MATEMATIKA UNTUK GURU MI/SD

Konsep Dasar dan Penerapannya dalam Pembelajaran

Edisi Revisi-1

MUSRIKAH, M.Pd.

MATEMATIKA UNTUK GURU MI/SD
Konsep Dasar dan Penerapannya dalam Pembelajaran

Layout: Arif Riza
Desain cover: Diky M. Fauzi
Penyelaras Akhir: Saiful Mustofa
viii + 154 hlm: 14,8 x 21 cm
Cetakan Pertama, Oktober 2019
ISBN: 978-602-6706-81-2

Anggota IKAPI

Diterbitkan oleh:
Akademia Pustaka
Perum. BMW Madani Kavling 16, Tulungagung
Telp: 081216178398
Email: redaksi.akademia.pustaka@gmail.com

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT penulis panjatkan atas kemudahan dalam penulisan buku ini. Salawat dan salam tetap tercurah kepada junjungan kita Nabi Agung Muhammad SAW yang telah membimbing kita menuju jalan yang benar, jalan yang diridhoi Allah SWT.

Ucapan terima kasih kami sampaikan kepada semua pihak yang namanya tidak dapat kami sebutkan satu persatu, yang telah membantu selesainya buku ini terutama kepada Rektor IAIN Tulungagung beserta para Wakil Rektor IAIN Tulungagung, Kepala LP2M IAIN Tulungagung, Kepala Pusat Penerbitan dan Publikasi IAIN Tulungagung, keluarga yang telah memberikan dukungan penuh, rekan-rekan dosen yang telah banyak memberikan motivasi, dan semua pihak yang telah membantu terselesaikannya penyusunan buku ini.

Buku ini berisi konsep dasar matematika dan penerapannya dalam pembelajaran. Namun pada buku ini hanya dimuat materi tentang bilangan, aritmatika sosial, statistik dan peluang. Adapun bahasan tentang geometri dan pengukuran tidak disajikan pada buku ini. Terdapat perubahan isi buku ini dari buku edisi sebelumnya. Pada edisi sebelumnya, buku ini 9 Bab, namun pada buku ini ditambah satu Bab yaitu Sistem Lambang Bilangan, sebab materi ini mendasari pembahasan tema-tema tentang bilangan. Selain itu pada Bab Desimal, ditambahkan ilustrasi gambar yang merupakan manifestasi dari model decimal secara geometris.

Buku ini dapat menjadi salah satu referensi bagi guru, calon guru, maupun orang tua. Sebab pada buku ini disajikan materi secara teoritis dan langkah praktis pengajaran matematika. Penyusunan buku ini dilatarbelakangi oleh sulitnya menemukan referensi tentang langkah-langkah praktis pengajaran matematika pada jenjang pendidikan dasar. Banyak orang tua, guru, maupun calon guru yang mengalami kesulitan dalam menentukan langkah-langkah dalam mengajarkan materi matematika. Sebab selama ini yang banyak tersedia adalah buku matematika untuk siswa. Sehingga diharapkan buku ini dapat memberikan manfaat bagi penulis maupun pembacanya. Amin.

Segala upaya telah dilakukan untuk kesempurnaan buku ini, namun bukan mustahil dalam buku ini masih terdapat kekurangan dan kesalahan. Semua itu karena keterbatasan dan pengalaman penulis. Oleh karena itu penulis mengharapkan saran dan komentar yang dapat dijadikan masukan dalam penyempurnaan buku ini. Semoga buku ini bermanfaat bagi penulis maupun pembacanya. Amin

Tulungagung, September 2019

Penulis

DAFTAR ISI

BAB I
SISTEM LAMBANG BILANGAN

A. Bilangan dan Lambang Bilangan

Suatu bilangan dapat dinyatakan dengan lambang atau gambar bilangan. Lambang bilangan ada bermacam-macam. Ada yang berupa tanda-tanda, goresan pada batu ataupun gambar.

Suatu bilangan dapat dinyatakan dengan berbagai lambang. Bilangan dua dapat dinyatakan dengan " 2" atau " 5-3" atau "6: 3" , dan sebaginya. Jadi dapat dinyatakan bahwa: suatu bilangan dapat dinyatakan dengan berbagai lambang bilangan, tetapi sebuah lambang bilangan hanya menyatakan satu bilangan saja.

B. Basis Bilangan dan Pengelompokan

Setelah kebutuhan untuk menghitung dengan bilangan yang besar diperlukan, maka digunakan cara menghitung dengan pengelompokan. Hal tersebut terjadi ketika orang memiliki keterbatasan dalam menggunakan jari tangan sebagai alat bantu dalam menghitung. Penggunaan jari tangan dan tangan ini digunakan pula oleh masyarakat di Amerika Selatan dan Afrika dengan menghitung : " 1, 2, 3, 4, tangan, tangan dan 1, tangan dan 2, tangan dan 3 , dan seterusnya.

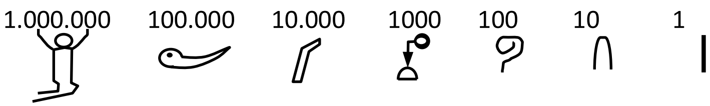
Contoh : Menggunakan sistem " perhitungan dengan tangan" untuk menentukan nama dari bilangan untuk setiap bilangan berikut :

a. 2 tangan dan 2, b. 3 tangan dan 4, c. 4 tangan dan 3

Cara menghitung dengan jari-jari sebelah tangan, menjadi biasa, kemudian menggunakan jari dari dua belah tangan untuk himpunan 10-an. Sistem sekarang pada umumnya menggunakan himpunan sepuluh-an. Nama bilangan mencerminkan proses pengelompokan tersebut. Ketika pengelompokan tersebut dilakukan dengan kelompok 10-an, maka sistem itu disebut sistem lambang bilangan basis sepuluh.

C. Sistem Angka Mesir

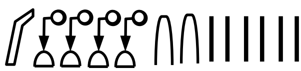
Sistem angka Mesir berbasis 10 dengan pangkat $1, 10, 10^2, 10^3$ dan seterusnya. Dalam sistem angka mesir lambang dapat ditulis di manapun. Seperti pada contoh di bawah ini pangkatnya menurun dari kiri ke kanan tetapi biasanya orang mesir menulisnya dari kanan ke kiri dalam menurunkan pangkatnya



Contoh

1.

2.



Catatan pada contoh 1 bilangan 2342, Lambang 2 untuk satuan, 4 untuk puluhan, dan 3 untuk ratusan, 2 untuk ribuan ditulis dari kiri ke kanan . Contoh 2 menyatakan bilangan 14.026

Sistem angka Mesir menggunakan nilai tempat semu. Bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk angka hanyalah bilangan 1 sampai dengan 1.000.000.

D. Sistem Angka Romawi

Sistem angka-angka Romawi dapat ditemukan di permukaan jam-jam, batu nisan, dan di lembaran pengantar buku-buku. Seperti halnya orang Mesir, orang Roma menggunakan basis 10. Mereka telah mengubah sistem angka aditif, karena pada sistem ini terdapat simbol 5, 50, dan 500. Ada tujuh simbol sebagai berikut :

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Sejarah membuktikan indikasi bahwa C(centrum) yang berasal dari pusat yang berarti 100, dan M berasal dari milli yang berarti 1000. Simbol untuk bilangan yang lainnya tidak ditentukan asal usulnya. Orang Romawi menulis angkanya diwakili yang diturunkan dari kiri ke kanan.

Contoh : Tulislah bilangan-bilangan berikut dalam sistem angka Romawi !

a. 2342 = MMCCCXLII b.1996= MCMXCVI

Bilangan kelipatan 1.000 dinyatakan dengan satu tanda strip di atasnya. Tanda strip diatas angka sebanyak 2 digunakan untuk menyatakan kelipatan 1.000.000 dan seterusnya.

Contoh:

a. 5.000 =$\overline{V}$

b. 10.000 = $\overline{X}$

c. 5.052.104 =$\overline{\overline{V}}$ $\overline{L}$ M M C I V

Aturan penulisan bilangan dalam sistem Romawi adalah:

a. Angka yang nilainya besar berada di sebelah kiri. Sehingga nilainya turun dari kiri ke kanan.

b. Lambang yang sama boleh berdekatan, banyaknya maksimal tiga

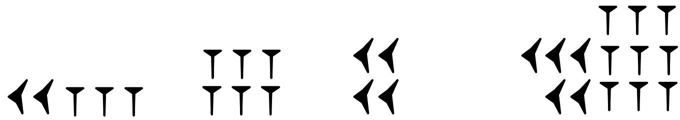
c. Jika angka yang nilainya kecil berada di sebelah kiri angka yang nilainya lebih besar maka itu bermakna pengurangan.

d. Lambang I hanya dapat digunakan untuk mengurangi V dan X, lambang X hanya dapat digunakan untuk mengurangi L dan C dan lambang C hanya dapat digunakan untuk mengurangi D dan M.

E. Sistem Angka Babilonia

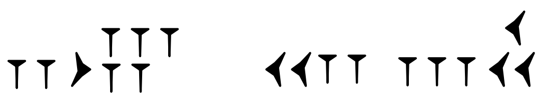
Suku Babilon hidup di wilayah Mesopotamia sebuah daratan subur antara sungai Tigris dan Eufrat. Suku Babilon memiliki sistem bilangan yang maju. Sistem mereka adalah suatu sistem posisional dengan basis 60 bukan basis 10 yang digunakan secara luas sekarang ini.

Orang Babilonia mengembangkan sistem angka dengan basis 60. Simbol untuk angka 1 sampai 59 dibentuk dengan tambahan melalui pengulangan bentuk untuk 1 dan pengulangan bentuk untuk 10. Seperti bilangan yang ditunjukan oleh gambar di bawah ini .



Untuk menulis bilangan yang lebih besar dari 59, orang Babilonia menggunakan simbol untuk 1-59 sesuai dengan nilai tempat. Nilai tempat adalah pangkat dasar, nilai tempat orang Babilonia adalah 1, 60, 60^2, 60^3, dan seterusnya. Simbol dasar membedakan nilai, bergantung pada posisi dan lokasi dari angka itu. Seperti contohnya 135 = 2(60) + 15, sehingga orang Babilonia menulis angka 2 untuk mewakili 2 x 60 dan angka 15 untuk satuan. Pada umumnya posisi pertama dari kanan ke kiri diwakili oleh satuan, posisi kedua untuk bilangan 60 dan posisi ketiga untuk bilangan 60^2 dan seterusnya.

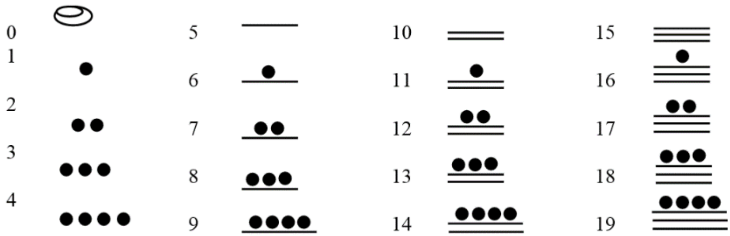
Contoh:



Untuk menunjukkan kelemahan sistem angka Babilonia mari kita nyatakan bilangan 10,821 dalam sistem angka Babilonia. Bilangan 10,821 adalah sama dengan $3(60^2)$ + 0(60) + 21, tetapi karena tidak mempunyai lambang untuk bilangan nol maka tidak ada cara untuk menuliskannya. Lambang bilangan 2 dan 61 dalam sistem angka Babilonia adalah sama. Sehingga hal tersebut menimbulkan kebingungan.

F. Sistem Angka Maya

Orang Maya menggunakan modifikasi sistem angka dengan basis 20 mencakup angka nol. Sistem ini diperkirakan berlaku pada tahun 900 Masehi. Simbol dasar untuk 1 – 19 ditunjukan oleh gambar dibawah ini:

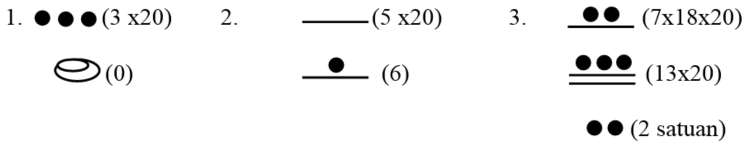


Untuk menulis lambang yang lebih besar dari 19, Orang Maya menggunakan simbol dasarnya dari 0 sampai 19 sesuai dengan nilai tempatnya. Mereka menulis angkanya secara vertikal dengan satu angka diatas angka yang lain. Seperti pada contoh dengan pangkat meningkat dari bawah ke atas. Angka di posisi bawah mewakili bilangan satuan. Angka di bagian kedua mewakili bilangan 20an. Karena kalender orang Maya terdiri dari 18 bulan dari 20 hari nilai tempat pada posisi ketiga adalah 18x20. Possisi diatas adalah nilai tempat berikutnya yaitu $18x20^2$, $18x20^3$ dan seterusnya.

Contoh : Ada tiga bilangan yang dituliskan dalam sistem lambang bilangan Maya.

1. 60 = 3(20)+0
2. 106 = 5(20) + 6
3. 2782 = 7(18x20) + 13(20) + 2

Gambar :



Ada hasil peninggalan purbakala dari orang Maya di Amerika Pusat tahun 1000 SM. Selama tahun 300-900, mereka telah mengembangkan pengetahuan tingkat tinggi tentang ilmu astronomi kalender yang terdiri dari 365 hari. Tahun orang Maya dibagi ke dalam 18 bulan, masing-masing bulan terdiri dari 20 hari dan 5 hari ekstra untuk hari libur. Karena sistem angka yang dikembangkan berdasarkan perhitungan kalender, mereka menggunakan 18x20 untuk nilai tempat dalam posisi ketiga.

Suku Maya juga memiliki 2 macam sistem kalender. Sistem yang pertama telah dijelaskan di atas. Sistem yang kedua, satu tahun terdiri dari 260 hari yang terdiri dari 20 hari tiap bulannya. Sehingga terdapat 13 bulan dalam setahun. Dalam kepercayaan Suku Maya angka 20 merupakan symbol laki-laki dan 13 merupakan simbol Tuhan.

Ada kemungkinan lain terkait penggunaan basis 20. Selain alasan perhitungan kalender, juga dipengaruhi oleh banyaknya jari tangan dan kaki, sebab banyaknya jari tangan dan kaki ada 20.

G. Sistem Angka Hindu-Arab

Sebagian besar orang di dunia menggunakan sistem numerasi Hindu Arab sekarang. Sistem angkanya ditemukan oleh orang-orang Hindu dan disempurnakan sistem angkanya oleh orang Arab sebelum dibawa ke Eropa.

Pada awal masuknya sistem angka Hindu-Arab ke Eropa timbul pertentangan antara kaum abacus dan algoris. Kaum abacus tidak mau menerima sistem angka Hindu- Arab karena sistem angka tersebut berasal dari Timur. Sedangkan golongan algoris melihat bahwa sistem angka ini memiliki kelebihan dan dapat dikatakan sempurna. Sehingga pada akhirnya golongan algorislah yang menang.

Istilah algoris sendiri berasal dari nama seorang matematikawan muslim yaitu Al- Khwarizmi. Al-Khwarizmi berubah menjadi algorismi selanjutnya menjadi algorism dan akhirnya algoritm. Yang maknanya adalah langkah-langkah penyelesaian soal secara logis dan sistematis.

Kesempurnaan sistem angka Hindu-Arab ditandai oleh tiga hal, yaitu:

a. Sederhana karena hanya menggunakan 10 angka yaitu 0,1,2,…,9 untuk menyatakan suatu bilangan. Bahkan dengan sepuluh lambang bilangan tersebut dapat dinyatakan bilangan yang sangat besar maupun sangat kecil.
b. Sistem ini menggunakan nilai tempat sesungguhnya. Sehingga suatu bilangan akan mudah diopersikan jika dituliskan dalam sistem angka Hindu-Arab. Hal ini memberikan kontribusi yang besar terhadap perkembangan matematika pada masa sesudahnya
c. Ada lambang 0 untuk menyatakan bilangan nol.
   Sistem angka Hindu- Arab menggunakan basis sepuluh dengan sepuluh simbol yaitu: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,dan 9.

Sepuluh simbol tersebut juga disebut angka atau simbol dasar. Dari simbol dasat tersebut dapat disusun simbol-simbol yang nilainya lebih dari 9 atau kurang dari 0 dengan menggunakan nilai tempat. Masing-masing posisi menunjukan tempatnya.

Contoh :

Berikut penulisan dari bilangan dalam bentuk panjang

75.063 = 7 x 10.000 + 5 x1000 + 0 x 100 + 6 x 10 + 3 x 1

Atau dapat juga dinyatakan sebagai berikut:

75.063 = 7 x 10^4 + 5 x 10^3 + 0 x 10^2 + 6 x 10^1 + 3.

H. Sistem Nilai Tempat

Dalam sebuah sistem nilai tempat, simbol yang digunakan ditentukan banyaknya. Dalam basis 10 digunakan angka-angka 0, 1, 2, ..., 9. Pada sistem nilai tempat angka yang sama tetapi posisinya berbeda maka nilanya juga berbeda. Contoh: bilangan enam puluh enam dilambangkan dengan 66. Angka 6 pada digit pertama berbeda nilainya dengan angka 6 pada digit kedua. Angka 6 pada digit pertama menempati tempat puluhan yang nilainya 60 sedangkan angka 6 pada digit kedua menempati tempat satuan yang nilainya 6 saja.

Contoh: Tentukanlah nilai dari setiap angka yang digaris bawahi dan nilai tempatnya :

a. $7\underline{0}24$ b. $3\underline{7}0.189$ c. $49,\underline{2}38$

Jawab :

a. Nilai 0, tempat ratusan,
b. b. Nilai 70.000 dan tempat sepuluh ribuan, c. Nilai 200, dan tempat ratusan.

I. Latihan

1. Jelaskan yang dimaksud dengan
   a. Sifat aditif pada sistem lambang bilangan
   b. Nilai tempat semu pada sistem angka Mesir
2. Tuliskan bilangan – bilangan di bawah ini dalam sistem lambang bilangan yang diminta!
   a. 3275 dalam sistem lambang bilangan Mesir
   b. 406 dalam sistem lambang bilangan Romawi
   c. 8063 dalam sistem lambang bilangan Babilonia
   d. 48 dalam sistem lambang bilangan Maya
3. Tuliskan tiap –tiap bilangan berikut dalam basis 10 bentuk panjang (dua cara)
   a. 256.897
   b. 1.123.945
   c. 578,234
4. Tentukan nilai dan nilai tempat angka 2 pada bilangan di bawah ini!
   a. 372.678
   b. 556.276
   c. 345,23
5. Tuliskan nama dari bilangan-bilangan di bawah ini!
   a. 589.223
   b. 1.234.523
   c. 179.234.897
6. Tulislah lambang bilangan dari bilangan –bilangan di bawah ini !
   a. Empat ribu empat puluh
   b. Tiga puluh juta sembilan ratus delapan puluh enam ribu dua ratus limapuluh empat
   c. Tujuh ratus lima puluh lima juta enam ratus lima puluh satu ribu tujuh ratus empat

BAB II
BILANGAN CACAH

A. Pendahuluan

Bilangan cacah merupakan bilangan yang dimulai dari nol, satu, dua, tiga, dan seterusnya. Bilangan cacah biasa digunakan dalam perhitungan praktis matematis. Apabila bilangan cacah dihubungkan dengan operasi bilangan maka akan ditemukan adanya operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian pada bilangan cacah. Selain itu akan pula ditemukan hitung campuran dari operasi pada bilangan cacah.

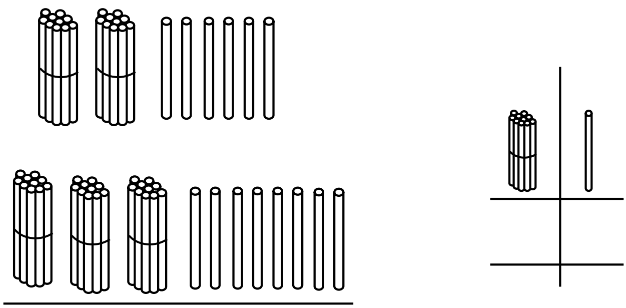
Siswa secara intuitif telah mengenal bilangan cacah sebelum mereka masuk Sekolah Dasar. Misalnya ketika seorang anak duduk di Taman kanak-kanak, anak tersebut cenderung sudah mulai memahami makna bilangan. Hal itu dapat dilihat dari aktiftias mental yang mereka tunjukkan. Misalnya ketika dibagikan kue, dimana masing –masing mendapatkan satu kue, anak akan menerima hal itu. Namun jika ada satu siswa yang mendapatkan dua kue sedangkan yang lain satu kue maka akan ada pertanyaan ataupun protes darinsiswa yang lain. Hal ini menunjukkan bahwa siswa sudah memiliki *sense of number.*

B. Model untuk Bilangan

Ada banyak model untuk menggambarkan bilangan dalam system posisional atau nilai tempat. Model bundelan tongkat, (lidi), sedotan dan balok Dienes dalam basis 10 (satuan, batang, bidang), akan ditampilkan pada contoh berikut ini:

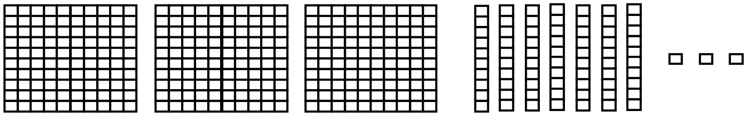
Model Tongkat Diikat

Pada model ini, satuan dilambangkan dengan sebuah tongkat dan puluhan dilambangkan dengan seikat tongkat berisi 10 tongkat. Seratus dilambangkan dengan kumpulan 10 ikat. Gambar berikut menggambarkan kumpulan tongkat untuk melambangkan 26 dan 38



Gambar 1.1 Gambar tongkat yang diikat sebagai media

Model satuan, batang, bidang. Pada model ini, objek-obyek yang dinamakan **satuan, batang , dan bidang** dijelaskan sebagai berikut: batang terdiri dari 10 satuan. Bidang terdiri dari 10 batang. Gambar berikut merupakan model untuk bilangan 373 yang terdiri dari 3 bidang, 7 batang dan 3 satuan



Gambar 1.2 Gambar model bilangan satuan, puluhan, ratusan

C. Penjumlahan pada Bilangan Cacah

Penjumlahan pada bilangan cacah dapat diajarkan dengan menggabungkan dua kelompok obyek. Kata kunci yang dapat digunakan antara lain: digabung, dikumpulkan menjadi satu, dijadikan satu, diberi lagi, membeli lagi, minta lagi, makan lagi, dll.

Penjumlahan pada bilangan cacah dapat berupa penjumlahan bilangan satun digit dengan bilangan satu digit yang hasilnya bilangan satu digit, penjumlahan bilanaga satu digit dengan bbilangan satu digit yang hasilnya bilangan dua digit, penjumlahan multidigit tanpa teknik menyimpan dan penjumlahan multidigit dengan teknik menyimpan.

Definisi penjumlahan pada bilangan cacah menurut Bennett (2004 : 139)

Jika suatu himpunan R memiliki r elemen dan himpunan S memiliki s elemen, dan R dan S merupakan himpunan saling lepas, maka penjumlahan r dan s dinyatakan dengan r+s yang merupakan elemen dari gabungan himpunan R dan S

1. Penjumlahan bilangan satu digit dengan bilangan satu digit yang hasilnya kurang dari atau sama dengan 10

   Pada awalnya siswa belajar penjumlahan dengan menggunakan obyek. Misalnya: jika di tangan kanan ada 3 permen dan di tangan kiri ada 2 permen maka akan diperoleh 5 permen ketika permen di tangan kanan dan di tangan kiri digabungkan atau bisa ditulis 2 + 3 = 5, menggabungkan merupakan makna penjumlahan.

Penjumlahan bilangan satu digit dengan bilangan satu digit sebagaimana yang dicontohkan di atas, selain menggunakan obyek langsung juga dapat diselesaikan menggunakan bantuan jari- jari tangan. Misalnya penjumlahan 5 dengan 4 dapat diajarkan dengan menggabungkan 5 jeruk dengan 4 jeruk sehingga diperoleh hasil 9 jeruk. Apabila obyeknya tidak ada, maka dapat digunakan tongkat, lidi, sedotan, atau jari tangan. Penggunaan jari-jari tangan pada penjumlahan 5 dengan 4 dapat dilakukan dengan menggabungkan 5 jari kanan dengan 4 jari kiri untuk selanjutnya menghitung gabungan jari kanan dan kiri yang dimaksud sehingga diperoleh hasil 9.

2. Penjumlahan bilangan satu digit dengan bilangan satu digit yang hasilnya bilangan dua digit

   Pada penjumlahan bilangan satu digit dengan bilangan satu digit yang hasilnya dua digit, dapat diajarkan dengan menggunakan bantuan tongkat, lidi, ataupun sedotan. Contoh bentuk penjumlahan ini adalah 6 + 7, 8+9, 7 + 5, dll. Penjumlahan jenis ini akan menghasilkan bilangan 2 digit. Penjumlahan 6 + 7 dapat diselesaikan dengan bantuan lidi/ tongkat/ sedotan. Caranya: ambil 6 lidi lalu ambil lagi 7 lidi, selanjutnya gabungkan lidi-lidin tersebut menjadi satu. Setelah itu, dihitung banyaknya lidi yang telah terkumpul tersebut yaitu 13.

Selain cara yang telah disebutkan di atas, dapat juga digunakan cara yang lain yaitu dengan cara: ucapkan 6 dalam hati, tunjukkan 7 dengan jari, selanjutnya berhitung melanjutkan dari 6 yaitu 7, 8, 9, dan seterusnya sambil menekuk jari yang menunjukkan 7 tadi sampai semua tertekuk. Bilangan yang disebutkan itulah yang merupakan hasil dari penjumlahan yang dimaksud.

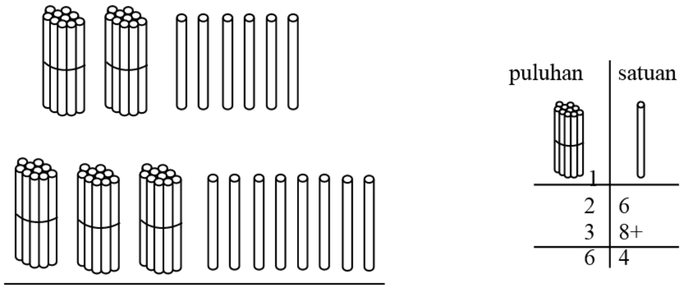
Tugas menjumlah dapat dibalik, yaitu diketahui jumlah obyek dan anak mencari obyek-obyek yang dijumlahkan. Contoh: 5 = ...+ ......dengan menggunakan biji-bijian (Runtukahu, 2012: 106). Dengan cara ini diharapkan anak tidak hanya mampu menghitung, tetapi memahami makna penjumlahan serta berpikir kreatif dan menalar sekaligus melakukan pembuktian.

3. Penjumlahan multi digit

Pada penjumlahan multidigit, siswa hendaknya diajar dulu tentang nilai tempat. Jika siswa kurang paham tentang nilai tempat, siswa hanya akan mampu menghitung tetapi kurang paham terhadap konsep yang dipelajari. Pada penjumlahan multi digit, ada dua macam bentuk penjumlahan yang perlu dipelajari, yaitu penjumlahan tanpa teknik menyimpan dan penjumlahan dengan teknik menyimpan. Model bilangan yang dapat digunakan dalam penjumlahan multidigit dapat menggunakan lidi atupun sedotan.

Selanjutnya perlu diperkenalkan berbagai model penjumlahan. Salah satu model yang dapat digunakan adalah model batang Dienes. Model ini terdiri dari 4 komponen dasar yaitu; kubus kecil dengan ukuran 1 cm x 1 cm x 1cm, balok (panjang) berukuran 10 cm x 1 cm x 1 cm (satu balok = 10 kubus kecil), balok (datar) berukuran 10 cn x 10 cm x 1 cm (1 balok datar = 10 balok panjang), dan kubus besar berukuran 10 cm x 10 cm x 10 cm (1 kubus besar = 10 balok datar = 1000 balok kecil) (Runtukahu, 2012: 106). Teknik penyelesaian penjumlahan jenis adalah pengelompokan. Ada dua jenis pengelompokan yaitu penjumlahan tanpa teknik meminjam dan penjumlahan dengan teknik meminjam. Pada penjumlahan bentuk ini dapat menggunakan model kubus kecil untuk satuan, balok panjang untuk puluhan, balok datar untuk ratusan, dan kubus besar untuk ribuan.

Penjumlahan dengan teknik menyimpan menggunakan media tongkat dapat ditunjukkan sebagaimana penjelasan berikut ini. Penjumlahan 26 dan 38 dapat dinyatakan seperti gambar di bawah ini. Untuk menghitung 26 + 38 kita harus menentukan berapa total tongkat. Total ada 5 ikat tongkat (5 puluhan) dan 14 tongkat (14 satuan). 14 tongkat dapat diganti dengan satu ikat yang berisi 10 tongkat dan sisa 4. Sehingga total ada 6 ikat tongkat dan 4 tongkat satuan. Dalam penjumlahan bersusun, 4 pada kolom satuan dan sepuluh lebihnya ditulis 1 pada kolom puluhan.



Gambar 1.3 Gambar model penjumlahan 26 + 38 dengan tongkat

Penjumlahan bersusun bentuk panjang.

Untuk memahami algoritma penjumlahan, dapat dilakukan dengan cara menyatakan bilangan tersebut berdasarkan nilai tempatnya, seperti ditunjukkan berikut ini.

325 = 3 ratusan + 2 puluhan + 5 satuan

256 = 2 ratusan + 5 puluhan + 6 satuan +

= 5 ratusan + 7 puluhan + 11 satuan

= 5 ratusan + 8 puluhan + 1 satuan

= 581

Selanjutnya dapat digunakan cara yang lebih praktis yaitu dengan menggunakan penjumlahan bersusun bentuk pendek sebagaimana ditunjukkan berikut ini.

```
  3 2 7              1
  2 5 6 +          3 2 5
 ---------         2 5 8 +
    1 3          ---------
    7            5 8 3
  5
 ---------
  5 8 1
```

Sifat-sifat operasi pada penjumlahan bilangan cacah:

1. Bilangan cacah bersifat tertutup terhadap operasi penjumlahan. Makna dari sifat tertutup operasi penjumlahan pada bilangan cacah adalah jika suatu bilangan cacah dijumlahkan suatu bilangan cacah maka hasilnya merupakan bilangan cacah
2. Memiliki identitas penjumlahan yaitu nol.

   identitas adalah jika suatu bilangan a dioperasikan dengan bilangan lain misal b dan hasilnya bilangan itu sendiri (a) maka dikatakan b sebagai identitas.

   $$b + 0 = 0 + b = b$$

   Hal ini dapat dikenalkan kepada siswa dengan cara diberikan beberapa contoh penjumlahan dengan nol. Dari beberapa contoh tersebut tampak bahwa apabila suatu bilangan dijumlahkan dengan nol hasilnya adalah b ilangan itu sendiri. Dari sini siswa dapat disimpulkan bahwa terdapat unsur identitas pada operasi penjumlahan yaitu nol.

3. Berlaku sifat asosiatif(pengelompokan) pada operasi penjumlahan

Untuk sebarang bilangan cacah a, b, c berlaku:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

Contoh nyata dari sifat asosiatif penjumlahan sebagai berikut: Ibu membeli manga 10 buah, ayah membeli 8 buah, dan kakak membeli 6 buah. Berapa buah manga yang yang dibeli ibu, ayah, dan kakak? Mula-mula dijumlahkan manga yang dibeli ibu dan ayah, kemudian kakak menjadi (10 + 8) + 6 = 18 + 6 = 24. Cara lain adalah dengan menjumlahkan manga yang dibeli ayah dan kakak baru ditambahkan dengan yang dibeli ibu, yaitu: 10 + (8 + 6) = 10 + 14 = 24. Kemudian baru diperkenalkan sifat asosiatif pada bilangan – bilangan besar. (Runtukahu, 2012: 107)

4. Sifat komutatif pada penjumlahan

$$a + b = b + a$$

Sifat komutatif pada penjumlahan dapat diajarkan dengan contoh berikut ini: ada 5 sedotan merah dan 2 sedotan putih. Jika sedotan tersebut digabungkan hasilnya adalah 7 buah sedotan,. Hasil yang sama diperoleh jika 2 sedotan putih ditambah 5 sedotan merah. Setelah hal ini dipahami, baru dijelaskan bahwa berlaku sifat komutatif pada oreasi penjumlahan.

D. Pengurangan pada Bilangan Cacah

Sebelum mempelajari pengurangan bilangan cacah, pemahaman tentang ketaksamaan pada bilangan cacah perlu dikuasai.

Definisi pengurangan menurut Bennett (2004 : 146)

Untuk sebarang dua bilangan cacah m dan n , m kurang dari n (ditulis $m < n$) jika dan hanya jika ada suatu bilangan cacah k bukan nol sehingga $m + k = n$

Contoh : 4 kurang dari 9 sebab ada 5 elemen bilangan cacah sehingga

$$4 + 5 = 9$$

Pengurangan dapat dipahami sebagai pengambilan suatu obyek dari suatu kumpulan obyek. Proses pengambilan atau pengurangan dapat dinyatakan sebagai balikan dari proses penggabungan atau penjumlahan.

Konsep pengurangan. Ada beberapa konsep pengurangan yaitu:

1) Konsep mengambil atau memisahkan
   Contoh: Ada 9 kue di atas piring. Jika 4 kue diambil oleh bibi, berapa banyaknya kue yang tersisa? Contoh lain: Ada 5 kucing dalam kandang, 2 kucing dimasukkan pada kandang yang lain, berapa banyaknya kucing yang ada di kandang pertama?
2) Konsep membandingkan
   Contoh: Ani memiliki 9 kue. Sedangkan Ita memiliki 4 kue. Berapa lebihnya kue Ani dari kue Ita? Contoh yang lain: Ali memiliki 6 kelereng, Husin memiliki 3 kelereng. Berapa lebihnya kelereng Ali dari kelereng Husin?
3) Konsep menambahkan bilangan yang sesuai.
   Contoh: Di atas piring sudah ada 4 kue. Jika Adisa ingin mengisi piring tersebut 9 kue, maka berapa banyaknya kue yang harus ditambahkan pada piring tersebut? Contoh yang lain: Afida ingin berlibur. Ia sudah

memasukkan 2 baju ke dalam tas. Jika banyaknya baju yang dibutuhkan selama liburan sebanyak 5, berapa banyak baju yang harus disiapkan lagi?

Pengurangan bilangan cacah meliputi pengurangan bilangan satu digit dengan bilangan satu digit, pengurangan bilangan dua digit dengan bilangan satu digit, dan pengurangan multidigit.

1. Pengurangan bilangan satu digit dengan bilangan satu digit dapat digunakan bantuan tongkat, lidi , sedotan ataupun jari tangan.
2. Pengurangan bilangan dua digit oleh bilangan satu digit dapat digunakan hitung mundur atau melengkapkan sampai dengan bilangan yang dimaksud. Contoh:
   a. 9 – 4 dapat diselesaikan dengan mengambil 4 tongkat dari sekumpulan tongkat sebanyak 9 sehingga tersisa 5 tongkat yang merupakan hasil dari pengurangan tersebut . Atau dapat diselesakan dengan menekuk 1 jari tangan sebagai manifestasi 9 selanjutnya menekuk 4 jari tangan sebagai wujud pengurangan 4 dan menghitung banyaknya jari yang tidak terteku yaitu 5 sebagai hasil pengurangan 9- 4.
   b. 13 – 5 dapat diselesaikan dengan cara mengambil 5 tongkat dari 15 tongkat sehingga tersisa 8 sebagai hasil pengurangan tersebut. Atau dapat diselesaikan dengan cara berhitung mundur dari 13 dan berhenti pada angka 5. Pada saat berhitung mundur, setiap mundur 1, jari tangan ditekuk satu. Banyaknya jari yang ditekuk merupakan hasil dari pengurangan tersebut. Atau

dengan cara ketiga yaitu: berhitung mulai dari 5 dan berhenti pada angka 13. Setiap kali berhitung 1 satu, jari ditekuk 1 dan banyaknya jari yang tertekuk merupakan hasil dari pengurangan yang dimaksud. Misalnya pada contoh 13 -5, berhitung mulai dari 6 dan berhenti pada angka 13. Pada saat mengucapkan 6, jari ditekuk satu, pada saat mengucapkan 7 jari ditekuk satu lagi sehingga ketika berhenti pada angka 13, banyaknya jari yang tertekuk ada 8, dan bilangan inilah yang merupakan hasil pengurangan 13- 5.

3. Pengurangan multi digit

   Model untuk pengurangan bilangan cacah. Untuk mengilustrasikan pengurangan dapat digunakan benda konkrit sebagaimana pada penjumlahan. Model untuk pengurangan bilangan dua digit dikurangi bilangan dua digit dapat digunakan tongkat, block Dienes, ataupun pengurangan bersusun yang dapat dilakukan berdasarkan nilai tempatnya.

   Model bilangan yang dapat digunakan dalam pengurangan multidigit dapat menggunakan lidi atupun sedotan. Namun pada pengurangan bentuk ini dapat menggunakan model satuan, batang, dan bidang.

   a. Pengurangan dengan teknik tanpa meminjam

      Pengurangan dengan teknik tanpa meminjam dapat dijelaskan sebagai berikut :

      Pengurangan 38 dan 26 dapat diselesaikan dengan cara, total ada 3 ikat tongkat (3 puluhan) dan 8 tongkat (8 satuan). Akan diambil 26 tongkat yang terdiri dari 2 ikat tongkat(2 puluhan) dan 6 tongkat

(6 satuan). Sehingga tersisa 1 ikat tongkat (1 puluhan) dan 2 tongkat (2 satuan).

Pengurangan tanpa teknik meminjam dapat diselesaikan tanpa menggunakan obyek/ model bilangan yaitu menyatakan bilangan dalam bentuk panjang sesuai dengan nilai tempatnya ataupun dengan menggunakan pengurangan bersusun. Hal tersebut dapat dijelaskan sebagaimana contoh di bawah ini:

$$
\begin{array}{rl}
487 & = 4 \text{ ratusan} + 8 \text{ puluhan} + 7 \text{ satuan} \\
234 & = 2 \text{ ratusan} + 3 \text{ puluhan} + 4 \text{ satuan} \quad + \\
\hline
 & = 2 \text{ ratusan} + 5 \text{ puluhan} + 3 \text{ satuan} \\
 & = 253
\end{array}
$$

Selanjutnya dapat digunakan cara yang lebih praktis yaitu dengan menggunakan pengurangan bersusun sebagaimana ditunjukkan berikut ini:

$$
\begin{array}{r}
487 \\
234 \; - \\
\hline
253
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
\overset{1}{3}25 \\
258 \; + \\
\hline
583
\end{array}
$$

b. Pengurangan denga teknik meminjam

Pengurangan dengan teknik meminjam dapat dijelaskan sebagai berikut :

Pengurangan 48 dan 29 dapat diselesaikan dengan cara, total ada 4 ikat tongkat (4 puluhan) dan 8 tongkat (8 satuan). Akan diambil 29 tongkat yang terdiri dari 2 ikat tongkat(2 puluhan) dan 9 tongkat (9 satuan). Karena hanya ada 8 tongkat satuan sedangkan akan diambil 9 tongkat satuan, tentu hal ini tidak mungkin. Sehingga harus diambilkan 1 ikat tongkat yang nilainya 10 dengan total tongkat satuan sebayak 18 dan 3 ikat tongkat sepuluhan. Selanjutnya diambil 2 ikat tongkat (2 puluhan) dan 9 tongkat (9 satuan). Sehingga tersisa 1 ikat tongkat (1 puluhan) dan 9 tongkat (9 satuan) atau 19 yang merupakan hasil pengurangan 48 – 29.

Pengurangan dengan teknik meminjam dapat diselesaikan tanpa menggunakan obyek/ model bilangan yaitu menyatakan bilangan dalam bentuk panjang sesuai dengan nilai tempatnya ataupun dengan menggunakan pengurangan bersusun. Hal tersebut dapat dijelaskan sebagaimana contoh di bawah ini:

487 = 4 ratusan + 8 puluhan + 7 satuan

279 = 2 ratusan + 7 puluhan + 9 satuan -

=.... ratusan +...puluhan +... satuan

Karena pada digit satuan pengurangnya lebih dari bilangan yang dikurangi maka pelu diubah dulu menjadi:

487 = 4 ratusan + 7 puluhan +1 7 satuan

279 = 2 ratusan + 7 puluhan + 9 satuan -

= 2 ratusan + 0 puluhan + 8 satuan

= 208

Selanjutnya dapat digunakan cara yang lebih praktis yaitu dengan menggunakan pengurangan bersusun di bawah ini. Karena pada digit satuan nilai pengurang lebih dari bilangan yang dikurangai, maka pada digit satuan bilangan yang dikurangi pinjam 1 dari digit puluhan yang nilainya 10. Sehingga pada digit satuan 17 dan pada digit puluhan 7. Selanjutnya dilakukan pengurangan sebagaimana pengurangan dengan teknik tanpa meminjam. Diperoleh hasil 8 pada digit satuan sebagai hasil pengurangan 17 oleh 9, diperoleh 0 pada digit puluhan sebagai hasil pengurangan 7 oleh 7, dan diperoleh 2 pada digit ratusan sebagai hasil pengurangan 4 oleh 2

$$
\begin{array}{cccc}
 & 7 & 17 & \\
4 & \cancel{8} & \cancel{7} & \\
2 & 7 & 9 & - \\
\hline
2 & 0 & 8 &
\end{array}
$$

E. Perkalian

Menurut Bennett (2004: 161) perkalian dapat didefinisikan sebagai berikut:

Untuk bilangan cacah r dan s, hasil dari r dan s adalah jumlah s sebanyak r kali. Hal ini ditulis sebagai:

$$r \times s = \underbrace{s + s + s + \ldots\ldots + s}_{r \text{ kali}}$$

Bilangan r dan s disebut faktor

Perkalian berguna untuk memecahkan masalah pada dunia nyata. Oleh sebab itu sebaiknya perkalian diajarkan dimulai dari kehidupan sehari- hari. Misalnya: "ada tiga orang memancing ikan, masing-masing mendapatkan 4 ekor ikan, berapa banyaknya ikan yang diperoleh tiga anak tersebut? " Selanjutnya siswa perlu dibekali dengan beberapa strategi penjumlahan sehingga mereka dapat operasi perkalian (Runtukahu, 2012: 117).

Perkalian sederhana dapat diajrkan menggunakan obyek langsung. Misalnya untuk masalah yang dikemukakan sebelumnya, dapat dijelaskan penyelesaiannya dengan cara membawa media gambar ikan dengan penjelasan sebagai berikut: karena ada 3 orang yang masing-masing dapat 4 ikan maka hal tersebut dapat diselesaikan menggunakan perkalian 3 x 4 = 4 + 4+ 4 = 12.

Salah satu cara untuk merepresentasikan perkalian bilangan cacah menggunakan susunan persegi panjang dalam baris dan kolom. Gambar 1.4 menunjukkan hubungan antara penggunaan penjumlahan berulang dan susunan persegi panjang sebagai perkalian. Pada bagian a memperlihatkan ada 3 kelompok yang masing-masing berisi 5 persegi yang mengilustrasikan 5 + 5+ 5, dan bagian b memperlihatkan persegi yang disatukan untuk membentuk persegi panjang 3 x 5.

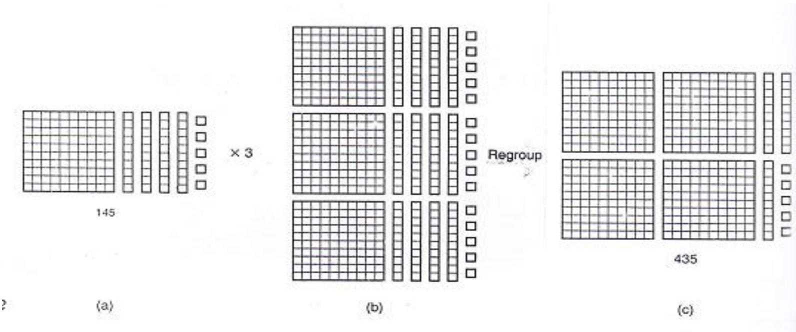
5 + 5 + 5 **3 x 5**

(a) **(b)**

Gambar 1.4 Gambar Model perkalian menggunakan persegi panjang

Perkalian menggunakan media . Gambar 1.5 merupakan ilustrasi untuk perkalian 3 x 145. Bilangan 145 direpresentasikan gambar (a). Perkalian 3 x 145 dinyatakan sebagai penjumlahan berulang yaitu 145 + 145

+ 145 seperti tampak pada gambar (b). Hasilnya tampak pada gambar (c)



Gambar 1.5 Gambar model Perkalian 145 x 3

Selain cara di atas, perkalian juga dapat diselesaikan menggunakan perkalian bersusun. Contoh, untuk perkalian 3 x 145 dapat dijelaskan sebagai berikut: Pertama kalikan 5 dengan 3. Tuliskan 5 pada digit satuan dan 1 puluhan ditulis pada digit puluhan seperti tampak pada gambar di bawah ini. Selanjutnya 4 dikalikan 3 sehingga diperoleh 12. Sisa 1 puluhan pada pengerjaan sebelumnya ditambahkan pada 12 sehingga diperoleh 13 dan ditulis 3 pada digit puluhan dan menyimpan 1 pada digit ratusan. (Bennett, 2004 : 162). Pola itu dilanjutkan sehingga diperoleh hasil 435. Proses tersebut dapat diamati di bawah ini.

$$\begin{array}{rrrl} 1 & 1 & & \\ 1 & 4 & 5 & \\ & & 3 & \times \\ \hline 4 & 3 & 5 & \end{array}$$

Sifat –sifat operasi perkalian bilangan cacah

1. Operasi perkalian pada bilangan cacah bersifat tertutup

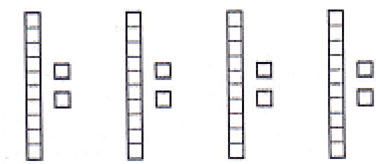
2. Ada unsur identitas pada operasi perkalian a x 1 = a
3. Berlaku sifat komutatif pada operasi perkalian
   a x b = b x a
4. Berlaku sifat asosiatif pada operasi perkalian
   a x (b x c) = (a x b) x c
5. Berlaku sifat distributive perkalian terhadap penjumlahan
   a x (b + c) = (a x b) + (a x c)

F. Pembagian pada Bilangan Cacah

***Definisi pembagian**. Untuk bilangan cacah r dan s, dengan $s \neq 0$, hasil bagi dari r dibagi oleh s, ditulis $r \div s$, adalah bilangan bulat k, jika itu ada, sedemikian hingga $r = s \times k$.*

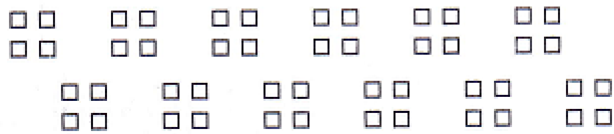
Konsep pembagian. Ada dua konsep pembagian yaitu yang pertama adalah konsep partisi dan yang kedua adalah konsep pengukuran atau juga biasa disebut pengurangan berulang sehingga sisanya nol. Agar lebih jelas akan diberikan contoh operasi pembagian 48 : 4 menggunakan konsep partisii dan konsep pengukuran

(1) Konsep partisi. Proses untuk menentukan hasil pembagian 48 : 4 menggunakan konsep partisi dapat dilihat pada gambar 1.6. Pada gambar tersebut, 48 diilustrasikan dengan 4 puluhan dan 8 satuan. 4 puluhan dipisahkan pada 4 tempat sehingga tiap-tiap tempat berisi 1 puluhan. Hal yang sama dilakukan pada 8 satuan sehingga diperoleh satu kelompok angotanya 1 puluhan dan 2 satuan atau 12



Gambar 1.6 Gambar pembegian menggunakan konsep partisi

(2) Konsep pengukuran atau pengurangan berulang sehingga sisanya nol. Pembagian 48 : 4 diselesaikan dengan cara mengurangai 48 dengan 4 sampai beberapa kali sehingga sisanya nol. Atau berapa kali mengambil 4 dari 48 sehingga habis. Ilustrasinya ada pada Gambar 1.7



Gambar 1.7 Gambar pembagian dengan menggunakan pengurangan berulang

G. Aturan Penyelesaian Operasi

Aturan untuk urutan operasi meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian jika tidak ada kurung:

a. Perkalian dan pembagian diselesaikan dari kiri ke kanan

b. Penjumlahan dan pengurangan diselesaikan dari kiri ke kanan

c. Perkalian dan pembagian lebih kuat dari penjumlahan dan pengurangan.

Contoh:

a. 4 x 6 +16

Penyelesaian untuk soal di atas adalah menyelesaikan perkalian 4 dan 6 sehingga diperoleh 24. Selanjutnya tambahkan 24 dengan 14 sehingga diperoleh hasil 38.

b. 24 : 4 x 2

Penyelesaian untuk soal di atas adalah menyelesaikan pembagian 24 dan 4 sehingga diperoleh 6. Selanjutnya kalikan 6 dengan 2 sehingga diperoleh hasil 12.

c. 220 – 12 x 7

Penyelesaian untuk soal di atas adalah menyelesaikan perkalian 12 dan 7 sehingga diperoleh 84. Selanjutnya kurangi 220 dengan 84 sehingga diperoleh hasil 136.

H. Aturan Penyelesaian Operasi

1. Apakah pengurangan pada bilangan cacah bersifat komutatif? Jelaskan!
2. Apakah pengurangan pada bilangan cacah bersifat asosiatif? Jelaskan1
3. Gunakan model persegi panjang untuk menyelesaikan perkalian berikut:

   a. 4 x 7 b. 6 x13 c. 14 x 6
4. Tentukan ketertutupan himpunan berikut dalam sistem bilangan cacah terhadap operasi yang diberikan!
   a. Himpunan bilangan cacah ganjil terhadap operasi perkalian
   b. Himpunan bilangan kurang dari 100 terhadap operasi penjumlahan
   c. Himpunan bilangan cacah genap terhadap operasi perkalian
5. Selesaikan perkalian berikut:

   a. 25 x 25 b. 16 x 6 c. 36 x 60

   d. 22 x 17 e. 83 x 31 f. 205 x 29
6. Gunakan konsep partisi untuk menyelesaikan 28 : 7!
7. Gunakan konsep pengukuran untuk menyelesaikan 28: 7!

8. Terdapat 4 kotak besar. Di dalam setiap kotak besar terdapat 3 kotak sedang. Di dalam setiap kotak sedang terdapat 2 kotak ukuran kecil. Ada berapa banyaknya kotak?
9. Jumlah tiga bilangan berurutan adalah 45. Tentukan masing-masing bilangan tersebut1
10. Seorang guru memberi tugas untuk menuliskan 5 bilangan asli berurutan kepada Andi dan Indi. Jumlah 5 bilangan yang ditulis Andi adalah 180, sedangkan jumlah bilangan yang ditulis Indi 350. Tentukan masing- masing bilangan yang ditulis Andi maupun Indi!
11. Temukan dan jelaskan alasan yang mungkin untuk kesalahan hitungan berikut:

    a.
    $$\begin{array}{r} 5\,6 \\ 7\,8 \\ \hline 121\,4 \end{array} +$$

    b.
    $$\begin{array}{r} 5\;\;2 \\ 3\;\;8 \\ \hline 2\;\;\;6 \end{array} -$$

12. Nyatakan pembagian berikut dalam bentuk perkalian!
    a. 68 : 17 b. 288:8 c.414 : 23 d. a : b = c
13. Nyatakan perkalian berikut dalam bentuk pembagian!
    a. 14 x24 = 336 b. 360 x 10 = 3600 c. r x s = t
14. Tertutup atau tidak himpunan di bawah ini oleh operasi yang diberikan dalam sistem bilangan cacah!
    a. Himpunan bilangan cacah ganjil terhadap operasi penjumlahan
    b. Himpunan bilangan cacah terhadap operasi pembagian
    c. Himpunan bilangan cacah ganjil terhadap operasi perkalian

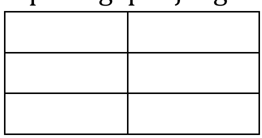
15. Selesaikan soal berikut ini!
    a. 6 + 10 : 5 – 3
    b. b. 5 x 10 – 2 x 5
    c. c. 5 x (10 - 2) x 6

BAB III
FPB DAN KPK

A. Faktor

Definisi. Jika *a* dan *b* bilangan cacah dan $a \neq 0$, maka *a* adalah suatu faktor dari *b* jika dan hanya jika ada suatu bilangan cacah *c* sedemikian hingga $ac = b$. Ini dapat dikatakan bahwa *a* membagi *b* , atau *b* adalah kelipatan dari *a* (Bennett, 2004: 211). Sedangkan mneurut Muhsetyo (1985:90) Jika *a* dan *b* adalah sebarang bilangan bulat ($a \neq 0$), maka *a* dikatakan pembagi *b* (ditunjuk dengan $a \mid b$) jika dan hanya jika ada bilangan *bulat c* sedemikian sehingga $b = ac$. Jika *a* membagi *b* , maka *a* disebut pembagi atau faktor dari *b*, dan *b* disebut kelipatan atau perkalian dari *a.*

Jika definisi tersebut disampaikan kepada anak Sekolah Dasar maka mereka cenderung sulit memahaminya. Sehingga perlu model untuk menjelaskan hal tersebut kepada siswa. Model yang dapat digunakan adalah model persegi panjang.



Persegi panjang di atas dibentuk oleh *6* ubin. Enam ubin tersebut disusun dalam *3* baris sehingga tidak ada sisa. Ternyata dengan *3* baris yang dibentuk diperoleh banyaknya kolom ada *2*. Maka dikatakan bahwa *2* dan *3* adalah faktor dari *6*.

Contoh: Tentukan semua faktor dari suatu perkalian yang hasilnya 16

Faktor dari 16 adalah:

16 = 1 x 16 Sehingga faktor dari *16: 1,2,4,6,8,16*

16 = 2 x 8

16 = 3 x 6

16 = 4 x 4

Jika a,b adalah bilangan cacah dan a.b =0 maka a=0 atau b=0

B. Bilangan Prima

Kasus 1. Jika berbicara tentang bilangan cacah, suatu bilangan prima memiliki tepat dua faktor berbeda yaitu *1* dan dirinya sendiri. Contoh *: 13 = 1 x 13*, tidak ada lagi faktor yang lain dari *13*, sehingga *13* adalah bilangan prima.

Kasus 2. Jika berbicara dalam bilangan bulat, bilangan prima tidak memiliki faktor selain *1, -1* , dirinya sendiri, dan lawannya. Contoh: *-5 = -1 x 5* dan *-5 = 1 x -5*, tidak ada faktor yang lain dari *-5*, sehingga *-5* adalah prima. Faktor dari *-5* adalah *-5, -1, 1*, dan *5*.(Kaplan , 2004: 56). Pada tabel berikut ini semua bilangan prima 1 sampai 100 adalah yang berwarna gelap bacgroundnya.

Tabel 3.1. Tabel bilangan prima hingga 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Satu bukan prima

Bilangan *1* bukan prima, begitu juga *-1*. Asumsi secara umum *1* adalah bilangan prima. Satu bukan bilangan prima dan juga bukan bilangan komposit. Bukan prima sebab tidak memiliki tepat dua faktor dan bukan komposit karena tidak memiliki lebih dari dua faktor jika semesta pembicaraanya adalah bilangan cacah (Kaplan, 2004: 57).

C. Bilangan Komposit

Semua bilangan asli kecuali *1* merupakan bilangan prima atau komposit. Suatu bilangan bulat positif disebut bilangan komposit jika mempunyai pembagi bilangan bulat positif selain *1* dan dirinya sendiri. Pada tabel di atas, bilangan berwarna hitam dari 4 sampai 100 adalah bilangan komposit (Kaplan, 2004: 60).

Contoh: Nyatakan tiap-tiap bilangan berikut prima ataukah komposit?

10 = 1 x 10

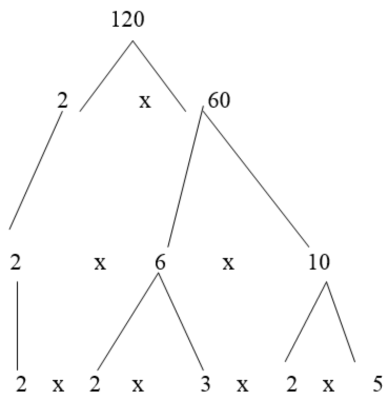
10 = 2 x 5

10 memiliki 4 faktor sehingga termasuk bilangan komposit

83 = 1x 83 , 83 memiliki tepat 2 faktor sehingga termasuk bilangan prima

D. Faktorisasi Bilangan Prima

Mengubah Bilangan komposit dalam faktor-faktor prima dapat membantu memahami bilangan tersebut dan menghitungnya. Bilangan komposit dapat ditulis sebagai perkalian bilangan –bilangan prima yang disebut **faktorisasi prima** suatu bilangan.Cara menemukan faktorisasi prima dengan membuat suatu pohon faktor. (Kaplan, 2004: 61)



Contoh 1: Tentukan faktorisasi prima dari 120!

Tulis bilangan yang kamu faktorkan pada puncak pohon

Pilih pasangan faktor pada cabang-cabangnya, jika faktor-faktor itu bukan prima, kamu perlu memfaktorkan lagi.

Tentukan pasangan faktor pada tiap-tiap bilangan komposit. Lanjutkan cabang itu sampai semua berbentuk faktor prima

Lanjutkan pemfaktoran hingga pada baris itu berbentuk faktor –faktor prima.

Faktorisasi prima dari 132 adalah 2 x 2 x 3 x 11 ,atau 2^2 x 3 x 11

Cara lain

Faktorisasi prima dapat ditemukan melalui pembagian.

Untuk menemukan faktorisasi prima dari 100, pertama bagi 100 dengan suatu bilangan prima. Lanjutkan untuk membagi lagi setiap hasil bagi dengan bilangan prima sehingga hasil baginya 1.

Faktorisasi prima 100 adalah perkalian dari pembagi-pembagi : 5 x 2 x 2, atau

2 x 5 x 2. Bilangan komposit dapat dinyatakan dalam perkalian- perkalian bilangan prima yang tunggal.

	20		10		5
5	100	2	20	2	10

E. Faktor Persekutuan

Suatu grup dari dua bilangan cacah atau lebih mungkin memiliki faktor yang sama. Faktor-faktor itu disebut **faktor persekutuan (** Kaplan, 2004: 65**).**

Contoh 1 : Tentukan faktor persekutuan dari 16 , 24 , dan 32

Faktor 16 : 1 , 2 , 4 , 8 ,16

Faktor 24 : 1 , 2 , 4 , 6, 8 ,12 , 24

Faktor 32 : 1 , 2 , 4 , 8 ,16 ,32

Faktor persekutuan dari 16 , 24 , dan 32 adalah 1 , 2 , 4 , 8

Contoh 2 : Tentukan faktor persekutuan dari 9 , 18 , dan 81

Faktor 9 : 1 ,3 , 9

Faktor 18 : 1 , 2 , 3 , 6, 9 ,18
Faktor 81 : 1 , 3 , 9 , 27 , 81
Faktor persekutuan dari 9, 18 , dan 81 adalah 1 , 3 , 9

F. Faktor Persekutuan Terbesar

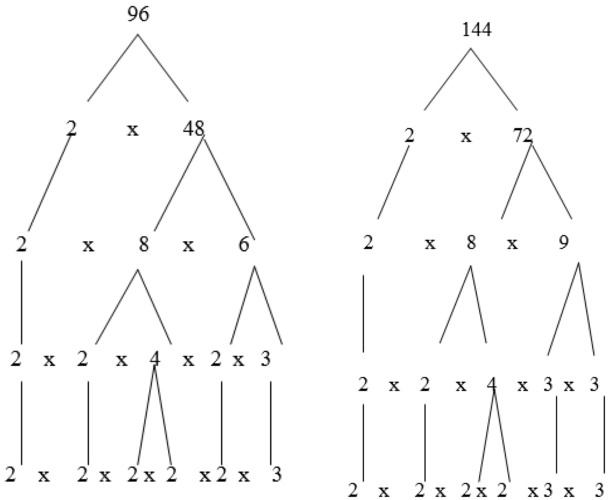
Bilangan terbesar yang merupakan faktor dari dua atau lebih bilangan cacah disebut **faktor persekutuan terbesar (FPB)** dari bilangan – bilangan itu. (Kaplan, 2004: 66). Sedangkan menurut Muhsetyo (1985:115) yang menyatakan KPK sebagai KPT sebagai berikut: Suatu bilangan bulat positif *m* adalah kelipatan persekutuan terkecil (disingkat KPT) dari bilangan bulat *b* dan *c* jika *b* dan *c* membagi *m* dan jika *m* adalah bilangan bulat positif terkecil yang dapat dibagi *b* dan *c.*

Menentukan FPB

1. Cara pertama : Untuk menentukan FPB digunakan cara mendaftar faktor-faktor dari bilangan-bilangan itu. Kemudian diambil faktor persekutuan terbesar dari bilangan-bilangan itu.
   Contoh 1 : Tentukan FPB dari 18 dan 30
   Faktor 18 : 1 , 2 , 3 , 6, 9 ,18
   Faktor 30 : 1 , 2 , 3, 5 , 6 ,10 ,15, 30
   Faktor persekutuan dari 18 , dan 30 adalah 1 , 2 ,3 ,6
   Faktor persekutuan terbesar dari 18 dan 30 adalah 6

2. Cara kedua: Menentukan FPB dengan faktorisasi prima
   Contoh 2 : Tentukan FPB dari 96 dan 144

   a) Pertama tentukan faktorisasi prima dari tiap-tiap bilangan



b) Tentukan faktor persekutuan prima kemudian kalikan

96 = 2 x 2 x 2 x 2 x 3 x 2

144 = 2 x 2 x 2 x 2 x 3 x 3

FPB dari 96 dan 144 adalah 2 x 2 x 2 x 2 x 3 = 48

Tiap-tiap faktor yang memiliki pasangan digunakan untuk mecari FPB.

G. Kelipatan

Kelipatan suatu bilangan adalah hasil kali bilangan dengan faktor-faktor yang lain. Perkalian untuk menemukan kelipatan (Kaplan, 2004; 67).

1 x 5 = 5	2 x 5 = 10	3 x 5 = 15	
4 x 5 = 20	5 x 5 = 25	6 x 5 = 30	Kelipatan 5
7 x 5 = 35	8 x 5 = 40	9 x 5 = 45	
1 x 12 = 12	2 x 12 = 24	3 x 12 = 36	
4 x 12= 48	5 x 12= 60	6 x 12 = 72	Kelipatan 12
7 x 12= 84	8 x 12= 96	9 x 12 = 108	

Kelipatan dapat dikenalkan kepada siswa melalui masalah yang dijumpai anak. Misalnya : Seekor katak melompat dari pojok selatan kolam menuju pojok utara kolam dengan lintasan lurus. Jarak antara pojok utara kolam dengan pojok selatan kolam 10 dm. Setiap kali melompat katak berhenti sejenak dan setiap lompatan menempuh jarak 2 dm.

a. Jika titik awal melompat katak kita sebut nol, maka pada bilangan berapa saja katak itu berhenti sejenak sehingga sampai pada pojok utara? (Gambarkan lintasan yang ditempuh oleh katak itu!)
b. Bilangan yang menjadi tempat berhenti sejenak katak yaitu: ...,....,....,.....,....., disebut bilangan kelipatan 2

H. Kelipatan Persekutuan Terkecil

Bilangan terkecil (selain nol) yang merupakan kelipatan dari dua atau lebih bilangan disebut Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) suatu bilangan (Kaplan , 2004; 68)

Cara menentukan KPK

1. Cara pertama: Menentukan KPK dengan mendaftar kelipatan bukan nol dari bilangan – bilangan tersebut smpai ditemukan suatu pasangan.

   Contoh 1 : Tentukan KPK dari 8, 9, dan 12

Kelipatan 8 = 8, 16, 24 , 32 , 40 , 48 , 56 , 64 , 72 ,....
Kelipatan 9 =9 , 18, 27 , 36, 45, 54 , 63 , 72 ,....
Kelipatan 12 = 12, 24 , 36 , 48 , 60 , 72 ,....

Untuk menentukan kelipatan persekutuan dua bilangan bilangan dapat dilakukan dengan mendaftar kelipatan masing-masing bilangan, kemudian didaftar bilangan yang menjadi persekutuan dari dua bilangan itu. Itulah yang disebut kelipatan persekutuan dua bilangan. Apabila yang dicari adalah kelipatan persekutuan terkecilnya, maka dipilih kelipatan persekutuan yang paling kecil dari bilangan – bilangan tersebut.

2. Cara kedua: Menentukan KPK dengan faktorisasi prima

   Contoh 2 : Tentukan KPK dari 18 dan 30

1. tentukan faktorisasi prima tiap bilangan	2. Tentukan faktor persekutuannya	3. Kalikan faktor persekutuannya dengan faktor ekstra
18 = 2 x 3 x3 30 = 2 x 3x 5	18 = 2 x 3 x 3 30 = 2 x 3 x 5 Kedua bilangan memiliki 2 sebanyak 1 dan 3 sebanyak 1 .18 memiliki ekstra 3 dan 30 memiliki ekstra 5	2 x 3 x 3 x 5 Faktor ekstra Faktor persekutuan

KPK dari 18 dan 30 adalah 90

Dapatkah KPK dari dua bilangan dicari dengan cara mengalikan dua bilangan tersebut? menentukan KPK dua bilangan dengan cara mengalikan dua bilangan itu dapat terrjadi dalam kondisi khusus. Yaitu apabila kedua bilangan tersebut relatif prima. Relatif prima terjadi jika FPB dari dua bilangan tersebut 1.

Hal ini sesuai dengan pendapat yang dikemukakan Muhsetyo (1985: 110) Jika pembagi persekutuan terbesar dari dua bilangan bulat *a* dan *b* adalah *1*, maka *a* dan *b* disebut relative prima. Apabila dua bilangan relative prima maka PPTnya *1*. Jika PPT dua bilangan adalah *1*, maka KPKnya dapat dicari dengan cara mengalikan dua bilangan tersebut. Hal ini sesuai pendapat Muhsetyo (1985: 116). Jika *d* adalah PPT dari *a* dan *b* dan *m* adalah KPT dari *a* dan *b*, maka $dm = ab$. Dalil diatas menunjukkan cara lain mendapatkan KPT dari spasang bilangan , yaitu: KPT $(a,b) = ab$: PPT(a,b)

I. Keterbagian

Suatu bilangan cacah dapat habis dibagi oleh bilangan cacah yang lain jika sisa pembagiannya adalah nol. Ahli matematika telah menemukan pola untuk mempermudah menyatakan bahwa suatu bilangan habis dibagi yang lain.

Tabel 3.2 Tabel ciri-ciri keterbagian

Suatu bilangan habis dibagi oleh:	Jika:
2	Digit satuan 0, 2 , 4 , 6 , 8 (atau bilangan genap)
3	Jumlah digit-digitnya dapat dibagi 3
4	Dua digit terakhir habis dibagi 4
5	

	Digit terakhir 0 atau 5
6	Jika bilangan itu habis dibagi 2 dan habis dibagi 3
9	Jumlah digit-digitnya habis dibagi 9
10	Digit terakhir adalah 0

J. Latihan

1. Tentukan faktorisasi prima dari bilangan- bilangan berikut!
   a. 126 b. 308 c. 245 d. 663 e. 442
2. Buatlah pohon faktor untuk bilangan-bilangan berikut!
   a. 400 b. 315 c. 825 d. 390
3. Tuliskan faktor persekutuan dari pasangan bilangan berikut ini!
   a. 23 dan 64 b. 112 dan 84
   b. c. 62 dan 116 d. 15 dan 22
4. Tentukan Faktor Persekutuan Terbesar dari bilangan-bilangan di bawah ini!
   a. 65 dan 60 b. 280 dan 168
   b. c. 118, 7 dan 24 d. 12, 15, 125
5. Tentukan lima kelipatan persekutuan dari pasangan bilangan berikut!
   a. 50 dan 35 b. 14 dan 42
   b. c. 19 dan 10 d. 4 dan 14
6. Tentukan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dari bilangan-bilangan di bawah ini!
   a. 10 dan 40 b. 22 dan 56 c. 6, 38, dan 16
7. Tentukan KPK dari
   a. 3 dan 7
   b. 5 dan 8
   c. 7 dan 6

8. Ali dan Hamdi les piano di tempat yang sama. Ali les dua hari sekali, sedangkan Hamdi les tiga hari sekali. Pada akhir bulan Juni yaitu tanggal 30 Juni 2009 mereka memulai les piano bersama dan mereka melanjutkan les mereka sampai bulan akhir bulan Juli 2009.
   a. Tanggal berapa saja Hamdi les piano di bulan Juli 2009?
   b. Tanggal berapa saja Ali les piano di bulan Juli 2009?
   c. Setelah tanggal 30 Juni 2009, pada tanggal berapa sajakah mereka akan les piano bersama-sama di bulan Juli?
   d. Tanggal saat Hamdi les piano disebut kelipatan ....., sedangkan tanggal saat Ali les piano disebut kelipatan........ Bilangan yang menjadi kelipatan 2 dan 3 adalah ...., ...,.......,......,......,
9. Pada waktu memperingati HUT RI ayah memasang lampu warna merah dan hijau. Lampu warna hijau menyala 4 menit sekali dan lampu warna merah menyala 6 menit sekali. Pada pukul10.00 wib kedua lampu tersebut mulai dinyalakan bersama-sama. Kedua lampu itu akan dinyalakan sampai pukul 11.00 wib.
   a. Pada pukul berapa saja lampu hijau menyala dari pukul 10.00 wib?
   b. Pada pukul berapa saja lampu merah menyala dari pukul 10.00 wib?
   c. Setelah pukul 10.00 wib, pukul berapa sajakah kedua lampu itu menyala bersama-sama sampai pukul 11.00 wib?
   d. Setelah kedua lampu itu menyala bersama pada pukul 10.00 wib, berikutnya pada pukul berapakah lampu merah dan lampu hijau akan menyala bersama-sama untuk pertama kalinya?

10. Dua buah lampu di masjid Ulul Albab menyala secara berkala. Lampu I menyala setiap 15 detik dan lampu II menyala setiap 23 detik. Kapan kedua lampu menyala bersamaan pertama kali?
11. Saya memiliki beberapa buah jeruk. Jika buah jeruk tersebut saya masukkan kantong plastik sehingga setiap kantong plastik berisi 2 jeruk, ada satu jeruk yang tersisa. Jika saya masukkan kantong plastic sehingga setiap kantong berisi 3 jeruk maka ada satu jeruk yang tersisa. Jika saya masukkan kantong plastik sehingga satu kantong berisi 5 jeruk, maka juga ada satu jeruk yang tersisa. Berapa buah jeruk yang saya miliki?
12. Ahmad memainkan ketipung setiap 10 menit sekali dan Saiful memainkan seruling setiap 15 menit sekali. Amar memainkan gendang 5 menit sekali. Pada pukul 08.00 ketiga anak tersebut memainkan alat secara bersama-sama. Pada pukul berapa saja keduanya memainkan alat secara bersamaan, jika mereka bermain sampai pukul 09.30?
13. Alfi bersepeda motor berangkat dari kota A pukul 07.00 menuju kota B yang berjarak 125 km dengan kecepatan rata-rata 20km/jam. Pada saat yang bersamaan Bahrun berangkat dari kota B ke kota A dengan kecepatan rata-rata 30km/jam. Pada kilometer berapa dan pada pukul berapa Alfi dan Bahrun berpapasan di jalan!
14. Alfi bersepeda motor berangkat dari kota A pukul 08.00 menuju kota B yang berjarak 125 km dengan kecepatan rata-rata 20km/jam. Satu setegah jam kemudian Bahrun berangkat dari kota B ke kota A dengan kecepatan rata-rata 30km/jam. Pada kilometer berapa dan pada pukul berapa Alfi dan Bahrun berpapasan di jalan!
15. Dalam memperingati Isra' Mi'raj, Yusuf dan teman-

temannya ingin menghias mushalanya dengan merangkai lampu berwarna hijau, kuning dan merah. Terdapat persediaan lampu hijau, kuning, dan merah masing-masing sebanyak 45, 85, dan 105 buah. Ketiga lampu tersebut ingin dirangkai menjadi beberapa rangkaian yang memuat lampu hijau, kuning, dan merah dengan jumlah sama banyak.

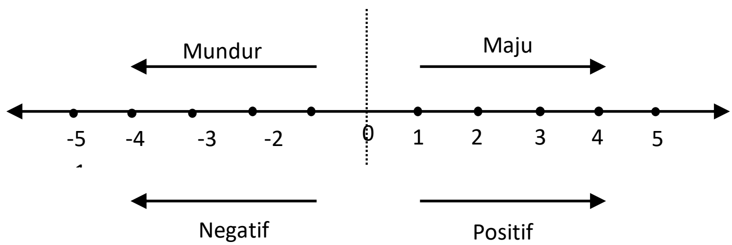
   a. Berapakah paling banyak rangkaian yang dapat dibentuk?
   b. Tentukan pula banyaknya lampu hijau, kuning dan merah dalam setiap rangkaian!

16. Sebuah yayasan membeli 12 lusin buku tulis dan 15 lusin bolpoin. Yayasan tersebut ingin memberikannya kepada beberapa anak yatim. Setiap anak yatim menerima buku tulis sama banyak dan bolpoin sama banyak.
    a. Berapa anak yatim yang dapat menerimanya?
    b. Berapa pula banyaknya buku tulis dan bolpoin yang dapat diterima oleh masing-masing anak?
17. Pada tanggal 1 Mei Sarah mulai menabung 1000 rupiah per hari. Delapan hari kemudian Fara mulai menabung 1500 rupiah per hari. Pada tanggal berapa tabungan mereka berjumlah sama?
18. Sandra membeli 48 tangkai bunga mawar merah dengan hargaRp. 5000,00 dan 36 tangkai bunga mawar putih dengan harga Rp. 4000,00. Ia mengikat bunga mawar merah dan putih menjadi beberapa ikat dengan komposisi sama. Bunga tersebut akan dijual dengan harga Rp. 2000,00 /ikat. Berapa keuntungan yang diperoleh Sandra?

BAB IV
BILANGAN BULAT

A. Pengenalan Bilangan Bulat

Himpunan bilangan bulat terdiri dari bilangan bulat negatif, bilangan nol dan bilangan bulat positif. Bilangan yang berjarak 2 satuan disebelah kanan 0 adalah + 2 (dibaca positif dua) , sedangkan yang berjarak 3 satuan disebelah kiri 0 adalah bilangan – 3 (dibaca negatif tiga). Demikian pula yang berjarak 5 satuan disebelah kanan 0 adalah bilangan + 5 (dibaca positif lima), sedangkan yang berjarak 5 satuan disebelah kiri 0 adalah bilangan – 5 (dibaca negatif lima).



Untuk mempermudah pengenalan bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif, dapat juga dikenalkan melalui kegiatan atau kejadian yang saling bertentangan di sekitar kita, misalnya:

1. Hutang diartikan sebagai bilangan negatif, misalnya hutang 1000 rupiah sama halnya punya uang -1000 rupiah.
2. Di negara empat musim suhu 6 derajat di bawah nol diartikan sebagai suhu -6 derajat.
3. Rugi diartikan sebagai bilangan negatif misalnya rugi 1000 rupiah sama halnya untung -1000 rupiah.
4. Tinggi selama ini diukur dari permukaan tanah keatas, sehingga tinggi selalu ditulis dalam bilangan positif, kedalaman diukur dari permukaan tanah kebawah, sehingga dapat dipandang sebagai ketinggian yang negatif.

B. Penjumlahan Bilangan Bulat

Pengajaran penjumlahan bilangan bulat memerlukan perhatian yang serius. Sebab banyak siswa yang mengalami nkesulitan dalam memahami operasi pada bilangan bulat. Sehingga diperlukan media yang sesuai. Salah satu media yang dapat digunakan adalah kartu bilangan sebagai model bilangan positif ataupun negative.

1. Aturan permainan kartu bilangan

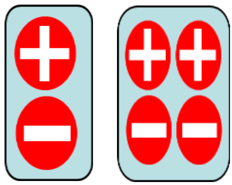
Kartu bilangan terdiri dari dua set kartu berbentuk lingkaran dengan muatan positif dan negative. Aturannya adalah sebagai berikut:

a. Buat kesepakatan untuk menetapkan kartu positif (untuk bilangan bulat positif) dan kartu negatif (untuk bilangan bulat negatif). Misalnya tetapkan kartu bermuatan positif sebagai kartu positif dan kartu bermuatan negatif sebagai kartu negatif.

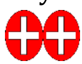
Gambar disamping menunjukkan bilangan positif

Gambar di samping menunjukkan bilangan negatif

b. Definisikan bilangan nol sebagai semua kartu berpasangan, artinya banyaknya kartu bermuatan positif sama dengan banyaknya kartu bermuatan negative. Gambar di bawah ini menunjukkan bilangan 0.

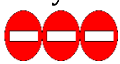


c. Definisikan suatu bilangan bulat positif sebagai banyaknya kartu bermuatan positif



Gambar disamping menunjukkan bilangan positif *2*

d. Definisikan suatu bilangan bulat negatif sebagai banyaknya kartu bermuatan negative



Gambar di samping menunjukkan bilangan negatif *3*

2. Aturan operasi penjumlahan

Penjumlahan diartikan sebagai menambah kartu. Langkah-langkah pengerjaan operasi penjumlahan sebagai berikut:

a. Difinisikan bilangan pertama menggunakan kartu-kartu
b. Tambahkan kartu sebagai dengan bilangan yang kedua
c. Susunan terakhir menunjukkan bilangan hasil penjumlahan

Contoh :

1) 2 + 3 = ……..
   a) Definisikan bilangan pertama (2), dengan dua kartu bermuatan positif.

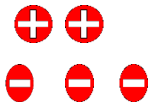
   b) Tambahkan 3 kartu bermuatan positif pada bagian atas sehingga terbentuk susunan baru

   c) Hasilnya 5 kartu bermuatan positif , artinya 2 + 3 = 5

2) 2 + (- 3) = …..
   a. Definisikan bilangan pertama (2), dengan dua kartu bermuatan positif.

   b. Tambahkan 3 kartu bermuatan negative pada bagian atas sehingga terbentuk susunan baru

c. Hasilnya adalah 2 kartu berpasangan dan satu kartu bermuatan negative. Sehingga 2 + (- 3) = - 1

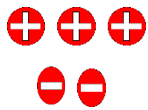


3) – 2 + 3 = ……

a. Definisikan bilangan pertama (-2), dengan dua kartu bermuatan negative!

b. Tambahkan 3 kartu bermuatan negative pada bagian atas sehingga terbentuk susunan baru

c. Hasilnya adalah 2 kartu berpasangan dan satu kartu bermuatan positif. Sehingga - 2 + 3 = -1



4) – 2 + (- 3) = ……

a. Definisikan bilangan pertama (2), dengan dua kartu bermuatan negatif.

b. Tambahkan 3 kartu bermuatan negative pada bagian atas sehingga terbentuk susunan baru

c. Hasilnya adalah 5 kartu bermuatan negatif. Sehingga $-2 + (-3) = -5$

Dari langkah-langkah di atas diharapkan dapat dibuat kesimpulan sebagaimana penjelasan di bawah ini.

Untuk *a* dan *b* bilangan bulat positif berlaku:

1. Bilangan positif ditambah bilangan positif hasilnya bilangan positif
2. Bilangan positif ditambah bilangan negatif hasilnya bilangan negatif jika $a < b$
3. Bilangan positif ditambah bilangan negative hasilnya adalah bilangan positif jika $a > b$
4. Bilangan negative ditambah bilangan negative hasilnya adalah bilangan negatif.

C. Pengurangan Bilangan Bulat

Pengurangan diartikan sebagai mengambil kartu. Langkah-langkah pengerjaan operasi pengurangan sebagai berikut:

a. Definisikan bilangan pertama menggunakan kartu-kartu
b. Ambil kartu sesuai dengan bilangan yang kedua
c. Susunan terakhir menunjukkan bilangan hasil pengurangan

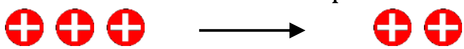
Contoh:

1) *3 – 2 =………*

   a. Definisikan bilangan pertama *3* yang dapat dimodelkan dengan *3* kartu bermuatan positif

   b. Ambil *2* kartu bermuatan positif, sehingga tersisa *1* kartu bermuatan positif

   Diambil 2 kartu bermuatan positif

   c. Hasilnya tersisa *1* kartu bermuatan positif , sehingga *3 – 2 = 1*

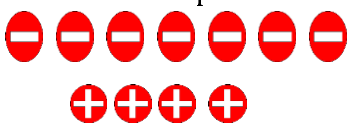
   

2) *– 3 – (4) = ……..*

   a. Bilangan pertama -*3* yang dapat dimodelkan dengan *3* kartu bermuatan negatif

   b. Ambil *4* kartu bermuatan positif, karena semua kartu bermuatan negative maka tambahkan nol agar dapat diambil kartu yang bermuatan positif. Selanjutnya ambil *4* kartu bermuatan positif

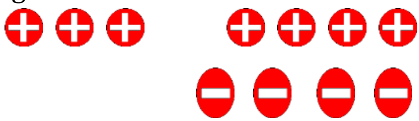
   Hasilnya tersisa 7 kartu bermuatan negatif , sehingga *- 3 – (4) = -7*

3) 3 – (- 4) = ……

a. Definisikan bilangan pertama *3* yang dapat dimodelkan dengan *3* kartu bermuatan positif

b. Ambil *4* kartu bermuatan negative, karena semua kartu bernilai positif, maka tambahkan nol sebanyak yang diperlukan. Selanjutnya ambil *4* kartu bermuatan negative.

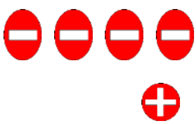


c. Hasilnya tersisa *7* kartu bermuatan positif, sehingga *3 – (- 4) = 7*

4) -3 - (- 4) = ……

a. Definisikan bilangan pertama *-3* yang dapat dimodelkan dengan *3* kartu bermuatan negative

b. Ambil *4* kartu bermuatan negatif. Karena hanya ada *3* kartu bermuatan negative maka tambahkanlah nol, selanjutnya ambil *4* kartu bermuatan negative.



c. Hasilnya tersisa *1* kartu bermuatan positif, sehingga $-3 - (-4) = 1$

Dari penjelasan di atas dapat disimpulkan bahwa: *untuk setiap dua bilangan bulat a dan b, a – b merupakan penjumlahan dari a dengan lawan b.*

$$a - b = a + (-b)$$

Sehingga dalam menyelesaikan operasi pengurangan pada bilangan bulat dapat diselesaikan dengan mengubah opersasi pengurangan menjadi operasi penjumlahan, dan bilangan pengurangya diganti dengan lawan dari pengurang tersebut. Selanjutnya dapat diselesaikan menggunakan aturan penjumlahan bilangan bulat.

D. Perkalian Bilangan Bulat

Perkalian bilangan bulat dapat diajarkan dengan beberapa cara, antara lain menggunakan garis bilangan, permainan dosa dan pahala, serta penggunaan pola. Namun pada buku ini pengajaran perkalian bilangan bulat dijelaskan menggunakan pola. Perkalian pada bilangan bulat menggunakan pola dapat dijelaskan sebagai berikut:

a. Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif menggunakan penjumlahan berulang.
   Contoh: $4 \times 6 = 6 + 6 + 6 + 6 = 24$

b. Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif menggunakan penjumlahan berulang.

Contoh: $4 \times -6 = (-6) + (-6) + (-6) + (-6) = -24$

c. Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif menggunakan pola:

Contoh: Untuk menjelaskan *(-2) x (3)* kita menggunakan pola sebagai berikut:

Kita mengalikan bilangan bulat positif (misalnya dipilih *2*) dengan *3* kemudian bilangan yang depan diturunkan satu. Hasilnya dicari dengan melihat pola, selalu turun 3 sehingga diperoleh hasil perkalian bilangan positif dengan bilangan negatif.

2 x 3 = 6

1 x 3 =3

0 x 3 =0

-1 x 3 = -3

-2 x 3 = -6

d. Perkalian bilangan negatif dengan bilangan negatif.

Penyelesaian perkalian bilangan negative dengan bilangan negative dapat dilakukan dengan menggunakan pola. Bilangan pengali turun satu, bilangan yang dikali tetap (bilangan negatif). Akan tampak bahwa hasil kalinya naik, Contoh perkalian *-2 x -3.*

$$2 \times (-3) =$$
$$1 \times (-3) = -3$$
Depan turun satu $$0 \times (-3) = 0$$ Hasilnya naik tiga
$$(-1) \times (-3) = 3$$
$$(-2) \times (-3) = 6$$

Setelah diberikan beberapa contoh, siswa diajak untuk membuat kesimpulan bahwa:

a. Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif hasilnya bilangan bulat positif.
b. Perkalian bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif hasilnya bilangan bulat negatif.
c. Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif hasilnya bilangan bulat negatif.
d. Perkalian bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif hasilnya bilangan bulat positif.

E. Pembagian Bilangan Bulat

Pada dasarnya operasi pembagian adalah mencari faktor bilangan yang belum diketahui,

Seperti: $2 \times \mathrm{n} = 6$, berapakah *n* ?

Sehingga operasi pembagian didefinisikan sebagai lawan operasi perkalian sehingga pernyataan di atas sama dengan $6 : 2 = n$

Dengan demikian penjelasan operasi pembagian menggunakan operasi perkalian $a : b = c$ berarti $b \times c = a$; b≠0

Pembagian bilangan bulat dapat diselesaikan sebagaimana pembagian pada bilangan cacah. Adanya bilangan positif dan bilangan negative memungkinkan adanya beberapa jenis bentuk pembagian pada bilangan bulat. Terdapat 4 jenis bentuk pembagian pada bilangan bulat yaitu:

a. Pembagian bilangan positif oleh bilangan positif
   Pembagian bilangan positif oleh bilangan positif menghasilkan bilangan positif. Contoh: *10 : 5 = 2*. Positif *10* dibagi oleh positif *5* hasilnya adalah positif *2.* Apabila dilakukan pengecekan menggunakan aturan perkalian bilangan bulat yaitu positif *2* dikalikan dengan positif *5* hasilnya adalah positif *10*. Hal ini menunjukkan bahwa *10 : 5 = 2* bernilai benar.

b. Pembagian bilangan positif oleh bilangan negative
   Pembagian bilangan positif oleh bilangan negatif menghasilkan bilangan negatif. Contoh: *10 : (- 5) = -2*. Positif *10* dibagi oleh negatif *5* hasilnya adalah negatif 2. Apabila dilakukan pengecekan menggunakan aturan perkalian bilangan bulat yaitu negatif *2* dikalikan dengan negatif *5* hasilnya adalah positif *10*. Hal ini menunjukkan bahwa *10 : (- 5) = -2*, bernilai benar.

c. Pembagian bilangan negative oleh bilangan positif
   Pembagian bilangan negatif oleh bilangan positif menghasilkan bilangan negatif. Contoh: *- 10 : 5 = - 2*. Negatif *10* dibagi oleh positif *5* hasilnya adalah

negatif 2. Apabila dilakukan pengecekan menggunakan aturan perkalian bilangan bulat yaitu negatif *2* dikalikan dengan positif *5* hasilnya adalah negatif *10*. Hal ini menunjukkan bahwa *10 : (- 5) = - 2*, bernilai benar.

d. Pembagian bilangan negative dengan bilangan negatif
Pembagian bilangan negatif oleh bilangan negatif menghasilkan bilangan positif. Contoh: *-10 : (- 5) = 2*. Negatif *10* dibagi oleh negatif *5* hasilnya adalah positif 2. Apabila dilakukan pengecekan menggunakan aturan perkalian bilangan bulat yaitu negatif *2* dikalikan dengan negatif *5* hasilnya adalah positif *10*. Hal ini menunjukkan bahwa *-10 : (- 5) = 2*. bernilai benar.

F. Sifat-Sifat Bilangan Bulat

1. Tertutup terhadap operasi penjumlahan, pengurangan dan perkalian
2. Berlaku sifat komutatif pada operasi penjumlahan dan perkalian
3. Memiliki unsur identitas
4. Memiliki invers
5. Berlaku sifat asosiatif pada operasi penjumlahan dan perkalian
6. Berlaku sifat distributive perkalian terhadap penjumlahan dan distributive perkalian terhadap pengurangan

G. Latihan

1. Suhu badan seorang penderita typus selama 5 hari berturut-turut $37^o, 39^o, 38^o, 37{,}5^o, 36{,}5^o$. Berapa suhu

paling panas yang dialami oleh penderita typus tersebut?

2. Suhu di Antartika selama *5* hari berturut-turut $-20^o, -27^o, -30^o, -19^o, -23^o$. Berapa suhu paling dingin dalam lima hari tersebut?
3. Selesaikan penjumlahan *3 + (-5)* menggunakan kartu bilangan!
4. Selesaikan perkalian *5 x (-7)* menggunakan pola!
5. Jika suhu sekarang *36 C*, tentukan:
    a. Suhu *4* jam mendatang apabila tiap jam suhu naik *2 C* ? Jelaskan bagaimana kamu sampai pada jawaban tersebut!
    b. Suhu *4* jam yang lalu apabila tiap jam suhu naik *2 C*? Jelaskan bagaimana kamu sampai pada jawaban tersebut!
    c. Suhu *4* jam mendatang apabila tiap jam suhu turun *2 C*? Jelaskan bagaimana kamu sampai pada jawaban tersebut!
    d. Suhu *4* jam yang lalu apabila tiap jam suhu turun *2 C*? Jelaskan bagaimana kamu sampai pada jawaban tersebut!
6. Lengkapilah pernyataan berikut sehingga bernilai benar!

    a. *4 + ... = -10*

    b. 6 + …… = 10

    c. -6 x …… = -12

    a. -15 : ……. = -3
    b. -4 - ..... = 7
    c. 24 :…… = -8
7. Selesaikanlah!
    a. (-34) x 46 x 12 x (-13)

   b. *(-22) x 17 x 12 + 50*
   c. *46 x (-65) + 500*
   d. *625 : (- 25) + 250*
8. Jelaskan hasil penjumlahan bilangan positif dengan bilangan negatif!
9. Jelaskan hasil pengurangan bilangan negatif dengan bilangan positif!
10. Jelaskan langkah-langkah untuk mengajarkan pengurangan *7000 – 1236*!
11. Jelaskan hasil pengurangan bilangan negatif dengan bilangan negatif!

BAB V
PECAHAN

D**<u>efinisi Pecahan</u>**: Lambang bilangan yang terdiri dari bilangan bulat a dan b; b ≠ 0 dengan bentuk $\frac{a}{b}$, a/b, atau a: b yang merupakan penyelesaian bx = a

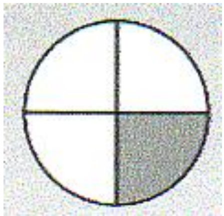
A. Konsep Pecahan

Konsep pecahan dapat ada 3 yaitu konsep bagian dari keseluruhan, dan konsep pembagian. Konsep-konsep tersebut akan diuraikan berikut ini.

1. Konsep bagian dari keseluruhan

Pada umumnya pecahan dinyatakan dengan konsep bagian dari suatu keseluruhan. Pecahan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, bilangan pada bagian bawah yang dinotasikan dengan *b* merupakan bilangan yang menunjukan banyaknya bagian yang sama dari suatu keseluruhan. Sedangkan *a* merupakan banyaknya bagian yang dimaksud (Bennett, 2004: 276).

Contoh : Pada gambar di bawah ini ada sebuah lingkaran yang dibagi menjadi *4* bagian yang kongruen. Jika diambil satu potong maka dikatakan bahwa bagian yang diambil adalah $\frac{1}{4}$. Bagian yang telah diambil diilustrasikan dengan satu bagian yang diarsir. Satu menunjukkan bagian yang dimaksud dan *4* menunjukkan banyaknya keseluruhan yang masing - masing ukurannya sama.



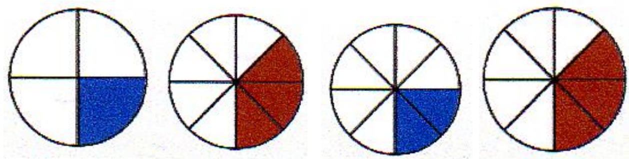
Gambar 4.1 Model pecahan $\frac{1}{4}$

2. Konsep pembagian

Untuk menyelesaikan pembagian 15 : 30 dapat dilakukan dengan cara " Ada berapa 30an dalam 15?". Jika kita membagi 15 kue kepada 30 orang sehingga tiap orang mendapat bagian yang sama, maka tiap orang akan mendapatkan setengah sehingga $15 \div 30 = \frac{1}{2}$.

B. Penulisan Pecahan

Setelah paham konsep pecahan sederhana, maka langkah selanjutnya adalah memahami penulisan pecahan dengan menggunakan model-model alat peraga seperti tampak pada gambar 4.2.

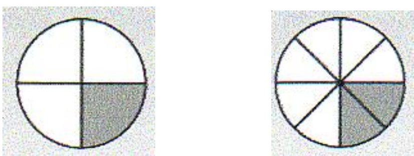


(a) (b) (c) (d)

Gambar 4.2 Model pecahan

Bagian yang diarsir pada gambar (a) menunjukkan pecahan $\frac{1}{4}$, sedangkan pada gambar (b) daerah yang diarsir merupakan pecahan $\frac{3}{8}$, dan pecahan pada gambar (c) daerah yang diarsir menunjukkan pecahan $\frac{2}{8}$. Sedangkan pada gambar (d) daerah yang diarsir menunjukkan pecahan $\frac{3}{8}$.

Adalah pecahan-pecahan yang penulisannya berbeda tetapi mewakili bagian atau daerah yang sama. Sehingga pecahan-pecahan senilai mempunyai nilai yang sama. Pada gambar 4.2 tampak bahwa daerah yang berukuran $\frac{1}{2}$ sama dengan $\frac{2}{4}$ sama dengan $\frac{4}{8}$. Selain cara di atas, ada cara lain untuk menujukkan pecahan senilai. Perhatikan daerah yang diarsir pada gambar 4.3 berikut!



(a) (b)

Gambar 4.3 Model pecahan senilai

Pada gambar 4.3a daerah yang diarsir menunjukkan pecahan $\frac{1}{4}$. sedangkan Pada gambar 4.4b daerah yang diarsir menunjukkan pecahan $\frac{2}{8}$. Jika diperhatikan luas daerah yang diarsir pada gambar a dan b sama . Sehingga dapat dikatakan bahwa $\frac{1}{4}$ sama dengan $\frac{2}{8}$. Atau $\frac{1}{4}$ senilai dengan $\frac{2}{8}$.

Cara cepat untuk memperoleh pecahan senilai adalah dengan mengalikan pembilang dan penyebut dengan bilangan tak nol yang sama. Contoh :

$$\frac{1}{2} = \frac{1\times 2}{2\times 2} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1\times 3}{2\times 3} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1\times 4}{2\times 4} = \frac{4}{8}$$

Jadi dua pecahan dikatakan senilai jika pembilang dan penyebut pada pecahan pertama berbeda dengan pembilang dan penyebut pada pecahan kedua, namun kedua pecahan tersebut menyatakan bilangan yang sama.

C. Perbandingan Pecahan

Langkah membandingkan dua pecahan atau lebih pada garis bilangan yaitu dengan mengamati letak pecahan tersebut pada garis bilangan. Jika suatu pecahan berada di sebelah kiri dari pecahan yang lain, maka dikatakan pecahan tersebut kurang dari pecahan pembandingnya.

Langkah mudah untuk membandingkan pecahan adalah dengan menyamakan penyebutnya. Jika penyebutnya sama tinggal mengamati pembilangnya. Jika dua pecahan memiliki penyebut yang sama, pembilang pada pecahan pertama lebih dari pembilang pada pecahan kedua, maka dikatakan bahwa pecahan pertama lebih dari pecahan kedua.

Cara lain untuk membandingkan dua pecahan yaitu dengan mengalikan pembilang pada pecahan pertanma dengan penyebut pada pecahan kedua dan mengalikan pembilang pada pecahan kedua dengan penyebut pada pecahan pertama. Contoh, untuk membandingkan setengah dengan seperempat dapat dilakukan langkah berikut ini: Kalikan 1 dengan 4 diperoleh 4. Kalikan 2 dengan 2 diperoleh 4. Karena 4 = 4 maka dikatakan $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

$$\frac{1}{2} \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{2}{4}$$

1x 4   2 x2

4   4

1. Pengurutan Dua pecahan

Membandingkan dua pecahan dengan memberi tanda < , = ,atau >

Langkah-langkah untuk mengurutkannya:

a) Jika kedua pecahan tersebut berpenyebut sama maka tinggal melihat pembilangnya
b) Jika kedua pecahan tersebut tidak sama maka samakan penyebutnya.

1) Contoh: Untuk mengurutkan $\frac{1}{4}$ dengan $\frac{3}{4}$ dapat dilakukan dengan cara: 1karena dua

pecahan tersebut berpenyebut sama akan tampak bahwa 1 < 3 sehingga $\frac{1}{4} < \frac{3}{4}$

2) Untuk dapat mengurutkan $\frac{1}{4}$ dan $\frac{2}{3}$ perlu menyamakan penyebutnya. KPK dari penyebut kedua pecahan tersebut adalah 12.

3) $\frac{1}{4}$ ekuivalen dengan $\frac{3}{12}$, $\frac{2}{3}$ ekuivalen dengan $\frac{8}{12}$. Karena 3 < 8 maka $\frac{3}{12} < \frac{8}{12}$, sehingga $\frac{1}{4} < \frac{2}{3}$

2. Mengurutkan Tiga Pecahan

Kita gunakan sifat; Jika a, b, c, bilangan–bilangan cacah a < b dan b < c maka a < b < c. Langkah-langkah mengurutkan tiga pecahan adalah:

a. Jika ketiga pecahan berpenyebut sama maka dapat langsung diurutkan.

b. Jika ketiga pecahan tersebut berpenyebut tidak sama maka disamakan dulu penyebutnya. Contoh:

1) Urutkan $\frac{2}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}$! Jawab: Karena pecahan-pecahan tersebut mempunyai penyebut sama maka dapat langsung diurutkan yaitu $\frac{1}{4} < \frac{2}{4} < \frac{3}{4}$.

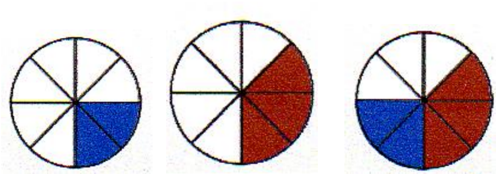
2) Urutkan $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}$ dan $\frac{1}{2}$! Jawab: KPK dari 4, 6 dan 2 adalah 12. Jadi $\frac{3}{4}$ ekuivalen $\frac{9}{12}$, $\frac{5}{6}$ ekuivalen $\frac{10}{12}$, $\frac{1}{2}$ ekuivalen $\frac{6}{12}$. Sehingga urutannya $\frac{1}{2} < \frac{5}{6} < \frac{3}{4}$

D. Penjumlahan Pecahan

Penjumlahan pada pecahan ada dua macam, yaitu penjumlahan pecahan yang penyebutnya sama atau penjumlahan pecahan dengan penyebut berbeda.

1. Penjumlahan pecahan berpenyebut sama

Penjumlahan pecahan berpenyebut sama dapat dilakukan dengan menggunakan media. Penjumlahan $\frac{2}{8} + \frac{3}{8}$ dapat diilustrasikan sebagai berikut :



$$\frac{2}{8} \quad + \quad \frac{3}{8} \quad = \quad \frac{5}{8}$$

Penjumlahan pecahan berpenyebut sama dapat dilakukan dengan cara bilangan – bilangan pada pembilang dijumlahkan, sedangkan penyebutnya tetap.

Untuk a, b, c bilangan bulat dengan c ≠ 0 , maka $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$

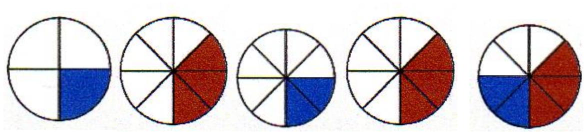
Contoh:

a. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2} = \frac{2}{2}=1$

b. $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}$

2. Penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda

Penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda dapat diilustrasikan sebagai berikut:



$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

Gambar 4.4 model penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda

Pada Gambar 4.4, $\frac{1}{4}$ senilai dengan $\frac{2}{8}$. sehingga $\frac{1}{4}$ dapat diganti dengan $\frac{2}{8}$. Karena penyebutnya sudah sama, maka operasi tersebut dapat langsung diselesaikan. Hasilnya adalah $\frac{5}{8}$. Penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda dapat dilakukan dengan cara menyamakan penyebut pecahan pecahan tersebut, selanjutnya menjumlahkannya sebagaimana penjumlahan pecahan berpenyebut sama yang telah dibicarakan sebelumnya.

Contoh: $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{1+2}{4}=\frac{3}{4}$

Secara umum penjumlahan pecahan dapat diselesaikan dengan aturan berikut: " Untuk a, b, c, d bilangan bulat dengan c ≠ 0; d ≠ 0 , maka $\frac{a}{c}+\frac{b}{d}=\frac{ad+bc}{cd}$

E. Pengurangan Pecahan

1. Pengurangan pada pecahan berpenyebut sama.

Pengurangan pecahan berpenyebut sama dilakukan dengan cara mengurangkan bilangan – bilangan pada pembilang dan penyebutnya tetap. Aturan penyelesaian operasi pengurangan padapecahan berpenyebut sama adalah *" Untuk a, b, c bilangan bulat dengan c ≠ 0 , maka* $\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$

Contoh

a. $\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$

b. $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{2}{4}$

2. Pengurangan pecahan berpenyebut berbeda

   Pengurangan pecahan berpenyebut berbeda dapat dilakukan dengan cara menyamakan penyebut pecahan pecahan tersebut, selanjutnya mengurangkannya sebagaimana pengurangan pecahan berpenyebut sama yang telah dibicarakan sebelumnya.

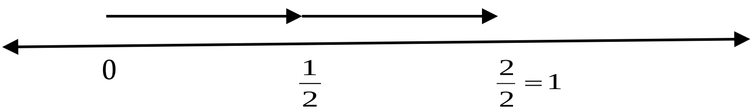
   Contoh: $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$

   Secara umum pengurangan pecahan dapat diselesaikan dengan aturan berikut: " Untuk a, b, c, d bilangan bulat dengan c ≠ 0; d ≠ 0 , maka $\frac{a}{c}-\frac{b}{d}=\frac{ad-bc}{cd}$

F. Perkalian Pecahan

1. Perkalian bilangan asli dengan pecahan

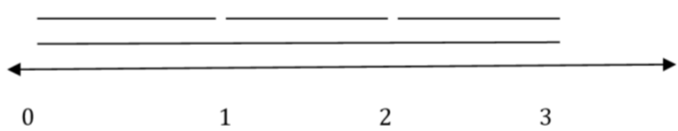
Pada kasus ini perkalian dinyatakan sebagai penjumlahan berulang. Ilustrasi untuk perkalian $2x\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1$ dinyatakan oleh Gambar 4.5. Pada gambar 4.5 diilustrasikan bahwa sebagai penjumlahan sehingga diperoleh hasil atau 1.



Gambar 4.5 Perkalian bilangan asli dengan pecahan

2. Perkalian pecahan dengan bilangan asli

Perkalian $\frac{1}{3}x3$ dapat diselesaikan dengan terlebih dahulu memberi makna perkalian $\frac{1}{3}x3$ tersebut. $\frac{1}{3}x3$ Artinya adalah sepertiga dari 3 sehingga diperoleh hasil akhir 1 sebagai jawabannya. Perkalian tersebut dapat diilustrasikan menggunakan garis bilangan berikut ini:



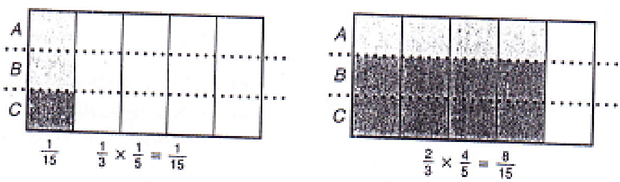
Gambar 4.6 Perkalian pecahan dengan bilangan asli

Pada gambar di atas 3 satuan dibagi menjadi 3 bagian yang berukuran sama, sehingga masing – masing panjangnya satu satuan. Karena yang ditanyakan adalah sepertiga dari tiga maka solusi dari masalah tersebut adalah 1.

3. Perkalian pecahan dengan pecahan

Perkalian pecahan dengan pecahan dapat diilustrasikan oleh gambar 4.7(a) dan 4.7(b). Pada gambar 4.7(a) tersebut diilustrasikan bahwa perkalian sebagai berikut :

1. Bagilah bagian yang horizontal menjadi 5 bagian yang berukuran sama. Kemudian tandai satu bagian yaitu $\frac{1}{5}$ bagian
2. Bagilah bagian yang vertical menjadi 3 bagian yang berukuran sama, kemudian tandai yang bagian yaitu $\frac{1}{3}$ bagian
3. Karena yang diminta adalah $\frac{1}{5}$ dari $\frac{1}{3}$ maka yang merupakan hasilnya adalah 1 bagian yang diarsir pada gambar tersebut.
4. Terdapat 15 bagian yang berukuran sama pada gambar tersebut. Hasil perkalian adalah bagian yang diarsir yaitu 1 dari keseluruhan sebanyak 15 bagian yang kongruen, sehingga hasilnya adalah $\frac{1}{15}$



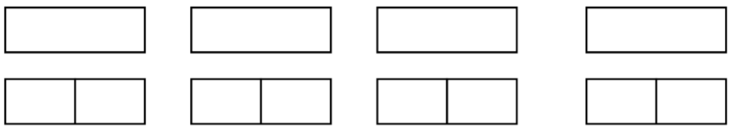
(a) (b)

Gambar 4.7 Perkalian Pecahan dengan Pecahan

Dengan langkah yang sama operasi perkalian $\frac{2}{3} x \frac{4}{5}$ pada Gambar 4.7(b) dapat diselesaikan. Secara umum *perkalian pada pecahan dapat diselesaikan dengan aturan berikut: " Untuk a, b, c, d bilangan bulat dengan $c \neq 0; d \neq 0$, maka* $\frac{a}{c} x \frac{b}{d} = \frac{ab}{cd}$

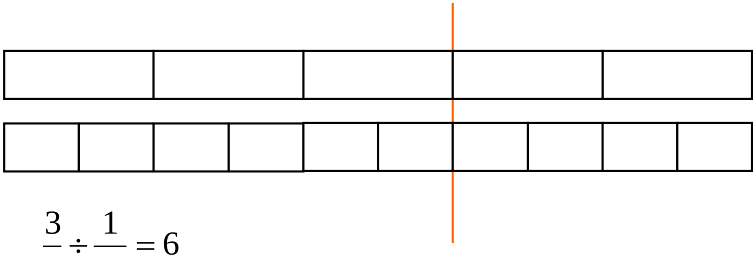
G. Pembagian Pecahan

Pembagian pecahan dapat ditunjukkan sama seperti pembagian bilangan cacah. Makna pembagian bilangan cacah direpresentasikan dengan konsep pengukuran (pengurangan berulang sehingga sisanya nol). Contoh, untuk menjelaskan 15 : 3 dinyatakan dengan berapa kali harus mengurangkan 3 dari 15? Itu serupa dengan 4 : ½ yang juga dapat dikatakan berapa kali harus mengurangkan ½ dari 4.



Sehingga 4: ½ = 8

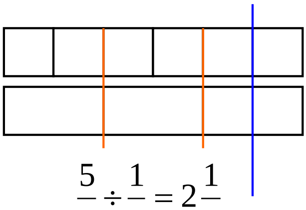
Intepretasi ini dilanjutkan bagaimana jika pecahan dibagi dengan pecahan yang hasilnya bilangan bulat. Misalnya $\frac{3}{5} \div \frac{1}{10}$ yang artinya berapa kali harus mengurangkan $\frac{1}{10} dari \frac{3}{5}$. Itu dapat diilustrasikan seperti gambar di bawah ini.



$$\frac{3}{5} \div \frac{1}{10} = 6$$

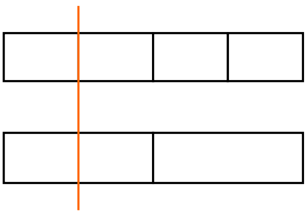
Hal ini dilanjutkan bagaimana jika hasilnya bukan bilangan bulat misalnya

$\frac{5}{6} \div \frac{1}{3}$. Hal itu dapat diilustrasikan sebagai berikut



$$\frac{5}{6} \div \frac{1}{3} = 2\frac{1}{2}$$

Selanjutnya bagaimana jika hasilnya pecahan sempurna. Contoh ¼ : ½ .Yang maknanya ada berapa ½ dalam ¼ . Hal itu dapat diilustrasikan seperti gambar di bawah ini.



$$\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Ternyata ada ½ setengahan dalam ¼ sehingga $\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Pembagian pecahan dapat diselidiki dengan pendekatan sebagaimana yang dikemukakan D'Augustin

(1992), yaitu: (1) Pembagian diubah ke bentuk pecahan; (2). Mengalikan penyebut dengan kebalikannya sehingga hasil perkalian itu 1 dan pembilang juga dikalikan dengan bilangan yang sama yang digunakan untuk mengalikan penyebut agar pecahan tersebut tetap sama nilainya; (3) menyelesaikan operasi perkalian pecahan.

Contoh: ¼ : ½

$$\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{2}{1}}{\frac{1}{2} \times \frac{2}{1}} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{2}{1}}{1} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Dari sini tampak bahwa tanda bagi berubah menjadi tanda kali dan bilangan sesudah tanda bagi merupakan kebalikanya.

Secara umum pembagian pecahan dapat diselesaikan sebagaimana yang dikemukakan oleh Bennett (2004, 312) yaitu: *Untuk sebarang pecahan a/b dan c/d dimana c/d tidak sama dengan nol*

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

H. Sifat-Sifat Bilangan Rasional

Untuk setiap bilangan rasional berlaku

a. Bersifat tertutup. Himpunan bilangan rasional tertutup pada operasi penjumlahan dan perkalian. Bilangan rasional *a*, dan *b*, *a + b* dan *a x b* juga bilangan rasional.

b. Bersifat komutatif. Penjumlahan dan perkalian bersifat komutatif. Untuk bilangan rasional *a*, dan *b*, *a + b = b + a* dan *a x b = b x a*

c. Bersifat asosiatif. Penjumlahan dan perkalian bersifat asosiatif. Untuk bilangan rasional *a*, *b*, dan *c*, $(a + b) + c = a + (b + c)$ dan $(a \text{ x } b) \text{ x } c = a \text{ x } (b \text{ x } c)$

d. Unsur identitas. Identitas penjumlahan adalah 0, dan identitas perkalian adalah 1. untuk bilangan *b*, ada elemen identitas yang unik untuk 0 dan 1 yaitu $0 + b = b$ dan $1 \text{ x } b = b$

e. Memiliki invers. Untuk setiap bilangan rasional ada invers untuk penjumlahan untuk setiap bilangan rasional bukan nol, dan juga invers untuk perkalian. Dengan kata lain, untuk bilangan rasional *b* ada invers untuk penjumlahan yaitu $-b$ sehingga $b + (-b) = 0$ dan untuk setiap bilangan rasional dimana $c \neq 0$ ada bilangan rasional $\frac{1}{c}$ dimana $cx\frac{1}{c} = 1$

f. Sifat distributif. Distribusi perkalian terhadap penjumlahan untuk bilangan rasional *a*, *b*, dan *c*, $a \text{ x } (b + c) = a \text{ x } b + a \text{ x } c$

I. Latihan 3

1. Selesaikan operasi penjumlahan berikut ini!

   a. $\frac{1}{12} + \frac{10}{12}$ b. $\frac{1}{5} + \frac{10}{12}$ c. $\frac{2}{9} + \frac{5}{11}$

2. Selesaikaan operasi pengurangan di bawah ini!

   a. $\frac{1}{5} - \frac{2}{15}$ b. $\frac{4}{7} - \frac{7}{8}$ c. $\frac{6}{11} - \frac{5}{12}$

3. Selesaikan operasi perkalian di bawah ini!

   a. $6 \times \frac{3}{5}$ b. $\frac{1}{5} \times \frac{10}{12}$ c. $\frac{3}{7} \times \frac{14}{9} =$

4. Temukan dan jelaskan alasan yang mungkin untuk kesalahan hitungan berikut:

$$\frac{3}{8} x \frac{1}{2} = \frac{6}{8}$$

5. Selesaikan soal berikut dan tunjukkan langkahnya!

$$8 - 3\frac{6}{8}$$

6. Ani menderita suatu penyakit. Ia pergi ke dokter. Dokter memberikan obat sebanyak 5 tablet. Aturan minumnya adalah ½ tablet tiap kali minum. Untuk berapa kali minumkah obat tersebut, jika obat itu dimimum sampai habis?
7. Buatlah masalah kontekstual yang menyatakan perkalian $\frac{1}{2}$ dengan $\frac{1}{2}$!
8. Pak Ali memiliki 7 kertas yang berukuran sama. Kertas – kertas tersebut akan dibagikan kepada 5 orang anak sehingga tiap anak mendapatkan bagian yang sama. Bagaimana cara pak Ali membagi kertas- kertas tersebut!
9. Bu Rina adalah penjual nasi bungkus. Ia akan membuat nasi bungkus sesuai dengan bahan yang tersedia. Setiap nasi bungkus ada $\frac{1}{2}$ telur asin sebagai lauknya. Bu Rina memiliki 30 telur asin, berapa maksimal banyaknya nasi bungkus yang dapat dibuat oleh Bu Rina?
10. Lima kilogram ikan dan ¼ kg ayam total harganya Rp. 34.000,00. Harga 1 kilogram ayam Rp. 12.000,00. Berapa harga 1 kilogram ikan?
11. Selasaikan perkalian ¼ dengan ½ menggunakan model persegi panjang!

12. Seorang pedagang buah membeli barang dagangan. Setelah tiga hari, ternyata ada beberapa jenis buah yang busuk, yaitu $\frac{1}{4}$ kilogram jeruk, $2\frac{1}{2}$ kilogram salak, dan $\frac{1}{2}$ kilogram jambu. Jika harga beli jeruk Rp. 3.000,- per kilogram, salak Rp. 2.500,- per kilogram , dan jambu Rp. 4.000,- per kilogram, berapa kerugian yang diderita pedagang?
13. Bahrun memiliki 4 kg gula yang akan dijual kembali. Gula tersebut akan ditempatkan pada kantong plastik dimana setiap tiap kantong berisi $\frac{2}{3}$ kg. Berapa minimal banyaknya kantong plastik yang diperlukan untuk menempatkan gula tersebut!
14. Jelaskan langkah- langkah untuk mengajarkan penjumlahan pecahan berpenyebut berbeda!

BAB VI
DESIMAL

A. Pendahuluan

Desimal dapat digunakan untuk menyatakan bilangan yang sangat besar ataupun bilangan yang sangat kecil, yang tidak dapat dinyatakan dengan bilangan bulat ataupun rasional. Misalnya diameter atom yang sangat kecil yaitu 0,000000024 cm ataupun diameter elektron 0,00000000000056354 cm. Selain untuk menyatakan bilangan yang sangat kecil, desimal juga dapat digunakan untuk menyatakan bilangan yang sangat besar. Misalnya GNP (*Gros National Product*).

Buku yang pertama berisi tentang desimal ditulis oleh Simon Stevin berkebangsaan Belanda pada tahun 1585 yang berjudul *La Disme* yaitu buku pertama penggunaan desimal yang meliputi aturan penulisan desimal dan aplikasi praktisnya. Pada periode sebelum saat itu penghitungan bisnis hanya menggunakan bilangan cacah. Stevin mengusulkan kepada pemerintah untuk menggunakan sistem desimal (Bennett, 2004: 332).

Sedangkan dari segi terminologi desimal berasal dari bahasa latin *decem* yang artinya sepuluh. Secara teknis desimal ditulis dalam basis 10, dengan sistem angka yang disebut desimal. Namun seringkali hanya digunakan untuk menyatakan bilangan 17,38 dan 0,45 dimana desimal ditunjukkan dengan tanda koma. Gabungan bilangan cacah dan desimal seperti 17,38 disebut desimal campuran (Bennett, 2004; 332).

B. Nilai Tempat Desimal

Bilangan pada digit sebelah kanan koma pada desimal disebut bilangan tempat desimal. Ada tiga tempat desimal pada bilangan 75, 123. Pada desimal 75,123 angka 1 menyatakan $\frac{1}{10}$, angka 2 menyatakan $\frac{2}{100}$, dan 3 menyatakan $\frac{3}{1000}$.

Terdapat aturan yang disepakati dalam penulisan desimal. Penulisan desimal ditandai dengan koma di sebelah kanan digit satuan. Kesepakatan untuk menggunakan koma di sebelah kanan digit satuan membantu memfokuskan perhatian pada nama pasangan ini.

1 2 3 4, 5 6 7

1 ribuan
2 ratusan
3 puluhan
4 satuan
5 persepuluhan
6 perseratusan
7 perseribuan

Apabila dituliskan dalam bentuk basis 10 bilangan 123,4567 tampak seperti gambar di bawah ini:

1 2 3, 4 5 6 7

$$1(10)^2 + 2(10)^1 + 3(10)^0 + 4\left(\frac{1}{10}\right) + 5\left(\frac{1}{10^2}\right) + 6\left(\frac{1}{10^3}\right) + 7\left(\frac{1}{10^4}\right)$$

C. Membaca dan Menulis Desimal

Digit sebelah kiri koma pada bilangan desimal dibaca sebagaimana bilangan cacah, dan koma tidak dibaca. Digit sebelah kanan koma dibaca sebagaimana bilangan cacah dengan nama nilai tempat digit terakhir. Sebagai contoh 1208,0925 dibaca seribu dua ratus delapan sembilan ratus dua puluh lima persepuluh ribu (Bennett, 2004:333).

$$\underbrace{1\ 2\ 0\ 8}_{\text{Seribu dua ratus delapan}},\ \underbrace{0\ 9\ 2\ 5}_{\text{Sembilan ratus dua puluh lima persepuluhribuan}}$$

A. Bilangan Rasional

Setiap bilangan yang dapat ditulis dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dimana $b \neq 0, a, b$ bilangan bulat disebut bilangan rasional. Sebagai contoh $\frac{1}{9}, \frac{-3}{7}, \frac{1}{5}, \frac{7}{10}$ dan $\frac{-1}{3}$ adalah bilangan rasional. Apabila penyebut bilangan rasional sama dengan 1, bilangan rasional tersebut merupakan bilangan bulat: $\frac{6}{1} = 6,\ \frac{-4}{1} = -4,\ \frac{12}{1} = 12$, dan lain-lain. Sehingga bilangan bulat termasuk dalam bilangan rasional (Bennett, 2004: 341). Langkah mudah untuk mengubah pecahan ke desimal adalah dengan mengubah pecahan ke bentuk senilai dengan penyebut 10, 100, 1000, dst. Apabila pecahan tersebut berpenyebut 10 maka ada 1 angka di belakang koma, jika pecahan tersebut berpenyebut 100 maka ada 2 angka di belakang koma. Di bawah ini disajikan beberapa contoh penulisan pecahan ke bentuk desimal.

$$\frac{64}{100} = 0{,}64 \qquad \frac{7283}{1000} = 7{,}283 \qquad \frac{54}{10000} = 0{,}0054$$

Menurut Teorema Fundamental Aritmetika berpangkat 10 hanya akan memiliki 2 faktor prima yaitu 2 dan 5 (10 = 2 x5).

$10=2x5 \qquad 100=10^2=2^2x5^2 \qquad 1000=10^3=2^3x5^3$ .....

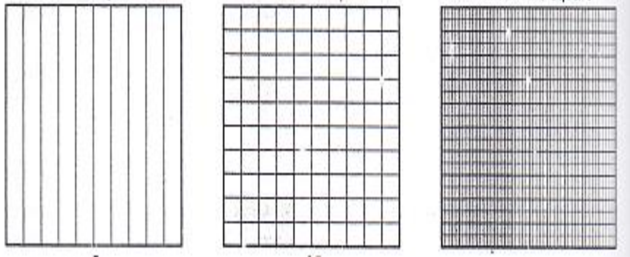
Dari contoh yang ada di atas, semua desimal tersebut merupakan bilangan finit (terbatas) dari digit. Desimal yang demikian disebut desimal terminal/finit. Namun ada desimal yang tidak terminal. Itu bukan perpangkatan 10, seperti $\frac{1}{3}$ tidak dapat ditulis sebagai pecahan yang penyebutnya perpangkatan 10. Secara umum kita memiliki aturan berikut:

"Jika bilangan rasional $\frac{a}{b}$ dalam bentuk sederhana, itu dapat ditulis sebagai desimal terminal jika dan hanya jika *b* memiliki faktorisasi prima 2 dan 5, 2 saja atau 5 saja" (Bennett, 2004: 342).

Ketika desimal tidak terminal tetapi memilikipola pengulangan maka desimal tersebut disebut desimal berulang. *Setiap bilangan rasional* $\frac{r}{s}$ *dapat dinyatakan sebagai desimal berulang atau desimal terminal.*

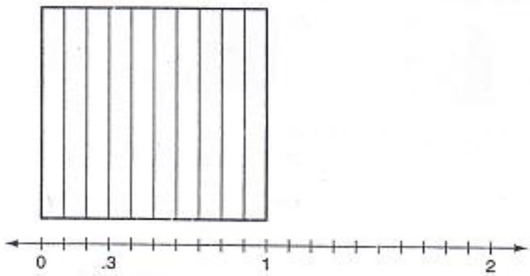
B. Model untuk Menyatakan Desimal

Pengajaran Desimal memerlukan alat bantu berupa model manipulatif untukmengilustrasikan desimal. Gambar 6.1 berikut dapat digunakan untuk mengilustrasikan decimal. Pada gambar pertama, persegipanjang dibagi menjadi sepuluh kolom yang berukuran sama sehingga setiap kolom bernilai $\frac{1}{10}$ dan dapat ditulis 0,1. Pada gambar kedua persegipanjang dibagi menjadi 100 bagian yang berukuran sama sehingga setiap bagian bernilai $\frac{1}{100}$ atau dapat ditulis 0,01. Pada gambar ketiga, setiap kolom berinilai $\frac{1}{1000}$ dan dapat dinyatakan dalam bentuk decimal 0,001. Model persegi desimal ini juga dapat digunakan untuk membantu mengilustrasikan operasi pada desimal.



Gambar 6.1 Model Persegi Desimal

Selain dengan menggunakan persegi desimal, desimal juga dapat diilustrasikan dengan garis bilangan. Pada umumnya garis bilangan dapat digunakan untuk mengilustrasikan desimal yaitu dengan cara membuat unit dari 0 sampai 1 dengan menggunakan sudut dari persegi desimal. Pendekatan ini menunjukkan hubungan antara model bagian unit dari persegi desimal dengan model linear dari unit sudut persegi. Ilustrasi garis bilangan tersebut dapat dilihat pada Gambar 6.2.

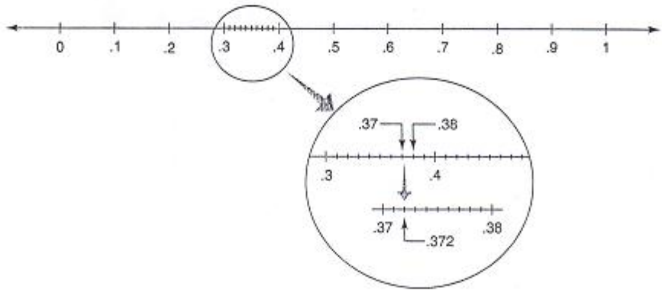


Gambar 6.2 Ilustrasi Desimal pada Garis Bilangan

Penempatan bilangan 0,372 pada garis bilangan dengan menggunakan pendekatan bentuk panjang desimal adalah sebagai berikut:

$$0{,}372 = \frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{2}{1000}$$

Gambar 6.3 menggambarkan cara bilangan 0,372 pada garis bilangan dituliskan.



Gambar 6.3 Penempatan Desimalpada Garis Bilangan

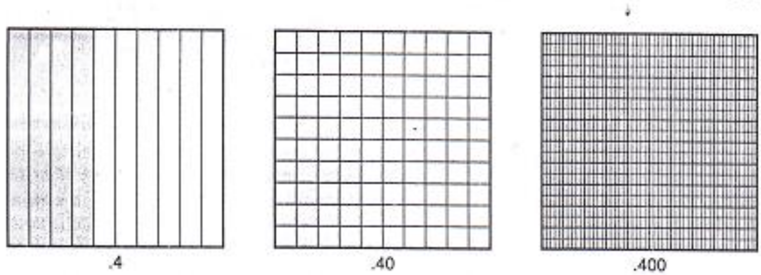
Gambar tersebut mengilustrasikan penempatan desimal untuk bilangan positif. Bagaimana jika bilangannya negatif? Bilangan positif dan negatif memiliki korespondensi berlawanan (lawan dari penjumlahan), apabila ditunjukkan dengan garis bilangan jarak antara bilangan desimal positif akan sama dengan jarak bilangan desimal negatif terhadap nol, dengan arah berlawanan.

D. Desimal Senilai

Desimal yang nilainya sama dapat ditampilkan dengan membandingkan banyaknya daerah yang dibayangi pada persegi desimal. Pada gambar 5.5 ditunjukkan 4 bagian dari 10, 40 bagian dari 100, dan 400 bagian dari 1000. Pada gambar tersebut tampak bahwa masing-masing bayangan pada ketiga gambar memperlihatkan luas daerah yang sama.

Sehingga dapat disimpulkan bahwa:

$$0{,}4 = 0{,}40 = 0{,}400$$

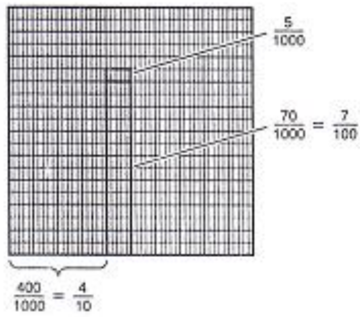


Gambar 6.4 Desimal Senilai

Persegi desimal juga dapat digunakan untuk menyatakan nilai tempat. Persegi desimal yang menunjukkan desimal 0,475 pada gambar 6.4 adalah daerah yang dibayangi. 4 kolom yang dibayangi penuh menyatakan $\frac{400}{1000} = \frac{4}{10} = 0{,}4$. 7 persegi kecil yang dibayangi (70 perseribu) menyatakan $\frac{70}{1000} = \frac{7}{100}$ atau 0,07, dan 5 bagian kecil yang dibayangi (5 perseribu) menyatakan $\frac{5}{1000}$ atau 0,005. Sehingga 0,475 dapat dinyatakan sebagai 4 persepuluhan, 7 perseratusan, dan 5 perseribuan.

$$0{,}475 = 0{,}4 + 0{,}07 + 0{,}005$$

$$.475 = .4 + .07 + .005$$

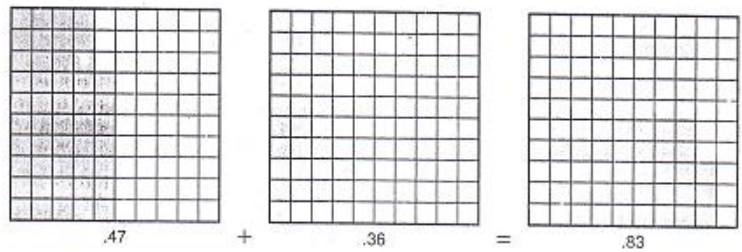


Gambar 6.5 Nilai Tempat Desimal

E. Operasi pada Desimal

1. Penjumlahan

Konsep penjumlahan pada desimal sama dengan konsep penjumlahan pada bilangan cacah dan pecahan. Dan hal tersebut dapat digambarkan dengan menggunakan persegi desimal. Misalnya 0,47 ditambah 0,36 dapat digambarkan dalam persegi desimal perseratusan. Desimal 0,47 ditunjukkan dengan 47 bagian dari 100 bagian persegi desimal dan 0,36 ditunjukkan dengan membayangi 36 bagian dari 100 bagian persegi desimal perseratusan. Keseluruhan bagian yang dibayangi adalah 47 + 36 = 83, yang tiap bagian bernilai $\frac{1}{100}$ sehingga banyaknya daerah yang dibayangi mewakili 0,83. Ilustrasi gambarnya dapat dilihat pada gambar 6.6



Gambar 6.6 Ilustrasi Penjumlahan Pecahan

Contoh ini dengan persegi desimal mengindikasikan mengapa penjumlahan pada desimal sangat serupa dengan penjumlahan bilangan cacah. Penjumlahanan bilangan cacah (47 + 36). Menghitung pembagian mengikuti penjumlahan ini dengan menggunakan pecahan. Perhatikan bahwa:

$$0{,}47 + 0{,}36 = \frac{47}{100} + \frac{36}{100} = \frac{83}{100} = 0{,}83$$

Algoritma untuk penjumlahan decimal, digit diluruskan, persepuluhan dibawah persepuluhan, perseratusan di bawah perseratusan, dan seterusnya. Sebagaimana ditunjukkan oleh contoh berikut, ketika menjumlahkan digit pada kolom yang hasilnya lebih dari 10, perlu pengelompokkan. 0,47 dapat diubah menjadi 4 persepuluh dan 7 perseratus, dan 0,36 sebagai 3 persepuluhan dan 6 perseratusan, jumlah dari 7 dan 6 pada kolom perseratusan adalah 13 perseratusan.

$$\begin{array}{r@{}l} 0{,}47 & \\ \underline{0{,}36} & \,+ \\ 0{,}83 & \end{array}$$

Sepuluh perseratus dapat dinyatakan sebagai satu persepuluh dengan mengingat kembali bahwa dalam persegi desimal, 10 perseratusan berisi satu kolom ($\frac{1}{10}$ dari pesegi). Juga kita tahu bahwa pecahan $\frac{10}{100}$ dalam bentuk lebih sederhana adalah $\frac{1}{10}$.

Penjumlahan desimal juga dapat diselesaikan dengan mengubah desimal ke bentuk pecahan.langkah-langkahnya dijelaskan sebagai berikut:

a) Ubahlah desimal yang akan dijumlahkan ke bentuk pecahan
b) Jika penyebutnya sama dapat langsung dijumlahkan, namun jika penyebutnya berbeda dilakukan penyamaan penyebut dahulu.
c) Jumlahkan pecahan – pecahan tersebut sesuai dengan aturan penjumlahan pecahan
d) Hasil penjumlahan tersebut diubah ke bentuk desimal. Itulah yang menjadi hasilnya. Proses tersebut dapat dilihat pada penjumlahan berikut ini:
   1) $0{,}47 + 0{,}36 = \frac{47}{100} + \frac{36}{100} = \frac{83}{100} = 0{,}83$
   2) $0{,}23 + 0{,}365 = \frac{23}{100} + \frac{365}{1000} = \frac{230 + 365}{1000} = 0{,}595$

Selain cara yang telah dikemukakan di atas, penjumlahan desimal juga dapat dilakukan dengan langkah yang sangat mudah. Langkah-langkah untuk menjumlahkan desimal hampir sama dengan langkah-langkah penjumlahan bilangan cacah. Pada cara ini penjumlahan dilakukan dengan cara bersusun dengan memperhatikan nilai tempat. Dalam melakukan penjumlahan desimal yang perlu diperhatikan adalah penempatan koma. Ketika melakukan penjumlahan bersusun, koma hendaknya diluruskan. Adapun proses penjumlahannya dapat dilakukan sama dengan proses penjumlahan pada bilangan cacah. Berikut ini akan disajikan proses penjumlahan 2 3, 4 5 6 + 2, 4 3 5 6. Langkah –langkah penyelesaiannya sebagai berikut:

a) Tuliskan desimal yang akan dijumlahkan dengan meluruskan komanya
b) Lakukan operasi penjumlahan sebagaimana penjumlahan pada bilangan cacah. Pada penjumlahan desimal juga berlaku penjumlahan dengan teknik menyimpan ataupun tanpa menyimpan.

$$\begin{array}{r} 23,456 \\ 2,435 \\ \hline 25,891 \end{array} +$$

2. Pengurangan

Pengurangan pada desimal dapat diselesaikan dengan beberapa cara, antara lain dengan mengubah desimal ke bentuk pecahan ataupun menggunakan pengurangan bersusun. Pengurangan menggunakan persegi decimal dapat dilakukan melalui proses mengambil atau menutup daerah yang mewakili bilangan pengurang.

Langkah-langkah untuk menyelesaikan operasi pengurangan pada desimal dengan mengubah desimal ke bentuk pecahan sebagai berikut:

a) Ubahlah desimal yang akan dijumlahkan ke bentuk pecahan
b) Jika penyebutnya sama dapat langsung kurangkan, namun jika penyebutnya berbeda dilakukan penyamaan penyebut dahulu.
c) Kurangkan pecahan – pecahan tersebut sesuai dengan aturan pengurangan pecahan
d) Hasil pengurangan tersebut diubah ke bentuk desimal. Itulah yang menjadi hasilnya. Proses tersebut dapat dilihat pada pengurangan berikut ini:

   Contoh *1*: pengurangan desimal tanpa menyamakan penyebut.

$$0{,}625 - 0{,}238 = \frac{625}{1000} - \frac{238}{1000} = \frac{625 - 238}{1000} = \frac{387}{1000} = 0{,}387$$

   Contoh *2*: pengurangan desimal dengan menyamakan penyebut

$$0{,}62 - 0{,}238 = \frac{62}{100} - \frac{238}{1000} = \frac{620 - 238}{1000} = \frac{382}{1000} = 0{,}382$$

Pengurangan desimal juga dapat diselesaikan menggunakan penjumlahan bersusun. Dalam menyelesaikan penjumlahan bersusun, perlu memperhatikan nilai tempat dan penempatan koma. Pada pengurangan bersusun pada desimal juga dikenal teknik pengurangan desimal dengan teknik meminjam maupun teknik tanpa meminjam. Langkah-langkah dalam menyelesaikan pengurangan desimal dapat dilihat pada penjelasan berikut:

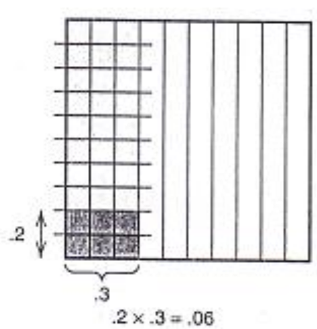
a) Tuliskan desimal yang akan dijumlahkan dengan meluruskan komanya

b) Lakukan operasi pengurangan sebagaimana pengurangan pada bilangan cacah. Pada pengurangan desimal juga berlaku pengurangan dengan teknik meminjam ataupun tanpa teknik meminjam.

$$\begin{array}{r} 23,456 \\ 2,535 \\ \hline 20,921 \end{array} -$$

3. Perkalian

Perkalian desimal dengan desimal, sebagaimana 0,2 *x* 0,3 dapat diintepretasikan sebagai 0,2 dari 0,3. Ilustrasi ini pada gambar 6.18 dengan menggunakan persegi desimal untuk 0,3 dan diambil 0,2 sebagai daerah yang dibayangi. Untuk melakukan ini, kita belah daerah yang dibayangi pada persegi desimal untuk 0,3 dalam 10 bagian yang sama. 6 daerah yang lebih gelap pada persegi mewakili 0,2 dari 0,3. Setiap bagian yang lebih gelap adalah 1 perseratus pada persegi cacah, 0,2 *x* 0,3 = 0,06. Gambar 6.10 mengilustrasikan perkalian tersebut.



Gambar 6.7 Perkalian Desimal

Ilustrasi pada di bawah ini memperlihatkan bahwa menghitung hasil perkalian desimal seperti perkalian bilangan cacah dan kemudian menempatkan koma pada hasil itu. Contoh berikut memperlihatkan perkalian serta tempat desimal dan dua tempat desimal. Digit itu tidak disusun lurus saruan dengan satuan, persepuluh dengan persepuluh, dan seterusnya. Sebagaimana penjumlahan dan pengurangan desimal bilangan desimal diletakkan pada jawaban adalah keseluruhan bilangan desimal menempati dua bilangan.

Mengikuti bentuk yang ditunjukkan mengapa 9,2 *x* 27,48

$$\begin{array}{r} 27{,}48 \\ 9{,}2 \quad x \\ \hline 5496 \\ 24732 \quad \\ \hline 252{,}816 \end{array} +$$

$$9{,}2x27{,}48 = \frac{92}{10}x\frac{2748}{100}$$

$$= \frac{92x2748}{10x100} = \frac{252816}{1000} = 252{,}816$$

Perkalian 2,3 *x* 1,7 dapat menggunakan model perkalian desimal seperti tampak berikut ini

$$\begin{aligned} 2{,}3x1{,}7 &= (2+0{,}3)x1{,}7 \\ &= (2x1{,}7)+(0{,}3x1{,}7) \\ &= 3{,}4+0{,}51 \\ &= 3{,}91 \end{aligned}$$

Perkalian pada desimal dapat diselesaikan menggunakan berbagai cara. Namun pada buku ini hanya akan dijelaskan dua cara saja yaitu perkalian desimal dengan mengubah desimal ke bentuk pecahan dan perkalian desimal menggunakan cara bersusun.

a. Perkalian desimal dengan mengubah desimal ke bentuk pecahan.

Penyelesaian operasi perkalian desimal dengan cara ini cukup mudah. Adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:

1) Ubahlah desimal yang akan dikalikan ke bentuk pecahan
2) Selesaikan perkalian sebagaimana aturan pada perkalian pecahan.
3) Hasil perkalian tersebut diubah ke bentuk desimal. Itulah yang menjadi hasilnya.

b. Perkalian desimal menggunakan cara bersusun.

Langkah-langkah penyelesaian operasi perkalian desimal menggunakan menggunakan cara bersusun dapat dilihat pada proses perkalian berikut ini: 9,2 x 27,48

1) Tuliskan desimal yang akan dikalian dalam bentuk bersusun ke bawah, koma tidak harus lurus.
2) Selesaikan operasi perkalian tersebut sebagaimana penyelesaian operasi perkalian pada bilangan cacah.
3) Hasil perkalian pada desimal perlu memperhatikan posisi koma. Jika pada bilangan pertama ada *2* angka di belakang koma dan pada bilangan kedua ada 3 angka di belakang koma, maka hasil perkalian dua bilangan tersebut akan memuat 5 angka di belakang

koma. Perhatikan contoh perkalian 9,2 *x* 27,48 berikut ini:

$$\begin{array}{r} 27,48 \\ 9,2 \; x \\ \hline 5496 \\ 24732 \quad + \\ \hline 252,816 \end{array}$$

Perkalian 2,3 *x* 1,7 dapat menggunakan sifat distibutif perkalian terhadap penjumlahan desimal seperti tampak berikut ini

$$\begin{aligned} 2{,}3x1{,}7 &= (2+0{,}3)x1{,}7 \\ &= (2x1{,}7)+(0{,}3x1{,}7) \\ &= 3{,}4+0{,}51 \\ &= 3{,}91 \end{aligned}$$

Perkalian desimal dengan 10, 100, 1000, dst dapat diselesaikan dengan mengubah desimal ke bentuk pecahandan menyelesaikan operasi tersebut menggunakan menggunakan sifat distributif. Di bawah ini disajikan perkalian

$$10x0{,}165. = 1 + \frac{6}{10} + \frac{5}{100} = 1{,}65$$

Perkalian desimal dengan bilangan 10, dapat diselesaikan dengan cepat yaitu dengan menggeser koma ke kanan satu kali ketika desimal dikalikan 10. Apabila suatu bilangan desimal dikalikan 100 maka hasilnya dapat diselesaikan dengan cepat yaitu dengan menggeser koma ke kanan dua digit dst.

$$10x0{,}123 = 1{,}23$$

$$100x0{,}123 = 12{,}3$$

$$1000x0{,}123 = 123$$

4. Pembagian

Pembagian pada desimal dapat diselesaikan dengan mengubah desimal ke pecahan ataupun menggunakan pembagian bersusun. Penyelesaian operasi pembagian pada desimal menggunakan ketentuan sesuai dengan metode yang dipilih.

a. Pembagian desimal dengan mengubah desimal ke bentuk pecahan
   1) Ubahlah desimal yang akan dioperasikan ke bentuk pecahan
   2) Selesaikan pembagian pecahan tersebut sebagaimana aturan pada pembagian pecahan.
   3) Hasil pembagian tersebut diubah ke bentuk desimal. Itulah yang menjadi hasilnya. Proses tersebut dapat dilihat pada pembagian berikut ini:

$$0{,}80 : 0{,}4 = \frac{80}{100} : \frac{4}{10} = \frac{80}{100} x \frac{10}{4} = \frac{2}{10} = 0{,}2$$

b. Pembagian desimal dengan pembagian bersusun

   Hasil yang sama diperoleh dengan pembagian bersusun. Langkah membagi 0,80 oleh 4 dapat ditunjukkan berikut ini:

$$4\overline{\smash{)}0{,}80}^{\;0{,}20}$$

$$\frac{8}{0} \; -$$

Pada pembagian 1,504 : 0,32 perlu dilakukan pengubahan dulu. Bilangan 0,32 perlu diubah dulu menjadi bilangan cacah. Agar 0,32 menjadi bilangan cacah, 0,32 harus dikalikan dengan 100. Apabila pembilang dikalikan 100 maka penyebut juga dikalikan dengan 100 agar senilai. Penyelesaian masalah tersebut dapat dilihat di bawah ini:

$$\frac{1,504}{0,32} = \frac{1,504x10^2}{0,32x10^2} = \frac{150,4}{32}$$

Pada pembagian dengan bilangan 10 berpangkat dapat dilakukan dengan mudah. Koma pada desimal bergerak satu tempat ke kiri tiap perkalian dengan bilangan 10 berpangkat.

$$0,37:10 = \left(\frac{3}{10} + \frac{7}{100}\right):10 = \frac{3}{100} + \frac{7}{1000} = 0,037$$

$$0,37:100 = \left(\frac{3}{10} + \frac{7}{100}\right)x\frac{1}{100} = \frac{3}{1000} + \frac{7}{10000} = 0,0037$$

5. Persen, Rasio, dan Proporsi

a) Persen

Kata persen berasal dari bahasa Latin per centum yang artinya per seratus. Persen mulai digunakan pada abad ke 15. Persen digunakan untuk menghitung keuntungan, kerugian, bunga, dll. Cara untuk menyatakan persen adalah dengan menyatakan suatu pecahan dalam bentuk per seratusan. Contoh: *20* persen ditulis *20%* , yang artinya *20* per *100*.

Jika suatu pecahan tidak dapat dinyatakan dalam per seratusan maka cara untuk menyatakan pecahan tersebut dalam bentuk persen yaitu dengan membagi pembilang dengan penyebut, selanjutnya diambil dua digit di belakang koma melalui pembulatan.

Penggunaan persen dalam kehidupan sehari-hari sering kita jumpai. Misalnya, prosentase keuntungan Pak Ahmad sebesar 10%. Jika modalnya 10 juta, maka besarnya keuntungan Pak Ahmad adalah:

$$10\% x 10.000.000 = \frac{10}{100} x 10.000.000 = 1.000.000$$

b) Rasio (perbandingan)

Rasio (perbandingan) merupakan suatu pasangan bilangan positif yang digunakan untuk membandingkan dua himpunan. Ide tentang rasio dapat diilustrasikan sebagai berikut: “setiap ada 3 anak putri di kelas maka ada 4 anak putra di kelas”. Maka pernyataan tersebut dapat dinyatakan rasio anak putri dan anak putra di kelas adalah 3: 4 atau $\frac{3}{4}$.

Untuk dua bilangan bulat a dan b, rasio (perbandingan) a dan b merupakan pecahan $\frac{a}{b}$ *yang dapat dinyatakan sebagai a : b.*

c) Proporsi

Membandingkan ukuran yang relative besar dapat menggunakan perbandingan bilangan-bilangan yang lebih kecil. Contoh: ada dua kardus, kardus kecil dan kardus besar. Kardus kecil berisi *20* pensil sedangkan kardus besar berisi *100* pensil. Perbandingan banyaknya pensil pada kardus kecil dan pada kardus besar adalah *20 : 100* atau $\frac{20}{100}$ atau $\frac{1}{5}$.

Jika perbandingan tersebut dinyatakan dalam bentuk pecahan paling sederhana maka perbandingannya menjadi *1 : 5.* Inilah yang dimaksud dengan proporsi. *Untuk setiap dua perbandingan berbentuk* $\frac{a}{b}$ *dan* $\frac{c}{d}$*;* $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$*, maka perbandingan tersebut disebut proporsi.*

Contoh: perbandingan guru dengan siswa di suatu sekolah *1 : 18.* Banyaknya siswa ada *360* anak. Berapa banyaknya guru di sekolah tersebut?

Jawab: jika banyaknya guru dinyatakan dengan *x,* maka masalah tersebut dapat diselesaikan menggunakan proporsi.

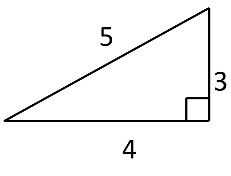
$$\frac{1}{18} = \frac{x}{360}$$
$$\frac{1x20}{18x20} = \frac{x}{360}$$

$$x = 20$$

F. Bilangan Irasional

Bilangan desimal 1,4142 adalah contoh bilangan desimal yang tidak berulang. Pada beberapa bilangan, tidak ada pengulangan pola pada digit sebagaimana pada bilangan rasional. Desimal tidak berulang disebut bilangan irasional. Contoh lain 0,070070007 ….

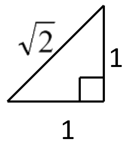
Bilangan irasional banyak ditenukan pada hipotenusa segitiga siku-siku. Panjang hpotenusa segitiga siku-siku dapat dihiting menggunakan teorema Pythagoras. Teorema Pythagoras yaitu $a^2 + b^2 = c^2$ dimana *a*, *b* adalah sisi siku-siku dan *c* adalah hipotenusa segitiga siku-siku.



Gambar di samping memperlihatkan bahwa ukuran sisi siku-sikunya adalah 3 dan 4 dan hipotenusanya 5. Pada kasus ini, hipotenusa dari segitiga di samping bukan termasuk bilangan irasional

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

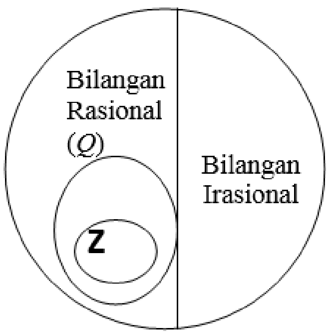
Salah satu contoh bilangan irasional dapat ditemukan dengan cara menggunakan segitiga siku-siku dengan ukuran masing-masing sisi siku-sikunya adalah 1. Sehingga panjang hipotenusanya adalah $\sqrt{2}$. Perlu dicatat bahwa bilangan $\sqrt{2}$ adalah bilangan irrasional.



G. Bilangan Real

Bilangan irasional dan bilangan rasional semuanya masuk dalam bentuk himpunan bilangan real. Bilangan real dapat dinyatakan dalam bentuk desimal, baik desimal terninal, desimal berulang, maupun dsimal tidak berulang. Gambar di bawah ini memperlihatkan hubungan tentang himpunan yang dikenal dari bilangan. Himpunan bilangan rasional dan irasional adalah disjoin (saling lepas), dan gabungan keduanya merupakan bilangan real (R).

$$W \subset Z \subset Q \subset R$$



H. Sifat-Sifat Bilangan Real

1. Pada operasi penjumlahan bersifat tertutup
2. Pada operasi pengurangan bersifat tertutup
3. Pada operasi perkalian bersifat tertutup
4. Berlaku sifat komutatif pada penjumlahan
5. Berlaku sifat komutatif pada perkalian
6. Berlaku sifat asosiatif pada penjumlahan
7. Berlaku sifat asosiatif pada perkalian
8. Memiliki unsur identitas pada perkalian
9. Memiliki invers pada penjumlahan
10. Memiliki invers pada perkalian
11. Berlaku sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan

I. Latihan

1. Tentukan hasil dari 58, 348 + 1,91 dengan cara mengubah desimal tersebut menjadi pecahan!
2. Hitunglah!
   a. 1,7 x 2,2 b. 4,1 x 2,7 c. 2,5 x 3,7
3. Selesaikan soal di bawah ini dan jelaskan langkah – langkah untuk menemukan jawaban tersebut!
   a. 8 : 0,48
   b. 0,23 x 81,6
   c. 2 : 0,49
4. Nyatakan decimal 0,326 dalam bentuk pecahan!
5. Pecahan paling sederhana dari decimal 0,252525… adalah $\frac{a}{b}$. Tentukan nilai $a + b$!
6. Nyatakan $\frac{1}{5};\frac{1}{7};\frac{2}{15}$ dalam bentuk persen!

7. Uang Ali: uang Budi = 2: 3**.** Uang Ira : uang Budi = 5 : 2. Jika jumlah uang mereka Rp. 50.000,00. Berapa uang yang dimiliki Ali?
8. Diketahui *a, b, c, d, e* bilangan bulat positif berurutan. Bila $x = \frac{a+e}{2}$ dan $y = c$. Apakah x lebih dari y? Jelaskan!
9. Seorang petani mampu mengolah sebidang sawah seluas 60 m^2 selama enam jam. Jika ia menggunakan traktor untuk mengolah tanah, waktu yang dibutuhkan hanya tiga jam. Setelah *1* jam *30* menit menggunakan traktor, tiba-tiba traktor rusak dan petani harus menyelesaikannya dengan cangkul. Berapa jam lagi waktu yang diperlukan petani tersebut untuk mengolah tanahnya?
10. Dalam sebuah pertemuan, banyaknya peserta yang berusia di atas *30* tahun dua kali lebih banyak dari peserta yang berusia di bawah *30* tahun.jika banyaknya seluruh peserta *250* orang dan banyaknya peserta yang berusia di bawah *30* tahun *75* orang, berapa persenkah banyaknya peserta yang berusia *30* tahun?
11. Jika sebuah mobil dijalankan sejauh *300* km, maka mobil itu menghabiskan bensin *15* liter tiap kilometernya. Banyaknya bensin yang dikeluarkan semakin berkurang apabila kecepatannya ditambah. Berapa km per liter kecepatannya harus ditambah supaya mobil tersebut hanya menghabiskan *12* liter bensin untuk jarak tempuh yang sama?
12. Seorang karyawan mengendarai sepeda motornya sejauh *40* km ke tempat kerjanya setiap pagi dalam waktu *55* menit. Pada suatu pagi, dia terlambat *7*

menit dari biasanya, berapakah kecepatan yang harus ditempuhnya supaya dia sampai di tempat kerjanya seperti waktu biasanya?

13. Jika x rupiah dibagi sama rata pada n orang, dan setiap orang memperoleh bagia yang sama sebesar Rp. *63.000,00*. Kemudian datang seseorang ikut bergabung pada kelompok di atas dan jika x rupiah dibagikan merata, maka setiap orang kini mendapat bagian sebesar Rp. *52.500,00*. Tentukan nilai x!
14. Seorang pegawai bekerja dari pukul *08.00* sampai pukul *16.00* dengan mendapat upah Rp.*8000,00* per jam. Jika ia bekerja lembur akan mendapat tambahan sebesar *0,5* dari upahnya tiap jam. Jika ia mendapat upah Rp. *80.000,00* pada hari itu, pukul berapa ia pulang kerja?
15. Di dalam suatu penelitian didapat kesimpulan bahwa perbandingan populasi hewan yang bersifat *(x)* dengan populasi hewan yang tidak bersifat *(x)* adalah *5 : 3* dan bahwa $\frac{3}{8}$ dari hewan yang bersifat *(x)* adalah jantan. Berapa perbandingan populasi hewan *(x)* jantan terhadap populasi hewan seluruhnya?
16. Sebuah perusahaan mengurangi jam kerja pegawaidari *40* jam per minggu menjadi *36* jam per minggu tanpa mengurangi gaji. Jika seorang karyawan sebelumnya diberi gaji Rp. X per jam, berapa rupiah gaji per jam pegawai di perusahaan itu sekarang?

BAB VII
PANGKAT DAN AKAR

A. Pendahuluan

Pangkat dan akar merupakan bagian dari materi matematika di Madrasah Ibtidaiyah ataupun Sekolah Dasar. Namun materi ini cenderung dianggap sulit oleh sebagian siswa. Pangkat sudah dikenalkan kepada siswa ketika siswa belajar tentang Kelipatan Persekutuan Terkecil ataupun Faktor Persekutuan Terbesar. Selain itu, pada materi luas dan volume, siswa juga belajar bagaimana menentukan hasil perpangkatan maupun akar.

Pada buku ini akan disajikan berbagai bentuk perpangkatan dan akar yang perlu diketahui oleh siswa Madrasah Ibtidaiyah atau Sekolah Dasar, antara lain pangkat positif, pangkat negatif, pangkat pecahan, kuadrat, akar kuadrat, kubik, dan akar kubik. Pada buku ini digunakan pendekatan induktif yang sesuai dengan tahap perkembangan anak Madrasah Ibtidaiyah. Sehingga dapat dengan mudah dipahami.

B. Pangkat Positif

Jika kita mengalikan beberapa faktor lebih dari satu kali, maka dapat ditunjukkan pengulangan faktor itu menggunakan bentuk perpangkatan. Misalnya, kita ingin mengalikan 3 sebanyak 5 kali maka bentuk perkalian itu dapat dinyatakan dalam bentuk pangkat sebagaimana bentuk di bawah ini:

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$
3 disebut bilangan pokok.
5 disebut pangkat (eksponen)

$$\boxed{3^5 = 312^5}$$

Pada contoh di atas tampak bahwa *3* dikalikan sebanyak *5* kali dapat ditulis 3^5 *.* Tiga disebut bilangan pokok, *5* disebut panagkat atau eksponen. Dapat dibaca tiga pangkat lima, hasilnya adalah *3125*. Selain pangkat positif juga terdapat pangkat nol. Ada kesepakatan dari ahli matematik bahwa untuk sebarang bilangan jika dipangkatkan nol maka hasilnya adalah *1*. Sehingga $5^0 = 1$ dan $42^0 = 1$.

Cara untuk menunjukkan bahwa bilangan pangkat nol bernilai *1* dapat dilakukan dengan menyajikan beberapa bilangan yang dipangkatkan. Selanjutnya pangkatnya diturunkan dan dihitung hasilnya. Misalnya $4^3 = 64$, $4^2 = 16$, $4^1 = 4$. Dari hasil perpangkatan tersebut tampak bahwa $64 : 16 = 16 : 4 = 4$. Sehingga hasil dari $\mathbf{4^0}$ dapat dicari dengan membagi hasil 4^1 yaitu *4* dengan *4*, yang nilainya *1*. Contoh di bawah ini mengilustrasikan penjelasan sebelumnya bahwa bilangan jika dipangkatkan nol hasilnya 1.

$4^3 = 64$	$3^3 = 27$	$2^3 = 8$
$4^2 = 16$	$3^2 = 9$	$2^2 = 4$
$4^1 = 4$	$3^1 = 3$	$2^1 = 2$
$\mathbf{4^0 = 1}$	$\mathbf{3^0 = 1}$	$\mathbf{2^0 = 1}$

C. Pangkat Negatif

Pada pembahasan sebelumnya telah dijelaskan pangkat positif dan nol. Selanjutnya akan disajikan pangkat negatif. Salah satu contoh bilangan pangkat negatif adalah 2^{-3}. Hasil dari pangkat negatif dijelaskan berikut ini. Lihatlah pola di bawah ini! Jika bilangan pokoknya *2*, setiap pangkat turun satu, nilainya akan setengah dari nilai sebelumnya

$2^3 = 8$

$2^2 = 4$ — *4 adalah ½ dari 8*

$2^1 = 2$

$2^0 = 1$ — *1 adalah ½ dari 2*

$2^{-1} = ½$

$2^{-2} = \frac{1}{4}$ — $\frac{1}{4}$ *adalah ½ dari* $\frac{1}{2}$

$2^{-3} = \frac{1}{8}$

Dari contoh-contoh di atas dapat disimpulkan secara induktif bahwa pada bilangan dengan pangkat negatif berlaku: *Untuk sebarang bilangan a $\neq 0$ dan bilangan bulat n berlaku:*

$$a^{-n} = \frac{1}{b^n}$$

Contoh:

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}\ ;\quad 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}\ ;\quad 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$$

Contoh: Suatu substansi radioaktif Posfor-32 mengalami penyusutan.Waktu yang dibutuhkan untuk meluruhkan setengah elemen disebut **paruh waktu.** Paruh waktu dari posfor -32 adalah 14 hari (Kaplan, 2004: 73).

Hari	Banyaknya posfor yang tersisa
0	1 gram
14	½ gram ⟵ ½ adalah ½ dari 1
28	¼ gram ⟵ ¼ adalah ½ dari ½
42	$\frac{1}{8}$ gram ⟵ $\frac{1}{8}$ adalah $\frac{1}{2}$ dari $\frac{1}{4}$

D. Pangkat Pecahan

Pada bahasan sebelumnya telah dijelaskan tentang panagkat positif dan pangkat negatif. Selanjutnya akan dibahas tentang pangkat pecahan. Contoh bilangan pangkat pecahan adalah $8^{\frac{1}{3}}$. Bagaimana hasil dari perpangkatan tersebut? Nyatakan 8 sebagai 2 x 2 x 2 atau dapat dinyatakan dalam 2^3. Hasil dari $8^{\frac{1}{3}}$ adalah

$$8^{\frac{1}{3}} = (2x2x2)^{\frac{1}{3}} = 2^{3\bullet\frac{1}{3}} = 2^1 = 2$$

Selain dengan cara di atas dapat pula digunakan kalkulator untuk menyelesaikan perpangkatan dengan bilangan pecahan.

E. Kuadrat dan Akar Kuadrat

Apabila suatu bilangan dikalikan dengan bilangan itu sendiri maka hasilnya adalah bilangan kuadrat. Sedangkan bilangan pengali tersebut disebut akar dari bilangan kuadrat. Contoh: *5 x 5 = 25*.

Bentuk faktor : *5 x 5 = 36*
Penulisan: $5^2 = 25$

Pengucapan : *5* kuadrat sama dengan *25* atau *25* adalah kuadrat dari *5*

Pada perkalian $5 \times 5 = 25$, *25* disebut sebagai kuadrat dari *5* dan *5* disebut sebagai akar kuadrat dari *25.* Akar kuadrat dari suatu bilangan biasa disebut akar saja.
Contoh:
Penulisan : $\sqrt{64} = 8$

Pengucapan: Akar kuadrat *64* sama dengan *8*. Atau dapat juga dinyatakan akar *64* sama dengan *8.* Apakah mungkin akar kuadrat itu bernilai negatif? Jawabnya adalah mungkin, sebab jika dua bilangan positif dikalikan, maka hasilnya bilangan positif. Dua faktor negatif juga menghasilkan bilangan positif jika dikalikan.

$$8 \times 8 = 64$$
$$-8 \times -8 = 64$$

Itu berarti *- 8* juga merupakan akar kuadrat dari *64*.
Akar kuadrat dapat dicari dengan beberapa cara. Apabila akar bilangan yang dimaksud berupa bilangan bulat maka dapat digunakan cara sebagaimana yang dijelaskan di atas. Selain itu dapat juga digunakan tabel kuadrat dan akar kuadrat untuk menghitung kuadrat dan akar kuadrat. Selain itu juga dapat dilakukan estimasi akar kuadrat. Tabel dibawah ini menunjukkan kuadrat dan akar kuadrat bilangan 1 sampai 10.
Penggunaan tabel untuk menemukan akar kuadrat suatu bilangan .pertama perhatikan bilangan pada kolom n. Kemudian kemudian geser ke kanan pada baris itu hingga

kolom $\sqrt{n}$. Untuk bilangan yang bukan kuadrat sempurna, akarnya merupakan pendekatan, contoh : $\sqrt{5} \approx 2{,}236$

N	n^2	$\sqrt{n}$
1	1	1,00
2	4	1,414
3	9	1,732
4	16	2,00
5	25	2,236
6	36	2.449
7	49	2,646
8	64	2,828
9	81	3,000
10	100	3,162

F. Kubik dan Akar Kubik

Kubik dan akar kubik sering kita jumpai ketika kita belajar tentang volom kubus. Sebab untuk menghitung vulome kubus dilakukan dengan mengalikan rusuk –rusuk kubus yaitu *V = r x r x r*. Bentuk demikian dapat dinyatakan dengan sinngkat dalam bentuk perpangkatan yaitu r^3. Sedangkan untuk menentukan panjang rusuk kubus jika diketahui volumenya dapat digunakan akar pangkat tiga, sehingga $\sqrt[3]{V} = r$ Contoh yang lebih sederhana dapat dilihat pada penjelsan berikut ini:

Bentuk faktor: *4 x4 x 4 = 64*
Penulisan : $4^3 = 64$.
Pengucapan : *4* pangkat tiga sama dengan *64* atau *64* adalah akar pangkat tiga dari *4.*

Penulisan: $\sqrt[3]{64} = 4$

Pengucapan: Akar pangkat tiga dari *64* sama dengan *4*

Akar kubik dari bilangan positif selalu positif. Sebab akar kubik merupakan perkalian tiga faktor yang sama sebanyak 3 kali. Sehingga tidak mungkin hasilnya bilangan negatif. Selain cara di atas akar kubik dan akar kubik dapat dicari dengan estimasi maupun menggunakan kalkulator.

G. Latihan

1. Tentukan hasil perpangkatan berikut!

   a. 7^3 b. 8^2 c. 6^3 d. 5^5
2. Jelaskan bagaiamana langkah-langkah untuk menunjukkan bahwa $4^{-5} = \dfrac{1}{4^5}$!
3. Jelaskan bagaiamana langkah-langkah untuk menunjukkan bahwa $4^{\frac{1}{2}} = 2$!
4. Jelaskan bagaimana langkah-langkah untuk menunjukkan bahwa $81^{\frac{3}{4}} = 27$!
5. $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3....}}} = ...$
6. $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+......}}} = ...$
7. $\sqrt{2-\sqrt{2-\sqrt{2-....}}} = ...$
8. $\sqrt{8:\sqrt{8:\sqrt{8:....}}} = ...$

BAB VIII
ARITMATIKA SOSIAL

A. Pendahuluan

Matematika secara praktis digunakan dalam berbagai aspek kehidupan. Salah satu aspek matematika yang biasa digunakan untuk kepentingan praktis adalah aritmatika sosial. Sebab dalam kehidupn sehari-hari kita memerlukan pengetahuan matematis dalam memecahkan maslah praktis. Misalnya ketika kita bebelanja, tertulis diskon 20 %, tentu harga yang harus dibayar akan berkurang dari yang tertera pada harga sebelum didiskon. Ataupun ketika kita menjadi pengurus koperasi, diperlukan pengetahuan tentang bunga maupun prosentase untuk menentukan besarnya jasa yang diterima oleh masing-masing anggota. Pada buku ini disajikan pembahasan tentang aritmatika sosial meliputi: persen, untung, rugi, diskon, bruto, netto, tara, bunga tunggal dan bunga majemuk.

B. Persen atau Perseratus

Pada pembahasan tentang decimal telah dijelaskan tentang persen. Cara untuk menyatakan persen adalah dengan menyatakan suatu pecahan dalam bentuk per seratusan. Contoh: 20 persen ditulis 20%, yang artinya *20 per 100*. Jika suatu pecahan tidak dapat dinyatakan dalam per seratusan maka cara untuk menyatakan pecahan tersebut dalam bentuk persen yaitu dengan membagi pembilang dengan penyebut, selanjutnya diambil dua digit di belakang koma melalui pembulatan. Penerapan persen dapat berupa:

1. Menentukan bagian jika diketahui keseluruhan dan prosentasenya

   Contoh untuk hal ini adalah: 5 persen dari gaji yang diperoleh Ahmad digunakan sebagai tabungan. Jika gaji Ahmad 5 juta perbulan, maka beasarnya tabungan Ahmad setiap bulan adalah 5 persen dari 5 juta. Hal ini dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$5\% x 5.000.000 = \frac{5}{100} x 5.000.000 = 250.000$$

2. Menentukan prosentase jika diketahui keseluruhan dan bagian.

   Apabila pada soal di atas diketahui besarnya uang yang digunakan untuk memenuhi kebutuhan makan dan trasportasi adalah 2 juta, maka prosentase dana yang digunakan untuk pemenuhan hal tersebut adalah:

$$\frac{2.000.000}{5.000.000} x 100\% = 40\%$$

   Sehingga dapat dikatakan bahwa kebutuhan makan dan trasportasi Ahmad dalam sebulan sebesar 40%.

3. Menentukan keseluruhan jika diketahui prosentase dan bagian

   Contoh untuk perhitungan ini sebagai berikut: Hazen seoarang pegawai baru. Gaji untuk bulan pertama sebesar 80% dari gaji pada bulan selanjutnya. Sebab pada bulan pertama dilakukan masa percobaan. Setelah bulan pertama akan diberikan gaji penuh. Gaji yang dierima Hazen pada bulan pertama adalah 3,2 juta. Maka gaji Hazen pada bulan berikutnya adalah:

$$\frac{bagian}{keseluruhan} = \frac{80}{100} = \frac{3.200.000}{a}$$

Selanjutnya dapat diselesaikan dengan cara sebagai berikut;

$$80xa = 3.200.000x100$$
$$a = \frac{320.000.0000}{80} = 4.000.000$$

Sehingga gaji penuh Hazen tiap bulan adalah 4 juta rupiah.

C. Untung, Rugi, Rabat dan Diskon

Untung, rugi, rabat, dan diskon biasa kita jumpai pada perdangangan. Kita dapat menjumpai perdangangan di sekitar kita. Jual beli bisa terjadi di pasar, supermarket, kantin, dll. Dalam kehidupan sehari-hari sering kita jumpai kegiatan jual beli di sekitar kita. Dalam perdagangan ada kegiatan jual beli, ada pembeli dan pedagang. Barang yang dijual belikan diperoleh pedagang dari produsen ataupun grosir. Harga barang dari produsen atau grosir merupakan harga pembelian. Dalam berdagang pedagang mungkin mendapatkan laba, rugi, atau impas. Dan dalam berdagang adakalanya pedagang memebrikan rabat dan diskon.

1. Untung dan rugi

Untung seringkali disebut laba, laba merupakan hasil yang diperoleh penjual dengan menjual barang lebih tinggi dari pembeliannya. Penjelasan berikut ini akan memambah jelas pemahaman tentang untung.

Artika seorang pedagang barang elektronik. Harga jual untuk satu kamera digital seharga Rp. 1.200.000,-. Harga beli kamera tersebut Rp. 1.100.000,-. Maka Artika mendapatkan keuntungan. Sebab harga jual lebih dari harga beli. Adapun besarnya keuntungan dapat dicari dengan mengurangkan harga jual dengan harga beli. Sehingga keuntungan yang diperoleh oleh Artika jika kamera itu terjual adalah Rp. 100.000,-. Berdasarkan uraian di atas, maka dapat dirumuskan:

Untung = Penjualan - Pembelian

Dalam berdagang adakalanya pedagang juga mengalami kerugian. Kerugian terjadi apabila harga jual lebih rendah dari harga beli. Contoh untuk masalah tersebut:

Selain menjual kamera digital, Artika juga menjual komputer. Ada satu unit komputer yang sudah tidak lagi digemari pembeli. Sudah beberapa lama computer tersebut di tokonya, namun tak juga laku. Suatu hari ada pelanggan yang berminat membeli komputer tersebut dengan harga Rp. 4.000.000,-. Sedangkan harga beli computer tersebut adalah 4,2 juta rupiah. Namun karena Artika memerlukan uang untuk membayar barang yang dia pesan, akhirnya komputer tersebut ia jual seharga 4 juta rupiah.

Dari contoh di atas tampak bahwa harga jual kuarang dari harga pembelian. Sehingga dapat dikatakan Artika mengalami kerugian untuk penjualan satu unit computer. Kerugiannya adalah Rp. 200.000,-. Berdasarkan uraian di atas, dapat ditarik kesimpulan berikut.

Rugi = Pembelian – Penjualan

Apabila pedagang tidak memperoleh keuntungan ataupun kerugian pada penjualan barang, maka terjadi impas. Sehingga impas terjadi pada saat harga jual sama dengan harga beli. Misalnya harga pembelian suatu barang 3 juta rupiah, namun barang tersebut terjual dengan harga 3 juta rupiah, maka dapat dikatakan bahwa telah terjadi impas. Sehingga pedagang tidak mendapatkan keuntungan maupun kerugian.

2. Rabat atau diskon

Rabat atau diskon biasa disebut potongan harga. Rabat/ diskon biasanya diberikan untuk pembelian dalam jumlah banyak. Diskon seringkali diberikan untuk menarik pembeli. Berikut ini disajikan contoh penerapan rabat/ diskon dalam perdagangan.

Harga yang tertera pada sepasang sepatu Rp 200.000,00. setiap pembelian sepasang sepatu mendapat diskon 25%. Maka pembeli akan mendapatkan potongan harga/ diskon sebesar Rp. 50.000,-. Hitungan untuk hal tersebut dapat dilihat pada hitungan berikut:

$$25\% x 200.000 = \frac{25}{100} x 200.000 = 50.000$$

Sehingga harga yang harus dibayar atau harga bersih untuk sepasang sepatu tersebut adalah Rp. 150.000,-. Hal itu diperoleh dengan mengurangkan harga kotor dengan diskon. Dari penjelasan di atas dapat disimpulkan bahwa untuk menentukan harga bersih dari barang yang di diskon adalah

Harga Bersih = Harga Kotor – Diskon

D. Bruto, Neto dan Tara

Pada wadah makanan yang kita beli seringkali kita menemukan istilah bruto, dan neto. Bruto merupakan berat kotor, yaitu berat makanan/ obyek beserta wadahnya. Sedangkan neto merupakan berat bersih, yaitu berat makanan/ obyek saja tanpa wadah. Sedangkan tara adalah beratnya wadah. Sehingga dapat dismpulkan bahwa:

Neto = Bruto – Tara

Penerapan neto, bruto, dan tara dapat disimak pada penjelsan berikut ini: Sebuah kotak susu tertulis neto sebesar *900* gram. Setelah susu habis, kotaknya ditimbang ternyata berat kotak *50* gram. Maka dapat dikatakan bahwa neto (berat bersih) susu adalah 900 gram. Tara untuk kardus susu adalah *50* gram. Dan brutonya adalah *950* gram.

E. Bunga Tunggal

Uang yang disimpan di bank ataupun di koperasi akan mendapatkan bunga. Jika uang di bank atau di koperasi dipinjamkan maka juga akan mendapat bunga. Jenis bunga bisa bunga tunggal atau bunga majemuk. Bunga tabungan biasanya dihitung dalam persentase yang berlaku untuk jangka waktu satu tahun. Bunga 15% per tahun artinya tabungan akan mendapat bunga 15% jika telah disimpan di bank selama 1 tahun. Bunga merupakan uang yang dibayarkan oleh bank atau peminjam pada pemilik uang selain uang pokok. Bunga tunggal adalah bunga yang timbul pada setiap akhir jangka waktu tertentu yang tidak mempengaruhi besarnya modal. (Hamdani, 2009: paket 11 hlm 7). Contoh untuk masalah bunga tunggal dapat dilihat pada penjelasan di bawah ini.

Huzein memiliki tabungan di Bank Maraton sebesar Rp *2.000.000,00* dengan bunga *10%* per tahun. Maka besarnya tabungan Huzein pada akhir tahun pertama adalah Rp *2.200.000,00*. Perhitungannya sebagai berikut: Bunga 1 tahun = *10% x Rp 2.000.000,00 = Rp 200.000,00*. Besarnya tabungan Huzein setelah satu tahun: *Rp 2.000.000,00 + Rp 200.000,00 = Rp 2.200.000,00.* Sehingga untuk menentukan besarnya bunga dapat digunakan rumus berikut ini:

I = M x P %

I = besarnya bunga
M = besarnya modal awal
P = Prosentase bunga

F. Bunga Majemuk

Bunga majemuk merupakan bunga yang timbul pada setiap akhir jangka waktu tertentu yang mempengaruhi besarnya modal. Misalnya Hadi manabung di Bank Maritim sebesar 10 juta rupiah dengan bunga 10 % per tahun. pada tabungan ini berlaku ketentuan bahwa apabila pada akhir tahun tabungan tidak diambil, maka bunga yang diperoleh akan menambah besarnya tabungan dan bunga tersebut juga akan mendapatkan bunga. Berapakah besarnya tabungan Hadi pada akhir tahun ke-10?

Masalah tersebut dapat diselesaikan dengan memperhatikan pola berikut ini:

$A_0 =$ Tabungan awal

$A_1 =$ Tabungan pada akhir tahun ke-1,

$A_2 =$ Tabungan pada akhir tahun ke-2, dst

$A_n =$ Tabungan pada akhir tahun ke-n

$A_1 = A_0 + A_0(0{,}1) = A_0(1 + 0{,}1) = A_0(1{,}1)$

$A_2 = A_1 + A_1(0{,}1) = A_1(1 + 0{,}1) = A_1(1{,}1) = A_0(1{,}1)\ (1{,}1) = A_0(1{,}1)^2$

$A_3 = A_2 + A_2(0{,}1) = A_2(1 + 0{,}1) = A_2(1{,}1) = A_0(1{,}1)^2\ (1{,}1) = A_0(1{,}1)^3$

$A_4 = A_3 + A_3(0{,}1) = A_3(1 + 0{,}1) = A_3(1{,}1) = A_0(1{,}1)^3\ (1{,}1) = A_0(1{,}1)^4$

$A_{10} = A_9 + A_9(0{,}1) = A_9(1 + 0{,}1) = A_9(1{,}1) = A_0(1{,}1)^9\ (1{,}1) = A_0(1{,}1)^{10}$

Dari langkah-langkah di atas, besarnya tabungan Hadi pada akhir tahun ke-10 adalah

$A_{10} = A_0(1{,}1)^{10} = 10.000.000\ (1{,}1)^{10} = 10.000.000 \times (2{,}59374) = 25.937.400$

Sehingga besarnya tabungan Hadi pada akhir tahun ke 10 adalah Rp. 25.937.400,00.

Langkah yang dilakukan di atas terkesan rumit, karena perhitungan tersebut digunakan untuk menemukan rumus perhitungan modal pada bunga majemuk. Untuk selanjutnya dalam menghitung akumulasi modal pada tahun ke-n dapat menggunakan rumus berikut:

$$\mathbf{A_n = A_0\ (1 + r)^n}$$

A_n = besarnya modal yang terakumulasi pada tahun ke-n
A_0 = modal awal
r = prosentase bunga
n = jangka waktu

G. Latihan

1. Kamila membeli sepeda seharga Rp. 525.000,00. Harga tersebut adalah harga setelah mendapatkan diskon sebesar 12,5%. Berapa harga sepeda sebelum diberikan diskon?

2. Pada plastic mi instan tertulis neto *75* gram. Tentukan brutonya jika berat wadahnya *2* gram!
3. Dewi membeli beras 15 kiligram dengan tara 0,1%. Hitunglah berat bersih beras!
4. Andi meminjam uang di Bank Nusantara sebesar Rp 23.000.000,00 dengan dikenai bunga 0,1% pertahun. Berapa besar bunga pinjaman Andi selama 5 tahun apabila jenis bunga yang disepakati adalah bunga tunggal?
5. Aisya mendepositokan uangnya selama 5 tahun pada Bank Pertiwi Syariah sebesar Rp 356.000.000,00 dengan bunga deposito 15% pertahun. Berapa besarnya tabungan Aisya selama 5 tahun?
6. Mukhlis adalah anggota koperasi di kantornya. Mukhlis menyimpan uangnya di koperasi tersebut sebesar 50 juta. Jasa/ bunga yang diberikan oleh koperasi tersebut adalah 12% pertahun. Bunga yang ia peroleh ia sumbangkan ke panti asuhan Al-Husna tiap tahunnya. Berapakah sumbangan yang diberikan Mukhlis ke panti asuhan tersebut selama 8 tahun?

BAB IX
STATISTIK

A. Pendahuluan

Statistik dapat dibedakan menjadai 2 bagian yaitu statistic diskriptif dan statistic inferensial. Statistik diskriptif adalah bagian dari statistik yang membahas mengenai penyusunan data ke dalam daftar, grafik, atau bentuk lain yang sama sekali tidak menyangku tentang penarikan kesimpulan. Sedangkan statistik induktif dipakai sebagai metode yang dimaksudkan untuk menarik kesimpulan dari sekumpulan data yang telah disusun dan diolah sebelumnya. Statistik induktif disebut juga segai statistic inferensial. Ada dua jenis statistik inferensial yaitu *statistic parametric* dan *non parametric* (Winarsunu, 2006:2).

Statistik ialah suatu metode ilmiah yang mempelajari cara pengumpulan, penyusunan, pengolahan, dan analisis data, serta cara pengambilan kesimpulan berdasarkan data-data tersebut (Winarsunu, 2006: 1). Data ialah keterangan-keterangan yang berupa bilangan atau non-bilangan tentang suatu kejadian atau masalah. Data yang dinyatakan dalam bilangan dinamakan data kuantitatif. Sedangkan data yang tidak dinyatakan dalam bilangan dinamakan data kualitatif. Pengumpulan data dapat dilakukan dengan beberapa contoh:

a. Mengadakan penelitian langsung ke lapangan atau laboratorium terhadap obyek penelitian. Hasilnya dicatat kemudian dianalisis.
b. Mengambil atau menggunakan sebagian atau seluruhnya dari sekumpulan data yang telah dicatat atau dilaporkan oleh badan/lembaga atau orang lain.
c. Mengadakan angket.

B. Penyajian Data Statistik

Data dapat disajikan dalam bentuk tabel sebaran seringan (Distribusi Frekuensi) dan dalam bentuk diagram. Dalam tulisan ini pembicaraan dibatasi pada diagram batang-daun, diagram batang, diagram garis dan diagram lingkaran.

1. Penyajian Data dalam Bentuk Daftar atau Tabel

a. Penyajian data sederhana / tunggal

Contoh : Nilai rapor mata pelajaran matematika kelas VI SD sebagai berikut:

2	5	3	6	6	4	5	6	4
2	9	8	7	5	6			
4	6	7	6	9	6	5	3	4
6	7	8	6	7	7			

Data tersebut dapat diatur lebih rapi dengan menggunakan tabel sebaran seringan (tabel distributif frekuensi) sebagai berikut:

Nilai Rapor	Turus / Tally	Frekuensi
2	II	2
3	II	2

4	IIII	4
5	IIII	4
6	IIII IIII	9
7	IIII	5
8	II	2
9	II	2
Jumlah		

d. Penyajian data kelompok
Contoh : Berat badan 30 orang siswa tercatat sebagai berikut:

41	47	51	56	60	67	43	47	51	56
60	42	48	53	57	64	44	48	53	57
64	58	54	45	49	58	57	59	55	43

Tabel distribusi frekuensinya sebagai berikut:

Berat badan	Turus	Frekuensi
41 – 45	IIII I	6
46 – 50	IIII	5
51 – 55	IIII I	6
56 – 60	IIII III	8
61 – 65	IIII	4
66 – 70	I	1
Jumlah		30

Langkah-langkah untuk membuat distribusi kelompok sebagai berikut:

1. Menemukan skor tertinggi(x_t) dan skor terendah(x_r). x_t - x_r = 67 – 41 = 26
2. Menentukan jarak pengukuran atau range disingkat R dengan rumus R= (x_t - x_r) + 1 = 26 + 1 = 27
3. Menetapkan jumlah kelompok interval (K) menggunakan pertimbangan kelaziman penggunaan K dalam distribusi yaitu berkisar antara 4 sampai dengan 10 kelompok. Rumus yang digunakan K= 1 + 3,3 log n ; n adalah banyaknya data (Winarsunu, 2006, 12).

   K = 1 + 3,3 log 30 = 1 + 3,3 (1, 48) = 1 + 4, 884 = 5, 88.

   Karena jumlah interval harus bilangan cacah maka nilai yang diperoleh dibulatkan dengan pembulatan ke atas. Sehingga jumlah interval pada soal tersebut adalah 6

4. Menghitung lebar interval (i) pada setiap kelompok interval dengan rumus i = R/K. Terdapat consensus dalam menentukan lebar interval, jika nilai I yang didapatkan merupakan bilangan decimal, berapapun angka di belakang koma kecuali nol maka angka harus ditingkatkan satu tingkat di atasnya. Misal diperoleh i = 6,1 harus dibulatkan menjadi 7. Nilai I dari data di

atas adalah I = R/K = 27/6 = 4,5. Berdasarkan consensus maka diperoleh I = 5

5. Menyusun kelompok-kelompok interval ke dalam tabel dengan memasukkan nilai terendah pada kelompok paling bawah, dan menghitung frekwensi tiap-tiap kelompok interval nilai yang telah tersusun. Kelompok interval untuk data di atas dapat dilihat pada tabel.

b. Penyajian Data dalam Bentuk Diagram

1. Diagram batang daun

Untuk menunjukkan bagaimana cara menyusun diagram ini, kita memperhatikan data skor (interval 0-100) ujian matematika mahasiswa PGMI sebagai berikut:

76	63	56	45	82	93	47
55	60	65	70	65	64	85
68	72	54	90	75	58	69

Batang	Daun
4	7
5	5 4 8
6	3 0 5 5 4 8 9
7	6 0 2 5
8	2 5
9	3 0

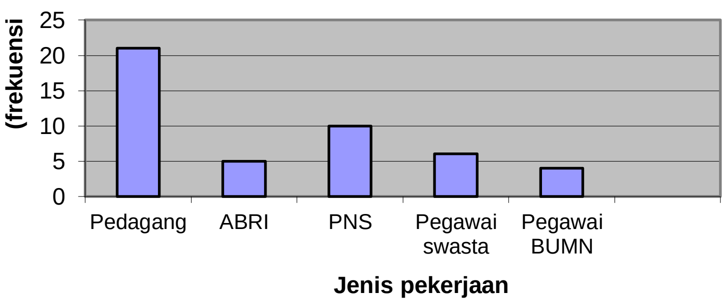
Angka pertama dipasang sebagai batang dan angka kedua dipasang sebagai daun akan diperoleh diagram batang daun seperti di bawah ini:

2. Diagram batang

Untuk memahami cara menggambar data dalam suatu diagram batang, perhatikan jenis pekerjaan orang tua mahasiswa PGMI sebagai berikut:

Jenis pekerjaan	frekuensi
Pedagang	21
ABRI	5
PNS	10
Pegawai swasta	6
Pegawai BUMN	4
Jumlah	46

Diagram batangnya adalah sebagai berikut:



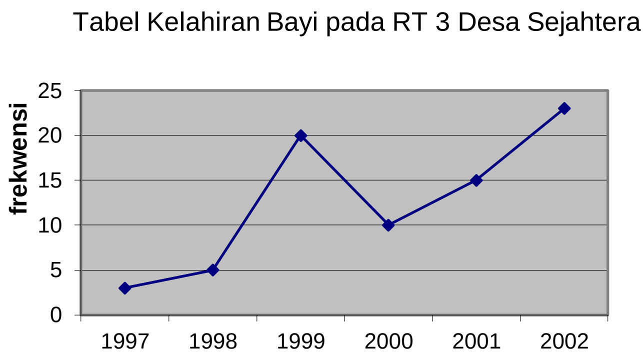
3. Diagram garis

Gambaran tentang perubahan dalam periode (jangka waktu) tertentu, dapat diilustrasikan dalam diagram garis. Misalnya banyaknya kelahiran bayi di RT 3 Desa Sejahtera dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel Kelahiran Bayi pada RW 3 Desa Sejahtera

Tahun	frekwensi
1997	3
1998	5
1999	20
2000	10
2001	15
2002	23

Diagram garis dari data tersebut adalah:



4. Diagram lingkaran

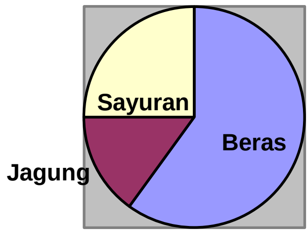
   Bila macamnya data tidak banyak, kita dapat menyajikan data itu dalam bentuk diagram lingkaran. Diagram lingkaran merupakan cara lain untuk membuat kesimpulan secara visual. Lingkaran digunakan untuk menyatakan suatu yang utuh dan juring lingkaran merupakan proporsi dari bentuk utuhnya. Misalnya hasil pertanian suatu daerah B adalah sebagai berikut: 60 % beras, 15 % jagung, 25 % sayuran. Untuk menghitung diagram lingkarannya, kita hitung terlebih dahulu:

   Untuk beras 60% dari 360° = $\frac{60}{100} \times 360^\circ = 216^\circ$

   Untuk jagung 15% dari 360° = $\frac{15}{100} \times 360^\circ = 54^\circ$

   Untuk sayuran 25% dari 360° = $\frac{25}{100} \times 360^\circ = 90^\circ$

Diagram lingkarannya adalah sebagai berikut:



C. Ukuran Tendensi Pusat

1. Rata-rata atau mean

Rata-rata disebut juga mean. Mean merupakan ukuran tendensi pusat yang banyak digunakan. Untuk menghitung rerata tidak berkelompok ditentukan sebagai berikut:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \ldots\ldots + x_n}{n}$$

Jika $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ mempunyai frekuensi berturut-turut $f_1, f_2, f_3, \ldots$, fn maka reratanya adalah:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} fixi}{\sum_{i=1}^{n} fi} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \ldots\ldots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \ldots\ldots + f_n}$$

Contoh: Hitung rata - rata dari nilai ujian matematika pada tabel berikut:

Nilai	40	45	50	55	60	65	70
Frekuensi	4	5	14	20	15	10	6

$$\bar{x} = \frac{4(40)+5(45)+14(50)+20(55)+15(60)+10(65)+6(70)}{4+5+14+20+15+10+6}$$

$$= \frac{160+225+700+1100+900+650+420}{74} = \frac{4.155}{74} = 56{,}15$$

Tabel di bawah ini menunjukkan tinggi badan dari 40 orang yang terdiri dari anak-anak dan orang dewasa pada suatu pawai. Tentukan rata-rata dari data yang disajikan dalam tabel distribusi frekuensi berkelompok pada tabel berikut:

Hasil Pengukuran (dalam cm)	Titik Tengah x_i	Frekuensi f_i	$f_i x_i$
119 – 127	123	3	369
128 – 136	132	6	792
137 – 145	141	10	1.410
146 – 154	150	11	1.650
155 – 163	159	5	795
164 – 172	168	3	504
173 - 181	177	2	354
		$\sum f_{i=n=40}$	$\sum f_i x_{i=5.8}$

Karena data yang disajikan berupa data interval, maka dicari dulu titik tengah masing-masing kelas interval (x_i), selanjutnya diselesaikan sebagaimana langkah di atas dan dilanjutnya menggunakan hitungan di bawah ini:

$$\sum f_i = n = 40 \;, \sum f_i x_i = 5.874$$

$$\overline{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{5.874}{40} = 146{,}85$$

Jadi, rata-rata dari data itu adalah 146,85.

2. Median

Median merupakan bilangan yang berada ditengah-tengah deretan data itu setelah menurut besarnya. Jika $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ adalah data yang diurutkan menurut besarnya, maka mediannya adalah bilangan yang terdapat ditengah jika n ganjil, jika n genap mediannya adalah rerata dari dua bilangan yang terdapat di tengah deretan data.

$$Me = Q_2 = \begin{cases} x_{\frac{n+1}{2}}, \; jika\ n\ ganjil \\ \dfrac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}, \; jika\ n\ genap \end{cases}$$

Contoh:

1) Tentukan median data 3, 5, 7, 9, 4

Data ini diurutkan menjadi 3, 4, 5, 7, 9 → Mediannya adalah 5

2) Tentukan median data 2, 5, 7, 9, 4, 11

   Data ini diurutkan menjadi 2, 4, 5, 7, 9, 11

   Mediannya adalah $\frac{5+7}{2} = \frac{12}{2} = 6$

   Median disebut juga kuartil *2*. Sehingga untuk menentukan median bisa menggunakan rumus quartil *2*. Di bawah ini disajikan rumus quartil untuk data interval, apabila ingin menetukan median dari data interval dapat menggunakan rumus di bawah ini dengan nilai *j=2*

$$Q_j = L_j + i\frac{\frac{j}{4}n - fk}{f}$$

Qj = Kuartil ke-j

j = 1, 2, 3

i = Interval kelas

Lj = Tepi bawah kelas Qj

fk = Frekuensi kumulatif sebelum kelas Qj

f = Frekuensi kelas Qj

n = Banyak data

3. Modus

Modus merupakan bilangan yang paling sering muncul. Jika masing-masing bilangan muncul satu kali, maka data tersebut tidak mempunyai modus. Jika ada dua bilangan yang muncul dengan jumlah (frekuensi) muncul lebih dari dua, maka banyaknya nilai modus juga lebih dari dua.

Modus untuk data tunggal

1) Tentukan modus dari data 3, 6, 7, 8, 3, 9, 11!

Jawab: Data yang paling sering muncul adalah 3, yaitu muncul sebanyak dua kali.

2) Tentukan modus dari data 3, 4, 8, 4, 6, 5, 8, 6, 7, 6, 4!

Data yang paling banyak muncul adalah 4 dan 6, yaitu muncul sebanyak tiga kali.

Rumus Modus dari data interval adalah:

$$M_o = L + i \frac{b_1}{b_1 + b_2}$$

Mo = Modus

L = Tepi bawah kelas yang memiliki frekuensi tertinggi (kelas modus)

i = Interval kelas

b_1 = Frekuensi kelas modus dikurangi frekuensi kelas interval terdekat sebelumnya

b_2 = frekuensi kelas modus dikurangi frekuensi kelas interval terdekat sesudahnya

D. Latihan

1. Berikut ini merupakan skor 40 mahasiswa PGMI IAIN Tulungagung

92	75	78	90	73	67	85	80	58	87
62	74	74	76	89	95	72	86	80	57
89	97	65	77	91	83	71	75	67	68
57	86	62	65	72	75	81	72	76	69

   a. Buatlah diagram batang daun dari data di atas!
   b. Berapa banyaknya mahasiswa yang memperoleh skor di bawah 70?
   c. Berapa prosentase skor yang lebih dari atau sama dengan 80?

2. Berikut data berat badan siswa klas III MI Al-Huda:

19,3	20,2	22,3	17,0	23,8	24,6	20,5	20,3	21,8
16,6	23,4	25,1	20,1	21,6	22,5	19,7	19,0	18,2
20,6	21,5	27,7	21,6	21,0	20,4	18,2	17,2	20,0
22,7	23,1	24,6	18,1	20,8	24,6	17,3	19,9	20,1
22,0	23,2	18,6	25,3	19,7	20,6	21,4	21,2	23,0
21,2	19,8	22,1	23,0	19,1	25,6	22,0	24,2	

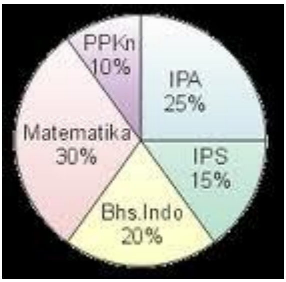
   Buatlah diagram batang daun dari data di atas, gunakan 16-27 sebagai batang dan digit persepuluhan sebagai daun (catatan: koma pada desimal tidak perlu ditulis)!

3. Skor rata-rata 5 orang siswa adalah 75. Jika satu skor siswa ditambahkan yaitu 70, maka rata-ratanya menjadi……..
4. Berdasarkan tabel berikut ini, tentukan:

Nilai	f
50 -52	2
53 – 55	4
56 – 58	15
59 – 61	6
62 - 62	3
Jumlah	30

a. Mean
b. Median
c. Modus

5. Diagram lingkaran di bawah ini menunjukkan banyaknya buku pelajaran yang ada toko buku Cerdas. Jika semua buku pelajaran yang ada di toko Cerdas berjumlah 400 buku, tentukan banyaknya buku untuk tiap-tiap pelajaran!



BAB X
PELUANG

A. Pendahuluan

Pada bab ini akan disajikan tentang beberapa hal yang berkaitan dengan peluang. Peluang atau kemungkinan digunakan untuk menyatakan atau memperkirakan suatu kejadian yang akan berlangsung. Adapun pembahasan pada bab ini meliputi: kaidah pencacahan, permutasi, kombinasi, kejadian acak, frekwensi relatif, notasi himpunan dalam peluang, kisaran nilai peluang, frekuensi harapan.

B. Kaidah Perkalian

Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering memadupadankan pakaian yang kita miliki. Ketika akan menghadiri suatu acara, kita perlu menggunakan busana yang sesuai. Apabila kita ingin berolah raga tentu pakaian olah raga yang kita kenakan. Apabila ada 3 kaos olah raga dan 2 celana olah raga, berapa banyak cara yang mungkin untuk mengenakan kaos dan celana olah raga?

Masalah tersebut dapat diselesaikan dengan membuat pasangan yang mungkin. Jika kaos dinotasikan K_1, K_2, dan K_3 sedangkan celana dinotasikan C_1 dan C_2, maka susunan yang mungkin adalah: K_1C_1, K_1C_2, K_2C_1, K_2C_2, K_3C_1, K_3C_2. Ternyata ada 6 cara yang mungkin. Maslah ini dapat pula diselsesaikan dengan cara yang sangat mudah, yaitu dengan mengalikan 3 dan 2 sehingga diperoleh hasil 6.

C. Permutasi

Ada berapa cara menyusun bilangan *3* angka yang terdiri dari angka *0,1,2,3,4,5,6,7,8,9*? Untuk menyelesaikan masalah tersebut dapat digunakan cara sebagai berikut:

Angka pertama	Angka kedua	Angka ketiga
10 cara	9 cara	8 cara

Pada digit pertama ada 10 cara, pada digit kedua ada 9 cara, dan pada digit ketiga ada 8 cara. Sehingga banyaknya cara yang mungkin untuk menyusun bilangan 3 angka sebanyak *10 x 9 x 8 = 720* cara.

Masalah tersebut dapat dinyatakan sebagai permutasi 3 unsur dari 10 unsur yang dapat dinyatakan sebagai ${}_3P_{10}$.

$$ {}_3P_{10} = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10.9.8.7!}{7!} = 720 $$

Secara umum permutasi r unsur dari n unsur dengan r ≤ n ditulis $ {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} $

Ada dua jenis permutasi yang lain yaitu permutasi siklis dan permutasi dengan unsur yang sama. Pada permutasi siklis, berkaitan dengan susunan yang dapat dibentuk apabila bentuk susunannya melingkar.

Sedangkan pada permutasi dengan unsur yang sama berkaitan dengan banyaknya susunan yang dapat dibentuk apabila ada unsur yang sama.

Masalah berikut ini dapat diselesaikan dengan permutasi siklis. Contoh: berapa banyaknya susunan tempat duduk yang mungkin apabila 4 orang duduk mengitari meja? Jawaban untuk masalah tersebut dapat disimak sebagai berikut:

Apabila kursi tempat 5 orang tersebut duduk dinotasikan sebagai A, B, C, D maka dapat didaftar banyaknya cara 5 orang tersebut duduk, yaitu: ABCD, ABDC, BCDA, BCAD, CDAB, CDBA. Sehingga ada 6 cara untuk yang mungkin. Masalah ini dapat diselesaikan menggunakan permutasi siklis dengan rumus $\mathbf{P_n} = (n-1)!$

Sehingga untuk soal di atas dapat diselesaikan sebagai berikut; n = 4;

$$\mathbf{P_n} = (n-1)!$$

$$\mathbf{P_n} = (4-1)! = 3! = 3x2x1 = 6$$

Selain permutasi siklis ada juga permutasi dengan dengan unsur yang sama. Contoh permutasi dengan unsur yang sama sebagai berikut: berapa banyaknya kata yang dapat disusun dari kata SOTO? Susunan kata yang mungkin dengan cara didaftar adalah: SOTO, SOOT, OSTO, OSOT, OTOS, OTSO, TOSO, TOOS, STOO,TSOO, OOST,OOTS. Dengan cara mendaftar semua kemungkinan yang mungkin diperoleh 12 cara. Selain cara di atas masalah tersebut dapat diselesaikan dengan cara yang lain. Rumus yang dapat digunakan adalah:

$P_n = \frac{n!}{k!}$ **; n** adalah banyaknya unsur dan **k** adalah banyaknya unsur yang sama.

Pada soal tersebut diketahui bahwa banyaknya unsur ada 4 atau n= 4, sedangkan unsur yang sama ada 2 atau k = 2. Sehingga hal tersebut dapat diselesaikan dengan cara:

$$P_n = \frac{n!}{k!}$$

$$P_4 = \frac{4!}{2!} = \frac{4x3x2!}{2!} = 12$$

D. Kombinasi

Pada permutasi, dalam membuat susunan memperhatikan urutan. Misalnya AB tidak sama dengan BA. Namun pada kombinasi urutan tidak diperhatikan, sehingga AB sama dengan BA. Contoh: dari 15 pemain softball dipilih 10 orang yang akan diturunkan dalam pertandingan. Berapa banyaknya susunan pemain yang mungkin?

Soal tersebut dapat diselesikan dengan kombinasi 10 unsur dari 15 unsur atau dapat ditulis ${}_{15}C_{10}$. Secara umum kombinasi r unsur dari n unsur dengan r ≤ n memiliki rumus ${}_{n}C_{r} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$

Sehingga untuk masalah di atas dapat diselesaikan dengan cara:

$${}_{n}C_{r} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

$$_{15}C_{10} = \frac{15!}{(15-10)!10!} = \frac{15!}{5!10!} = \frac{15x14x13x12x11x10!}{5x4x3x2x1x10!} = 30.030$$

Banyaknya susunan pemain yang mungkin apabila ada 15 orang pemain dan dipilih 10 pemain adalah 30.030 cara.

E. Kejadian atau Tindakan Acak

Jika kita melemparkan sebuah uang logam, maka ada dua hasil yang mungkin muncul yaitu “angka” atau “gambar”. Begitu juga melemparkan sebuah dadu, hasil yang mungkin muncul yaitu mata dadu 1, 2, 3, 4, 5, dan 6. Dua kegiatan tersebut yang hasilnya tidak dapat dipastikan disebut tindakan acak atau kejadian acak.

F. Frekuensi Relatif (Nilai yang Muncul)

Pada percobaan melemparkan sebuah uang logam, ada dua hasil yang mungkin muncul, misalkan munculnya angka disebut kejadian A dan munculnya gambar disebut kejadian B. Dapat dirumuskan:

$$\text{Frekuensi relatif A} = \frac{\text{Banyaknya kejadian A}}{\text{Banyaknya seluruh percobaan}}$$

Contoh: Kita melempar uang logam sebanyak 50 kali. Kalau permukaan “angka” muncul 20 kali dan permukaan gambar muncul 30 kali, maka frekwensi relatif muncul angka adalah:

$$\text{Frekuensi relatif A} = \frac{\text{Banyaknya kejadian A}}{\text{Banyaknya seluruh percobaan}} =$$

$$\frac{20}{50} = 0,40$$

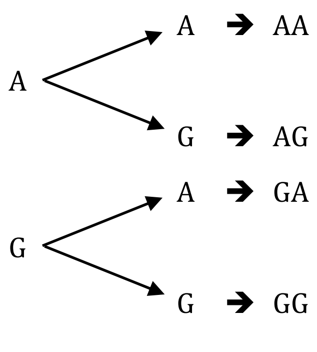
G. Notasi Himpunan dalam Hitung Peluang

Ruang sampel adalah himpunan yang anggotanya merupakan hasil yang mungkin dari suatu percobaan, sedangkan anggota-anggota dari ruang sampel tersebut disebut titik sampel. Himpunan dari semua hasil yang mungkin dalam suatu percobaan disebut ruang sampel dengan notasi “S”. Pelemparan mata uang logam sekali, maka S = (angka, gambar). Titik sampelnya adalah angka dan gambar. Penentuan ruang sampel dari percobaan dapat dilakukan dengan cara mendaftar, diagram pohon atau tabel.

Contoh 1: Tentukan ruang sampel dari percobaan melemparkan dua uang logam bersama-bersama !

a. Dengan mendaftar S = {AA, AG, GA, GG}
   n (S) = 4

b. Dengan diagram pohon
   Missal A = Angka, G = Gambar



Jadi, ruang sampelnya; S = {AA, AG, GA, GG}, n = 4

c. Dengan Tabel

Uang 1 / Uang 2	A	G
A G	(A,A) (G,A)	(A,G) (G,G)

Jadi, ruang sampelnya S = {AA, AG, GA, GG}, n (S) = 4

Contoh 2: jika dua dadu dilempar bersama-sama, apa saja ruang sampel yang mungkin?

Masalah di atas dapat diselesaikan menggunakan beberapa cara, antara lain mendaftar, menggunakan diagram pohon, dan menggunakan tabel. Namun pada masalah ini, dipilih penggunaan tabel dalam menentukan ruang sampel.

Dadu 1 / Dadu 2	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Dari tabel di atas tampak bahwa ada 36 kemungkinan yang mungkin terjadi. Sehingga banyaknya ruang sampel pada pelemparan dua dadu bersama-sama atau n (S) = 36. Adapun S: {(1,1), (2,1), (3,1), (4,1), (5,1), (6,1), (1,2), (2,2), (3,2), (4,2), (5,2), (6,2), (1,3), (2,3), (3,3), (4,3), (5,3), (6,3), (1,4), (2,4), (3,4), (4,4), (5,4), (6,4), (1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,5), (6,5), (1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6), (6,6)}

H. Kisaran Nilai Peluang

Pada frekuensi relatif suatu kejadian dilakukan jika banyaknya percobaan yang dilakukan hanya beberapa kali, tetapi jika banyaknya percobaan semakin banyak dilakukan ternyata nilai frekuensi relatif akan mendekati nilai ½. Nilai ½ tersebut menyatakan peluang suatu kejadian. Peluang dilambangkan P. Misalnya kita melemparkan sebuah dadu berarti:

Peluang muncul dadu angka 3 adalah $\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}$ ➔ 1 Kejadian menunjuk angka

➔ 6 Kejadian yang muncul secara keseluruhan

Peluang kejadian A =

$$\frac{\text{Banyaknya kejadian A}}{\text{Banyaknya kejadian yang mungkin}} = \frac{n\,(A)}{n\,(S)}$$

Peluang sebuah kejadian berkisar antara 0 dan 1. Kejadian peluang 1 disebut kepastian, sedangkan jika peluangnya nol disebut kemustahilan. Contoh peristiwa kemustahilan adalah peluang muncul angka 7 pada pelemparan sebuah dadu. Sehingga peluang untuk kejadian tersebut adalah nol. Sedangkan peluang munculnya kejadian tidak A dinyatakan sebagai berikut:

$$Peluang\,kejadian\,bukan\,A = P(A') = 1 - P(A)$$

Sehingga peluang munculnya mata dadu bukan 3 adalah $P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

I. Frekuensi Harapan

Frekuensi harapan dari suatu kejadian ialah harapan banyaknya muncul satu kejadian yang diamati dari sejumlah percobaan yang dilakukan.

Fh = P(A) x N

Dengan P(A) = Peluang kejadian A

N = Banyaknya percobaan

Contoh:

Sebuah dadu dilemparkan 30 kali. Berapakah frekuensi harapan munculnya mata dadu genap?

Jawab:

N = 30	A = Muncul mata dadu genap
S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}	A = {1, 3, 5}
n(S) = 6	n(A) = 3

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Frekuensi harapan muncul mata dadu prima = P(A) x N

$$= \frac{1}{2} \text{ x } 30 = 15$$

Jadi, frekuensi harapan muncul mata dadu prima adalah 15 kali.

J. Latihan

1. Dalam pemilihan Pengurus Koperasi yang terdiri dari seorang Ketua, seorang Sekretaris, dan seorang Bendahara, terdapat 8 orang calon Ketua, 9 orang calon Sekretaris, dan 5 orang calon Bendahara. Berapa banyak susunan Pengurus Koperasi yang mungkin?
2. Berapa banyaknya susunan plat nomer kendaraan yang terdiri dari dua huruf di depan, 4 angka, dan 3 huruf di belakang?
3. Berapa banyaknya cara menyusun bilangan yang terdiri dari 7 angka dan lebih dari 2.000.0000?
4. Tentukan peluang muncul angka (5,3) pada pelemparan dua dadu bersama-sama sebanyak 100 kali lemparan!
5. Satu dadu dan satu keeping uang logam dilempar sekali. Tentukan :
   a. Peluang muncul mata dadu genap dan angka
   b. Peluang muncul mata dadu prima atau gambar
6. Tentukan frekwensi harapan munculnya mata dadu lebih dari 4 dan angka pada pelemparan satu dadu dan satu keping uang logam bersama-sama sebanyak 120 kali!
7. Satu set soal terdiri 20 soal yang terdiri dari 10 soal pilihan ganda dengan 5 pilihan jawaban dan 10 soal benar salah. Seseorang menjawab tanpa dipikirkan, tentukan:
   a. Peluang orang tersebut menjawab benar semua soal

   b. Peluang orang tersebut menjawab salah di semua soal
   c. Peluang orang tersebut menjawab salah satu soal
8. Dari satu set kartu remi akan diambil secara acak 4 kartu sekaligus. Berapa frekwensi harapan munculnya kartu As untuk 260 kali pengambilan?
9. Peluang siswa lulus ujian 0,98. Berapa peluang siswa tidak lulus ujian?
10. Dua dadu dilempar bersama-sama. Tentukan:
    a. Muncul mata dadu berjumlah prima
    b. Muncul mata dadu berjumlah lebih dari 7

Daftar Pustaka

Bennet, Jr. 2004. *Mathematic for Elementary Teacher*. New York: McGraw Hill

D'Augustin. 1992. *Theaching Elementary School Mathematic.* Ohio University: Athens.

Kaplan, A.2004*. Math On Call A Mathematics Handbook*. USA: Great Source Education Group

LAPIS PGMI, 2009. *Matematika – 2*. LAPIS PGMI. Jakarta

Muhsetyo. 1985. *Pengantar Ilmu Bilangan*. Sinar Wijaya. Surabaya

NCTM. 1989. *Curricullum and Evaluation Standards for School Mathematics.* NCTM: Reston Virginia

NCTM. 2000. *Principles and Standars for School Mathematics*. NCTM

Runtukahu, J.T & Kandau S. 2014. Pembelajaran Matematika Dasar bagi Anak Berkesulitan Belajar. Ar-Ruzz Media: Yogyakarta.

Subarinah, S. 2006. *Inovasi Pembelajaran Matematika SD*. Depdiknas. Jakarta.

Suherman, E. 2003. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. UPI Bandung

Townsend, M. 1987. *Discrete Mathematics: Applied Combinatorics and Graph Theory*. The

Benjamin/Cummings Publising Company, Inc: California.

Winarsunu, T. 2006. *Statistik dalam Penelitian Psikologi dan Pendidikan*. Universitas Muhammadiyah Malang: Malang.

Tentang Penulis

Musrikah, M.Pd., lahir di Tulungagung yaitu sebuah kota kecil pada bagian selatan Pulau Jawa pada tanggal 10 September 1979. Penulis telah menikah dengan Hadi Purnomo dan dikaruniai 3 orang anak bernama Huzein Mukhlis Hisbolloh (17 tahun), Aisya Kamila Dewi (13 tahun), dan Hazen Hibatulloh Kamil (10 tahun). Penulis tercatat sebagai Dosen di IAIN Tulungagung sebagai Dosen Matematika di Jurusan PGMI sejak tahun 2006 sampai sekarang. Penulis sekarang tinggal di RT / RW 03/I Glotan, Tanggung, Campurdarat, Tulungagung. Bisa disapa di kontak 085235898455 atau surel musrikahstainta@gmail.com.