

BAB IV

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. PAPARAN DATA DAN TEMUAN PENELITIAN

a. Subjek 1

Berikut hasil analisis dari subjek 1 dari soal nomor

- 1) Biro pusat statistik memperkirakan bahwa angka kelahiran bayi di desa suka senang setiap bulannya, dari bulan januari hingga desember, selama tahun 2008 dapat dinyatakan dengan barisan bilangan 2, 6, 18, Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember berdasarkan ilustrasi tersebut,

-Temukan pola barisan bilangan 2, 6, 18, ... dan tentukan pola nilai suku ke-4 sampai suku ke-6

-Sederhanakan barisan tersebut dengan menggunakan notasi sigma

Jawab
a) $2, 6, 18, \dots$ \Rightarrow maka diperoleh barisan $U_n = a_{n-1}$
 $\times 3 \quad \times 3$
Sehingga dapat diperoleh :
 $U_4 = a_{4-1} \times 3$
 $= a_{3-1} \times 3$
 $= 18 \times 3 = 54$
 $U_5 = a_{5-1} \times 3 = 54 \times 3 = 162$
 $U_6 = a_{6-1} \times 3 = 162 \times 3 = 486$
jadi, nilai dari k-4 sampai k-6 adalah 54, 162, 486
b) $\sum_{n=1}^k = 2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486$
 $= 728$

- 2) Andi membuka rekening tabungan di bank. Pada bulan pertama, ia menyetor uang Rp100.000,00. Jumlah setoran akan ia naikan sebesar Rp 20.000,00 dari setiap bulan sebelumnya. Tentukan
- besar setoran Andi pada bulan ke-10
 - Pada bulan ke berapakah jumlah setoran Andi Rp 340.000,00?

Jawab

a) 100.000, 120.000, 140.000, ...

(100.000 + 0), (100 + 20.000), (100 + 2 · 20.000)

didapat rumus: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot 20.000$

U₁₀ = $a_1 + (10-1) \cdot 20.000$

= 100.000 + (9 · 20.000)

= 100.000 + 180.000

= 280.000

b) 100.000, 120.000, 140.000, 160.000, ... 280.000

300.000, 320.000, 340.000

Sehingga dapat diketahui nilai 340.000 jatuh pada U₁₃.

- 3) Berdasarkan penellitian biro pusat statistik (BPS), pertumbuhan penduduk dikota A, selalu meningkat 3 kali dari tahun sebelumnya. Hasil sensus penduduk tahun 1998 menunjukkan jumlah penduduk di kota tersebut adalah 900.000 jiwa. Berapa jumlah penduduk dikota A tahun 2008 (menurut penelitian BPJS)

3) $U_1 = \text{tahun } 1992 = 900.000$ $\times 3$
 $U_2 = \text{tahun } 1993 = 270.000$

Ditanya: Berapa jumlah penduduk di kota A tahun 2008.
 Jawab:

Diperoleh Deret $900.000 + 270.000 + \dots$

$$r = \frac{270.000}{900.000} = \frac{1}{3}$$

$$U_1 = 900.000 = a$$

Rumus: $U_n = ar^{n-1}$

$$U_{11} = 900.000 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{11-1}$$

$$= 900.000 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$$

$$= 900.000 \cdot 56049$$

$$= 50444100$$

Jadi, jumlah penduduk kota A pada tahun 2008 adalah 50444100.

b. Subjek 2

Berikut hasil analisis dari subjek 2 dari soal nomor

- 1) Biro pusat statistik memperkirakan bahwa angka kelahiran bayi di desa suka senang setiap bulannya, dari bulan januari hingga desember, selama tahun 2008 dapat dinyatakan dengan barisan bilangan 2, 6, 18, Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember berdasarkan ilustrasi tersebut,
 - Temukan pola barisan bilangan 2, 6, 18, ... dan tentukan pola nilai suku ke-4 sampai suku ke-6
 - Sederhanakan barisan tersebut dengan menggunakan notasi sigma

a) 2, 6, 18, ... → rumus = $3(a_{n-1})$
 sehingga dapat diperoleh,

$$U_4 = 3(a_{n-1}) \qquad U_6 = 3(a_5)$$

$$= 3(a_3) \qquad = 3(162)$$

$$= 3(18) = 54 \qquad = 486$$

$$U_7 = 3(a_6)$$

$$= 3(54)$$

$$= 162$$

Jadi: 2, 6, 18, 54, 162, 486, ...

b) $\sum_{n=1}^6 = 2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486$
 $= 728$

- 2) Andi membuka rekening tabungan di bank. Pada bulan pertama, ia menyetor uang Rp100.000,00. Jumlah setoran akan ia naikkan sebesar Rp 20.000,00 dari setiap bulan sebelumnya. Tentukan
- besar setoran Andi pada bulan ke-10
 - Pada bulan ke berapakah jumlah setoran Andi Rp 340.000,00?

$$U_n = U_1 + (n-1) 20.000$$

$$= 100.000 + 9 \cdot 20.000$$

$$= 100.000 + 180.000$$

$$= 280.000$$

b) $U_n = U_1 + (n-1) 20.000$

$$340.000 = 100.000 + (n-1) 20.000$$

$$340.000 - 100.000 = 20.000 (n-1)$$

$$240.000 = 20.000 (n-1)$$

$$\frac{240.000}{20.000} = (n-1)$$

$$12 = n-1$$

$$12 + 1 = n$$

$$13 = n$$

- 3) Berdasarkan penelitian biro pusat statistik (BPS), pertumbuhan penduduk dikota A, selalu meningkat 3 kali dari tahun sebelumnya. Hasil sensus penduduk tahun 1998 menunjukkan jumlah penduduk di kota tersebut adalah 900.000 jiwa. Berapa jumlah penduduk dikota A tahun 2008 (menurut penelitian BPJS)

3) Jumlah penduduk tahun 1998 = 900.000 jiwa $\rightarrow U_1$
 " " " 1999 = 2.700.000 $\rightarrow U_2$
 " " " 2008 = ... ? $\rightarrow U_{11}$
 berdasarkan Pertambahan Pada Soal a, diperoleh
 $a = U_1 = 900.000$
 $r = 3$
 Diperoleh rumus suku ke-n sebagai berikut:
 $U_n = ar^{n-1}$
 $U_n = 900.000 \cdot 3^{n-1}$
 $= 900.000 \cdot \frac{3^n}{3} \cdot 3^{-1}$
 $= 300.000 \cdot 3^n$
 Sehingga,
 $U_{11} = 300.000 \times 3^{11}$
 $= 53.144.100.000 \text{ jiwa.}$

Terdapat perbandingan antara subjek 1 dan 2 yakni

1. Soal nomor 1

No.	TEORI	SUBJEK 1	SUBJEK 2
1	Aksi	Kinerja pada tahap aksi berupa aktivitas prosedural, misalkan pada soal berikut Temukan pola barisan	Kinerja pada tahap aksi berupa aktivitas prosedural, misalkan pada soal berikut Temukan pola barisan

		<p>bilangan 2, 6, 18, ... dan tentukan pola nilai suku ke-4 sampai suku ke-6.x dari soal tersebut siswa mencoba mengalikan setiap pola dengan angka 3, misal $2 \times 3 = 6$ siswa tersebut melakukan aktivitas berdasarkan pada algoritma secara eksplisit, begitupun ketika di minta menghitung berdasarkan notasi sigma, Siswa hanya menghitung berdasarkan formula, dengan menjumlahkan $2 + 6 + 18 + 54 + 162$ dan memperoleh jawaban secara tepat</p>	<p>bilangan 2, 6, 18, ... dan tentukan pola nilai suku ke-4 sampai suku ke-6.x dari soal tersebut siswa mencoba mengalikan setiap pola dengan angka 3, misal $2 \times 3 = 6$ siswa tersebut melakukan aktivitas berdasarkan pada algoritma secara eksplisit, begitupun ketika di minta menghitung berdasarkan notasi sigma, Siswa hanya menghitung berdasarkan formula, dengan menjumlahkan $2 + 6 + 18 + 54 + 162$ dan memperoleh jawaban secara tepat</p>
2	Interiorisasi dari Aksi ke Proses	<p>Dalam menginteriosasikan pencarian suku ke-4 sampai ke-6 tersebut tidak melakukan aksi, tetapi melakukannya dalam imajinasi dan dapat menjelaskan penentuan suku ke-4 dan ke-5 dari barisan tersebut siswa belum melibatkan, definisi, sifat-sifat (teorema) yang mendasari tiap langkah pekerjaannya terlihat dia hanya menghitung dan mencoba mengalikan</p>	<p>Dalam menginteriosasikan pencarian suku ke-4 sampai ke-6 tersebut tidak melakukan aksi, tetapi melakukannya dalam imajinasi dan dapat menjelaskan penentuan suku ke-4 dan ke-5 dari barisan tersebut siswa belum melibatkan, definisi, sifat-sifat (teorema) yang mendasari tiap langkah pekerjaannya terlihat dia hanya menghitung dan mencoba mengalikan</p>

		<p>pola dengan angka 3, Sebagian aktivitas yang dilakukan siswa hanya dilakukan dalam pikiran tanpa benar-benar mengerjakan semua tahapan – tahapan pekerjaan, namun secara prosedural siswa dapat memahami nilai pola dari suku ke-4 samapai ke-6, sehingga siswa secara tepat menemukan hasil perhitungan berdasarkan notasi sigma</p>	<p>pola dengan angka 3, Sebagian aktivitas yang dilakukan siswa hanya dilakukan dalam pikiran tanpa benar-benar mengerjakan semua tahapan – tahapan pekerjaan, namun secara prosedural siswa dapat memahami nilai pola dari suku ke-4 samapai ke-6, sehingga siswa secara tepat menemukan hasil perhitungan berdasarkan notasi sigma</p>
3	<p>Enkapsulasi dari Proses ke Objek</p>	<p>Siswa mampu menunjukkan barisan tersebut mempunyai sifat-sifat tertentu, berdasarkan ciri pola barisan yang diketahui, menentukan apakah pola tersebut termasuk ke dalam kategori barisan tertentu, misal “berapakah suku ke-4 dan ke-6 dari barisan 2, 6, 18, jika diketahui Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember. Siswa yang telah mengenkapsulasikan barisan sebagai objek, dia dapat menjelaskan bahwa barisan tersebut merupakan barisan aritmatika, karena</p>	<p>Siswa mampu menunjukkan barisan tersebut mempunyai sifat-sifat tertentu, berdasarkan ciri pola barisan yang diketahui, menentukan apakah pola tersebut termasuk ke dalam kategori barisan tertentu, misal “berapakah suku ke-4 dan ke-6 dari barisan 2, 6, 18, jika diketahui Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember. Siswa yang telah mengenkapsulasikan barisan sebagai objek, dia dapat menjelaskan bahwa barisan</p>

		<p>mempunyai ciri selisih antara dua suku berurutan adalah tetap, maka suku ke-4 dan ke-6 dapat ditentukan dengan menggunakan rumus yang didapat dari definisi barisan aritmatika, yaitu</p> $a_n = a_{n-1}$	<p>tersebut merupakan barisan aritmatika, karena mempunyai ciri selisih antara dua suku berurutan adalah tetap, maka suku ke-4 dan ke-6 dapat ditentukan dengan menggunakan rumus yang didapat dari definisi barisan aritmatika, yaitu</p> $a_n = a_{n-1}$
4	<p>Tematisasi dari objek ke Skema</p>	<p>Berapakah suku keempat dari barisan 2, 6, 18, jika diketahui Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember ,Siswa yang telah mentematisasikan barisan dapat menjelaskan bahwa suku keempat dan keenam dari barisan tersebut merupakan proses mencari suku keempat dari barisan aritmetika, karena pola barisan tersebut mempunyai ciri barisan aritmetika, dan mampu mengaitkan barisan aritmetika dengan konsep fungsi.</p>	<p>Berapakah suku keempat dari barisan 2, 6, 18, jika diketahui Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember ,Siswa yang telah mentematisasikan barisan dapat menjelaskan bahwa suku keempat dan keenam dari barisan tersebut merupakan proses mencari suku keempat dari barisan aritmetika, karena pola barisan tersebut mempunyai ciri barisan aritmetika, dan mampu mengaitkan barisan aritmetika dengan konsep fungsi.</p>

c. Subjek 3

Berikut hasil analisis dari subjek 3 dari soal nomor;

- 1) Biro pusat statistik memperkirakan bahwa angka kelahiran bayi di desa suka senang setiap bulannya, dari bulan januari hingga desember, selama tahun 2008 dapat dinyatakan dengan barisan bilangan 2, 6, 18, Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember berdasarkan ilustrasi tersebut,
- Temukan pola barisan bilangan 2, 6, 18, ... dan tentukan pola nilai suku ke-4 sampai suku ke-6
 - Sederhanakan barisan tersebut dengan menggunakan notasi sigma

Diket: barisan : 2, 6, 18

a) Temukan pola barisan bilangan 2, 6, 18, ... dan tentukan pola nilai suku ke-4 sampai suku ke-6.

Jawab:

2, 6, 18

$\underbrace{\quad}_{3 \times} \quad \underbrace{\quad}_{3 \times}$

Sehingga pola bilangan dari barisan diatas adalah 2, 6, 18, 54, 162, 486, ...

dengan rumus hasil suku berikutnya merupakan $3 \times$ dari suku sebelumnya.

$U_4 = 18 \times 3 = 54$

$U_5 = 162 \times 3 = 486$

b) Sederhanakan barisan tersebut dengan menggunakan notasi sigma:

$$\sum_{n=1}^6 = 2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486 = 728$$

- 2) Andi membuka rekening tabungan di bank. Pada bulan pertama, ia menyetor uang Rp100.000,00. Jumlah setoran akan ia naikkan sebesar Rp 20.000,00 dari setiap bulan sebelumnya. Tentukan

-besar setoran Andi pada bulan ke-10

- Pada bulan ke berapakah jumlah setoran Andi Rp 340.000,00?

3) diketahui setoran Andi
 100.000, 120.000, 140.000, ...

a) besar setoran Andi pada bulan ke-10

$$U_n = 100.000 + 20.000(n-1)$$

$$U_{10} = 100.000 + 20.000(10-1)$$

$$= 100.000 + 20.000(9)$$

$$= 100.000 + 180.000$$

$$= 280.000$$

b) pada bulan berapakah setoran andi Rp 340.000

$$340.000 = 100.000 + 20.000(n-1)$$

$$240.000 = 20.000(n-1)$$

$$\frac{240.000}{20.000} = n-1$$

$$12 = n-1$$

- 3) Berdasarkan penellitian biro pusat statistik (BPS), pertumbuhan penduduk dikota A, selalu meningkat 3 kali dari tahun sebelumnya. Hasil sensus penduduk tahun 1998 menunjukkan jumlah penduduk di kota tersebut adalah 900.000 jiwa. Berapa jumlah penduduk dikota A tahun 2008 (menurut penelitian BPJS)

Date

3) Jumlah penduduk tahun 1998 = 900.000 $\Rightarrow U_1$
 " " " 1999 = 2.700.000 $\Rightarrow U_2$
 " " " 2008 = ? $\Rightarrow U_n$

Jawab :

$a = U_1 = 900.000$
 $r = 3$
 Diperoleh rumus suku ke-n sebagai berikut:
 $U_n = a \cdot r^{n-1}$
 $U_n = 900.000 \cdot 3^{n-1}$
 $= 900.000 \cdot \frac{3^n}{3} \cdot 3^{-1}$
 $= 300.000 \cdot 3^n$

$U_n = 300.000 \times 3 \times 11$
 $U_n = 53.144.100.000$

d. Subjek 4

Berikut hasil analisis subjek 4 dari soal nomor

- 1) Biro pusat statistik memperkirakan bahwa angka kelahiran bayi di desa suka senang setiap bulannya, dari bulan januari hingga desember, selama tahun 2008 dapat dinyatakan dengan barisan bilangan 2, 6, 18, Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember berdasarkan ilustrasi tersebut,
 - Temukan pola barisan bilangan 2, 6, 18, ... dan tentukan pola nilai suku ke-4 sampai suku ke-6
 - Sederhanakan barisan tersebut dengan menggunakan notasi sigma

Jawab

a) $2, 6, 18, \dots \Rightarrow$ maka diperoleh rumus $U_n = a_{n-1}$

$\begin{matrix} \times 3 & \times 3 \\ \hline \end{matrix}$

Sehingga dapat diperoleh :

$U_4 = a_{n-1} \times 3$
 $= a_{4-1} \times 3$
 $= 18 \times 3 = 54$

$U_5 = a_{5-1} \times 3 = 54 \times 3 = 162$
 $U_6 = a_{6-1} \times 3 = 162 \times 3 = 486$

Jadi, nilai dari kA sampai k-6 adalah 54, 162, 486

b) $\sum_{n=1}^6 = 2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486$
 $= 728$

- 2) Andi membuka rekening tabungan di bank. Pada bulan pertama, ia menyetor uang Rp100.000,00. Jumlah setoran akan ia naikan sebesar Rp 20.000,00 dari setiap bulan sebelumnya. Tentukan
- besar setoran Andi pada bulan ke-10
 - Pada bulan ke berapakah jumlah setoran Andi Rp 340.000,00?

Handwritten solution for the problem above:

2) 100.000, 100.000 + 20.000, 100.000 + 40.000, ...
 100.000, 120.000, 140.000, ...

a) besar Setoran Andi pada bulan ke-10.
 $U_n = 100.000 + 20.000(n-1)$
 $U_{10} = 100.000 + 20.000(9)$
 $= 100.000 + 180.000$
 $= 280.000$

b) Pada bulan berapakah Setoran Andi Rp 340.000
 $U_n = 20.000(n-1) + 100.000 = 340.000$
 $= 20.000(n-1) = 240.000$
 $n-1 = \frac{240.000}{20.000}$
 $n-1 = 12$
 $n = 13$

- 3) Berdasarkan penelitian biro pusat statistik (BPS), pertumbuhan penduduk dikota A, selalu meningkat 3 kali dari tahun sebelumnya. Hasil sensus penduduk tahun 1998 menunjukkan jumlah penduduk di kota tersebut adalah 900.000 jiwa. Berapa jumlah penduduk dikota A tahun 2008 (menurut penelitian BPJS)

3) Jumlah Penduduk tahun 1998 = 900.000 $\Rightarrow U_1$
 Jumlah Penduduk tahun 1999 = 2.700.000 $\Rightarrow U_2$
 Jumlah Penduduk tahun 2008 = ... ? $\Rightarrow U_n$
 Jawab:
 $a = U_1 = 900.000$
 $r = 3$
 Diperoleh rumus suku ke-n sbg berikut:
 $U_n = a \cdot r^{n-1}$
 $U_n = 900.000 \cdot 3^{n-1}$
 $= 900.000 \cdot \frac{3^n}{3} \cdot 3^{-1}$
 $= 300.000 \cdot 3^n$
 $U_n = 300.000 \times 3 \times 11 = 53.144.100.000$

Terdapat perbandingan antara subjek 3 dan 4 yakni sebagai berikut;

No.	TEORI	SUBJEK 3	SUBJEK 4
1	Aksi	<p>Kinerja pada tahap aksi berupa aktivitas prosedural, misalkan pada soal berikut</p> <p>Temukan pola barisan bilangan 2, 6, 18, ... dan tentukan pola nilai suku ke-4 sampai suku ke-6.x dari soal tersebut</p> <p>siswa mencoba mengalikan setiap pola dengan angka 3, misal $2 \times 3 = 6$ siswa tersebut melakukan aktivitas berdasarkan pada algoritma secara eksplisit, begitupun ketika di minta menghitung berdasarkan notasi sigma, Siswa hanya</p>	<p>Kinerja pada tahap aksi berupa aktivitas prosedural, misalkan pada soal berikut</p> <p>Temukan pola barisan bilangan 2, 6, 18, ... dan tentukan pola nilai suku ke-4 sampai suku ke-6.x dari soal tersebut</p> <p>siswa mencoba mengalikan setiap pola dengan angka 3, misal $2 \times 3 = 6$ siswa tersebut melakukan aktivitas berdasarkan pada algoritma secara eksplisit, begitupun ketika di minta menghitung berdasarkan notasi sigma, Siswa hanya</p>

		menghitung berdasarkan formula, dengan menjumlahkan $2 + 6 + 18 + 54 + 162 \dots$ dan memperoleh jawaban secara tepat	menghitung berdasarkan formula, dengan menjumlahkan $2 + 6 + 18 + 54 + 162 \dots$ dan memperoleh jawaban secara tepat
2	Interiorisasi dari Aksi ke Proses	Dalam menginteriosasikan pencarian suku ke-4 sampai ke-6 tersebut tidak melakukan aksi, tetapi melakukannya dalam imajinasi dan dapat menjelaskan penentuan suku ke-4 dan ke-5 dari barisan tersebut siswa belum melibatkan, definisi, sifat-sifat (teorema) yang mendasari tiap langkah pekerjaannya terlihat dia hanya menghitung dan mencoba mengalikan pola dengan angka 3, Sebagian aktivitas yang dilakukan siswa hanya dilakukan dalam pikiran tanpa benar-benar mengerjakan semua tahapan – tahapan pekerjaan, namun secara prosedural siswa dapat memahami nilai pola dari suku ke-4 samapai ke-6, sehingga siswa secara tepat menemukan hasil perhitungan berdasarkan notasi sigma	Dalam menginteriosasikan pencarian suku ke-4 sampai ke-6 tersebut tidak melakukan aksi, tetapi melakukannya dalam imajinasi dan dapat menjelaskan penentuan suku ke-4 dan ke-5 dari barisan tersebut siswa belum melibatkan, definisi, sifat-sifat (teorema) yang mendasari tiap langkah pekerjaannya terlihat dia hanya menghitung dan mencoba mengalikan pola dengan angka 3, Sebagian aktivitas yang dilakukan siswa hanya dilakukan dalam pikiran tanpa benar-benar mengerjakan semua tahapan – tahapan pekerjaan, namun secara prosedural siswa dapat memahami nilai pola dari suku ke-4 samapai ke-6, sehingga siswa secara tepat menemukan hasil perhitungan berdasarkan notasi sigma

3	Enkapsulasi dari Proses ke Objek	Siswa mampu menunjukkan barisan tersebut mempunyai sifat-sifat tertentu, berdasarkan ciri pola barisan yang diketahui, menentukan apakah pola tersebut termasuk ke dalam kategori barisan tertentu, misal “berapakah suku ke-4 dan ke-6 dari barisan 2, 6, 18, jika diketahui Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember. Siswa yang telah mengenkapsulasikan barisan sebagai objek, dia dapat menjelaskan bahwa barisan tersebut merupakan barisan aritmatika, karena mempunyai ciri selisih antara dua suku berurutan adalah tetap, maka suku ke-4 dan ke-6 dapat ditentukan dengan menggunakan rumus yang didapat dari definisi barisan aritmatika, yaitu $a_n = a_{n-1}$	Siswa mampu menunjukkan barisan tersebut mempunyai sifat-sifat tertentu, berdasarkan ciri pola barisan yang diketahui, menentukan apakah pola tersebut termasuk ke dalam kategori barisan tertentu, misal “berapakah suku ke-4 dan ke-6 dari barisan 2, 6, 18, jika diketahui Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember. Siswa yang telah mengenkapsulasikan barisan sebagai objek, dia dapat menjelaskan bahwa barisan tersebut merupakan barisan aritmatika, karena mempunyai ciri selisih antara dua suku berurutan adalah tetap, maka suku ke-4 dan ke-6 dapat ditentukan dengan menggunakan rumus yang didapat dari definisi barisan aritmatika, yaitu $a_n = a_{n-1}$
4	Tematisasi dari Objek ke Skema	Berapakah suku keempat dari barisan 2, 6, 18, jika diketahui Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan	Berapakah suku keempat dari barisan 2, 6, 18, jika diketahui Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan

		jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember ,Siswa yang telah memtematisasikan barisan dapat menjelaskan bahwa suku keempat dan keenam dari barisan tersebut merupakan proses mencari suku keempat dari barisan aritmetika, karena pola barisan tersebut mempunyai ciri barisan aritmetika, dan mampu mengaitkan barisan aritmetika dengan konsep fungsi.	jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember ,Siswa yang telah memtematisasikan barisan dapat menjelaskan bahwa suku keempat dan keenam dari barisan tersebut merupakan proses mencari suku keempat dari barisan aritmetika, karena pola barisan tersebut mempunyai ciri barisan aritmetika, dan mampu mengaitkan barisan aritmetika dengan konsep fungsi.
--	--	--	--

e. Subjek 5

Berikut hasil analisis dari subjek 1 berdasarkan soal nomor

- 1) Biro pusat statistik memperkirakan bahwa angka kelahiran bayi di desa suka senang setiap bulannya, dari bulan januari hingga desember, selama tahun 2008 dapat dinyatakan dengan barisan bilangan 2, 6, 18, Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember berdasarkan ilustrasi tersebut,
 - Temukan pola barisan bilangan 2, 6, 18, ... dan tentukan pola nilai suku ke-4 sampai suku ke-6
 - Sederhanakan barisan tersebut dengan menggunakan notasi sigma

Jawab :

$$3U_{n-1} \Rightarrow \text{Rumus}$$

2, 6, 18, 54, 162, 486, ...

Sehingga :

$$U_1 = 2$$

$$U_2 = 6$$

b) Sederhanakan barisan tersebut dengan menggunakan notasi sigma.

$$\sum_{n=1}^5 U_n = 2 + 6 + 18 + 54 + 162 + 486 = 728$$

- 2) Andi membuka rekening tabungan di bank. Pada bulan pertama, ia menyetor uang Rp100.000,00. Jumlah setoran akan ia naikkan sebesar Rp 20.000,00 dari setiap bulan sebelumnya. Tentukan

-besar setoran Andi pada bulan ke-10

- Pada bulan ke berapakah jumlah setoran Andi Rp 340.000,00?

2) diketahui setoran Andi

100.000, 120.000, 140.000, ...

a) besar setoran Andi pada bulan ke-10

$$U_n = 100.000 + 20.000(n-1)$$

$$U_{10} = 100.000 + 20.000(10-1)$$

$$= 100.000 + 20.000(9)$$

$$= 100.000 + 180.000$$

$$= 280.000$$

b) pada bulan berapakah setoran andi Rp 340.000

$$340.000 = 100.000 + 20.000(n-1)$$

$$240.000 = 20.000(n-1)$$

$$\frac{240.000}{20.000} = n-1$$

$$12 = n-1$$

- 3) Berdasarkan penellitian biro pusat statistik (BPS), pertumbuhan penduduk dikota A, selalu meningkat 3 kali dari tahun sebelumnya. Hasil sensus

penduduk tahun 1998 menunjukkan jumlah penduduk di kota tersebut adalah 900.000 jiwa. Berapa jumlah penduduk dikota A tahun 2008 (menurut penelitian BPJS)

3) Diketahui deret $900.000 + 270.000 + \dots$
 Ditanya: Berapakah jumlah penduduk dikota A tahun 2008? (2008 = U_{11})

Jawab:

$$a = 900.000$$

$$r = \frac{U_2}{a} = \frac{270.000}{900.000} = \frac{1}{3}$$

rumus:

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_{11} = 900.000 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{11-1}$$

$$= 900.000 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$$

$$= 900.000 \cdot \frac{1}{59049}$$

$$= 1524,43$$

Jadi jumlah penduduk kota A pada tahun 2008 adalah 1524,43.

f. Subjek 6

Berikut hasil analisis dari subjek 6 berdasarkan soal nomor

- 1) Biro pusat statistik memperkirakan bahwa angka kelahiran bayi di desa suka senang setiap bulannya, dari bulan januari hingga desember, selama tahun 2008 dapat dinyatakan dengan barisan bilangan 2, 6, 18, Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember berdasarkan ilustrasi tersebut,
 - Temukan pola barisan bilangan 2, 6, 18, ... dan tentukan pola nilai suku ke-4 sampai suku ke-6
 - Sederhanakan barisan tersebut dengan menggunakan notasi sigma

Jawab :

$$2, 6, 18, 54, 172, 516, \dots$$

$$U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6, \dots$$

b) Sederhanakan barisan tersebut dengan menggunakan notasi sigma

$$\sum_{n=1}^6 = 2 + 6 + 18 + 54 + 172 + 516 = 768$$

- 2) Andi membuka rekening tabungan di bank. Pada bulan pertama, ia menyeter uang Rp100.000,00. Jumlah setoran akan ia naikkan sebesar Rp 20.000,00 dari setiap bulan sebelumnya. Tentukan
- besar setoran Andi pada bulan ke-10
 - Pada bulan ke berapakah jumlah setoran Andi Rp 340.000,00?

2) Diketahui : 100.000, 120.000, 140.000, ...

$$U_1, U_2, U_3, \dots$$

Ditanya :

a) Besar setoran Andi pada bulan ke-10

b) Pada bulan ke berapakah jumlah setoran Andi Rp. 340.000

Jawab :

$$100.000, 120.000, 140.000, 160.000, 180.000, 200.000, 220.000, 240.000, 260.000, 280.000, 300.000, 320.000, 340.000, \dots$$

a) $U_{10} = 280.000$

b) $U_{13} = 340.000$

- 3) Berdasarkan penelitian biro pusat statistik (BPS), pertumbuhan penduduk dikota A, selalu meningkat 3 kali dari tahun sebelumnya. Hasil sensus penduduk tahun 1998 menunjukkan jumlah penduduk di kota tersebut

adalah 900.000 jiwa. Berapa jumlah penduduk dikota A tahun 2008

(menurut penelitian BPJS)

Handwritten solution on lined paper:

$$2) U_n = 900.000 + 270.000 + \dots$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{3x}$

$$r = 3$$

$$a = 900.000$$

Jawab:

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_n = 900.000 \cdot 3^{n-1}$$

$$U_n = 900.000 \cdot 3^n \cdot 3^{-1}$$

$$= 900.000 \cdot \frac{3^n}{3} \cdot 3^{-1}$$

$$= 300.000 \cdot 3^n$$

Jumlah pada suku ke-11

Terdapat perbandingan antara subjek 5 dan 6 yakni

No.	TEORI	SUBJEK 1	SUBJEK 2
1	Aksi	Kinerja pada tahap aksi berupa aktivitas prosedural, misalkan pada soal berikut Temukan pola barisan bilangan 2, 6, 18, ... dan tentukan pola nilai suku ke-4 sampai suku ke-6.x dari soal tersebut siswa mencoba mengalikan setiap pola dengan angka 3, misal $2 \times 3 = 6$ siswa tersebut melakukan aktivitas berdasarkan pada algoritma secara	Kinerja pada tahap aksi berupa aktivitas prosedural, misalkan pada soal berikut Temukan pola barisan bilangan 2, 6, 18, ... dan tentukan pola nilai suku ke-4 sampai suku ke-6.x dari soal tersebut siswa mencoba mengalikan setiap pola dengan angka 3, misal $2 \times 3 = 6$ siswa tersebut melakukan aktivitas berdasarkan pada algoritma secara

		<p>eksplisit, begitupun ketika di minta menghitung berdasarkan notasi sigma, Siswa hanya menghitung berdasarkan formula, dengan menjumlahkan $2 + 6 + 18 + 54 + 162 \dots$ dan memperoleh jawaban secara tepat</p>	<p>eksplisit, begitupun ketika di minta menghitung berdasarkan notasi sigma, Siswa hanya menghitung berdasarkan formula, dengan menjumlahkan $2 + 6 + 18 + 54 + 162 \dots$ dan memperoleh jawaban secara tepat</p>
2	Interiorisasi dari Aksi ke Proses	<p>Dalam menginteriosasikan pencarian suku ke-4 sampai ke-6 tersebut tidak melakukan aksi, tetapi melakukannya dalam imajinasi dan dapat menjelaskan penentuan suku ke-4 dan ke-5 dari barisan tersebut siswa belum melibatkan, definisi, sifat-sifat (teorema) yang mendasari tiap langkah pekerjaannya terlihat dia hanya menghitung dan mencoba mengalikan pola dengan angka 3, Sebagian aktivitas yang dilakukan siswa hanya dilakukan dalam pikiran tanpa benar-benar mengerjakan semua tahapan – tahapan pekerjaan, namun secara prosedural siswa dapat memahami nilai pola dari suku ke-4 samapai ke-6,</p>	<p>Dalam menginteriosasikan pencarian suku ke-4 sampai ke-6 tersebut tidak melakukan aksi, tetapi melakukannya dalam imajinasi dan dapat menjelaskan penentuan suku ke-4 dan ke-5 dari barisan tersebut siswa belum melibatkan, definisi, sifat-sifat (teorema) yang mendasari tiap langkah pekerjaannya terlihat dia hanya menghitung dan mencoba mengalikan pola dengan angka 3, Sebagian aktivitas yang dilakukan siswa hanya dilakukan dalam pikiran tanpa benar-benar mengerjakan semua tahapan – tahapan pekerjaan, namun secara prosedural siswa dapat memahami nilai pola dari suku ke-4 samapai ke-6,</p>

		sehingga siswa secara tepat menemukan hasil perhitungan berdasarkan notasi sigma	sehingga siswa secara tepat menemukan hasil perhitungan berdasarkan notasi sigma
3	Enkapsulasi dari Proses ke Objek	<p>Siswa mampu menunjukkan barisan tersebut mempunyai sifat-sifat tertentu, berdasarkan ciri pola barisan yang diketahui, menentukan apakah pola tersebut termasuk ke dalam kategori barisan tertentu, misal “berapakah suku ke-4 dan ke-6 dari barisan 2, 6, 18, jika diketahui Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember. Siswa yang telah mengenkapsulasikan barisan sebagai objek, dia dapat menjelaskan bahwa barisan tersebut merupakan barisan aritmatika, karena mempunyai ciri selisih antara dua suku berurutan adalah tetap, maka suku ke-4 dan ke-6 dapat ditentukan dengan menggunakan rumus yang didapat dari definisi barisan aritmatika, yaitu</p> $a_n = a_{n-1}$	<p>Siswa mampu menunjukkan barisan tersebut mempunyai sifat-sifat tertentu, berdasarkan ciri pola barisan yang diketahui, menentukan apakah pola tersebut termasuk ke dalam kategori barisan tertentu, misal “berapakah suku ke-4 dan ke-6 dari barisan 2, 6, 18, jika diketahui Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember. Siswa yang telah mengenkapsulasikan barisan sebagai objek, dia dapat menjelaskan bahwa barisan tersebut merupakan barisan aritmatika, karena mempunyai ciri selisih antara dua suku berurutan adalah tetap, maka suku ke-4 dan ke-6 dapat ditentukan dengan menggunakan rumus yang didapat dari definisi barisan aritmatika, yaitu</p> $a_n = a_{n-1}$

4	Testimasi dari Objek ke Skema	Berapakah suku keempat dari barisan 2, 6, 18, jika diketahui Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember ,Siswa yang telah mentematisasikan barisan dapat menjelaskan bahwa suku keempat dan keenam dari barisan tersebut merupakan proses mencari suku keempat dari barisan aritmetika, karena pola barisan tersebut mempunyai ciri barisan aritmetika, dan mampu mengaitkan barisan aritmetika dengan konsep fungsi.	Berapakah suku keempat dari barisan 2, 6, 18, jika diketahui Nilai suku ke-1, ke-2, sampai ke-12 menyatakan jumlah bayi yang lahir pada bulan Januari, Februari, sampai Desember ,Siswa yang telah mentematisasikan barisan dapat menjelaskan bahwa suku keempat dan keenam dari barisan tersebut merupakan proses mencari suku keempat dari barisan aritmetika, karena pola barisan tersebut mempunyai ciri barisan aritmetika, dan mampu mengaitkan barisan aritmetika dengan konsep fungsi.
---	-------------------------------------	---	---

4. Tematisasi: dari objek ke skema.

Tematisasi merupakan konstruksi yang mengkaitkan aksi, proses, dan objek yang terpisah untuk suatu objek tertentu sehingga menghasilkan suatu skema. Tematisasi suatu barisan sebagai suatu skema melibatkan hubungan khusus antara suatu barisan dengan konsep fungsi. Seorang siswa dikatakan telah dapat mentematisasikan barisan dan deret sebagai

suatu skema, jika siswa mampu mengaitkan aksi, proses, objek untuk menyelesaikan masalah.

4) PEMBAHASAN

Berdasarkan paparan data di atas menunjukkan bahwa pemahaman siswa dalam menyelesaikan soal barisan dan deret berada pada empat tahap tertentu dari kerangka teori APOS, yaitu aksi, proses, objek, dan skema. Pada kenyataannya siswa dalam pemahaman siswa berdasarkan teori APOS tidak sama ada yang hanya pada tahap proses, ada yang pada tahap objek dan ada yang keempat tahap berhasil dicapai siswa berdasarkan materi barisan dan deret.

i. Aksi

Pemahaman siswa tentang barisan menurut teori APOS berada pada tahap aksi, berarti kemampuan siswa tersebut hanya terbatas pada menyatakan perbedaan antara suatu barisan dengan barisan lainnya dengan cara memperhatikan pola dari beberapa suku yang ada pada barisan tersebut. Sedangkan untuk menentukan suku tertentu pada suatu barisan, hanya dilakukan dengan aktivitas prosedural, yaitu mengalikan atau menjumlahkan suatu bilangan dengan bilangan lainnya pada suatu barisan dan deret

Hal ini sesuai dengan pendapat Maryono Aksi (*action*) adalah transformasi dari objek-objek yang dipelajari dan yang dirasakan oleh siswa sebagai bagian eksternal dan sebagai kebutuhan, secara eksplisit dari memori, instruksi tahap demi tahap tentang bagaimana melakukan operasi. Dengan kata lain, aksi adalah suatu bentuk struktur kognitif yang melibatkan transformasi mental atau fisik objek melalui tindakan, untuk menstimulus

siswa yang merasakan objek sebagai bagian eksternal. Pada tahap aksi terjadi pengulangan fisik atau manipulasi mental dengan mentransformasikan objek matematika melalui beberapa cara atau aktifitas yang mendasarkan pada beberapa algoritma secara eksplisit.¹

Teori APOS muncul dengan tujuan untuk memahami mekanisme abstraksi reflektif yang diperkenalkan oleh J. Piaget yang menjelaskan perkembangan berpikir logis matematika untuk anak-anak. Kemudian ide tersebut dikembangkan untuk konsep matematika yang lebih luas, terutama untuk membentuk perkembangan berpikir logis bagi siswa. Teori APOS juga sangat berguna dalam memahami pembelajaran barisan dan deret dan topik matematika lainnya.²

Transformasi dalam hal ini merupakan suatu reaksi eksternal yang diberikan secara rinci pada tahap-tahap yang harus dilakukan, jadi kinerja pada tahap aksi berupa aktifitas prosedural. Pada tahap ini siswa masih membutuhkan bimbingan untuk melakukan transformasi, baik secara fisik ataupun secara mental objek. Contohnya, siswa membutuhkan pemahaman awal tentang barisan dan deret, yang kemudian ditransformasikan untuk memikirkan tentang konsep barisan dan deret. Siswa tersebut dapat mensubstitusikan barisan dan deret serta mampu memanipulasinya (secara mental). Dalam keadaan ini, siswa tersebut dianggap berada pada tahap aksi.

Jika pemahaman siswa menurut teori APOS berada pada tahap aksi, maka siswa tersebut hanya melakukan kegiatan prosedural. Ketergantungan melakukan

¹ Maryono, *Eksplorasi Pemahaman Mahasiswa...*, hlm. 16

² *Ibid.*, hlm. 2

aktivitas prosedural, akan mengakibatkan munculnya strategi yang memerlukan waktu yang lama dan tidak efektif.

Hal lain yang mungkin menyebabkan, siswa hanya melakukan kegiatan prosedural untuk menyelesaikan persoalan barisan dan deret adalah siswa tersebut tidak memahami konsep barisan dan deret. Akibatnya siswa tidak dapat menyelesaikan soal yang berhubungan dengan pemahaman konsep barisan dan deret.

ii. Proses

Pada tahap proses, siswa selain dapat membedakan suatu barisan dengan barisan lainnya berdasarkan pola beberapa suku yang ada pada barisan dan soal deret tersebut, maka siswa juga sudah menyadari bahwa untuk menentukan masalah dari suatu barisan dan deret, akan lebih mudah dan efektif jika menggunakan rumus tertentu. Hal ini berarti siswa yang pemahamannya tentang barisan dan deret berada pada tahap proses, mempunyai kemampuan dan keterampilan untuk menjelaskan cara menentukan suku suku tertentu dari suatu barisan.

Kondisi siswa ini sesuai dengan pendapat Minanur Rohman proses (*Process*) didefinisikan sebagai struktur kognitif yang melibatkan imajinasi tentang transformasi mental atau fisik objek, sehingga siswa merasakan transformasi menjadi bagian internal dirinya dan mampu mengontrol transformasi tersebut.³ Ketika tindakan-tindakan transformasi diulang, maka siswa paham bahwasanya proses transformasi yang seluruhnya berada dalam pikiran siswa

³ Minanur Rohman. *Analisis Miskonsepsi Siswa...*, hlm. 22-23

tersebut dapat dilakukan tanpa membutuhkan rangsangan eksternal.⁴ Perubahan transformasi dari eksternal ke dalam internal (pikiran) anak disebut interiorisasi (*interiorization*).⁵

Interiorisasi dari suatu aksi merupakan perubahan aktifitas prosedural menuju konstruksi mental pada proses internal yang relatif untuk sederetan aksi pada objek kognitif yang dapat dilakukan atau dibayangkan untuk dilakukan dalam pikiran tanpa mengerjakan semua tahapan-tahapan pekerjaan.⁶ Contohnya, siswa yang berada dalam tahap proses sudah memahami bentuk tak tentu suatu barisan dan deret, sehingga mereka akan menggunakan suatu metode lain untuk menentukan barisan dan deret. Jadi, siswa yang pemahamannya tentang barisan dan deret berada pada tahap proses menurut kerangka teori APOS, selain memiliki kemampuan untuk menjelaskan cara menentukan suku tertentu, maka siswa tersebut juga memiliki pengetahuan tentang konsep barisan dan deret. Namun pengetahuan mereka tentang barisan dan deret, belum membentuk suatu jaringan yang memuat keterkaitan antara fakta, skill, konsep ataupun prinsip yang ada pada suatu objek barisan. Dengan kata lain siswa pada tahap proses ini, mempunyai kemampuan untuk menginteriorisasikan barisan dari suatu aksi menuju proses, tetapi siswa tersebut memiliki kelemahan pengetahuan konseptual tentang barisan dan deret, bahkan pada umumnya pengetahuan konseptual tentang barisan yang mereka miliki sangat kurang.

⁴ Ed. Dubinsky & McDonald, M.A. *APOS: A Constructivist Theory...*, hlm. 3

⁵ Aneshkumar Maharaj (dalam Minanur Rohman), *Analisis Miskonsepsi Siswa...*, hlm. 22-23

⁶ Lasmi Nurdin, *Analisa Pemahaman Siswa SMA...*, hlm.14

Menurut penulis ada tiga hal yang mungkin menyebabkan pemahaman siswa tentang barisan dan deret ini menurut kerangka teori APOS berada pada tahap proses. Pertama, siswa cenderung menghafal apa saja materi matematika yang diberikan guru, termasuk materi barisan. Hal ini disebabkan bagi kebanyakan siswa menghafal atau mengingat suatu prosedur dan rumus tertentu (termasuk prosedur dan rumus suku ke- n) lebih mudah dan disenangi daripada proses memahami suatu konsep (termasuk konsep barisan dan deret).

Kedua, kurang mendalamnya pengetahuan konseptual siswa tentang barisan dan deret, Keadaan ini mungkin disebabkan belum terbiasanya siswa melihat keterhubungan antara ide, yang sesungguhnya dapat dipandang sebagai suatu jaringan pengetahuan yang memuat keterkaitan antara satu dengan lainnya.

Ketiga, dalam proses belajar-mengajar materi matematika (termasuk materi barisan dan deret), guru lebih banyak melaksanakan aktivitas pembelajaran dengan cara memberikan konsep-konsep atau prosedur-prosedur baku kepada siswa. Guru aktif menjelaskan cara menggunakan prosedur dan rumus tertentu melalui suatu contoh soal. Sedangkan siswa hanya pasif menerima materi dari guru dengan hanya melaksanakan perintah gurunya untuk menyelesaikan soal-soal latihan. Para siswa tersebut menyatakan bahwa, dalam menyampaikan materi barisan dan deret, guru matematika melakukannya dengan cara menjelaskan definisi barisan dan deret, menuliskan rumus tertentu, kemudian menjelaskan penggunaan rumus suku terakhir siswa diminta untuk mengerjakan soal-soal latihan dari guru atau buku paket.

Kondisi siswa yang lebih senang menghafal atau mengingat suatu prosedur dan rumus tertentu dan kurang mendalamnya pengetahuan konseptual siswa serta aktivitas pembelajaran guru yang lebih menekankan pada pemberian konsep atau prosedur baku kepada siswa, maka akan mengakibatkan siswa hanya belajar matematika secara hafalan. Akibatnya siswa lebih terampil dalam menyelesaikan persoalan matematika (termasuk barisan) secara prosedural dan akan mengalami kesulitan dalam menyelesaikan persoalan matematika yang memerlukan pemahaman suatu konsep. Hal ini sesuai dengan pendapat Hudojo (2003: 84) yang menyatakan, jika matematika dipelajari dengan hafalan maka siswa akan mengalami kesulitan, sebab bahan pelajaran yang diperoleh secara hafalan belum siap pakai untuk menyelesaikan masalah bahkan juga dalam situasi-situasi yang mirip dengan bahan yang diajarkan.

iii. Objek

Pada tahap objek, siswa sudah mengetahui suatu barisan sebagai barisan aritmetika atau barisan geometri berdasarkan ciri-ciri dari barisan aritmetika maupun barisan geometri. Para siswa tersebut juga dapat menyatakan definisi suatu barisan aritmetika maupun barisan geometri dengan benar, dapat memberikan contoh dan bukan contoh barisan aritmetika maupun barisan geometri serta dapat menyatakan hubungan antara satu suku dengan suku lainnya pada suatu barisan aritmetika maupun barisan geometri. Hal ini berarti, siswa yang pemahamannya tentang barisan berada pada tahap objek, maka siswa tersebut telah memiliki pengetahuan konseptual tentang barisan.

Keadaan ini sesuai dengan pendapat Minanur Rohman Objek (*Object*) adalah tahap struktur kognitif dimana siswa menyadari proses-proses transformasi tersebut sebagai satu kesatuan, dan sadar bahwasanya transformasi dapat dilakukan dalam satu kesatuan tersebut.⁷ Proses-proses baru dapat juga dikonstruksi (dibentuk) dengan cara mengkoordinasi proses-proses yang sudah ada. Bila hal tersebut menjadi suatu proses sendiri untuk ditransformasikan oleh suatu aksi, maka dikatakan proses itu telah dienkapsulasikan menjadi suatu objek.⁸ Jadi, enkapsulasi (*encapsulation*) merupakan suatu transformasi mental dari suatu proses pada suatu objek kognitif, dengan indikasinya seorang individu melakukan refleksi pada penerapan operasi untuk proses tertentu, menjadi sadar terhadap proses secara totalitas bahwa ternyata transformasi (apakah aksi atau proses) dapat dilakukan dan dikonstruksi secara nyata sebagai transformasi. Contohnya, siswa mampu untuk mencari menyelesaikan permasalahan dari materi barisan dan deret.

Jika pemahaman siswa menurut kerangka teori APOS berada pada tahap objek, maka siswa tersebut telah memiliki pemahaman secara konseptual. Siswa yang pemahamannya tentang barisan dan deret berada pada tahap objek, diketahui siswa tersebut selain memiliki pengetahuan tentang konsep barisan dan deret, mereka juga dapat menjelaskan cara menentukan suku tertentu dari suatu barisan. Namun siswa tersebut tidak dapat mempergunakan kemampuan proses menentukan suku tertentu dari suatu barisan dan pengetahuan tentang konsep barisan untuk menyelesaikan soal-soal aplikasi barisan. Hal ini diperjelas ada

⁷ Minanur Rohman. *Analisis Miskonsepsi Siswa...*, hlm. 22

⁸ Dubinsky, Ed. *Using A Theory of...*, hlm.

siswa yang pemahamannya tentang barisan dan deret berada pada tahap objek. Jadi, pada umumnya siswa yang pemahamannya tentang barisan dan deret menurut kerangka teori APOS berada pada tahap objek, siswa tersebut selain memiliki pemahaman proses untuk menentukan pemecahan soal, maka mereka juga memiliki pemahaman secara konseptual tentang objek barisan dan deret. Namun siswa tersebut tidak dapat mengkonstruksi suatu hubungan antara pemahaman proses dan pemahaman konsep tentang objek barisan dan deret untuk menyelesaikan soal-soal aplikasi barisan dan deret. Dengan kata lain, siswa pada tahap objek, mempunyai kemampuan untuk mengenkapsulasikan barisan dari suatu proses menuju objek, tetapi tidak dapat mengkoordinasikan kemampuan proses dan objek yang terpisah ini, untuk menyelesaikan suatu permasalahan barisan. Kelemahan siswa dalam mengkoordinasikan suatu proses dengan objek untuk menyelesaikan persoalan barisan dan deret, mungkin disebabkan masih lemahnya pengetahuan dasar matematika yang dimiliki siswa. Hal ini berarti lemahnya pengetahuan dasar matematika (pengetahuan tentang penyederhanaan suatu persamaan) yang dimiliki siswa akan menghambat terciptanya hubungan antara pengetahuan proses dan pengetahuan konsep terhadap suatu materi matematika lanjutan. Walaupun secara umum, siswa yang pemahamannya berada pada tahap objek tidak dapat mengkonstruksi keterkaitan antara aksi, proses, dan objek yang terpisah untuk suatu objek barisan, namun ada siswa yang dapat mengkoordinasikan kemampuan aksi, proses, dan objek tentang barisan aritmetika untuk menyelesaikan permasalahan. Hal ini berarti siswa tersebut telah memiliki skema awal tentang barisan aritmetika, tetapi belum dapat mengkonstruksi

keterkaitan antara skema awal tentang barisan aritmetika ini dengan skema lainnya (skema fungsi) untuk menyelesaikan suatu persoalan.

iv. Skema

Pada tahap skema, siswa telah dapat mengkonstruksi suatu koordinasi yang mengaitkan aksi, proses, atau objek yang terpisah untuk menyelesaikan suatu persoalan barisan. Hal ini dapat dilihat berdasarkan kerangka teori APOS tahap pemahamannya tentang barisan dan deret berada pada tahap skema.

Hal ini sesuai menurut Minanur Rohman skema (*Schema*) adalah kumpulan aksi, proses, objek dan mungkin skema lain yang dihubungkan dengan beberapa prinsip umum untuk membentuk kerangka berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan konsep yang dipelajarinya.⁹ Konstruksi yang mengaitkan aksi, proses, objek yang terpisah untuk objek tertentu sehingga menghasilkan suatu skema tertentu disebut tematisasi.¹⁰ Contohnya, siswa mampu mencari pemecahan dan menggali pengetahuan tentang konsep barisan dan deret yang telah mereka dapat sebelumnya.

Ada siswa yang dapat mengkonstruksi suatu koordinasi yang mengaitkan aksi, proses, dan objek tentang barisan dan deret dalam menyelesaikan soal-soal. Dalam hal ini, siswa telah dapat mengoordinasikan aksi, proses, dan objek untuk membentuk suatu skema awal tentang barisan ataupun skema awal tentang deret. Kondisi siswa yang dapat membentuk suatu skema terhadap objek matematika tertentu, maka dikatakan siswa tersebut telah mentematisasikan suatu objek ke

⁹ Minanur Rohman. Analisis Miskonsepsi Siswa..., hlm. 22

¹⁰ Ed. Dubinsky, *Using A Theory of...*, hlm.

skema. Selain itu, siswa juga dapat mengkonstruksi keterkaitan antara skema barisan aritmetika maupun barisan geometri yang dimilikinya dengan skema fungsi.