

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Pembelajaran Matematika

1. Hakekat Matematika

Setiap orang selalu mempunyai keinginan untuk belajar misalnya belajar berhitung, bahasa, menggambar dan lain-lainnya. Hal ini dilakukan karena semua orang mempunyai sifat keingintahuan yang tinggi dan ingin maju. Untuk saat ini yang perlu kita bahas adalah belajar matematika, apa yang dimaksud dengan Matematika itu?

Istilah Matematika berasal dari kata Yunani “*Mathein*” atau “*Manthenein*”, yang artinya “mempelajari”. Mungkin juga kata tersebut erat hubungannya dengan kata sensekerta “*medha*” atau “*widya*” yang artinya “kepandaian”, “ketahuan” atau “*intelegensis*”.¹ Definisi matematika sendiri sampai saat ini belum ada definisi tunggal. Hal ini terbukti adanya puluhan definisi matematika yang belum mendapat kesepakatan diantaranya para matematikawan, mereka saling berbeda dalam mendefinisikan matematika, namun yang jelas hakekat matematika dapat diketahui karena obyek penelaahan matematika yaitu sarasannya telah diketahui sehingga dapat diketahui pula bagaimana cara berfikir matematika tersebut.²

¹Muhammad Maskur dan Abdul Halim Fatoni, *Mathematical Intelegence*, (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2008), hlm.42

²Herman Hudoyo, *Pengembangan Kurikulum dan Pengembangan Matematika*, (Malang: Universitas Negeri Malang, 2001), hlm.45

Pengertian matematika diantaranya dijelaskan menurut W. W. Sawyer adalah studi dari semua kemungkinan, maksud dari pola adalah keteraturan yang dapat dimengerti pikiran kita.³ Dalam pengertian lain mengenai matematika adalah suatu ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran dan konsep berhubungan satu sama lain yang jumlahnya banyak.⁴

Menurut R. Soedjadi menyebutkan beberapa definisi atau pengertian dengan Matematika menurut sudut pandangnya adalah sebagai berikut:⁵

- a. Matematika adalah cabang ilmu pengetahuan, eksak dan terorganisir.
- b. Matematika adalah pengetahuan tentang bilangan dan kalkulasi.
- c. Matematika adalah pengetahuan tentang penalaran logik dan berhubungan dengan bilangan.
- d. Matematika adalah pengetahuan tentang fakta-fakta kuantitatif dan masalah tentang ruang dan bentuk.
- e. Matematika adalah pengetahuan tentang unsur-unsur yang ketat.

Sedangkan menurut Abdul Halim Fathani matematika adalah sebuah ilmu pasti yang memang selama ini menjadi induk dari segala ilmu pengetahuan di dunia ini.⁶ Selain itu menurut Herman Hudoyo matematika adalah suatu alat untuk mengembangkan cara berpikir.⁷

³ Herman Hudoyo, *Mengajar Belajar Matematika*, (Depdikbud, 1998), hlm.74

⁴ Russefendi, *Pengajaran Matematika Modern dan Masa Kini Untuk Guru dan PGSD*, (Bandung: Tarsito, 1990), hlm.1

⁵ Soedjadio. R, *Kiat Pendidikan Matematika Di Indonesia, Konstanta Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan*, (Jakarta:Dirjen Diknas, 2000),hlm.11

⁶ Abdul Halim Fathoni, *Matematika hakikat dan Logika*, (Jogjakarta: AR-RUZZ MEDIA, 2009), hlm.5

⁷ Herman Hudoyo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*, (Malang: Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, 2001), hlm.45

Menurut Johnson dan Myklehost Matematika adalah bahasa simbolis yang fungsi praktisnya mengekspresikan hubungan-hubungan kuantitatif dan keuangan sedangkan fungsi teoritisnya adalah untuk memudahkan berfikir. Sedangkan Leiner mengatakan bahwa selain sebagai bahasa simbolis, matematika juga merupakan bahasa yang universal yang memungkinkan manusia memikirkan, mencatat dan mengkomunikasikan ide mengenai elemen dan kuantitas.

Kline juga mengemukakan bahwa selain sebagai bahasa simbolis. Ciri utama matematika adalah penggunaan cara bernalar deduktif tetapi juga tidak merupakan cara bernalar induktif.⁸ Reys dkk. mengatakan bahwa matematika itu bukanlah pengetahuan menyendiri yang dapat sempurna karena dirinya sendiri, tetapi adanya matematika itu terutama untuk membantu manusia dalam memahami dan menguasai permasalahan sosial, ekonomi dan alam.⁹

2. Belajar Matematika

Belajar merupakan suatu kata yang menggambarkan aktivitas seseorang, namun kita belum memberikan batasan aktivitas seseorang yang bagaimana yang dapat dikatakan sebagai belajar. Banyak ditemukan dalam buku-buku pendidikan dan psikologi tentang definisi belajar yang dikemukakan oleh para ahli, diantaranya menurut rumusan kimble mengatakan bahwa:

Belajar adalah perubahan yang relatif menetap dalam potensi tingkah laku yang terjadi. Sebagai akibat dari latihan dengan penguatan dan tidak termasuk perubahan-perubahan karena kematangan, kelelahan atau kerusakan pada susunan saraf atau dengan kata lain bahwa mengetahui dan

⁸ Mulyono Abdurrahman, *Pendidikan Bagi Anak Berkesulitan Belajar*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2003), hlm. 252

⁹ H. Erman Suherman. Ar.dkk. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia, 2003), hlm. 7

memahami sesuatu sehingga terjadi perubahan dalam diri seseorang yang belajar.¹⁰

Definisi lain diungkapkan oleh Wittig yang dikutip oleh Muhibin Syah bahwa belajar adalah perubahan yang relatif menetap yang terjadi dalam segala macam atau keseluruhan tingkah laku suatu organisme sebagai hasil pengalaman.

¹¹ Hal ini senada dengan yang diungkapkan oleh Herman Hudojo belajar merupakan suatu usaha yang merupakan kegiatan hingga terjadi perubahan tingkah laku yang relatif tetap.¹² Perubahan tingkah laku tersebut merupakan suatu hasil belajar yang dapat diamati dan berlaku dalam waktu yang relatif lama atau menetap.

Menurut Lyle E. Bourne, J.R Bruce R. Ekstrand Belajar adalah “perubahan tingkah laku yang relatif tetap yang diakibatkan oleh pengalaman dan latihan”.¹³ Sedangkan menurut pandangan konstruktivisme, belajar merupakan proses aktif belajar mengkonstruksi arti, entah teks, dialog, pengalaman fisis dan lain-lain.¹⁴ Proses yang dimaksud disini dapat dicirikan sebagai belajar yang berarti membentuk makna, konstruksi arti itu adalah proses yang terus menerus, belajar merupakan suatu pengembangan pikiran dengan membuat pengertian baru dan hasil belajar dipengaruhi oleh pengalaman dalam dunia nyata dan lingkungannya. Hal ini di dukung juga oleh Sardiman bahwa belajar merupakan tingkah laku atau

¹⁰ Lysnawati Simanjuntak, dkk. *Metode Mengajar matematika*, (Jakarta: Rineka Cipta, 1993), hlm.38

¹¹ Muhibbin Syah, MPd, *Psikologi Belajar*, (Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada, 2003), hlm.66

¹² Herman Hudojo, *Strategi Belajar Mengajar Matematika*, (Malang: Ikip Malang, 1990), hlm.13

¹³ Mustaqim, *Psikologi Pendidikan*, (Semarang: Fakultas tarbiyah IAIN Wali Songo Semarang, 2004), hlm. 33

¹⁴ Paul Suparno, *Filsafat Konstruktifis Dalam Pendidikan*, (Jakarta: Konisius, 1997), hlm.61

penampilan dengan serangkaian kegiatan misalnya dengan membaca, mengamati, mendengarkan, meniru dan lain sebagainya.¹⁵

Dari beberapa definisi di atas menunjukkan bahwa belajar merupakan suatu aktifitas yang melibatkan tiga hal pokok yaitu adanya perubahan tingkah laku, sifat perubahan tersebut relatif permanen serta perubahan tersebut disebabkan interaksi dengan lingkungannya.

Matematika seringkali dilukiskan sebagai suatu kumpulan matematika yang setiap dari sistem tersebut mempunyai struktur tersendiri yang sifatnya bersifat deduktif. Matematika juga berkenaan dengan ide-ide abstrak yang diberi simbol-simbol yang tersusun secara hirarkis dan penalarannya deduktif. Jelas bahwa belajar matematika itu merupakan kegiatan mental yang tinggi.¹⁶

Jeroni Bruner berpendapat bahwa belajar matematika adalah belajar tentang konsep-konsep dan struktur matematika yang terdapat di dalam materi yang dipelajari serta mencari hubungan-hubungan antara konsep-konsep dan struktur-struktur matematika itu. Pemahaman terhadap konsep dan struktur suatu materi itu dipahami secara komprehensif.¹⁷ Jadi untuk mempelajari suatu konsep matematika yang lebih tinggi maka ia harus mempelajari atau menguasai konsep prasyarat yang mendahului konsep tersebut. Oleh karenanya belajar matematika itu sebenarnya untuk mendapatkan hubungan-hubungan dan simbol-simbol dan kemudian mengaplikasikannya kesituasi yang nyata.

¹⁵ Sardiman, *Interaksi dan Motifasi Belajar Mengajar*, (Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada, 1986), hlm.20

¹⁶ Hudoyo, *Mengajar Belajar*....hlm.3

¹⁷ *Ibid*....hlm.48

3. Belajar Mengajar Matematika

Teknik penyajian pelajaran atau metode mengajar adalah suatu pengajaran tentang cara-cara mengajar yang dipergunakan oleh guru atau instruktur.¹⁸ Definisi lainnya yang melihat dari sudut siswa, mengajar adalah mengatur dan menciptakan kondisi yang terdapat di lingkungan siswa sehingga dapat menumbuhkan niat siswa melakukan kegiatan belajar.¹⁹

Belajar dan mengajar merupakan dua konsep yang tidak bisa dipisahkan satu sama lain. Belajar menunjuk pada apa yang harus dilakukan seseorang sebagai subyek yang menerima pelajaran (sasaran didik), sedangkan mengajar menunjukkan pada apa yang harus dilakukan oleh guru sebagai pengajar.²⁰ Mengajar sendiri pada dasarnya merupakan suatu usaha untuk menciptakan kondisi atau sistem lingkungan yang mendukung dan memungkinkan untuk berlangsungnya proses belajar.²¹

Di dalam mengajar matematika, seorang pengajar matematika mampu memberikan intervensi yang bila pengajar itu telah menguasai dengan baik bahan atau konsep matematika yang akan diajarkan. Namun penguasaan terhadap bahan matematika saja tidak cukup untuk dapat membuat peserta didik berpartisipasi secara aktif dalam belajar. Pengajar juga harus menguasai atau memahami teori belajar sehingga belajar matematika menjadi digemari oleh peserta didik. Jadi dapat dikatakan bahwa belajar dan mengajar merupakan dua hal yang berkaitan

¹⁸ Roestiyah, *Strategi Belajar Mengajar*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2001), hlm.1

¹⁹ Drs. Radno Harsanto, M.Si, *Pengelolaan Kelas Yang Dinamis*, (Yogyakarta: KANISIUS, 2007), hlm.87

²⁰ Nana Sudjana, *Dasar-dasar Proses Belajar Mengajar*, (Bandung: SINAR BARU ALGESINDO OFFSET, 2004), hlm.28

²¹ Sardiman, *Interaksi dan Motifasi...* hlm.47

dan saling mempengaruhi yang dapat menentukan hasil belajar. Mengajar akan efektif bila kemampuan berpikir anak diperlihatkan dan karena itu perhatian ditujukan kepada kesiapan struktur kognitif siswa. Adapun struktur kognitif mengacu kepada organisasi pengetahuan atau pengalaman yang telah dikuasai seorang siswa yang memungkinkan siswa dapat menangkap ide-ide atau konsep-konsep baru, kenyataan menunjukkan bahwa perkembangan intelektual siswa berlangsung bertahap secara kualitatif. Walaupun perkembangan itu nampaknya berjalan dengan sendirinya, nampaknya perlu diarahkan sebab perkembangan tersebut dapat dibantu atau terhalang oleh keadaan lingkungan.²²

Guru atau pengajar dalam proses mengajar dapat saja tidak langsung berhadapan muka dengan yang diberi pelajaran atau peserta didik, misalnya melalui media seperti buku, teks, modul dan lain-lain. Menurut Simanjuntak keberhasilan proses belajar mengajar matematika tidak terlepas dari persiapan peserta didik dan persiapan oleh tenaga pendidik dibidangnya dan bagi para peserta didik yang sudah mempunyai minat (siap) untuk belajar matematika akan merasa senang dan dengan penuh perhatian mengikuti pelajaran tersebut, oleh karena itu para pendidik harus berupaya untuk memelihara maupun mengembangkan minat ataupun kesiapan belajar anak didiknya atau dengan kata lain bahwa “teori belajar mengajar matematika harus dipahami” betul- betul oleh para pengelok pendidikan.²³

²² Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika.....*, hlm.51

²³ Simanjuntak, *Metode mengajar.....*, hlm.65

4. Proses Belajar Mengajar Matematika.

Proses belajar mengajar merupakan serangkaian kegiatan guru mulai perencanaan, pelaksanaan kegiatan sampai dengan evaluasi dan program tindak lanjut yang berlangsung untuk mencapai tujuan tertentu yaitu pengajaran. Menurut M. Uzer Usman proses belajar mengajar adalah satu proses yang mengandung serangkaian perbuatan guru dan siswa atas dasar hubungan timbal balik yang berlangsung dalam situasi edukatif untuk mencapai tujuan tertentu.²⁴

Di dalam proses belajar mengajar terdapat beberapa komponen yang sangat berpengaruh terhadap kegiatan tersebut antara lain:

a. Tujuan

Tujuan adalah cita-cita yang ingin dicapai dari suatu kegiatan. Adapun dalam pendidikan dan pengajaran tujuannya adalah terdapatnya sejumlah nilai-nilai yang baru ditanamkan kepada anak didik

b. Bahan Pelajaran

Bahan pelajaran adalah substansi yang akan disampaikan dalam proses belajar mengajar.

c. Kegiatan Belajar Mengajar

Segala sesuatu yang telah diprogramkan akan dilaksanakan dalam proses belajar mengajar.

d. Metode

Metode adalah suatu cara mengajar untuk membahas bahan pelajaran sehingga mencapai tujuan pembelajaran.

²⁴ Suryabrata, *Proses Belajar Mengajar Di Sekolah*, (Jakarta: Rineka Cipta, 1997), hlm.19

e. Alat (Media)

Alat atau media adalah sesuatu yang dapat digunakan dalam rangka mencapai tujuan pengajaran.

f. Sumber Pengajaran.

Sumber pengajaran adalah segala sesuatu yang menjadi pusat bahan pelajaran.

g. Evaluasi

Evaluasi adalah satu keadaan atau suatu proses untuk menentukan nilai dari suatu di dalam dunia pendidikan atau untuk mengetahui sejauh mana kemampuan anak dalam memahami suatu materi yang telah diajarkan.

Adapun fungsi dari evaluasi antara lain:

- 1) Untuk menilai hasil pembelajaran.
- 2) Untuk menentukan metode yang tepat supaya tercapai tujuan pembelajaran.
- 3) Untuk mengetahui kesulitan-kesulitan belajar yang nantinya dapat ditemukan suatu pemecahannya.

Adapun faktor-faktor yang mempengaruhi proses belajar mengajar matematika antara lain:

a. Peserta Didik

Tercapai atau tidaknya tujuan pembelajaran tergantung kepada peserta didik, misalnya bagaimana kemampuan kesiapan, minat peserta didik terhadap mengikuti kegiatan belajar mengajar matematika dan psikologi peserta didik.

b. Pengajar

Kemampuan pengajar untuk menyampaikan dan sekaligus penguasaannya materi sangat mempengaruhi proses belajar.

c. Prasarana dan Sarana

Sarana yang memadai akan menunjang tercapainya tujuan belajar mengajar matematika dan juga merupakan fasilitas belajar yang penting.

d. Penilaian

Hal ini digunakan melihat keberhasilan proses belajar mengajar sehingga akan didapat peningkatan keberhasilan.²⁵

Jadi dapat disimpulkan proses belajar mengajar matematika merupakan suatu proses yang mengandung serangkaian perbuatan guru yang mengamati dan siswa yang belajar matematika atas dasar timbal balik untuk mencapai tujuan yang telah ditentukan.

5. Faktor-faktor yang Mempengaruhi Proses Belajar Mengajar Matematika

Ada banyak faktor yang mempengaruhi terhadap keberhasilan studi anak. Faktor-faktor tersebut dapat digolongkan ke dalam 2 macam yaitu faktor berasal dari dalam diri anak itu (internal) dan faktor yang berasal dari luar diri anak (eksternal).

²⁵ Hudojo, *Strategi Belajar...* hlm.8-9

Faktor yang berasal dari dalam diri anak (internal) antar lain:²⁶

1. Faktor Jasmaniah

a. Faktor Kesehatan

Sehat berarti dalam keadaan baik segenap badan beserta bagian-bagiannya atau bebas dari penyakit.

b. Cacat Tubuh

Cacat tubuh adalah sesuatu yang menyebabkan kurang baik atau kurang sempurna mengenai tubuh atau badan.

2. Faktor Psikologi

a. Intelegensi

Intelegensi adalah kecakapan yang terdiri dari tiga jenis yaitu kecakapan untuk menghadapi dan menyesuaikan ke dalam situasi yang baru dan cepat dan efektif, mengetahui atau menggunakan konsep-konsep yang abstrak secara efektif mengetahui relasi dan mempelajarinya dengan cepat.

b. Perhatian

Perhatian menurut Ghazali adalah kreatifitas jiwa yang di pertinggi. Jika itu pun semata-mata tertuju kepada suatu obyek benda atau hal atau sekumpulan obyek.

c. Minat

Minat adalah kecenderungan yang tetap untuk memperhatikan dan mengenang beberapa kegiatan.

²⁶ Slameto, *Belajar dan Faktor-faktor yang Mempengaruhinya*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2010), hlm. 54.

d. Bakat

Bakat adalah kemampuan untuk belajar. Kemampuan itu baru akan terealisasi menjadi kecakapan yang nyata sesudah belajar atau berlatih.

e. Motif

Motif erat hubungannya dengan tujuan yang akan dicapai. Di dalam menentukan tujuan itu dapat disadari atau tidak, akan tetapi untuk mencapai tujuan itu perlu berbuat, sedangkan yang menjadi penyebab berbuat adalah motif itu sendiri sebagai daya penggerak atau pendorong.

f. Kematangan

Kematangan adalah suatu tingkat atau fase dalam perkembangan seseorang, dimana alat-alat tubuhnya sudah siap untuk melaksanakan kecakapan baru.

g. Kesiapan

Kesiapan adalah kesediaan untuk memberi response atau bereaksi.²⁷

3. Faktor Kelelahan

Kelelahan pada seseorang walaupun sulit untuk dipisahkan tetapi dapat dibedakan menjadi dua macam yaitu kelelahan jasmani dan kelelahan rohani (bersifat psikis).

Adapun faktor yang berasal dari luar diri anak (eksternal) antara lain:

a) Faktor Keluarga

Faktor keluarga terdiri dari: cara orang tua mendidik, relasi antar anggota, suasana rumah, keadaan ekonomi, pengertian orang tua dan latar belakang kebudayaan.

²⁷ *Ibid.*, hlm. 59

b) Faktor Sekolah

Faktor sekolah terdiri dari: metode mengajar, kurikulum, relasi guru dengan siswa, disiplin sekolah, alat pelajaran, waktu sekolah, standar pelajaran di atas ukuran, keadaan gedung, metode belajar, tugas rumah.

c) Faktor Masyarakat

Faktor masyarakat terdiri dari: kegiatan siswa dalam masyarakat, mass media, teman bergaul dan bentuk kehidupan masyarakat.²⁸

B. Pemahaman

Pemahaman diartikan sebagai perihal menguasai (mengerti, memahami).²⁹ Pemahaman adalah proses, cara, perbuatan memahami atau memahamkan.³⁰ Pemahaman (*understanding*) yaitu kedalaman kognitif, dan afektif yang dimiliki oleh individu.³¹ Selanjutnya, Dubinsky menyatakan pemahaman tentang konsep matematika merupakan hasil konstruksi dan rekonstruksi dari objek-objek matematika yang dilakukan melalui aktivitas aksi, proses, dan objek yang dikoordinasi dalam suatu skema.³²

Skema merupakan struktur kognitif yang digunakan seseorang untuk mengadaptasi dan mengorganisasikan stimulus (pengetahuan) yang datang dari lingkungan.³³ Sedangkan Bartlett menyatakan bahwa skema merupakan penuntun dalam melakukan pengorganisasian informasi (pengetahuan) yang

²⁸*Ibid.*, hlm. 60.

²⁹Sugono et. Al, *Kamus Bahasa...*, hlm. 1103

³⁰*Ibid.*...hlm. 979

³¹E. Mulyasa. *Kurikulum Berbasis Kompetensi*. (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2010), hlm. 39

³²Ed. Dubinsky, *Using A Theory of...*, hlm. 11

³³Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*, (Malang: IKIP Malang, 2003), hlm. 59

masuk ke dalam sistem memori pada suatu kumpulan pengetahuan.³⁴ Secara sederhana, skema diibaratkan sebagai konsep-konsep atau kategori-kategori yang dipergunakan untuk mengidentifikasi dan mengklasifikasikan stimulus-stimulus (pengetahuan/ informasi) yang datang dari luar.

Dalam teori perkembangan kognitif, Piaget memandang bahwa proses berpikir merupakan aktivitas gradual dari fungsi intelektual, yaitu berpikir dari kongkret menuju abstrak.³⁵ Kecakapan intelektual tersebut dapat diperoleh melalui proses mencari keseimbangan antara apa yang dirasakan dan diketahui pada satu sisi dengan apa yang dilihat suatu fenomena baru sebagai pengalaman dan persoalan.³⁶ Jika seseorang dalam kondisi sekarang dapat mengatasi situasi baru, keseimbangan mereka tidak akan terganggu. Jika tidak, ia harus melakukan adaptasi dengan lingkungannya.

Proses adaptasi mempunyai dua bentuk dan terjadi secara simultan, yaitu asimilasi dan akomodasi. Asimilasi adalah proses pengintegrasian atau penyatuan informasi baru ke dalam struktur kognitif (skema) yang telah dimiliki oleh individu.³⁷ Akomodasi merupakan penyesuaian struktur kognitif ke dalam situasi baru dengan jalan mengadakan modifikasi struktur kognitif (skema) yang ada atau bahkan membentuk pengalaman/pengetahuan yang benar-benar baru. Sedangkan keseimbangan antara asimilasi dan akomodasi harus senantiasa dilakukan secara berkesinambungan (*ekuilibrasi/equilibration*) agar seseorang dapat terus berkembang dan bertambah pengetahuannya sekaligus agar mampu menjaga

³⁴ Davis, G.E., Tall. What is A Schema?,(online).

(<http://www.crme.soton.ac.uk/publications/gdpop/schemes.htm>), diakses 23 Maret 2015

³⁵ Djaali, *Psikologi Pendidikan*. (Jakarta: Bumi Aksara, 2011), hlm. 76

³⁶ Asri Budiningsih, *Belajar dan Pembelajaran...*, hlm. 35

³⁷ *Ibid.*, hlm. 36

stabilitas mental dalam dirinya. Jadi dalam belajar dalam rangka mendapatkan suatu pemahaman matematika, seseorang akan berusaha melakukan reequilibrasi dengan melakukan asimilasi situasi (pengetahuan) tersebut ke dalam skema yang ada atau jika perlu merekonstruksi skema tertentu untuk mengakomodasi situasi (pengetahuan) tersebut.³⁸

Berdasarkan kajian teori di atas, maka pemahaman pada penelitian ini diartikan sebagai kemampuan siswa untuk mengkonstruksi dan merekonstruksi kembali aksi, proses, dan objek matematika serta mengorganisasikannya dalam struktur kognitif (skema) yang digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan tentang konsep barisan dan deret.

C. Teori APOS

Teori APOS adalah suatu teori belajar yang lahir dari hipotesis bahwasanya pengetahuan matematika berada dalam kecenderungan individu untuk terlibat dalam situasi masalah matematika dengan cara memanipulasi mental aksi, proses, objek dan mengorganisasi ketiganya dalam skema.³⁹

Teori belajar ini muncul di kalangan Research in Undergraduate Mathenatic Education Community (RUMEC). Orang yang gencar mengembangkan Teori APOS adalah Ed. Dubinsky. Tujuan dari teori APOS dijelaskan sebagai berikut:

APOS Theory arose out of an attempt to understand the mechanism of reflective abstraction, introduced by Piaget to describe the development of

³⁸ Maryono, *Eksplorasi Pemahaman Mahasiswa...*, hlm. 14

³⁹ Ed. Dubinsky & McDonal, M.A. *APOS: A Constructivist Theory of Learning...*, hlm. 2

logical thinking in children, and extend this idea the more advanced mathematical concepts (Dubinsky, 1991a).⁴⁰

Teori APOS muncul dengan tujuan untuk memahami mekanisme abstraksi reflektif yang diperkenalkan oleh J. Piaget yang menjelaskan perkembangan berpikir logis matematika untuk anak-anak. Kemudian ide tersebut dikembangkan untuk konsep matematika yang lebih luas, terutama untuk membentuk perkembangan berpikir logis bagi siswa. Teori APOS juga sangat berguna dalam memahami pembelajaran barisan dan deret dan topik matematika lainnya.⁴¹

Dari penjelasan di atas dapat digarisbawahi bahwa Teori APOS dapat digunakan untuk memahami pembelajaran pada topik barisan dan deret. Sehingga, dapat disimpulkan bahwa teori APOS juga bisa diterapkan untuk memahami pembelajaran siswa pada materi deretan dan baris di SMK.

Teori APOS dapat digunakan untuk membandingkan kemampuan individu dalam mengkonstruksi mental yang telah terbentuk untuk suatu konsep matematika. Misalkan, ada dua individu yang kelihatannya sama-sama menguasai konsep matematika. Dengan Teori APOS dapat dideteksi lebih lanjut siapa yang konsep matematikanya lebih baik, berarti jika salah satu di antara keduanya mampu menjelaskan lebih lanjut suatu konsep sedangkan yang satunya tidak mampu, maka secara otomatis ia berada pada tingkat pemahaman yang lebih baik dari pada yang satunya. Sehingga, dapat dikatakan bahwa

⁴⁰ *Ibid.*, hlm. 4

⁴¹ *Ibid.*, hlm. 2

teori APOS ini merupakan tahapan-tahapan individu dalam memahami konsep pelajaran.

APOS adalah bentuk akronim dari action, process, object, dan schema. Menurut Dubinsky definisi teori APOS adalah sebagai berikut:

*APOS Theory is our elaboration of the mental constructions of actions, processes, objects, and schemas. In studying how students might learn a particular mathematical concept, an essential ingredient which the researcher must provide is an analysis of the concept in terms of these specific constructs.*⁴²

Teori APOS adalah suatu teori konstruktivis tentang bagaimana kemungkinan berlangsungnya pencapaian/pembelajaran suatu konsep atau prinsip matematika yang dapat digunakan sebagai suatu elaborasi tentang konstruksi mental dari aksi (*actions*), proses (*processes*), objek (*objects*), skema (*schemas*). Di bawah ini akan diberikan deskripsi yang lebih lengkap untuk masing-masing tahapan konstruksi mental tersebut.

1. Aksi (*action*)

Aksi didefinisikan oleh Ed. Dubinsky sebagai berikut:

*An action is a transformation of objects perceived by the individual as essentially external and as requiring, either explicitly or from memory, step by step instructions on how to perform the operation.*⁴³

Aksi (*action*) adalah transformasi dari objek-objek yang dipelajari dan yang dirasakan oleh siswa sebagai bagian eksternal dan sebagai kebutuhan, secara eksplisit dari memori, instruksi tahap demi tahap tentang bagaimana

⁴² Ed. Dubinsky, *Using a Theory of Learning...*, hlm. 11

⁴³ Ed. Dubinsky & McDonald, M.A. *APOS: A Constructivist Theory...*, hlm.2

melakukan operasi. Dengan kata lain, aksi adalah suatu bentuk struktur kognitif yang melibatkan transformasi mental atau fisik objek melalui tindakan, untuk menstimulus siswa yang merasakan objek sebagai bagian eksternal. Pada tahap aksi terjadi pengulangan fisik atau manipulasi mental dengan mentransformasikan objek matematika melalui beberapa cara atau aktifitas yang mendasarkan pada beberapa algoritma secara eksplisit.⁴⁴

Transformasi dalam hal ini merupakan suatu reaksi eksternal yang diberikan secara rinci pada tahap-tahap yang harus dilakukan, jadi kinerja pada tahap aksi berupa aktifitas prosedural. Pada tahap ini siswa masih membutuhkan bimbingan untuk melakukan transformasi, baik secara fisik ataupun secara mental objek. Contohnya, siswa membutuhkan pemahaman awal tentang barisan dan deret, yang kemudian ditransformasikan untuk memikirkan tentang konsep barisan dan deret. Siswa tersebut dapat mensubstitusikan barisan dan deret serta mampu memanipulasinya (secara mental). Dalam keadaan ini, siswa tersebut dianggap berada pada tahap aksi.

2. Proses (*Process*)

Proses didefinisikan oleh Ed. Dubinsky sebagai berikut:

*When an action is repeated and the individual reflects upon it, he or she can make an internal mental construction called a process which the individual can think of as performing the same kind of action, but no longer with the need of external stimuli.*⁴⁵

Proses (*Process*) didefinisikan sebagai struktur kognitif yang melibatkan imajinasi tentang transformasi mental atau fisik objek, sehingga siswa

⁴⁴ Maryono, *Eksplorasi Pemahaman Mahasiswa...*, hlm. 16

⁴⁵ Ed. Dubinsky & McDonald, M.A. *APOS: A Constructivist Theory...*, hlm. 3

merasakan transformasi menjadi bagian internal dirinya dan mampu mengontrol transformasi tersebut.⁴⁶ Ketika tindakan-tindakan transformasi diulang, maka siswa paham bahwasanya proses transformasi yang seluruhnya berada dalam pikiran siswa tersebut dapat dilakukan tanpa membutuhkan rangsangan eksternal.⁴⁷ Perubahan transformasi dari eksternal ke dalam internal (pikiran) anak disebut interiorisasi (*interiorization*).⁴⁸

Interiorisasi dari suatu aksi merupakan perubahan aktifitas prosedural menuju konstruksi mental pada proses internal yang relatif untuk sederetan aksi pada objek kognitif yang dapat dilakukan atau dibayangkan untuk dilakukan dalam pikiran tanpa mengerjakan semua tahapan-tahapan pekerjaan.⁴⁹ Contohnya, siswa yang berada dalam tahap proses sudah memahami bentuk tak tentu suatu barisan dan deret, sehingga mereka akan menggunakan suatu metode lain untuk menentukan barisan dan deret.

3. Objek (*Object*)

Objek didefinisikan oleh Ed. Dubinsky sebagai berikut:

*An object is constructed from a process when the individual becomes aware of the process as a totality and realizes that transformations can act on it.*⁵⁰

Objek (*Object*) adalah tahap struktur kognitif dimana siswa menyadari proses-proses transformasi tersebut sebagai satu kesatuan, dan sadar

⁴⁶ Minanur Rohman. Analisis Miskonsepsi Siswa..., hlm. 22-23

⁴⁷ Ed. Dubinsky & McDonald, M.A. APOS: A Constructivist Theory..., hlm. 3

⁴⁸ Aneshkumar Maharaj (dalam Minanur Rohman), Analisis Miskonsepsi Siswa..., hlm. 22-23

⁴⁹ Lasmi Nurdin, Analisa Pemahaman Siswa SMA..., hlm.14

⁵⁰ Ed. Dubinsky & McDonald, M.A. APOS: A Constructivist Theory..., hlm. 3

bahwasanya transformasi dapat dilakukan dalam satu kesatuan tersebut.⁵¹ Proses-proses baru dapat juga dikonstruksi (dibentuk) dengan cara mengkoordinasi proses-proses yang sudah ada. Bila hal tersebut menjadi suatu proses sendiri untuk ditransformasikan oleh suatu aksi, maka dikatakan proses itu telah dienkapsulasikan menjadi suatu objek.⁵² Jadi, enkapsulasi (*encapsulation*) merupakan suatu transformasi mental dari suatu proses pada suatu objek kognitif, dengan indikasinya seorang individu melakukan refleksi pada penerapan operasi untuk proses tertentu, menjadi sadar terhadap proses secara totalitas bahwa ternyata transformasi (apakah aksi atau proses) dapat dilakukan dan dikonstruksi secara nyata sebagai transformasi. Contohnya, siswa mampu untuk mencari menyelesaikan permasalahan dari materi barisan dan deret.

4. Skema (*Schema*)

Skema didefinisikan oleh Ed. Dubinsky sebagai berikut:

*A schema for a certain mathematical concept in an individual's collection of actions, processes, objects, and other schemas which are linked by some general principles to form a framework in the individual's mind that may be brought to bear upon a problem situation involving that concept.*⁵³

Skema (*Schema*) adalah kumpulan aksi, proses, objek dan mungkin skema lain yang dihubungkan dengan beberapa prinsip umum untuk membentuk kerangka berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan konsep yang dipelajarinya.⁵⁴ Konstruksi yang mengaitkan aksi, proses, objek yang

⁵¹ Minanur Rohman. Analisis Miskonsepsi Siswa..., hlm. 22

⁵² Dubinsky, Ed. Using A Theory of..., hlm.

⁵³ Ed. Dubinsky & McDonald, M.A. *APOS: A Constructivist Theory...*, hlm. 3

⁵⁴ Minanur Rohman. Analisis Miskonsepsi Siswa..., hlm. 22

terpisah untuk objek tertentu sehingga menghasilkan suatu skema tertentu disebut tematisasi.⁵⁵ Contohnya, siswa mampu mencari pemecahan dan menggali pengetahuan tentang konsep barisan dan deret yang telah mereka dapat sebelumnya.

Kejadian-kejadian kognitif menginteriorisasikan suatu aksi menuju suatu proses, mengenkapsulasikan suatu proses ke dalam suatu objek, dan mentematisasikan suatu objek ke dalam skema dalam kerangka teori ini disebutekuilibriasi.⁵⁶ Selanjutnya, Zazkis dan Campbell mengungkapkan bahwa kejadian-kejadian kognitif ini dapat dijelaskan dengan baik dalam kerangka teori APO (Action, Process, Object). Perbedaan antara aksi dengan proses ditunjukkan oleh kegiatan prosedural dan pemahaman prosedural. Sedangkan perbedaan antara proses dan objek ditunjukkan oleh suatu pemahaman prosedural dan pemahaman konseptual.⁵⁷

Keempat tahap tersebut tersusun secara hierarkis, artinya siswa harus melewati tahap tertentu untuk naik ke tahap selanjutnya. Hal ini disebabkan setiap pembahasan satu komponen saling berkaitan dengan komponen lainnya secara berurutan. Namun pada kenyataannya, ketika seseorang mengembangkan pemahamannya terhadap suatu konsep matematika, tidaklah selamanya dilakukan secara linear. Misalnya, ketika seseorang dihadapkan pada suatu soal barisan dan deret, maka kemungkinan dia tidak mulai dari tahap aksi tetapi mulai dari tahap objek kemudian baru tahap lainnya. Jadi tidak menutup

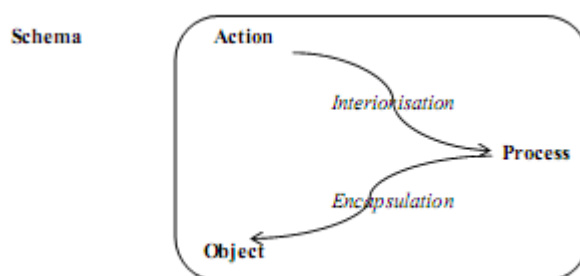
⁵⁵ Ed. Dubinsky, *Using A Theory of...*, hlm.

⁵⁶ R. Zazkis and Campbell, *Multiplicative Structure of Natural Numbers: Preservice Teacher's Understanding (Journal Mathematics Education)*. 27 (4): 540 – 563

⁵⁷ Lasmi Nurdin, *Analisa Pemahaman Siswa SMA Laboratorium...*, hlm. 14

kemungkinan bahwa, jika siswa sudah berada dalam tahap objek atau bahkan skema, maka siswa tersebut mungkin tidak perlu melewati tahap proses. Ini dikarenakan proses-proses transformasi telah terinteriorisasi sempurna ke dalam pikiran siswa.

Gambar 2.1 Menjelaskan Secara Garis Besar bagaimana informasi dikonstruksi oleh siswa.



Gambar 2.1 Alur Pemerolehan Informasi dalam Teori APOS

Dalam makalahnya, Dubinsky menulis : *“APOS Theory can be used directly in the analysis of data by a researcher. In very fine grained analysis, the researcher can compare the success or failure of students on a mathematical task with the specific mental construction they may or may not have made,”*⁵⁸ Teori APOS ini dapat digunakan untuk menganalisis struktur kognitif siswa dalam memahami suatu konsep.

Skema mempunyai peranan yang signifikan dalam Teori APOS untuk mengetahui tingkat pemahaman siswa dalam proses belajar mengajar. Menurut Baker et. al, skema yang baik merupakan koleksi yang koheren dari aksi, proses, objek, dan konstruksi skema sebelumnya yang dikoordinasi dan

⁵⁸Ed. Dubinsky & McDonald, M.A. *APOS: A Constructivist Theory of Learning...*, hlm. 4

disintesis oleh seseorang untuk membentuk susunan yang dipakai dalam suatu masalah.⁵⁹

Seseorang dapat menunjukkan koherensi skema dengan mempertajam apa yang termuat dalam skema dan apa yang tidak. Misalnya, siswa memikirkan suatu skema dan merubahnya menjadi suatu objek untuk mewujudkan tindakan-tindakan baru. Melalui transformasi ini, skema bisa berubah menjadi objek. Objek dapat diubah melalui tindakan yang lebih tinggi yang mengarah pada proses, objek, dan skema baru untuk menyusun konsep-konsep baru. Oleh karena itu, perkembangan aksi, proses, dan objek dapat terus dikonstruksi dalam skema yang ada.

Seorang tokoh psikologi perkembangan yaitu Piaget, tertarik untuk mengadakan studi tentang bagaimana individu beradaptasi dengan lingkungannya. Menurutnya, kemampuan individu beradaptasi dengan lingkungannya sangat dipengaruhi oleh struktur mental dan kognitif yang disebut skema. Kemampuan individu beradaptasi itulah yang akan mempermudah perkembangan kognitif seseorang. Berdasarkan ide Piaget tersebut, Dubinsky mengadaptasi menjadi suatu teori perkembangan skema seseorang yang berpusat pada pikiran secara matematis, berupa kerangka kerangka Teori APOS (Aksi, Proses, Objek, Skema).

⁵⁹B Baker et. al, A Calculus Graphing Schema. *Journal For Research in Mathematics Education*. 2000. p.31(5), 557 – 558

D. Materi Barisan dan Deret

1. Pengertian Barisan.

Barisan bilangan adalah susunan bilangan yang diurutkan menurut aturan tertentu. Bentuk umum barisan bilangan $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$.

Setiap unsur pada barisan bilangan disebut suku. Suku ke- n dari suatu barisan ditulis dengan simbol U_n (n merupakan bilangan asli). Untuk suku pertama dinyatakan dengan simbol a atau U_1 .

Berdasarkan banyaknya suku, barisan dapat dibedakan menjadi dua macam, yaitu :

- a. Barisan berhingga, jika banyaknya suku-suku tertentu jumlahnya.
- b. Barisan tak berhingga, jika banyaknya suku-suku tak berhingga jumlahnya.

2. Barisan Aritmetika.

Barisan aritmetika adalah suatu barisan bilangan dimana setiap dua suku berurutan memiliki selisih yang tetap yang disebut beda (b). Secara umum jika suku ke- n suatu barisan aritmetika adalah U_n , maka berlaku :

$$b = U_n - U_{n-1}$$

Jika suku pertama dari barisan aritmetika (U_1) dinotasikan dengan a dan beda dinotasikan dengan b , maka suku-suku pada barisan aritmetika tersebut dapat ditulis sebagai berikut :

$$U_1 = a$$

$$U_2 = a + b$$

$$U_3 = (a + b) + b = a + 2b$$

$$U_4 = (a + 2b) + b = a + 3b$$

....

$U_n = a + (n - 1) b$ \longrightarrow Merupakan rumus suku ke-n barisan aritmetika

Keterangan : U_n = Suku ke-n, a = Suku pertama, b = Beda

3. Deret Aritmetika

Deret aritmetika adalah suatu deret yang diperoleh dengan cara menjumlahkan suku-suku dari barisan aritmetika. Jika $a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (a + (n - 1) b$ merupakan deret aritmetika baku. Jumlah n suku deret aritmetika dinotasikan dengan S_n , Sehingga :

$$S_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (a + (n - 1) b$$

$$= \sum_{k=1}^n (a + (k - 1)b$$

Rumus jumlah suku ke-n pada deret aritmetika dapat dicari dengan cara sebagai berikut :

$$S_n = a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (a + (n - 1) b$$

$$S_n = (a + (n - 1) b + (a + (n - 2) b + \dots + a \quad \begin{array}{l} \hline + \\ \hline \end{array}$$

$$2 S_n = (2a + (n - 1) b + \dots + (2a + (n - 1) b$$

Sebanyak n suku Sehingga :

$$2 S_n = n (2a + (n - 1) b$$

$$S_n = \frac{1}{2} n (2a + (n - 1) b \longrightarrow \text{Merupakan rumus deret aritmetika}$$

Keterangan : S_n = Jumlah suku ke-n , n = banyak suku

4. Barisan Geometri

Barisan geometri adalah suatu barisan bilangan yang setiap sukunya diperoleh dengan cara mengalikan suku didepannya dengan bilangan tetap

yang disebut rasio yang dinotasikan dengan r . Jika suatu barisan geometri $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ maka rasio dapat dituliskan :

$$r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$$

Apabila suku pertama barisan geometri dinyatakan dengan notasi a , dan rasio dinyatakan dengan notasi r , maka :

$$U_1 = a$$

$$U_2 = ar$$

$$U_3 = ar^2 = (ar^2)$$

$$U_4 = a (r^3) r = ar^3$$

...

$$U_n = ar^{n-1} \quad \longrightarrow \quad \text{Merupakan rumus suku ke-}n \text{ barisan geometri}$$

Keterangan : U_n = Suku ke- n , a = Suku pertama, r = rasio

5. Deret Geometri

Deret geometri adalah suatu deret yang diperoleh dengan menjumlahkan suku-suku barisan geometri. Jika $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1}$ merupakan deret geometri baku, maka jumlah n suku pertamanya dinotasikan S_n sehingga :

$$\begin{aligned} S_n &= a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} \\ &= \sum_{k=1}^n ar^{k-1} \end{aligned}$$

Rumus jumlah n suku pertama dari deret geometri dapat ditentukan dengan cara sebagai berikut :

$$S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1}$$

$$r S_n = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \dots + ar^n$$

$$\frac{S_n - r S_n}{1 - r} = \frac{a - ar^n}{1 - r}$$

$$(1 - r) S_n = a - ar^n$$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

Jadi rumus jumlah n suku pertama deret geometri dapat ditulis sebagai berikut :

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \text{ untuk } r < 1, \text{ atau } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ untuk } r > 1.$$

E. Aplikasi Teori APOS dalam Pembelajaran Materi Barisan dan Deret

Teori APOS mengasumsikan bahwa pengetahuan matematika yang dimiliki oleh seseorang merupakan hasil interaksi dengan orang lain dan hasil konstruksi-konstruksi mental orang tersebut dalam memahami ide-ide matematika. Konstruksi-konstruksi mental tersebut adalah: aksi (*action*), proses (*process*), objek (*object*), dan skema (*schema*) yang disingkat dengan APOS. Sering sejumlah konstruksi merupakan rekonstruksi dari sesuatu yang sudah ada, tetapi rekonstruksinya tidak persis sama seperti yang sudah ada sebelumnya. Istilah konstruksi dan rekonstruksi yang dimaksudkan di sini mirip dengan istilah akomodasi dan asimilasi dari Piaget. Teori APOS sangat baik digunakan untuk memahami pembelajaran siswa dalam berbagai topik matematika khususnya materi tentang barisan dan deret.

Aplikasi teori APOS dalam pembelajaran materi barisan adalah sebagai berikut:

1. Aksi

Aksi adalah manipulasi fisik atau mental yang dapat diulang dalam mentransformasikan objek dengan suatu cara atau aktivitas yang mendasarkan pada beberapa algoritma secara eksplisit.⁶⁰ Kinerja pada tahap aksi berupa aktivitas prosedural. Misalkan diajukan suatu persoalan, “Berapakah suku kelima dari barisan 3, 7, 11, ...?”. Aksi siswa adalah terhadap soal tersebut dapat dilakukan mencoba menjumlahkan suatu bilangan dengan suatu suku pada barisan tersebut sampai suku ke-5. Misalnya $11 + 4 = 15$ merupakan suku keempat, lalu $15 + 4 = 19$ merupakan suku kelima. Jadi siswa melakukan kegiatan mencari suku tertentu dari suatu barisan secara aktif dengan cara menjumlahkan suatu bilangan tertentu dengan bilangan pada barisan tertentu, sehingga dapat dinyatakan suku kelima dari barisan 3, 7, 11, ... adalah 15.

2. Interiorisasi: dari aksi ke proses.

Interiorisasi merupakan perubahan dari suatu kegiatan prosedural untuk mampu melakukan kembali kegiatan itu dalam mengimajinasikan beberapa pengertian yang berpengaruh terhadap kondisi yang dihasilkan.⁶¹ Dengan kata lain, apabila aksi dilakukan secara berulang dan dilakukan refleksi atas aksi itu, maka aksi-aksi tersebut telah diinteriorisasikan menjadi suatu proses. Misalkan, “Berapakah suku kelima dari barisan 3, 7, 11, 15, 19, ...?”. Dalam

⁶⁰ Dubinsky, Ed. 2000, *Using a Theory of Learning in College Mathematics Course*, (Online), [http://www.bham.ac.uk/ctimath/Talum 12. htm](http://www.bham.ac.uk/ctimath/Talum%2012.htm) or [http://www.telri ac.uk/](http://www.telri.ac.uk/) (diakses 27 Maret 2015).

⁶¹ *Ibid.*,

menginteriorisasikan pencarian suku kelima tersebut, siswa tidak melakukan aksi, tetapi melakukannya dalam imajinasi dan dapat menjelaskan proses penentuan suku kelima dari barisan tersebut, walaupun ia masih menggunakan cara mencoba menjumlahkan suatu bilangan tertentu dengan bilangan yang ada pada barisan tersebut. Jadi siswa dapat membayangkan dan menjelaskan bahwa suku kelima dari barisan 3, 7, 11, 1, ... diperoleh dengan melihat pola dari barisan, yaitu menambahkan suatu bilangan tertentu pada suatu suku di barisan tersebut .

3. Enkapsulasi: dari proses ke objek.

Jika suatu proses dapat ditransformasikan oleh suatu aksi, maka dikatakan proses itu telah dienkapsulasikan menjadi objek.⁶²

Enkapsulasi proses menentukan suatu suku dari barisan diindikasikan ketika siswa mampu menunjukkan bahwa barisan tersebut mempunyai sifat-sifat dan ciri tertentu, suatu suku mempunyai kaitan dengan suku berikutnya dalam kategori tertentu. Berdasarkan ciri barisan yang diketahui, siswa dapat menentukan apakah barisan tersebut termasuk ke dalam kategori barisan tertentu. Misalnya, “Berapakah suku kelima dari barisan 3, 7, 11, ...?”. Siswa yang telah mengenkapsulasikan barisan sebagai objek, dia dapat menjelaskan bahwa barisan tersebut merupakan barisan aritmetika, karena mempunyai ciri selisih antara dua suku berurutan adalah tetap, yang disebut beda (b), yaitu $7-3 = 11-7 = 4$, dan suku pertama (u_1) = 3, maka suku kelima dapat ditentukan dengan menggunakan rumus yang didapat dari definisi barisan aritmetika, yaitu $u_5 = a + 4b = 3 + 4 \cdot 4 = 19$.

⁶² *Ibid.*,

4. Tematisasi: dari objek ke skema.

Tematisasi merupakan konstruksi yang mengkaitkan aksi, proses, dan objek yang terpisah untuk suatu objek tertentu sehingga menghasilkan suatu skema.⁶³ Tematisasi suatu barisan sebagai suatu skema melibatkan hubungan khusus antara suatu barisan dengan konsep fungsi. Seorang siswa dikatakan telah dapat mentematisasikan barisan sebagai suatu skema, jika dapat menunjukkan hubungan suatu barisan dengan mengaitkannya dengan konsep fungsi. Misalkan diajukan pertanyaan, “Berapakah suku kelima dari barisan 3, 7, 11, ...?” Siswa yang telah mentematisasikan barisan dapat menjelaskan bahwa suku kelima dari barisan tersebut merupakan proses mencari suku kelima dari barisan aritmetika, karena pola barisan tersebut mempunyai ciri barisan aritmetika, dan mampu mengaitkan barisan aritmetika dengan konsep fungsi.

Keempat komponen dari teori APOS, yaitu aksi, proses, objek, dan skema telah dibahas pengertiannya secara hirarkis (berurutan). Hal ini disebabkan setiap pembahasan satu komponen saling berkaitan dengan komponen lainnya secara berurutan. Namun pada kenyataannya, ketika seseorang mengembangkan pemahamannya terhadap suatu konsep matematika, konstruksi tersebut tidaklah selamanya dilakukan secara linear. Misalnya, ketika seseorang dihadapkan pada suatu soal barisan dan deret, maka kemungkinan dia tidak mulai dari tahap aksi tetapi mulai dari tahap objek kemudian baru tahap lainnya.

⁶³ *Ibid.*,

F. Penelitian Terdahulu

1. Penelitian yang dilakukan oleh Minanur Rohman pada tahun 2012. Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi pemahaman konsep limit fungsi siswa. Identifikasi pemahaman tersebut didasarkan pada beberapa teori antara lain; Teori Konstruktivistik, Teori Kognitif Domain Piaget, Teori Kognitif Domain APOS Dubinsky, Teori Kognitif Domain Anna Sfard, Teori Kognitif Domain Procept Gray & Tall, Belajar dalam Prespektif al-Qur'an, Genetic Decomposition, dan Teori Pemahaman Skemp. Penelitian ini menggunakan metode kuesioner dan wawancara untuk mengetahui tingkat pemahaman siswa terhadap konsep limit fungsi. Subjek dalam penelitian ini adalah 3 siswa yang dipilih berdasarkan alasan dari jawaban kuesioner dan dari rekomendasi guru. Dalam penelitian ini ternyata struktur kognitif ketiga subjek dalam menentukan nilai limit fungsi masih bersifat prosedural. Hal ini terjadi karena subjek masih belum merasakan konsep limit fungsi sebagai bagian internal dari dirinya. Oleh karena itu, menurut pandangan Teori Kognitif Domain APOS struktur kognitif mereka masih berada pada tahap actions.⁶⁴
2. Penelitian yang dilakukan oleh Maryono pada tahun 2008. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui tingkat pemahaman mahasiswa tentang konsep keterbagian bilangan bulat dan strategi kognitif yang digunakan

⁶⁴ Minanur Rohman, *Identifikasi Proses Konstruksi Limit...*, hlm. 1

mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal tentang keterbagian bilangan bulat.⁶⁵ Peneliti mendeskripsikan tingkat pemahaman subjek tersebut dengan menggunakan Teori APOS yang dikaitkan dengan Teori Triad perkembangan skema. Subjek penelitian ini adalah mahasiswa Sekolah Tinggi Agama Islam Negeri (STAIN) Tulungagung jurusan matematika dan mengambil 15 mahasiswa sebagai subjek wawancara. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa secara umum tingkat pemahaman mahasiswa berada pada tahap objek, yaitu mahasiswa sudah mampu menggunakan definisi, dalil-dalil atau sifat-sifat yang ada pada keterbagian bilangan bulat untuk menyelesaikan soal.

G. Kerangka Berpikir

Kerangka pikir adalah dasar pemikiran dari penelitian yang disintesis dari fakta-fakta, observasi dan telaah kepustakaan. Oleh karena itu, kerangka berpikir memuat teori, dalil atau konsep-konsep yang akan dijadikan dasar dalam penelitian. Uraian dalam kerangka berpikir menjelaskan hubungan dan keterkaitan antar variabel penelitian. Variabel-variabel penelitian dijelaskan secara mendalam dan relevan dengan permasalahan yang diteliti, sehingga dapat dijadikan dasar untuk menjawab permasalahan penelitian.⁶⁶

⁶⁵ Maryono, *Eksplorasi Pemahaman...*, hlm. i

⁶⁶ Riduwan. *Skala Pengukuran Variabel-Variabel Penelitian*. (Bandung: Alfabeta, 2005), hlm. 34-35

Dalam penelitian yang berjudul “Analisis Pemahaman Siswa berdasarkan Teori APOS (*action, process, object* dan *schema*) pada materi Barisan dan Deret di Kelas XI SMK Al-Badar Kedungwaru Tulungagung Semester II Tahun Ajaran 2014/2015”. Peneliti bermaksud ingin mengetahui langkah-langkah pemahaman Siswa berdasarkan Teori APOS (*action, process, object* dan *schema*) dan analisis pemahaman Siswa berdasarkan Teori APOS (*action, process, object* dan *schema*) pada materi Barisan dan Deret di Kelas XI SMK Al-Badar Kedungwaru Tulungagung Semester II Tahun Ajaran 2014/2015.