

BAB II

KAJIAN TORI

A. Hakikat Belajar dan Pembelajaran

Belajar adalah suatu kata yang sudah akrab dengan semua lapisan masyarakat. Bagi para pelajar atau mahasiswa “belajar” merupakan kata yang tidak asing, bahkan sudah merupakan bagian yang tidak terpisahkan dari semua kegiatan mereka dalam menuntut ilmu di suatu lembaga. Kegiatan belajar mereka lakukan setiap waktu sesuai dengan keinginan, entah malam, siang, sore atau pagi hari.¹ Belajar dapat difahami sebagai suatu aktifitas dalam usaha menuntut ilmu dan belajar tidak dibatasi oleh waktu yang mengikat.

Belajar merupakan proses yang pasti dilakukan oleh manusia. Pengetahuan, keterampilan, kebiasaan, kegemaran dan sikap seseorang terbentuk dimodifikasi dan berkembang disebabkan karena belajar.² Dalam kegiatan keseharian mustahil manusia melakukan segala sesuatu tanpa melalui tahap belajar. Karena suatu kemampuan pasti dilakukan dengan mula- mula belum bisa, dari hal tersebut sehingga timbul proses perubahan dari yang belum mampu kearah menjadi mampu.³

¹ Syaiful Bahri Djamarah, *Psikologi Belajar*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2002), hal. 12

² H Herman Hudojo, *Mengajar Belajar Matematika*. (Jakarta :Departemen Pendidikan dan Kebudayaan, 1988) hal.1

³ W.S Winkel, *Psikologi Pengajaran*, hal.34

Perubahan seseorang yang awalnya tidak tahu menjadi tahu merupakan hasil dari proses belajar. Akan tetapi tidak semua perubahan yang terjadi dalam diri seseorang merupakan hasil proses belajar. Kegiatan belajar dapat didefinisikan dengan cirri-ciri sebagai berikut:

- 1) Belajar adalah aktivitas yang dapat menghasilkan perubahan dalam diri seorang baik secara actual maupun potensial.
- 2) Perubahan yang didapat sesungguhnya adalah kemampuan yang baru dan ditempuh dalam jangka waktu yang lama.
- 3) Perubahan terjadi karena ada usaha dari dalam diri tiap individu.

Menurut Gagne, belajar merupakan suatu proses perubahan tingkah laku yang meliputi perubahan kecenderungan manusia seperti sikap, minat, atau nilai dan perubahan kemampuannya yakni peningkatan kemampuan untuk melakukan berbagai jenis performance (kinerja).

Menurut Sunaryo, belajar merupakan suatu kegiatan dimana seseorang membuat atau menghasilkan suatu perubahan tingkah laku yang ada pada dirinya dalam pengetahuan, sikap, dan keterampilan. Sudah tentu tingkah laku yang positif, artinya untuk mencari kesempatan hidup.⁴

Prinsip-prinsip yang harus diperhatikan dalam belajar, meliputi:

1. Prinsip kesiapan

⁴ Dimiyati dan Mudjiono, *Belajar dan Pembelajaran*. (Jakarta: PT Rineka Cipta 2009), hal.

2. Tingkat keberhasilan belajar tergantung pada tingkat kesiapan pelajar. apakah ia sudah dapat mengonsentrasikan pikiran, atau apakah kondisi fisiknya sudah siao untuk belajar.
3. Prinsip Asosiasi
4. Tingkat keberhasilan belajar juga tergantung pada kemampuan pelajar mengasosiasikan atau menghubungkan apa yang sudah ada dalam ingatan, pengetahuan yang sudah dimiliki, pengalaman, tugas yang akan datang, masalah yang pernah dihadapi.
5. Prinsip latihan
6. Pada dasarnya mempelajari sesuatu itu perlu berulang-ulang atau diulang-ulang, baik mempelajari pengetahuan maupun keterampilan, bahkan dalam kawasan afektif. Makin sering diulang-ulang makin baik hasil belajarnya.
7. Prinsip Afek
8. Situasi emosional pada saat belajar akan mempengaruhi hasil belajarnya. Situasi emosional itu dapat disimpulkan sebagai perasaan senang selama belajar.

Pembelajaran dapat didefinisikan sebagai suatu system atau proses membelajarkan subjek didik/ pembelajar yang direncanakan atau didesain, dilaksanakan, dan dievaluasi secara sistematis agar subyek dapat mencapai tujuan-tujuan pembelajaran secara efektif dan efisien.

Adapun pembelajaran dapat dipandang dari dua sudut, pertama pembelajaran dipandang sebagai suatu sistem, pembelajaran terdiri dari sejumlah komponen yang terorganisasi antara lain tujuan pembelajaran, materi pembelajaran, strategi dan metode pembelajaran, media pembelajar/alat peraga, pengorganisasian kelas, evaluasi pembelajaran, dan tindak lanjut pembelajaran. Kedua, pembelajaran dipandang sebagai suatu proses, maka pembelajaran merupakan rangkaian upaya atau kegiatan guru dalam rangka membuat siswa belajar. Proses tersebut meliputi:

- a. Persiapan, dimulai dari merencanakan program pengajaran tahunan, semester, dan penyusunan persiapan mengajar berikut persiapan perangkat perlengkapannya.
- b. Melaksanakan kegiatan pembelajaran dengan mengacu pada persiapan pembelajaran yang telah dibuatnya. Pada tahap pelaksanaan pembelajaran ini, struktur dan situasi pembelajaran yang diwujudkan guru akan banyak dipengaruhi oleh pendekatan atau strategi dan metode-metode pembelajaran yang telah di pilih dan dirancang penerapannya, serta filosofi kerja dan komitmen guru, perspsi, dan sikapnya terhadap siswa.
- c. Menindaklanjuti pembelajaran yang telah dikelolanya. Kegiatan pasca pembelajaran ini dapat berbentuk pengayaan, dapat pula berupa pemberi layanan remedial teching bagi siswa yang kesulitan belajar.

B. Hakikat Matematika

Istilah matematika berasal dari kata Yunani “*Mathein*” atau “*manthenein*” yang artinya “mempelajari”. Menurut sebagian pendapat kata dari Yunani tersebut juga memiliki keterkaitan dengan kata Sanskerta “*medha*” atau “*widya*” yang artinya “kepandaian”, “ketahuan”, atau “*inetelegensi*”.⁵

Jhonson dan Myklebust menyatakan jika matematika merupakan bahasa simbol yang fungsi praktisnya untuk mengekspresikan hubungan- hubungan kuantitatif dan keruangan, sedangkan fungsi teoritisnya adalah untuk memudahkan berpikir. Lerner mengemukakan bahwa matematika disamping bahasa simbol juga sebagai bahasa universal yang memungkinkan manusia memikirkan, mencatat, mengkonunikasikan ide mengenai elemen dan kuantitas. Sedangkan Kline mengemukakan bahwa matematika merupakan bahasa simbolis dan ciri utamanya adalah penggunaan cara bernalar deduktif, tetapi juga tidak melupakan cara berfikir induktif.⁶

Banyaknya definisi dan beragamnya deskripsi yang berbeda dikemukakan oleh beberapa ahli mungkin disebabkan oleh matematika itu sendiri, dimana matematika termasuk salah satu disiplin ilmu yang memiliki kajian sangat luas, sehingga masing-masing ahli bebas mengemukakan pendapatnya tentang matematika berdasarkan sudut pandang, kemampuan, pemahaman, dan pengalamannya masing-masing.

⁵ Moch. Masykur Ag dan Abdul Halim Fathani, *Mathematical Intelligence....*, hal. 42-43

⁶ Mulyono Abdurrahman, *Pendidikan bagi Anak Berkesulitan Belajar*. (Jakarta: PT Rineka Cipta, 2010), hal. 252

Untuk dapat memahami bagaimana hakikat matematika itu, kita dapat memperhatikan pengertian matematika dan beberapa deskripsi yang diuraikan oleh beberapa ahli yaitu sebagai berikut:⁷

1. Plato berpendapat bahwa matematika identik dengan filsafat untuk ahli pikir, walaupun mereka mengatakan bahwa matematika harus dipelajari untuk keperluan lain. Objek matematika ada di dunia nyata, tetapi terpisah dari akal.
2. Aristoteles mempunyai pendapat bahwa matematika sebagai salah satu dari dasar yang membagi ilmu pengetahuan menjadi ilmu pengetahuan fisik, matematika dan teologi. Matematika didasarkan atas kenyataan yang dialami, yaitu pengetahuan yang diperoleh dari eksperimen, observasi dan abstraksi.

Sedangkan matematika dalam sudut pandang Andi Hakim Nasution, bahwa matematika berasal dari kata Yunani, *mathein* atau *mathenein* yang berarti mempelajari. Kata ini memiliki hubungan yang erat dengan bahasa Sanskerta, *madha* atau *widya* yang memiliki arti kepandaian. Dalam bahasa Belanda matematika disebut dengan kata *wiskunde* yang berarti ilmu tentang belajar. Matematika juga sering dipandang sebagai alat dalam mencari solusi berbagai masalah dalam kehidupan sehari-hari. Ini sesuai dengan pendapat Schoenfeld yang mendefinisikan bahwa belajar matematika berkaitan dengan apa dan bagaimana menggunakannya dalam membuat keputusan untuk memecahkan masalah.⁸

⁷ Abdul Halim Fathani, *Matematika Hakikat dan Logika*. (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2012), hal. 18

⁸ Hamzah B. Uno, *Model Pembelajaran: Menciptakan Proses Belajar Mengajar yang Kreatif dan Efektif*, (Jakarta: PT Bumi Aksara, 2007), hal. 130.

Matematika secara umum ditegaskan sebagai penelitian pola dari struktur, perubahan dan ruang. Orang mungkin mengatakan bahwa matematika adalah penelitian bilangan dan angka. Dalam pandangan formalis, matematika adalah pemeriksaan aksioma yang menegaskan struktur abstrak menggunakan logika, simbolik dan notasi matematika.

Berdasarkan uraian tersebut, matematika dapat dideskripsikan sebagai berikut:

1. Matematika sebagai struktur yang terorganisasi

Berbeda dengan ilmu pengetahuan lain, matematika sebuah struktur, ia terdiri atas beberapa komponen yang meliputi aksioma atau postulat, pengertian pangkat atau primitif, dan dalil atau teorema.

2. Matematika sebagai alat

Matematika juga sering dipandang sebagai alat dalam mencari solusi pelbagai masalah dalam kehidupan sehari-hari.

3. Matematika sebagai pola pikir deduktif

Matematika merupakan pengetahuan yang memiliki pola pikir deduktif. Artinya, suatu teori atau pernyataan dalam matematika dapat diterima kebenarannya apabila telah dibuktikan secara deduktif.

4. Matematika sebagai cara bernalar.

Matematika dapat pula dipandang sebagai cara bernalar, paling tidak karena beberapa hal, seperti matematika memuat cara pembuktian yang sah, rumus-rumus atau aturan yang umum, atau sifat penalaran matematika yang sistematis.

5. Matematika sebagai bahasa artificial

Simbol merupakan ciri yang paling menonjol dalam matematika. Bahasa matematika adalah bahasa symbol yang bersifat artificial, yang baru memiliki arti apabila dikenakan pada suatu konteks.

6. Matematika sebagai seni yang kreatif.

Penalaran yang logis dan efisien serta perbendaharaan dan pola-pola yang kreatif dan menakjubkan, maka matematika sering pula disebut sebagai seni, khususnya seni berpikir yang kreatif.

Berdasarkan dari pengertian di atas, matematika adalah salah cabang dari sekian cabang ilmu yang sistematis, teratur, dan eksak. Matematika angka-angka dan perhitungan yang merupakan bagian dari hidup manusia. Matematika menolong manusia menafsirkan secara eksak berbagai ide dan kesimpulan. Matematika adalah pengetahuan atau ilmu mengenai logika dan problem-problem numeric.

C. Abstraksi Matematika

1. Pengertian Abstraksi

Kata *abstraction* menurut grey & Tall, mempunyai dua arti, pertama sebagai proses ‘melukiskan’ suatu situasi, dan kedua merupakan konsep sebagai hasil dari sebuah proses. Menurut Soedjadi, abstraksi terjadi bila dari beberapa objek kemudian di “gugurkan” ciri atau sifat objek itu yang dianggap tidak penting, dan akhirnya hanya diperhatikan atau diambil sifat penting yang dimiliki bersama.⁹

Abstraksi berawal dari sebuah himpunan objek, selanjutnya dikelompokkan berdasarkan sifat dan hubungan penting, kemudian digugurkan sifat dan hubungan yang tidak penting. Hasil abstraksi terdiri atas himpunan semua objek yang mempunyai sifat dan hubungan penting sehingga abstraksi merupakan sebuah proses dekontektualisasi. Proses ini linier, berawal dari objek-objek menuju pada kelas atau struktur dan disebut objek pada level yang lebih tinggi. Menurut psikologi kognitif klasik (Hershkowitz, Schwarz, dan Dreyfus, ciri utama abstraksi ialah penyarian sifat yang sama atau umum dari sebuah himpunan contoh nyata. Pada pendekatan klasik, abstrak dianggap sebagai sifat instrinsik dari objek yang baru.

⁹ Wiryanto. Level-level Abstraksi Dalam Pemecahan Masalah Matematika. Vol 3.
Hal 571

Tall berpendapat bahwa abstraksi merupakan proses penggambaran situasi tertentu dalam suatu konsep yang dapat dipikirkan melalui sebuah konstruksi.¹⁰ Konsep yang dapat dipikirkan tersebut kemudian dapat digunakan pada level berpikir yang lebih rumit dan kompleks. Menurutnya, proses abstraksi dapat terjadi dalam beberapa keadaan, tetapi terdapat tiga keadaan yang dapat memunculkan proses abstraksi dalam proses belajar matematika.¹¹ Keadaan yang pertama dapat muncul ketika individu memfokuskan perhatiannya pada karakteristik objek-objek yang dicermatinya, kemudian memberi nama melalui suatu proses pengklasifikasian berdasarkan kategori ke dalam suatu kelompok.

Keadaan yang kedua, ketika memfokuskan perhatian pada tindakan-tindakan yang diberlakukan pada objek-objek yang megarahkan kepada symbol-simbol kemudian dimanipulasi. Keadaan yang ketiga, terjadi ketika memformulasikan sebuah himpunan teoritis tentang konsep untuk mengonstruksi sebuah konsep yang dapat dipikirkan melalui serangkaian bukti matematis.

2. Teori-teori Abstraksi

Menurut Piaget, pengetahuan seseorang merupakan abstraksi atas suatu objek atau hal. Piaget membedakan adanya tiga macam, yaitu:¹²

a. Abstraksi Empiris

¹⁰ Andri Suryana, *Kemampuan Berpikir Matematis Tingkat lanjut*. (makalah dipresentasikan dalam Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika. 2012)

¹¹ *Ibid.*, hal 5

¹² Elah Nurlaelah, *Abstraksi Reflektif Dalam Berfikir Matematika Tingkat Tinggi*. Universitas Pendidikan Indonesia. (Tesis: tidak diterbitkan , 2014)

Dalam abstraksi empiris, individu memperoleh pengetahuan dari sifat-sifat obyek. Hal ini dapat diartikan bahwa pengetahuan dapat diperoleh dari pengalaman-pengalaman yang muncul. Pengetahuan yang diperoleh pada sifat ini bersifat internal dan hasil konstruksi dibangun secara internal oleh subyek. Berdasarkan Piaget, abstraksi jenis ini menghasilkan penurunan sifat-sifat umum suatu objek dan perluasan suatu generalisasi, berarti objek-objek itu dijelaskan dari hal khusus ke yang umum.

b. Abstraksi empiris palsu

Abstraksi empiris palsu merupakan pertengahan antara Abstraksi Empiris dan Abstraksi Reflektif dan memisahkan kedua sifat ini sehingga aksi subjek dikenalkan menjadi objek.

c. Abstraksi Reflektif

Abstraksi reflektif digambarkan oleh Piaget yang disebut koordinasi umum (general coordination). Dari aksi demikian, sumbernya adalah subjek yang dilengkapi dengan sifat internal lengkap. Sebagai contoh, anak-anak yang membentuk aksi-aksi individual untuk membentuk pasangan dua, tiga, dan seterusnya. Selanjutnya mengkoordinasi aksi untuk membentuk urutan secara total. Abstraksi reflektif merupakan suatu konsep yang dikenalkan oleh Piaget untuk menjelaskan konstruksi struktur logika matematika seseorang dalam pengembangan kognitif pada saat mempelajari suatu konsep. Terdapat dua hasil penelitian yang penting yang diperoleh Piaget, yaitu : Abstraksi reflektif tidak memiliki waktu mulai yang mutlak

tetapi terjadi pada saat usia awal dalam koordinasi struktur sensorik-motorik. Abstraksi reflektif akan terus berlangsung sampai mencapai konsep matematika yang lebih tinggi yang diperlukan oleh seseorang untuk mengisi seluruh sejarah perkembangan matematika dari awal sampai saat ini. Oleh karena itu, proses tersebut dapat dipandang sebagai suatu contoh dari suatu proses abstraksi reflektif.

Mitchelmore & White, secara garis besar membedakan abstraksi menjadi dua, yaitu abstraksi empiris dan abstraksi teoritis.

a. Abstraksi empiris

Abstraksi empiris yaitu proses pembentukan pengertian tentang suatu objek yang abstrak berdasar pada pengalaman empiris. Salah satu contohnya adalah konsep abstraksi yang disampaikan oleh Skemp dan konsep abstraksi empiris yang disampaikan oleh Piaget. Kedua proses abstraksi tersebut didasarkan pada pengalaman sosial dan fisik dari anak, sehingga dikenal sebagai abstraksi empiris. Abstraksi empiris memiliki fokus terhadap proses identifikasi tampilan-tampilan penting umum, sehingga konsep yang dihasilkan dari proses abstraksi empiris disebut juga sebagai konsep *abstract-general* (Mitchelmore & White).

b. Abstraksi teoritis

Abstraksi teoritis terdiri atas pembentukan konsep-konsep untuk disesuaikan dengan beberapa teori. Vygotsky membedakan antara makna konsep dalam konteks

kehidupan sehari-hari dengan makna konsep dalam konteks bidang ilmiah. Menurut Vygotsky, konsep dalam konteks kehidupan sehari-hari dibentuk melalui proses abstraksi empiris. Adapun pembentukan konsep-konsep ilmiah terdiri atas tiga aspek, yaitu (1) penetapan sebuah sistem dari berbagai relasi diantara konsep-konsep, (2) kesadaran dari aktivitas mental seseorang, dan (3) penetrasi ke dalam suatu esensi dari objek justru akan memperkaya realitas yang dipresentasikan dalam konsep tersebut, bukan sebaliknya (Mitchelmore & White).

Alur proses abstraksi empiris dan abstraksi teoritis berbeda; pada abstraksi empiris, individu membentuk konsep baru berdasar pada pengamatan dan pengalaman sedangkan pada abstraksi teoritis, konsep baru dibentuk dengan melakukan pencocokan konsep, jadi dengan pengalaman-pengalaman yang sudah terbentuk dan tersimpan lebih dahulu dalam pemikiran individu. Teori Piaget tentang abstraksi reflektif yang berfokus pada hubungan-hubungan antara tindakan dan teori model abstraksi *RBC (Recognizing, Building-With and Construction)* yang dikemukakan oleh Dreyfus dkk. dapat dikategorikan sebagai bentuk abstraksi teoritis.

Berdasarkan pengertian abstraksi baik empiris maupun teoritis, indikasi terjadinya proses abstraksi dalam pemecahan masalah matematika (khususnya masalah aplikasi turunan nilai ekstrim), dapat dicermati dari beberapa aktivitas berikut:¹³ (1) Mengidentifikasi karakteristik objek melalui pengalaman langsung. (2) Mengidentifikasi karakteristik objek yang dimanipulasi-kan atau diimajinasikan.

¹³ Wiryanto. Level-level Abstraksi..... hal 573

(3) Membuat generalisasi. (4) Merepresentasikan gagasan matematika dalam bahasa dan simbol-simbol matematika. (5) Melepaskan sifat-sifat kebendaan dari sebuah objek atau melakukan idealisasi. (6) Membuat hubungan antar proses atau konsep untuk membentuk suatu pengertian baru. (7) Mengaplikasikan konsep pada konteks yang sesuai. (8) Melakukan manipulasi objek matematis yang abstrak.

3. Abstraksi dalam Matematika

Abstraksi di dalam matematika adalah proses untuk memperoleh intisari suatu konsep matematika, menghilangkan ketergantungannya pada objek-objek yang nyata yang pada mulanya saling terkait, dan memperumumnya sehingga memiliki terapan-terapan yang sangat luas atau bersesuaian dengan penjelasan abstrak lain untuk gejala yang setara.

Kemampuan abstraksi matematis adalah kemampuan menemukan pemecahan masalah matematis tanpa hadirnya objek permasalahan itu secara nyata. Kemampuan abstraksi matematis merupakan hasil akhir dari proses abstraksi atau disebut sebagai konsep.¹⁴

4. Level-level dalam Abstraksi¹⁵

Level-level dalam aktivitas abstraksi menurut Cifarelli adalah sebagai berikut:

a. Pengenalan (*recognition*)

Level pertama adalah pengenalan (*recognition*), berarti mengidentifikasi suatu struktur matematika yang telah ada sebelumnya, baik pada aktivitas yang

¹⁴Ferrari. *Abstraction In Mathematics* (Italy: The Royal Society, 2003) hal 8

sama maupun aktivitas sebelumnya. Mengenali suatu struktur matematika terjadi ketika seorang siswa menyadari bahwa suatu struktur yang telah ada dan mungkin telah digunakan sebelumnya “melekat” pada masalah matematika/konsep dasar pecahan yang dihadapi saat ini. Ketika siswa dihadapkan pada pemecahan masalah, memahami dan menjelaskan situasi tertentu atau merefleksikan suatu proses, mereka memerlukan aturan atau hubungan yang mendasari permasalahan tersebut. Untuk mencapai tujuan tersebut, mereka harus mengingat kembali struktur yang telah mereka peroleh pada aktivitas sebelumnya dan menggunakannya dalam aktivitas selanjutnya.

Cifarelli menjelaskan siswa pada mengenali sebagai berikut: *“Recognition. At this stage, the problem solver encounters a new situation, and recalls or identifies activity from previous situations as being appropriate”*. Cifarelli menjelaskan bahwa pada tahap pengenalan, *problem solver* menghadapi suatu situasi baru, dan mengingat atau mengidentifikasi aktivitas dari situasi-situasi sebelumnya terkait dengan masalah yang sedang dihadapi.

Hershkowitz, Schwarz dan Dreyfus dan Jirotcova dan Littler mengemukakan bahwa: *“Recognition of a familiar mathematical structure occurs when a student realizes that a structure (s)he has constructed and possibly used earlier is inherent in a given mathematical situation. Usually, recognizing occurs as part of an activity with a purpose that goes beyond the act of recognition”*.

Makna dari kutipan di atas adalah bahwa pengenalan terhadap suatu struktur

matematika yang sudah pernah dipelajari, terjadi ketika seseorang siswa menyadari bahwa suatu struktur yang telah dikonstruksinya dan mungkin telah digunakan sebelumnya sesuai dengan suatu situasi matematika yang diberikan. Biasanya proses pengenalan terjadi sebagai bagian dari aktivitas dengan tujuan lebih dari sekedar aksi pengenalan. Pada abstraksi mengenali, walaupun siswa sudah mengenali berbagai hal struktur matematika, tetapi tidak secara otomatis berubah menjadi suatu representasi atau gambaran yang dapat mewakili hal tersebut.

b. Representasi (*representation*)

Level kedua adalah representasi (*representation*). Cifarelli menjelaskan aktivitas siswa pada level representasi sebagai berikut:

“Representation. The problem solver utilizes a diagram in resolving a problematic situation to aid reflection. The problem solver is operating at this level if more control over the solution activity is demonstrated or, more precisely, if the solver re-presents this solution activity. This reflective level requires the individual to demonstrate a certain degree of flexibility and control over prior activity in the sense that the activity could mentally be “run through”.

Pada level representasi ini, siswa menggunakan diagram di dalam memecahkan suatu situasi untuk membantu refleksi. Refleksi level ini memerlukan individu untuk mempertunjukkan suatu derajat tingkat fleksibilitas dan kendali tertentu atas aktivitas sebelumnya. Segala aktivitas penyelesaian yang mungkin dilaksanakan, tanpa bisa mengantisipasi hasilnya.

c. Abstraksi struktural (*structural abstraction*)

Level ketiga adalah abstraksi struktural (*structural abstraction*). Pada level

ketiga ini, siswa mampu membuat abstraksi dan representasi aktivitas penyelesaian. Siswa juga mampu untuk merefleksi potensial dari aktivitas sebelumnya. Siswa mampu memproyeksikan dan mereorganisasi struktur yang diciptakan dari aktivitas dan interpretasi siswa sendiri kepada suatu situasi baru. Struktur matematika yang ada diproyeksikan dan direorganisasikan, sehingga menambah kedalaman pengetahuan siswa sendiri. Reorganisasi dari konsep matematika merupakan aktivitas mengumpulkan, menyusun, mengorganisasi, mengembangkan unsur-unsur matematis menjadi unsur baru. Baru dimaksudkan menyatakan sebagai hasil abstraksi, siswa dalam sebuah aktivitas merasakan sesuatu yang sebelumnya tidak dapat mereka peroleh. Dalam pemecahan masalah, subjek mampu memecahkan masalah yang baru dengan menggunakan koordinasi-kordinasi tertentu dari struktur-struktur yang telah dibangun dan direorganisasikan oleh subjek tersebut; tetapi kita tidak tahu apakah subjek sadar atau tidak sadar dalam hal ini.

d. Kesadaran struktural (*structural awareness*).

Level keempat adalah kesadaran struktural (*structural awareness*). Pada level ini, siswa akan menunjukkan satu kemampuan untuk mengantisipasi hasil-hasil dari aktivitas potensial tanpa harus menyelesaikan semua aktivitas yang dipikirkan. Kesadaran struktural mengacu pada kesadaran metakognisi siswa mengenai aktivitas dan organisasi pada struktur kognitifnya. Siswa mampu memikirkan struktur sedemikian sebagai objek-objek dan mampu membuat keputusan tentang hal tersebut

tanpa mengusahakan bentuk fisik atau secara mental merepresentasikan metode penyelesaian.

5. Tingkat Kemampuan Abstraksi

Menurut Keyes dan Anne, setiap level pada suatu teori dilalui dengan berurutan. Ketika siswa pada level yang lebih tinggi maka level di bawahnya pasti sudah dikuasai. Berikut adalah tingkat kemampuan abstraksi yaitu:

1. Kemampuan Abstraksi Tingkat Tinggi

Kemampuan abstraksi tinggi, artinya kemampuan abstraksi sempurna, yaitu mencapai pada tahap *recognition* (pengenalan), *representation* (penyajian), *Structural Abstraction* (abstraksi struktural), dan *Structural Awareness* (kesadaran struktural). Pada tahap *recognition* siswa mampu mengingat kembali materi yang pernah diajarkan sebelumnya yang berkaitan dengan masalah yang dihadapi. Selain itu, siswa juga mampu mengidentifikasi soal dengan baik, memahami apa yang diketahui dan ditanyakan dalam suatu permasalahan. Pada tahap *representation* (penyajian) siswa mampu menyajikan dalam bentuk gambar dan simbol-simbol yang diberikan dan menyatakan hasil pemikirannya. Pada tahap *structural abstraction* (abstraksi struktural) yaitu merefleksi aktifitas sebelumnya pada masalah yang baru kemudian mengembangkan pemikirannya. Dan pada tahap *structural awareness*

(kesadaran struktural) mampu memberikan argumen atau alasan terhadap keputusan yang dibuat dengan tepat dan sesuai dengan permasalahan.

2. Kemampuan Abstraksi Tingkat Sedang

Kemampuan abstraksi tingkat sedang, artinya kemampuan abstraksi pada tahap *recognition* (pengenalan) dan *representation* (penyajian). Kemampuan tersebut yaitu mengidentifikasi permasalahan dan merepresentasikan dalam bentuk gambar dan simbol, tetapi belum memberikan argumen.

3. Kemampuan Abstraksi Tingkat Rendah

Kemampuan abstraksi rendah, artinya kemampuan abstraksi pada tahap *recognition* (pengenalan). Yaitu mengidentifikasi permasalahan dan belum menunjukkan dalam bentuk gambar yang benar.

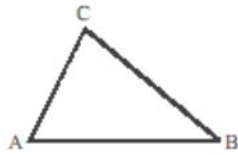
D. Materi Segitiga

Menurut Azhar Arsyad untuk mengupayakan penanaman konsep matematika (ide) ke dalam skemata siswa, pembelajaran harus disusun berdasarkan tingkatan modus belajar tertentu, yaitu pengalaman langsung, pengalaman piktoral atau gambar dan pengalaman abstrak atau simbol.¹⁶

1. Pengertian Segitiga

Perhatikan gambar di bawah ini.

¹⁶ Azhar Arsyad, *Media Pembelajaran*, (Jakarta: PT RajaGrafindo Persada, 2007), hal. 8



Sisi-sisi yang membentuk segitiga adalah AB, BC dan CA. Sudut-sudut yang terdapat pada segitiga adalah

- a. Sudut $\angle A$ atau $\angle BAC$ atau $\angle CAB$
- b. Sudut $\angle B$ atau $\angle ABC$ atau $\angle CBA$
- c. Sudut $\angle C$ atau $\angle BCA$ atau $\angle ACB$

Jadi ada tiga sudut yang terdapat pada segitiga ABC.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut:

Segitiga adalah bangun datar yang dibatasi oleh tiga buah sisi dan mempunyai tiga buah titik sudut.

2. Jenis-jenis segitiga

Jenis-jenis segitiga dapat ditinjau dari:

- a. Jenis-jenis segitiga berdasarkan panjang sisi-sisinya
 - i. Segitiga sebarang

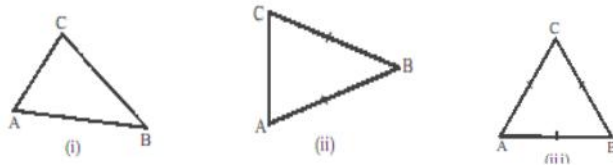
Segitiga sebarang adalah segitiga yang sisi-sisinya tidak sama panjang. Seperti pada gambar (i), $AB \neq BC \neq CA$.

ii. Segitiga sama kaki

Segitiga sama kaki adalah segitiga yang mempunyai dua sisi yang sama panjang. Pada gambar (ii). terdapat segitiga ABC dengan $AB = BC$

iii. Segitiga sama sisi

Segitiga sama sisi adalah segitiga yang memiliki tiga buah sisi sama panjang dan tiga buah sudut yang sama besar. Segitiga ABC pada gambar (iii), adalah segitiga sama sisi dengan $AB = BC = CA$



b. jenis-jenis segitiga ditinjau dari besar sudutnya

Secara umum ada tiga jenis segitiga, yaitu sebagai berikut:

i. Segitiga lancip

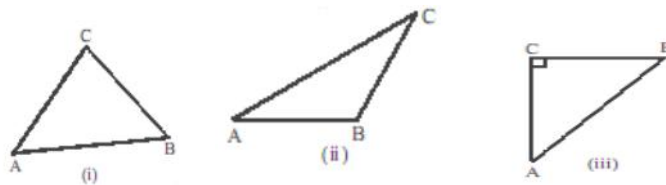
Segitiga lancip adalah segitiga yang ketiga sudutnya merupakan sudut lancip. Sehingga sudut-sudut pada segitiga tersebut antara 0° sampai 90° seperti pada gambar i.

ii. segitiga tumpul

Segitiga tumpul adalah segitiga yang salah satu sudutnya merupakan sudut tumpul, seperti pada gambar ii.

iii. segitiga siku-siku

Segitiga siku-siku adalah segitiga yang salah satu sudutnya merupakan sudut siku-siku (besarnya 90^0) seperti pada gambar iii.



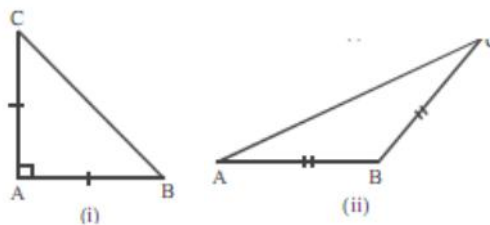
c. jenis-jenis segitiga ditinjau dari panjang sisi dan besar sudutnya

i. Segitiga siku-siku sama kaki

Segitiga siku-siku sama kaki adalah segitiga yang kedua sisinya sama panjang dan salah satu sudutnya 90^0 .

ii. Segitiga tumpul sama kaki

Segitiga tumpul sama kaki adalah segitiga yang kedua sisinya sama panjang dan salah satu sudutnya merupakan sudut tumpul.



3. Pengertian Garis Istimewa Pada Segitiga

Garis istimewa pada segitiga adalah garis lurus yang menghubungkan satu titik sudut atau satu sisi dengan sisi di hadapannya yang berdasarkan aturan tertentu. Jadi garis istimewa dalam sebuah segitiga adalah garis lurus yang membagi segitiga tersebut berdasarkan aturan tertentu.

4. Jenis-jenis Garis Istimewa Pada Segitiga

Ada empat macam garis istimewa pada segitiga, yaitu:

- a. Garis Bagi
- b. Garis Tinggi
- c. Garis Berat
- d. Garis Sumbu

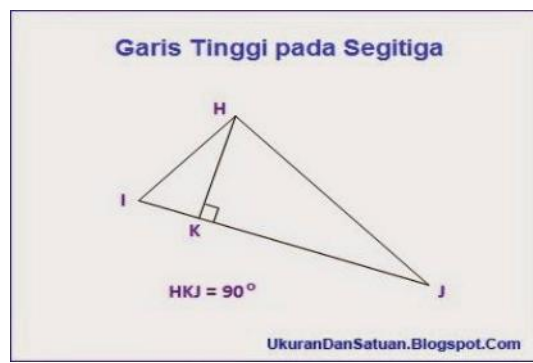
a. Pengertian Garis Bagi.



Definisi garis bagi dalam sebuah segitiga adalah garis lurus yang menghubungkan satu titik sudut segitiga ke sisi di hadapannya dan membagi

sudut tersebut menjadi dua sama besar. Perhatikan segitiga ABC pada gambar. Garis AD adalah garis bagi. Garis AD menghubungkan titik sudut A dengan sisi BC pada titik D sedemikian hingga sudut BAD sama dengan sudut DAC yaitu setengah dari sudut BAC.

a. Pengertian Garis Tinggi



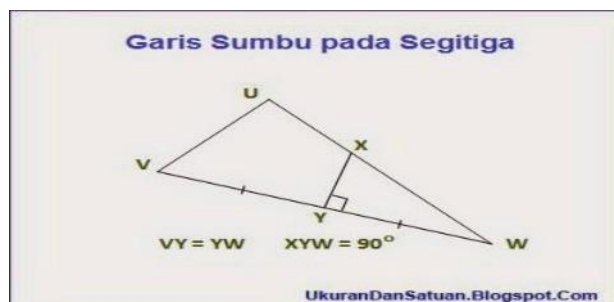
Definisi garis tinggi dalam sebuah segitiga adalah garis lurus yang menghubungkan satu titik sudut ke sisi dihadapannya secara tegak lurus (membentuk sudut siku-siku). Perhatikan segitiga HIJ pada gambar. Garis HK adalah garis tinggi. Garis HK menghubungkan titik sudut H dengan sisi IJ pada titik K sedemikian hingga sudut HKI dan sudut HKJ tepat 90 derajat.

b. Pengertian Garis Berat



Definisi garis berat dalam sebuah segitiga adalah garis lurus yang menghubungkan satu titik sudut ke sisi di hadapannya dan membagi sisi tersebut menjadi dua bagian sama panjang. Perhatikan segitiga PQR pada gambar. Garis PS adalah garis berat. Garis PS menghubungkan titik sudut P dengan sisi QR pada titik S sedemikian hingga panjang sisi QS sama dengan panjang sisi SR yaitu setengah dari panjang sisi QR.

c. Pengertian Garis Sumbu



Definisi garis sumbu dalam sebuah segitiga adalah garis lurus yang menghubungkan satu titik pada segitiga dengan sisi dihadapannya dan membagi sisi tersebut menjadi dua bagian sama panjang secara tegak lurus. Perhatikan segitiga UVW pada gambar.

Garis XY adalah garis sumbu. Garis XY menghubungkan titik X pada sisi segitiga dengan sisi VW pada titik Y sedemikian hingga panjang sisi VY sama dengan panjang sisi YW dan sudut XYV juga sudut XYW tepat 90 derajat (sudut siku-siku/sudut tegak lurus).

Kriteria Abstraksi dalam Memahami Konsep Segitiga

No.	Tahap-tahap	Indikator
1.	Recognition (pengenalan)	<ul style="list-style-type: none">• Mengingat kembali aktivitas sebelumnya yang berkaitan dengan masalah yang sedang dihadapi terkait pada materi segitiga• Mengidentifikasi aktivitas sebelumnya yang berkaitan dengan masalah materi

		segitiga
2.	Representation (penyajian)	<ul style="list-style-type: none"> • Menyatakan hasil pemikiran dalam bentuk simbol dan bahasa matematika pada materi segitiga. • Menjalankan metode solusi alternative yang mungkin untuk memecahkan masalah pada materi segitiga.
3.	Structural Abstraction (abstraksi struktural)	<ul style="list-style-type: none"> • Merefleksi aktivitas sebelumnya kepada situasi baru. • Mengembangkan situasi baru untuk suatu masalah, dimana sebelumnya belum digunakan
4.	Structural Awareness (kesadaran struktural)	<ul style="list-style-type: none"> • Memberikan argumen-argumen atau alasan terhadap keputusan yang dibuat • Mampu menunjukkan ringkasan aktivitasnya selama memecahkan masalah pada materi segitiga.

E. Penelitian Terdahulu

Secara umum, telah ada beberapa tulisan dan penelitian yang meneliti tentang Teori Belajar Bruner dan dikaitkan dengan pemahaman siswa. Namun tidak ada yang sama persis dengan penelitian yang dilakukan oleh peneliti.

Berikut ini beberapa penelitian yang relevan dengan penelitian ini:

1. Aty Yuliaty

Penerapan Pendekatan *Concrete Representational Abstrac* (CRA) Untuk Meningkatkan Abstraksi Matematis Siswa SMP dalam Pembelajaran Geometri, penelitian ini merupakan penelitian eksperimen, rumusan masalahnya adalah apakah

peningkatan kemampuan abstraksi matematis yang pembelajarannya menggunakan pendekatan *Concrete Representational Abstract* (CRA) lebih baik daripada siswa yang pembelajarannya menggunakan pendekatan konvensional. Bagaimana kualitas peningkatan kemampuan abstraksi matematis siswa yang pembelajarannya menggunakan pendekatan *Concrete Representational Abstract* (CRA).

Kesimpulan dari penelitian tersebut adalah pembelajaran melalui pendekatan *Concrete Representational Abstract* (CRA) dapat meningkatkan kemampuan abstraksi siswa terhadap materi geometri.

2. Adi Triasari

Pengaruh Pendekatan *Scientific* Untuk Meningkatkan Abstraksi Matematis Siswa SMP dalam Pembelajaran Geometri, penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif, rumusan masalahnya adalah apakah peningkatan kemampuan abstraksi matematis yang pembelajarannya menggunakan pendekatan *Scientific* lebih baik daripada siswa yang pembelajarannya menggunakan pendekatan konvensional. Bagaimana sikap siswa terhadap pembelajaran matematika dengan pendekatan *Scientific*

Kesimpulan dari penelitian tersebut adalah pembelajaran melalui pendekatan *Scientific* dapat meningkatkan kemampuan abstraksi siswa terhadap materi geometri dan siswa sangat antusias terhadap pendekatan belajar tersebut.

Jadi beberapa hasil penelitian di atas berfungsi sebagai bahan pustaka dalam penelitian ini.

Tabel.2.1 Persamaan dan Perbedaan dengan Penelitian Sebelumnya

No.	Skripsi	Persamaan	Perbedaan
1.	Aty Yuliaty	Meningaktakan kemampuan abstraksi siswa	Menggunakan penelitian eksperimen, menggunakan pendekatan <i>Concrete Representational Abstract</i> (CRA), materi dan lokasi yang berbeda
2.	Adi Triasari	Meningkatan kemampuan abstraksi siswa	Menggunakan penelitian kuantitatif, dengan pendekatan <i>scientific</i> materi dan lokasi penelitiannya berbeda.