

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Hakikat Matematika

1. Pengertian Matematika

Istilah matematika berasal dari bahasa Yunani yaitu *mathein* atau *manthanein* yang artinya mempelajari. Menurut Dienes matematika adalah ilmu seni kreatif, oleh karena itu matematika harus dipelajari dan diajarkan sebagai ilmu seni.¹ Kitcher mengatakan bahwa matematika itu mempunyai 5 komponen yaitu: 1). Bahasa (*language*) yang dijalankan oleh para matematikawan, 2). Pernyataan (*statements*) yang digunakan oleh para matematikawan, 3). Pertanyaan (*questions*) penting yang sampai saat ini belum terpecahkan, 4). Alasan (*reasonings*) yang digunakan untuk menjelaskan pernyataan, 5). Ide matematika itu sendiri.²

Menurut Reys dan kawan-kawan dalam bukunya *Helping Children Learn Mathematics* mengatakan bahwa Matematika itu adalah telaah tentang pola dan hubungan, suatu jalan atau pola berpikir, suatu seni, suatu bahasa, dan suatu alat. Sedangkan menurut Johnson dan Rising, matematika itu adalah ilmu deduktif.³

Ernest melihat matematika sebagai konstruktivisme sosial yang memenuhi tiga premis sebagai berikut: *i) the basis of mathematical knowledge is linguistic language, conventions and rules, and language is a social construction; ii)*

¹Ruseffendi, *Pengajaran Matematika Modern dan Masa kini* (Bandung: Tarsito, 1990), hal.18

²*Ibid*, hal.19

³*Ibid*, hal.2

*interpersonal social processes are required to turn an individual's subjective mathematical knowledge, after publication, into accepted objective mathematical knowledge; and iii) objectivity itself will be understood to be social.*⁴

Bourne juga memahami matematika sebagai konstruktivisme sosial dengan penekanannya pada *knowing how*, yaitu pelajar di pandang sebagai makhluk yang aktif dalam mengonstruksi ilmu pengetahuan dengan cara berinteraksi dengan lingkungannya. Hal ini berbeda dengan pengertian *knowing that* yang dianut oleh kaum absolutis, dimana pelajar dipandang sebagai makhluk yang pasif dan seenaknya dapat diisi informasi dari tindakan hingga tujuan.⁵

Selain itu, ada beberapa pendapat lain antara lain:

- a. Matematika itu adalah suatu cara manusia berfikir
- b. Matematika itu adalah seni
- c. Matematika itu adalah alat, alat bantu⁶

Dengan memperhatikan berbagai teori diatas dapat disimpulkan bahwa hingga saat ini belum ada kesepakatan yang bulat diantara para matematikawan tentang apa yang disebut matematika itu. Untuk mendeskripsikan definisi matematika, para matematikawan belum pernah mencapai satu titik “puncak” kesepakatan yang “sempurna”.

2. Tujuan Pendidikan Matematika

Matematika adalah salah satu ilmu yang sangat penting dalam dan untuk hidup kita. Banyak hal di sekitar kita yang selalu berhubungan dengan

⁴Fathani, *Matematika Hakikat Dan Logika* (Jogjakarta: Ar Ruzz Media, 2012), hal. 18

⁵*Ibid*, hal. 19

⁶Ruseffendi, *Pengajaran Matematika Modern dan Masa kini...* hal.6

matematika.Mencari nomor rumah seseorang, menelepon, jual beli barang, menukar uang, mengukur jarak dan waktu, dan masih banyak lagi.⁷Matematika merupakan mata pelajaran yang dipelajari oleh semua peserta didik dari SD hingga SMA dan Bahkan juga di Perguruan Tinggi.

Matematika diajarkan disekolah karena berguna untuk kepentingan matematika itu sendiri dan memecahkan persoalan dalam masyarakat, selain itu dalam rangka mengembangkan dan mengawetkan matematika itu sendiri.⁸Oleh karena itu matematika tidak akan pernah punah meski di telan zaman.Akan semakin berkembang dan berkembang.

Dengan memperhatikan berbagai teori diatas dapat disimpulkan bahwa tujuan diajarkan matematika karena matematika memang sangat berguna didalam kehidupan manusia.Karena manusia tidak dapat lepas dari matematika dalam kehidupan sehari-hari.

B. Hakikat berpikir

1. Pengertian berpikir

Banyak sekali para ahli yang mendefinisikan tentang pengertian berpikir.Pengertian berpikir adalah gejala jiwa yang dapat menetapkan hubungan-hubungan antara ketahuan-ketahuan kita.⁹Berpikir menggunakan akal budi untuk mempertimbangkan dan memutuskan sesuatu, menimbang-nimbang dalam

⁷Ariesandi Setyono, *Mathemagics Cara Jenius Belajar Matematika*, (Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama, 2007), hal.1

⁸Ruseffendi, *Pengajaran Matematika Modern dan Masa kini*...hal.9

⁹Agus sujanto, *Psikologi Umum*(Jakarta:PT.Bumi Aksara,2012),hal.56

ingatan.¹⁰ Selain itu masih banyak lagi pengertian-pengertian tentang berpikir, diantaranya:

- a. Menurut Ross berpikir adalah aktivitas mental dalam aspek teori dasar mengenai teori psikologis.
- b. Menurut Valentine berpikir adalah aktivitas yang berisi mengenai gagasan-gagasan yang diarahkan untuk beberapa tujuan yang diharapkan.
- c. Menurut Garret berpikir merupakan perilaku yang sering kali tersembunyi atau setengah tersembunyi di dalam lambing atau gambaran, ide dan merujuk pada suatu tindakan konsep yang dilakukan seseorang.¹¹

Pengertian berpikir secara umum dilandasi oleh asumsi aktivitas mental atau intelektual yang melibatkan kesadaran dan subjektifitas individu. Hal ini dapat merujuk pada pemikiran atau ide-ide. Sifat berpikir sangat bergantung pada konteks kebutuhan yang dinamis dan variatif. Oleh karena itu setiap individu pada situasi dan kondisi tertentu memiliki kebutuhan berpikir yang berbeda.

1. Proses berpikir

Proses berpikir adalah proses pemecahan sebuah masalah untuk menemukan solusi.¹² Dalam pengertian yang lain proses berpikir adalah urutan kejadian mental yang terjadi secara ilmiah atau terencana dan sistematis pada konteks ruang, dan media yang digunakan serta menghasilkan suatu perubahan terhadap suatu objek yang mempengaruhinya.¹³

¹⁰Kamus besar bahasa Indonesia, hal.767

¹¹Wowo sunaryo kuswana, *Taksonomi Berpikir*...hal.2

¹²Abu ahmadi, *Psikologi Umum*...hal.166

¹³Wowo sunaryo kusuma, *Taksonomi Berpikir*...hal.3

Dalam hal proses berpikir ini lebih menekankan pada proses berpikir siswa. Pada proses berpikir siswa ada 3 langkah pokok yang harus dilalui yaitu: pembentukan pengertian, pembentukan pendapat dan penarikan kesimpulan

a. Pembentukan pengertian

Pembentukan pengertian adalah hasil pikir yang merupakan rangkuman sifat-sifat pokok dari suatu barang kenyataan yang dinyatakan dengan suatu perkataan.¹⁴ Ada berbagai macam pembentukan pengertian diantaranya:

1) Pembentukan pengertian lengkap dan tidak lengkap

Pembentukan pengertian sudah dimulai sejak pengamatan pertama pada suatu barang atau kenyataan.¹⁵ Pada tingkat permulaan ini akan menghasilkan pengertian yang belum lengkap. Segala sifat-sifat pokok pada barang itu belum seluruhnya dimengerti. Dengan pengamatan yang berulang-ulang, pengertian kita terhadap sesuatu semakin lebih terang. Jadi dapat dikatakan bahwa semakin kita sering mengamati sesuatu maka proses pengertian kita semakin bertambah dan menjadi lengkap

2) Pembentukan pengertian empiris

Pengertian Empiris disebut juga pengertian pengalaman, yaitu pengertian yang diperoleh dari pengalaman-pengalaman yang berturut-turut. Pengertian pengalaman biasanya belum lengkap dan kurang mendalam. Akan menjadi lengkap dan mendalam kalau kita mengulangnya berkali-kali dengan kemajuan berpikir kita.¹⁶

¹⁴Abu ahmadi, *Psikologi Umum*... hal.169

¹⁵*Ibid*, hal.166

¹⁶*Ibid*, hal.170

3) Pembentukan pengertian logis

Pengertian logis ini biasanya diperoleh dengan aktifitas pikir dengan sadar dan sengaja memahami sesuatu.¹⁷ Pengertian logis ini biasa disebut pengertian ilmiah, karena banyak digunakan didalam kalangan ilmu pengetahuan. Dari pengertian logis terdapat 4 proses yaitu: proses analisis (menguraikan), proses komparasi (membandingkan), proses abstraksi (mengurangkan), proses kombinasi (menggabungkan, merangkum)

Proses pembentukan pengertian atau berpikir logis digunakan peneliti sebagai acuan dalam melakukan penelitian. Alasan peneliti adalah karena dari ke-4 proses yang ada didalam pembentukan pengertian logis saling berkesinambungan sehingga sangat cocok untuk proses berpikir dalam mempelajari matematika. Indikator pencapaian berpikir logis adalah:

- Proses analisis (menguraikan) siswa mampu menguraikan unsure-unsur, sifat-sifat, ciri-ciri dari sejumlah objek yang sejenis.¹⁸
- Proses komparasi (membandingkan) siswa mampu membandingkan unsure-unsur, sifat-sifat, yang telah dianalisis. Langkah analisis ini untuk menemukan unsure-unsur yang bersamaan, sifat-sifat yang umum dan sifat-sifat yang termasuk sifat kebetulan atau sifat tambahan.¹⁹

¹⁷Abu Ahmadi ,*Psikologi Umum*...hal.170

¹⁸*Ibid*, hal.171

¹⁹*Ibid*,hal.171

- Proses abstraksi (mengurangkan) siswa mampu menyisihkan sifat-sifat kebetulan atau tambahan dari sifat-sifat umum dan yang tertinggal hanya sifat-sifat umum saja.²⁰
- Proses kombinasi (menggabung, merangkum) siswa mampu merangkum sifat-sifat yang bersama dan menetapkannya sebagai definisi.²¹

b. Pembentukan pendapat

Pendapat adalah hasil pekerjaan pikir melekkkan hubungan antara tanggapan yang satu dengan yang lain, antara pengertian yang satu dengan yang lain yang dinyatakan dalam satu kalimat.²²

Ada beberapa proses dalam pembentukan pendapat, antara lain adalah:

- 1) Menyadari adanya tanggapan atau pengertian, tidak mungkin membentuk pendapat tanpa adanya pengertian atau tanggapan.
- 2) Menguraikan tanggapan atau pengertian.
- 3) Menentukan hubungan logis antar bagian-bagian. Maksudnya setelah sifat-sifat dianalisa, kemudian dipisahkan dan hanya tinggal 2 pengertian saja, kemudian antara pengertian yang satu dengan yang lain dihubungkan. Indikator pencapaian pada tahapan proses pembentukan pendapat adalah:

- (a) Siswa mampu menyadari tanggapan atau pengertian.
- (b) Siswa mampu menguraikan tanggapan atau pengertian yang sudah ada, menjadi beberapa tanggapan yang lebih bersifat khusus.

²⁰Abu Ahmadi ,*Psikologi Umum*...hal.172

²¹*Ibid*,hal.172

²²*Ibid*,hal.174

(c) Siswa mampu menentukan hubungan logis antara bagian-bagian setelah sifat-sifat dianalisis. Berbagai sifat dipisahkan tinggal dua pengertian saja kemudian satu sama lain dihubungkan menjadi satu pendapat yang bersifat kompleks.²³

c. Penarikan kesimpulan

Diatas telah dijelaskan pembentukan pengertian dan pembentukan pendapat. Kedua pembentukan tersebut merupakan proses berpikir. Setelah kedua proses tersebut terlaksanakan, proses selanjutnya adalah membentuk pendapat berdasarkan pendapat-pendapat yang ada, proses ini dinamakan penarikan kesimpulan.

Kesimpulan adalah suatu pendapat baru yang dibentuk dari pendapat-pendapat lain yang sudah ada. Kesimpulan ada 3 macam yaitu: deduktif, induktif dan analogi.

1). Kesimpulan deduktif

Kesimpulan deduktif adalah kesimpulan yang ditarik atas dasar dari hal yang umum kehal yang bersifat khusus.²⁴ Ada beberapa prinsip dari deduktif yaitu:

- (a) *Syllogisme* yaitu apa yang dipandang benar semua terhadap sebuah pendapat.
- (b) *Mayor dan minor* yaitu premis pertama dan premis kedua.
- (c) *Suku tengah* yaitu kita hanya dapat menarik kesimpulan dua pendapat kalau pendapat pertama dan pendapat kedua mempunyai unsure yang sama.

²³Abu ahmadi,*Psikologi Umum...*hal.170

²⁴Kartini kartono,*pengantar psikologi umum*(Bandung:Mandar Maju,2000),hal.187

2). Kesimpulan induktif

Kesimpulan induktif adalah kesimpulan yang ditarik dari hal-hal yang khusus menuju ke hal-hal yang umum.²⁵ Proses pembentukan kesimpulan induktif ini dimulai dari situasi yang kongkrit menuju ke hal-hal yang abstrak. Dari pengertian-pengertian yang rendah menuju ke pengertian-pengertian yang lebih tinggi.

3). Kesimpulan analogi

Kesimpulan analogi adalah kesimpulan yang ditarik dari beberapa hal khusus untuk dijadikan satu hal khusus.²⁶ Pada pembentukan kesimpulan dengan jalan analogi, jalan pikiran kita didasarkan atas persamaan suatu keadaan yang khusus lainnya. Karena pada dasarnya hanya membandingkan persamaan-persamaan kemudian dicari hubungannya.

Indikator yang harus dicapai siswa dalam penarikan kesimpulan adalah siswa mampu menggambar ruang dimensi tiga.

Untuk lebih jelasnya dibawah ini terdapat tabel 2.1 indikator pencapaian dalam tahapan proses berfikir.

Tabel 2.1 Tahap Proses Berfikir

Tahap proses berpikir	Indikator	Deskripsi dalam materi ruang dimensi tiga
Pembentukan pengertian	1. Proses analisis (menguraikan), siswa mampu menguraikan	1. siswa mampu melakukan analisa apakah yang dimaksud dengan jarak titik

²⁵Abu ahmadi, *psikologi umum*.....hal.178

²⁶*Ibid*, hal.178

	unsur-unsur, sifat-sifat, ciri-ciri dan sejumlah obyek yang sejenis	ke garis, jarak garis ke bidang, kedudukan antara dua bidang dan kedudukan bidang dalam ruang tiga dimensi.
Pembentukan pendapat	2. Siswa mampu menguraikan dan mengaplikasikan tanggapan atau pengertian yang sudah ada.	2. Siswa mampu menentukan jarak titik ke garis, jarak titik ke bidang dan mampu menentukan kedudukan antara dua bidang serta mampu menentukan kedudukan bidang dalam ruang dimensi tiga.
Penarikan kesimpulan	3. Siswa mampu menganalisa dan menyelesaikan masalah terkait dengan materi ruang dimensi tiga.	3. Siswa mampu memberikan penjelasan tentang jawaban dari permasalahan terkait materi ruang dimensi tiga.

C. Kemampuan matematika

Kemampuan matematika adalah daya pikir atau nalar seseorang untuk melakukan tindakan tertentu baik fisik maupun mental yang berhubungan dengan angka-angka atau variabel tertentu.²⁷ Dalam hal ini berarti siswa harus mengaktivitaskan bahkan memaksimalkan kekuatan pikirannya atau nalarnya ketika fisik atau mentalnya akan melakukan suatu tindakan perbuatan.

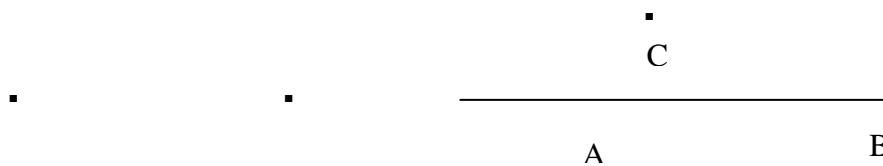
²⁷Maryudi, *Kemampuan, kecakapan dan kecerdasan bergaul* (Jakarta: PT. Restu Agung, 2006), hal. 83

D. Materi

a. Kedudukan titik, garis dan bidang dalam ruang

1. Kedudukan titik terhadap garis

Kedudukan titik terhadap garis ada dua kemungkinan yaitu titik pada garis atau diluar garis



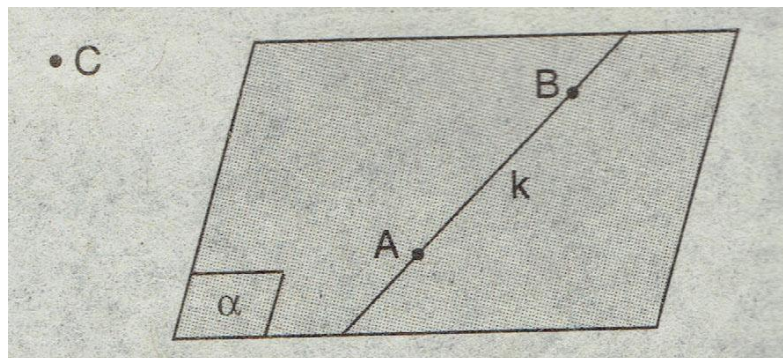
Titik A dan B *pada garis* l dan titik C diluar garis l . Artinya garis l melalui titik A dan titik B, tetapi tidak melaui titik C.

Aksioma 1: Melalui dua titik hanya dapat dibuat tepat satu garis.

2. Kedudukan titik terhadap bidang

Kedudukan titik terhadap bidang ada dua kemungkinan, yaitu titik pada bidang atau titik diluar bidang.

Gambar 2.1 Kedudukan Titik Terhadap Bidang



Titik A dan titik B pada bidang α , titik C diluar bidang α . Artinya bidang α memuat titik A dan titik B, tetapi tidak memuat titik C.

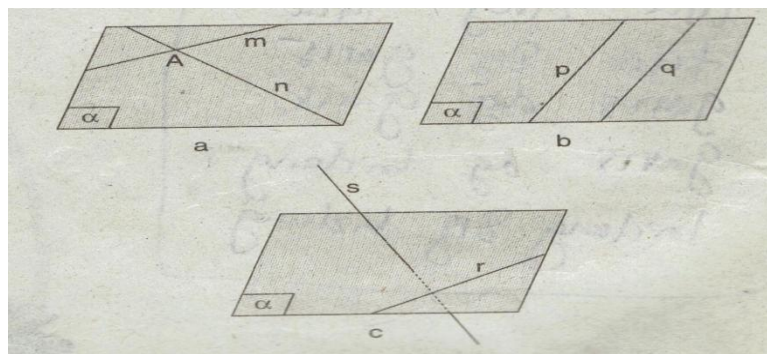
Melalui titik A dan titik B dapat dibuat garis k. oleh karena itu titik A dan B pada bidang α , garis k juga terletak pada bidang α .

Aksioma 2: jika 2 titik pada satu garis terletak pada bidang, maka garis tersebut juga terletak pada bidang tersebut.

3. Kedudukan garis terhadap garis lain

Kedudukan garis terhadap garis lain ada tiga kemungkinan yaitu: kedua garis saling berpotongan, kedua garis saling sejajar, kedua garis saling bersilangan.

Gambar 2.2 Kedudukan Garis Terhadap Garis Lain



a. Dua garis berpotongan

Garis m dan n terletak pada bidang α dan kedua garis hanya mempunyai satu titik persekutuan yaitu titik A .

b. Dua garis sejajar

Garis p dan q terletak pada bidang α , tetapi kedua garis tidak mempunyai titik persekutuan.

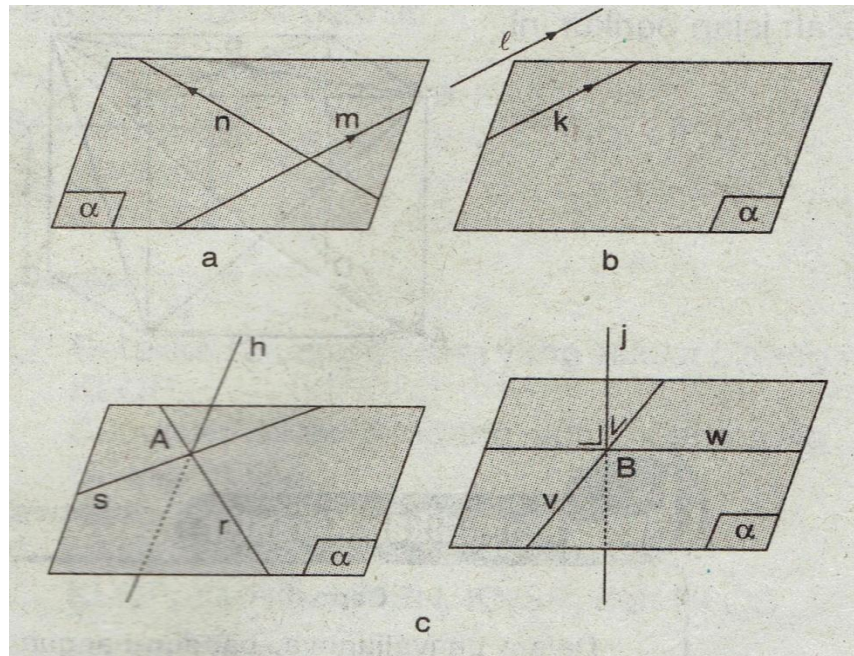
c. Dua garis bersilangan

Garis r terletak pada bidang α dan garis s menembus bidang α , tetapi kedua garis tidak mempunyai titik persekutuan.

4. Kedudukan garis terhadap bidang

Kedudukan garis terhadap bidang ada tiga kemungkinan, yaitu garis pada bidang, garis sejajar dengan bidang dan garis memotong (menembus) bidang.

Gambar 2.3 Kedudukan Garis Terhadap Bidang



a. Garis pada bidang

Garis m dan n terletak pada bidang α . Dengan kata lain, bidang α memuat garis m dan n .

b. Garis sejajar dengan bidang

Garis k pada bidang α dan garis l diluar bidang α . Oleh karena garis l sejajar dengan garis k maka garis l sejajar bidang α .

c. Garis memotong atau menembus bidang

Garis h dan garis j memotong atau menembus bidang α berturut-turut di titik A dan titik B . garis j memotong tegak lurus bidang α . Akibatnya garis j akan tegak lurus dengan semua garis pada bidang α .

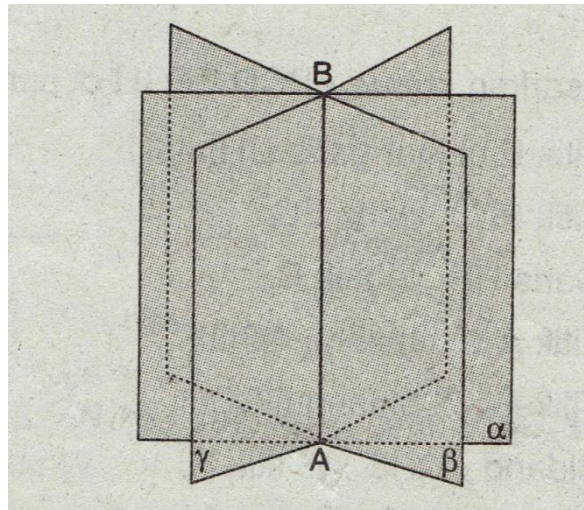
Dalil:

i. Melalui dua garis yang berpotongan hanya dapat dibuat satu bidang datar.

- ii. Melalui sebuah garis dan sebuah titik di luarnya hanya dapat dibuat satu bidang datar.
- iii. Melalui tiga buah titik hanya dapat dibuat satu bidang datar.
- iv. Melalui dua garis yang sejajar hanya dapat dibuat satu bidang datar.
- v. Melalui dua garis yang bersilangan tidak dapat dibuat satu bidang datar.

Aksioma 3: Melalui sebuah garis (AB) dapat dibuat bidang datar tak terhingga banyaknya.

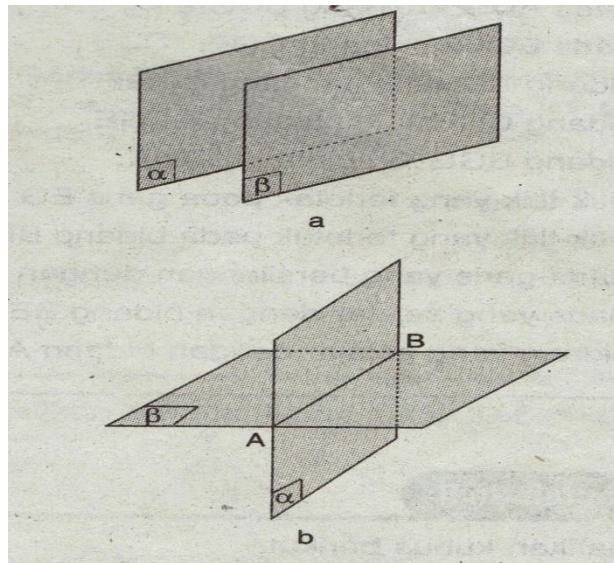
Gambar 2.4 Garis Memotong Atau Menembus Bidang



1. Kedudukan bidang terhadap bidang lain

Kedudukan bidang terhadap bidang lain ada dua kemungkinan yaitu kedua bidang saling sejajar atau berpotongan.

Gambar 2.5 Kedudukan Bidang Terhadap Bidang



- a. Dua bidang sejajar

Bidang α dan bidang β tidak mempunyai garis persekutuan.

- b. Dua bidang berpotongan

Bidang α dan bidang β mempunyai satu garis persekutuan yaitu garis AB. Garis persekutuan tersebut dinamakan garis perpotongan bidang α dan bidang β .

E. Hasil Penelitian Terdahulu

Hasil penelitian terdahulu merupakan hasil penelitian yang sudah teruji kebenarannya, dimana isi dalam penelitian tersebut dapat dipergunakan sebagai acuan atau pembanding. Hasil penelitian terdahulu yang dipergunakan dalam penelitian ini adalah hasil penelitian dari:

Yulis Zahrotun ni'mah dengan judul: Analisis proses berpikir siswa kemampuan tinggi dalam menyelesaikan soal matematika materi prisma pada kelas VIII SMP N 2 sumbergempol. Persamaan penelitian ini dengan penelitian sebelumnya adalah sama-sama membahas tentang proses berpikir dalam menyelesaikan masalah matematika. Sedangkan perbedaan dengan penelitian