurang memahami fakta apabila melakukan pembuktian dari arah kanan.
Mengidentifikasi apa yang menjadi konklusi dari pernyataan	Mampu mengidentifikasi apa yang menjadi konklusi dari pernyataan	Mampu mengidentifikasi apa yang menjadi konklusi dari pernyataan.	Mampu mengidentifikasi apa yang menjadi konklusi dari pernyataan.
Menyatakan keterkaitan di antara data dan antara data dengan konklusi dengan menunjukkan suatu <i>warrant</i>	Menggunakan beberapa definisi dan teorema; Tidak mampu menjelaskan keterkaitan di antara data dan antara data dengan konklusi; Tidak mampu memberikan alasan dalam setiap langkahnya	Menggunakan beberapa definisi dan teorema; Mampu menjelaskan keterkaitan di antara data dan antara data dengan konklusi; Mampu memberikan alasan/argumen dalam beberapa langkah pembuktian	Menggunakan beberapa definisi dan teorema; Mampu menjelaskan keterkaitan di antara data dan antara data dengan konklusi; Mampu memberikan alasan/argumen dalam beberapa langkah pembuktian
Membuat dugaan mengenai konsep kunci yang menjembatani antara data dan konklusi (konjektur).	Kurang mampu membuat dugaan mengenai konsep kunci yang menjembatani antara data dan konklusi	Mampu membuat dugaan mengenai konsep kunci yang menjembatani antara data dan konklusi.	Mampu membuat dugaan mengenai konsep kunci yang menjembatani antara data dan konklusi.
Mengevaluasi aturan-aturan penarikan kesimpulan dari fakta-fakta yang diberikan atau yang diperoleh secara kritis (kaidah inferensi).	Mengevaluasi aturan-aturan penarikan kesimpulan tidak sesuai dengan kaidah penarikan kesimpulan.	Terdapat beberapa aturan yang kurang sesuai dengan kaidah penarikan kesimpulan.	Terdapat beberapa aturan yang kurang sesuai dengan kaidah penarikan kesimpulan.

## SIMPULAN

Berdasarkan analisis data dari kemampuan mahasiswa dalam mengonstruksi bukti bentuk biimplikasi ditinjau dari tingkat kecemasan dapat dikatakan: 1) mahasiswa dengan tingkat kecemasan tinggi dalam mengonstruksi bukti bentuk biimplikasi adalah kurang mampu memahami soal pembuktian bentuk biimplikasi dan kurang mampu mengonstruksi buktinya. 2) mahasiswa dengan tingkat kecemasan sedang mampu memahami soal pembuktian bentuk biimplikasi namun kurang mampu dalam mengonstruksi buktinya. 3) mahasiswa dengan tingkat kecemasan rendah mampu memahami soal pembuktian bentuk biimplikasi namun kurang mampu dalam mengonstruksi buktinya.

## DAFTAR PUSTAKA

- Alkan, Vesile. 2013. Reducing Mathematics Anxiety: The Ways Implemented by Teachers at Primary Schools. *International J. Soc. Sci. & Education*. 3 (3), 795-807
- CadwalladerOlsker, T. (2011). What do we mean by mathematical proof? *Journal of Humanistic Mathematics*, 1(1), 33-60.
- Cooke, A. dkk. 2011 Situational Effects of Mathematics Anxiety in Pre-service Teacher Education. Makalah pada 2011 AARE *International Research in Education Conference, Melbourne, Australia*.
- Das . Ranjan & Das, Gunendra C. 2013. Math Anxiety: The Poor Problem Solving Factor in School Mathematics. *International Journal of Scientific and Research Publications*. 3 (4). 1-5
- Erdogan, A. dkk. 2011. "Prediction of High School Students' Mathematics Anxiety by Their Achievement Motivation and Social Comparison". *Elementary Education Online*. 10, (2), 646-652.
- Gresham, Gina. 2007. A Study Of Mathematics Anxiety in Pre-Service Teachers. *Early Childhood Education Journal*, 35 (2). 181-188
- Inglis, M. and Alcock, M. 2012. Expert and Novice Approaches to Reading Mathematical Proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*. 43(4), 358-390.
- Khatoon, T. & Mahmood, S. 2010. "Mathematics Anxiety Among Secondary School Students in India and its Relationship to Achievement in Mathematics". *European Journal of Social Science*. 16, (1)
- Kumar, V.G., Karimi, A. 2010. Mathematics Anxiety, Mathematics Performance and Overall Academic Performance in High School Students. *Journal of the Indian Academy of Applied Psychology*. 36 (1). 147-150.
- Pourmoslemi, A. dkk. 2013. Mathematics Anxiety, Mathematics Performance and Gender differences among Undergraduate Students. *International Journal of Scientific and Research Publications*. 3(7). 1-5
- Sabri, 2003. *Prospective Secondary School Teachers' Conceptions of Mathematical Proof in Indonesia*. Tesis. Perth: Curtin University of Technology.
- Shaikh, S. N. 2013. Mathematics Anxiety Factors and Their Influence on Performance in Mathematics in Selected International Schools in Bangkok. *Journal of Education and Vocational Research*. 4 (3). 77-85
- Stefanowicz, A. 2014. *Proofs and Mathematical Reasoning*. University of Birmingham
- Sumarmo, U. 2011. *Advanced Mathematical Thinking dan Habit of Mind Mahasiswa* (Bahan Kuliah). PPS UPI Bandung: tidak diterbitkan

- Sun, Ye. & Pyzdrowski, L. 2009. Using Technology as a Tool to Reduce Mathematics Anxiety. *The Journal of Human Resource and Adult Learning*, 5(2). 38-44
- VanSpronsen, H. D. 2008. *Proof Processes of Novice Mathematics Proof Writers*. Disertasi pada The University of Montana Missoula: Tidak dipublikasikan.
- Weber, K. 2003. A procedural route toward understanding the concept of proof. Paper presented at the *27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Honolulu, USA.
- Zakaria, E. dkk. 2012. Mathematics anxiety and achievement among secondary school students. *American Journal of Applied Sciences*, 9 (11), 1828-1832.