

## BAB II LANDASAN TEORI

### A. Hakikat Matematika

#### 1. Pengertian Matematika

Istilah Matematika berasal dari kata Yunani *mathein* atau *manthanein* yang artinya mempelajari. Matematika adalah ilmu yang mempelajari tentang logika dan sebagai ilmu dasar dalam mempelajari ilmu pengetahuan yang lain.<sup>1</sup> Matematika sendiri menurut Ruseffendi dalam Heruman adalah bahasa symbol; ilmu deduktif yang tidak menerima pembuktian secara induktif; ilmu tentang pola keteraturan, dan yang terorganisasi, mulai dari unsure yang tidak didefinisikan, ke unsure yang didefinisikan, ke aksioma, dan akhirnya ke dalil.<sup>2</sup>

Soedjadi memberikan beberapa definisi atau pengertian tentang matematika yaitu:

- a. Matematika adalah cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematis.
- b. Matematika adalah pengetahuan tentang bilangan dan kalkulasi. Matematika adalah pengetahuan tentang penalaran logis dan berhubungan dengan bilangan.
- c. Matematika adalah pengetahuan tentang fakta-fakta kuantitatif dan masalah tentang ruang dan bentuk.
- d. Matematika adalah pengetahuan tentang struktur-struktur yang logis.
- e. Matematika adalah pengetahuan tentang aturan-aturan yang tetap.<sup>3</sup>

---

<sup>1</sup> Moch.Masykur, Abdul Halim Fathani, *Matematika Intelligence "Cara Cerdas Melatih Otak dan Menanggulangi Kesulitan Belajar"*. (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2007), hal.43.

<sup>2</sup> Heruman, *Model Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar* (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2009), hal.1.

<sup>3</sup> Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia...*, hal.11

Berdasarkan pengertian-pengertian tersebut, dapat disimpulkan bahwa matematika adalah cabang ilmu pengetahuan tentang bilangan dan penalaran logis yang mempunyai pola yang teratur, serta memiliki pola tujuan yang abstrak. Dalam matematika, setiap konsep yang abstrak dan baru dipahami siswa harus segera diberi penguatan. Agar pengetahuan yang diperoleh dapat bertahan lama dalam memori siswa, sehingga akan melekat kuat dalam pola pikir dan tindakannya.

## 2. Karakteristik Matematika

Beberapa karakteristik matematika yaitu:

- a. Memiliki obyek abstrak
- b. Bertumpu pada kesepakatan
- c. Berpola pikir deduktif
- d. Memiliki symbol yang kosong dari arti
- e. Memperhatikan semesta pembicara
- f. Konsisten dalam sistemnya.<sup>4</sup>

Berikut disajikan pembahasan dari masing-masing karakteristik tersebut:

- a. Memiliki objek abstrak

Objek dasar yang dipelajari dalam matematika adalah objek mental yaitu pikiran, oleh karena itu objek matematika bersifat abstrak. Objek tersebut memiliki fakta, konsep, operasi atau relasi dan prinsip.<sup>5</sup>

---

<sup>4</sup> Depdiknas, Menteri *Pelatihan Terintegrasi Matematika*. (Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar dan Menengah, 2005), hal.9.

<sup>5</sup> Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*, (Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional, 2000), hal.13.

b. Bertumpu pada kesepakatan

Kesepakatan adalah penting dalam matematika dan keseharian. Kesepakatan yang amat mendasar dalam matematika adalah aksioma dan konsep primitive. Aksioma atau sering disebut postulat diperlukan untuk menghindari berputar-putar dalam pembuktian. Sedangkan konsep primitive atau *undefined term* (pengertian yang tidak bisa didefinisikan) diperlukan untuk menghindari berputar-putar dalam pendefinisian.

c. Berpola pikir deduktif

Pola pikir deduktif secara sederhana dapat dikatakan pemikiran yang berpangkal dari hal bersifat umum diterapkan atau diarahkan kepada hal yang bersifat khusus.<sup>6</sup>

d. Memiliki simbol yang kosong dari arti

Dalam matematika jelas sekali terlihat banyak sekali symbol yang digunakan baik berupa huruf maupun bukan huruf. Makna dari symbol tersebut tergantung dari permasalahan.<sup>7</sup> Oleh karena itu symbol kosong dari arti dapat dimanfaatkan oleh yang membutuhkan matematika sebagai alat untuk menyelesaikan masalah. Symbol-symbol ini juga menempatkan matematika sebagai bahasa symbol.

e. Memperhatikan semesta pembicara

Semesta pembicara bermakna sama dengan universal set. Semesta pembicara dapat benar atau salahnya ataupun ada tidaknya penyelesaian dari suatu model matematika tergantung pada semesta pembicara.

---

<sup>6</sup>*Ibid*, hal.16

<sup>7</sup> Suherman, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Jakarta:Universitas Pendidikan Indonesia), hal. 18

f. Konsisten dalam sistemnya

Dalam matematika terdapat banyak sistem. Ada sistem yang saling berkaitan satu sama lain tapi ada sistem yang terlepas satu sama lain. Dalam masing-masing sistem tersebut berlaku konsistensi (taat asas), atau bisa dikatakan anti kontradiksi.<sup>8</sup>

## **B. Pembelajaran Matematika**

Pembelajaran menurut Knowles adalah cara pengorganisasian peserta didik untuk mencapai tujuan pendidikan. Menurut Correy, pembelajaran adalah suatu proses dimana lingkungan seseorang secara disengaja dikelola untuk memungkinkan ia turut serta dalam tingkah laku tertentu dalam kondisi-kondisi khusus, sedangkan menurut Achjar Chalil pembelajaran adalah proses interaksi peserta didik dengan pendidik dan sumber belajar pada suatu lingkungan belajar.

Menurut Wawan Junaidi, pembelajaran matematika adalah suatu proses yang diselenggarakan oleh guru untuk membelajarkan siswa guna memperoleh ilmu pengetahuan dan kerampilan matematika.

Pembelajaran didefinisikan sebagai sistem atau proses membelajarkan subjek didik/pembelajar yang direncanakan atau didesain, dilaksanakan, dan dievaluasi secara sistematis agar subjek didik/pembelajar dapat mencapai tujuan-tujuan pembelajaran secara efektif dan efisien.<sup>9</sup> Pembelajaran juga merupakan

---

<sup>8</sup> Ibid, hal. 18-19

<sup>9</sup> Kokom komalasari, *pembelajaran kontekstual: konsep dan aplikasi*. (Bandung:PT Refika Aditama,2004), hal.3

suatu kegiatan untuk membelajarkan siswi-siswi, artinya membuat siswi-siswi belajar.<sup>10</sup>

Kata matematika berasal dari perkataan Latin matematika yang mulanya diambil dari perkataan Yunani mathematike yang berarti mempelajari. Perkataan itu mempunyai asal katanya mathema yang berarti pengetahuan atau ilmu (knowledge, science). Kata mathematike berhubungan pula dengan kata lainnya yang hampir sama, yaitu mathein atau mathenein yang artinya belajar (berpikir). Jadi, berdasarkan asal katanya, maka perkataan matematika berarti ilmu pengetahuan yang didapat dengan berpikir (bernalar). Matematika lebih menekankan kegiatan dalam dunia rasio (penalaran), bukan menekankan dari hasil eksperimen atau hasil observasi matematika terbentuk karena pikiran-pikiran manusia, yang berhubungan dengan idea, proses, dan penalaran.<sup>11</sup>

Matematika adalah konsep ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan yang lainnya dengan jumlah yang banyak yang terjadi ke dalam tiga bidang yaitu : aljabar, analisis, dan geometri.<sup>12</sup>

### **C. Kesulitan Belajar Siswa**

Diketahui dalam kurikulum pendidikan, dijelaskan bahwa kesulitan belajar merupakan terjemahan dari bahasa inggris *Learning Disability* yang berarti

---

<sup>10</sup> Nana sudjana, *penilaian hasil proses belajar mengajar*. (Bandung:PT Remaja Rosdakarya,1991), hal. 2

<sup>11</sup> Ruseffendi, *Pengajaran Matematika Modern dan Masa Kini Untuk Guru dan SPG*.(Bandung : Tarsito, 1988), hal. 148

<sup>12</sup>Suherman, Eman dkk, *Strategi Belajar Mengajar Matematika*.( Jakarta: Depdikbud, 2001), hal.16

ketidakmampuan belajar. Kata *Disability* diterjemahkan kesulitan untuk memberikan kesan optimis bahwa anak sebenarnya masih mampu untuk belajar.<sup>13</sup>

Menurut Hammil et al., kesulitan belajar adalah beragam bentuk kesulitan yang nyata dalam aktivitas mendengarkan, bercakap-cakap, membaca, menulis, menalar, dan berhitung. Gangguan tersebut berupa gangguan *intrinsik* yang diduga karena adanya disfungsi sistem saraf pusat.<sup>14</sup> Hal ini didukung Dalyono menjelaskan bahwa kesulitan belajar merupakan suatu keadaan yang menyebabkan siswa tidak dapat belajar sebagaimana mestinya. Sedangkan menurut Sabri, kesulitan belajar identik dengan kesukaran siswa dalam menerima atau menyerap pelajaran di sekolah.<sup>15</sup>

Menurut Blassic dan Jones yang dikutip dalam bukunya Sugihartono et al., kesulitan belajar yang dialami siswa menunjukkan adanya kesenjangan atau jarak antara prestasi akademik yang diharapkan dengan prestasi akademik yang dicapai oleh siswa pada kenyataannya.<sup>16</sup>

Kesulitan belajar pada intinya merupakan sebuah permasalahan yang menyebabkan seorang siswa tidak dapat mengikuti proses pembelajaran dengan baik seperti siswa lain pada umumnya yang disebabkan oleh faktor-faktor tertentu sehingga ia terlambat atau bahkan tidak dapat mencapai tujuan belajar yang diharapkan.<sup>17</sup> Seorang siswa dapat diduga mengalami kesulitan belajar bila peserta didik yang bersangkutan menunjukkan kegagalan atau tidak dapat mencapai tujuan belajar yang ditetapkan. Di antara kegagalan tersebut adalah jika dalam

---

<sup>13</sup>Nini Subini, *Mengatasi Kesulitan Belajar Pada Anak*, (Jogjkarta: Javalitera, 2011), hal. 12

<sup>14</sup>*Ibid.*, hal. 14

<sup>15</sup>*Ibid.*, hal. 16

<sup>16</sup>Mohammad Irham & Novan Ardy W., *Psikologi Pendidikan Teori dan Aplikasi dalam Proses Pembelajaran*, (Jogjakarta: Ar-ruz Media, 2013), hal. 253-254.

<sup>17</sup>*Ibid.*, hal. 254

waktu yang telah ditentukan peserta didik tidak dapat mencapai kriteria minimal penguasaan materi yang telah ditetapkan oleh guru.

Menurut Derek Wood et al., berapa lama jangka waktunya, kesulitan belajar akan berdampak pada kehidupan siswa yang bersangkutan. Artinya, kesulitan belajar yang dialami siswa akan berpengaruh terhadap aktivitas siswa, baik di sekolah maupun di lingkungan rumah.<sup>18</sup>

Berdasarkan beberapa definisi di atas dapat disimpulkan bahwa kesulitan belajar adalah proses yang dilakukan guru untuk menentukan masalah atau ketidakmampuan siswa dalam belajar yang dilakukan dengan cara meneliti berbagai latar belakang faktor penyebabnya.

Ahmadi dan Supriyono, menyebutkan bahwa terdapat beberapa macam kesulitan belajar pada siswa sebagai berikut:<sup>19</sup>

1. Dilihat dari jenis kesulitannya, kesulitan belajar dikelompokkan menjadi kesulitan belajar ringan, sedang dan berat.
2. Dilihat dari jenis bidang studi yang dipelajarinya, kesulitan belajar pada siswa dapat berupa kesulitan belajar pada sebagian kecil maupun sebagian besar bidang studi.
3. Dilihat dari sifat kesulitan belajarnya, kesulitan belajar pada siswa dapat berupa kesulitan belajar yang sifatnya menetap dan kesulitan belajar yang sifatnya sementara.
4. Dilihat dari fokus penyebabnya, belajar pada siswa dapat berupa kesulitan belajar karena faktor inteligensia dan kesulitan belajar karena faktor non-inteligensia.

---

<sup>18</sup>*Ibid.*, hal. 257

<sup>19</sup>*Ibid.*, hal. 258

Dalam pembelajaran matematika sendiri, kesulitan-kesulitan memahami matematika dikarenakan adanya kesulitan konsep dan keterampilan (*skill*). Kesulitan konsep karena adanya faktor pemahaman konsep matematis. Kesulitan konsep meliputi: (1) kesulitan memahami materi yang telah diberikan; (2) kesulitan menentukan atau menggunakan proses. Sedangkan kesulitan keterampilan meliputi: (1) kesulitan dalam perhitungan; (2) tulisan yang tidak dapat dibaca.<sup>20</sup>

Pada dasarnya setiap kesulitan belajar selalu berlatar belakang pada komponen-komponen yang berpengaruh pada proses belajar mengajar itu sendiri. Menurut Ahmadi dan Supriyono menjelaskan faktor-faktor penyebab kesulitan belajar dalam dua kelompok, yaitu:<sup>21</sup>

1. Faktor intern (faktor dalam diri siswa itu sendiri)

- a. Faktor fisiologis

Faktor fisiologis yang dapat menyebabkan munculnya kesulitan belajar pada siswa seperti kondisi siswa yang sedang sakit, adanya kelemahan atau cacat tubuh, dan sebagainya.

- b. Faktor psikologis

Faktor psikologis meliputi tingkat inteligensia pada umumnya yang rendah, bakat terhadap mata pelajaran yang rendah, dan sebagainya.

---

<sup>20</sup>Sunandar et al., *Analisis akaesalahan dan Kasulitan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Uraian Pokok Bahasan Trigonometri Kelas X.IIS di SMA N Rembang*, (Jurnal tidak diterbitkan: 2014), hal.3, diakses tanggal 7 april 2015.

<sup>21</sup>*Ibid.*, hal. 265-266



## 2. Faktor ekstern (faktor dari luar siswa itu sendiri)

### a. Faktor-faktor non-sosial

Faktor non-sosial dapat berupa peralatan belajar atau media belajar yang kurang baik atau bahkan kurang lengkap, kondisi ruang belajar atau gedung yang kurang layak, dan sebagainya.

### b. Faktor-faktor sosial

Salah satu dari faktor sosial yaitu faktor keluarga, sekolah, teman bermain, dan lingkungan masyarakat yang lebih luas. Faktor keluarga dapat berpengaruh terhadap proses belajar siswa seperti cara mendidik anak dalam keluarga, hubungan sesama keluarga, dan sebagainya.

Jadi dengan guru memahami faktor-faktor internal dan eksternal, guru akan lebih mudah mengetahui apa yang menjadi penyebab masalah yang dihadapi siswa. Hal tersebut akan berpengaruh pada pembelajaran yang akan dipakai guru selanjutnya. Apabila guru sudah mengetahui masalah yang dihadapi siswa dan metode pembelajaran yang digunakan sesuai, maka proses belajar mengajar akan berjalan dengan baik dan tujuan pembelajaran dapat tercapai.

## **D. Pemahaman Siswa**

Agar dapat memberikan pendidikan, yaitu bimbingan, pengajaran dan latihan yang baik kepada siswa. Guru-guru dan pembimbing di sekolah perlu memiliki pemahaman yang tepat dan akurat tentang para siswa. Pemahaman tentang keseluruhan aspek kepribadian siswa: karakter pribadi siswa, kemampuan intelektual umum (kecerdasan) dan khusus (bakat), kemampuan sosial komunikasi, keterampilan, sikap, minat, motivasi, kondisi dan kesehatan fisik,

keunggulan dan sukses yang pernah dicapai, latar belakang keluarga, pendidikan, kesehatan, pergaulan, dsb.<sup>22</sup> Hal ini dimaksudkan agar apa yang disampaikan seorang pendidik kepada peserta didiknya dapat tercapai secara optimal, agar tidak terjadi suatu kesalahpahaman. Jika dalam suatu pembelajaran, antara pendidik dan peserta didiknya tidak terjadi interaksi yang baik, maka secara otomatis tujuan utama dari pembelajaran, terutama pada pelajaran matematika tidak akan terlaksana dengan baik pula.

Pemahaman adalah menjelaskan sesuatu yang dibaca atau didengarkan dengan menggunakan susunan kalimatnya sendiri, memberi contoh lain dari yang telah dicontohkan, atau menggunakan petunjuk penerapan pada kasus lain.<sup>23</sup> Seringkali seorang pendidik merasa kesulitan ketika memutuskan apakah peserta didiknya sudah mampu menguasai materi yang diberikan atau belum, karena peserta didik jika ditanya apakah sudah paham atau belum, maka mereka akan cenderung diam.

Pemahaman dapat dibedakan ke dalam tiga kategori.<sup>24</sup>

1. Tingkat terendah adalah pemahaman terjemahan, mulai dari terjemahan dalam arti yang sebenarnya, misalnya dari bahasa Inggris ke dalam bahasa Indonesia, mengartikan *Bineka Tunggal Ika*, mengartikan *Merah Putih*, dll.
2. Tingkat kedua adalah pemahaman penafsiran, yakni menghubungkan bagian-bagian terdahulu dengan yang diketahui berikutnya.
3. Tingkat ketiga atau tertinggi adalah pemahaman ekstrapolasi. Dengan ekstrapolasi diharapkan seseorang mampu melihat dibalik yang tertulis, dapat

---

<sup>22</sup> Nana Syaodih Sukmadinata, *Landasan Psikologi Proses Pendidikan*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2005), hal 228

<sup>23</sup> Nana Sudjana, *Penilaian Hasil Proses Belajar Mengajar*, (Bandung: PT. Remaja Rosdakarya, 2005), hal. 24

<sup>24</sup> *Ibid.*, hal. 24

membuat ramalan tentang konsekuensi atau dapat memperluas persepsi dalam arti waktu, dimensi, kasus, ataupun masalahnya.

Secara garis besar, dibedakan dua macam cara pemahaman, yaitu teknik pengukuran atau tes dan non tes.<sup>25</sup> Teknik pengukuran menggunakan alat-alat tes yang bersifat baku. Misalnya, guru dalam mengukur tingkat pemahaman siswa, menggunakan tes berupa soal-soal yang berkaitan dengan materi yang diajarkan. Sedangkan teknik non tes bersifat memberikan gambaran, beberapa teknik non tes yang digunakan dalam pemahaman individu adalah: observasi, wawancara, angket, studi dokumenter, dan lain-lain.

#### **E. Pemecahan Masalah matematika**

Proses pemecahan masalah dan latihan melibatkan penggunaan otak atau pikiran untuk melakukan hubungan melalui refleksi, artikulasi, dan belajar melihat perbedaan pandangan. Dalam proses pemecahan masalah, skenario masalah dan urutannya membantu siswa mengembangkan koneksi kognitif. Kemampuan untuk melakukan koneksi *intelligence* merupakan kunci dari pemecahan masalah dalam dunia nyata. Pelatihan dalam pemecahan masalah membantu dalam meningkatkan konektivitas, pengumpulan data, elaborasi, dan komunikasi informasi.<sup>26</sup>

Polya mendefinisikan pemecahan masalah sebagai usaha mencari jalan keluar dari suatu kesulitan, mencapai suatu tujuan yang tidak begitu saja dengan

---

<sup>25</sup>Nana Syaodih Sukmadinata, *Landasan Psikologi Proses Pendidikan...*, hal. 217

<sup>26</sup>Rusman, *Model-model Pembelajaran Mengembangkan Profesionalisme Guru*, (Jakarta: PT Raja Grafindo Persada, 2011). Hal. 236

segera dapat dicapai. Lebih lanjut polya mengemukakan bahwa dalam matematika terdapat dua macam masalah:<sup>27</sup>

- a. Masalah untuk menemukan (*problem to find*)
- b. Masalah untuk membuktikan (*problem to prove*)

Pemecahan masalah secara sistematis adalah petunjuk untuk melakukan suatu tindakan yang berfungsi untuk membantu seseorang dalam menyelesaikan suatu permasalahan. Secara operasional tahap-tahap pemecahan masalah secara sistematis terdiri atas empat tahap berikut:<sup>28</sup>

#### 1. Memahami masalahnya

Pemahaman terhadap masalah diantaranya yaitu:<sup>29</sup>

- a. Membaca dan membaca ulang masalah tersebut. Pahami kata demi kata, kalimat demi kalimat.
- b. Mengidentifikasi apa yang diketahui dari masalah tersebut
- c. Mengidentifikasi apa yang hendak dicari
- d. Mengabaikan hal-hal yang tidak relevan dengan permasalahan
- e. Tidak menambahkan hal-hal yang tidak ada sehingga masalahnya menjadi berbedadengan masalah yang dihadapi.

#### 2. Membuat rencana penyelesaian masalah

Perencanaan penyelesaian masalah seringkali diperlukan kreativitas.

Sejumlah strategi dapat membantu kita untuk merumuskan suatu rencana

---

<sup>27</sup>Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum Dan Pembelajaran Matematika*, (Malang: Universitas Negeri Malang, 2005). Hal. 128-129

<sup>28</sup>Made Wena, *Strategi Pembelajaran Inovatif Kontemporer*, (Jakarta: PT Bumi Aksara, 2013) hal. 60.

<sup>29</sup>Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum Dan Pembelajaran Matematika.*, hal.138-139

penyelesaian masalah. Wheeler mengemukakan strategi penyelesaian masalah antara lain sebagai berikut:<sup>30</sup>

- a. Membuat suatu tabel
- b. Membuat suatu gambar
- c. Menduga, mengetes dan memperbaiki
- d. Mencari pola
- e. Menyatakan kembali masalah
- f. Menggunakan penalaran
- g. Menggunakan variabel
- h. Menggunakan persamaan
- i. Mencoba menyederhanakan permasalahan
- j. Menghilangkan situasi yang tidak mungkin
- g. Melaksanakan rencana penyelesaian
- h. Memeriksa kembali, mengecek hasilnya.

Langkah melihat kembali apakah penyelesaian masalah sudah sesuai dengan ketantuan yang diketahui dan tidak terjadi kontradiksi merupakan langkah terakhir yang penting. Terdapat empat komponen untuk mereview suatu penyelesaian sebagai berikut:<sup>31</sup>

- a. Mengecek hasilnya
- b. Menginterpretasikan jawaban yang diperoleh
- c. Bertanya kepada diri sendiri, apakah ada cara lain untuk mendapatkan penyelesaian yang sama
- d. Bertanya kepada diri sendiri, apakah ada penyelesaian yang lain

---

<sup>30</sup>*Ibid.*, hal. 139-140

<sup>31</sup>*Ibid.*, hal.144-145

Penggunaan pemecahan masalah secara sistematis pada dasarnya untuk membantu peserta didik dalam memecahkan masalah secara bertahap. Seperti baik apa yang dikemukakan oleh Gagne bahwa cara baik yang dapat membantu peserta didik dalam pemecahan masalah adalah memecahkan masalah selangkah demi selangkah dengan menggunakan aturan tertentu. Disamping itu pemecahan masalah secara sistematis juga memperhatikan beberapa prosedur seperti yang dikemukakan Giancoli berikut:<sup>32</sup>

1. Baca masalah secara menyeluruh dan hati-hati sebelum mencoba untuk memecahkannya.
2. Tulis apa yang diketahui atau yang diberikan, kemudian tuliskan apa yang ditanyakan.
3. Pikirkan tentang prinsip, definisi, dan persamaan hubungan yang berkaitan. Sebelum mengerjakannya yakinkan bahwa prinsip, definisi, dan persamaan tersebut valid.
4. Pikirkanlah dengan hati-hati tentang hasil yang diperoleh, apakah masuk akal atau tidak masuk akal
5. Suatu hal yang sangat penting adalah perhatikan satuan, serta cek penyelesaiannya.

Dengan prosedur pemecahan masalah secara sistematis peserta didik diberi kesempatan untuk bekerja secara sistematis, peserta didik banyak melakukan latihan dan guru memberi petunjuk secara menyeluruh. Dengan latihan yang dilakukan oleh peserta didik diharapkan peserta didik memiliki keterampilan dalam menyelesaikan soal. Penggunaan pemecahan masalah secara sistematis

---

<sup>32</sup>Made Wena, *Strategi Pembelajaran Inovatif Kontemporer.*, hal. 63

dalam latihan menyelesaikan soal didukung oleh teori belajar Ausubel tentang belajar bermakna, yang menekankan perlunya menghubungkan informasi baru pada konsep-konsep yang relevan yang terdapat dalam struktur kognitif seseorang. Dengan pemecahan masalah secara sistematis, peserta didik dilatih tidak hanya mengetahui apa yang diketahui, apa yang ditanyakan, tetapi juga dilatih untuk menganalisis soal, mengetahui secara pasti situasi soal, besaran yang diketahui dan yang ditanyakan serta perkiraan jawaban soal.<sup>33</sup>

Berdasarkan beberapa uraian di atas dapat ditarik kesimpulan bahwa dalam pemecahan masalah tidak hanya dipelajari bagaimana menyelesaikan sebuah soal akan tetapi dipelajari bagaimana memahami sebuah soal, prosedur pengerjaan soal serta bagaimana mengerjakan soal secara sistematis.

#### A. *Scaffolding*

Pengertian istilah *Scaffolding* berasal dari istilah ilmu teknik sipil yaitu berupa bangunan kerangka sementara atau penyangga (biasanya terbuat dari bambu, kayu, atau batang besi) yang memudahkan pekerja membangun gedung. Dalam kamus Bahasa Inggris, *Scaffolding* artinya perancah; membangun perancah. Dalam kamus bahasa Indonesia perancah adalah bambu (papan, dsb) mirip dengan perancah yang digunakan oleh para pekerja bangunan yang tengah membangun sebuah gedung.<sup>34</sup>

Teori *scaffolding* pertama kali diperkenalkan di akhir 1950-an oleh Jerome Bruner, seorang psikolog kognitif. Ia menggunakan istilah untuk menggambarkan

---

<sup>33</sup>*Ibid.*, hal. 63-64.

<sup>34</sup>Neil J. Salkind, *Teori-teori Perkembangan Manusia diterjemahkan oleh M. Khozim*, (Bandung: Nusa Media, 2010), hal.379

anak-anak muda dalam akuisisi bahasa. Anak-anak pertama kali mulai belajar berbicara melalui bantuan orang tua mereka, secara naluriah anak-anak telah memiliki struktur untuk belajar berbahasa. *Scaffolding* merupakan interaksi antara orang-orang dewasa dan anak-anak yang memungkinkan anak-anak untuk melaksanakan sesuatu di luar usaha siswanya.<sup>35</sup>

Metafora ini harus secara jelas dipahami agar kebermaknaan pembelajaran dapat tercapai. Sebagian pakar pendidikan mendefinisikan *Scaffolding* berupa bimbingan yang diberikan oleh seorang pengajar kepada peserta didik dalam proses pembelajaran dengan persoalan-persoalan terfokus dan interaksi yang bersifat positif.<sup>36</sup> *Scaffolding* merupakan bantuan-bantuan yang diberikan kepada siswa untuk belajar dan memecahkan masalah. Bantuan tersebut dapat berupa pemecahan, memberikan contoh, dan tindakan-tindakan lain yang memungkinkan siswa itu belajar mandiri.<sup>37</sup>

Menurut Vygotsky *Scaffolding* adalah pemberian bantuan kepada anak selama tahap-tahap awal perkembangannya dan mengurangi bantuan tersebut dan memberikan kesempatan kepada anak untuk mengambil alih tanggungjawab yang semakin besar segera setelah anak dapat melakukannya. Penafsiran terkini terhadap ide-ide Vygotsky adalah siswa seharusnya diberikan tugas-tugas kompleks, sulit, dan realistis dan kemudian diberikan bantuan secukupnya untuk menyelesaikan tugas-tugas itu. Hal ini bukan berarti bahwa diajar sedikit demi sedikit komponen-komponen suatu tugas yang kompleks yang pada suatu hari diharapkan akan terwujud menjadi suatu kemampuan untuk menyelesaikan tugas

---

<sup>35</sup> Agus N. Cahyo, *Panduan Aplikasi Teori...*, hal.128

<sup>36</sup> Agus N. Cahyo, *Panduan Aplikasi Teori...*, hal.128

<sup>37</sup> Erna Suwangsih, *Pendekatan Pembelajaran Matematika*, (t.t.p: t.p, t.t), hal. 115



kompleks tersebut.<sup>38</sup>Dalam kaitannya dengan *scaffolding*, lebih lanjut Vygotsky berpendapat bahwa:

*”apa-apa yang dapat dikerjakan siswa dengan cara bekerja sama dengan orang-orang yang berkompeten pada hari ini, tentu dapat dilakukannya sendiri besok pagi.”*<sup>39</sup>

Menurut pendapat di atas, Vygotsky mengungkapkan bahwa melalui *scaffolding* atau pemberian bantuan yang diberikan kepada siswa bertujuan agar siswa tersebut mampu menyelesaikan pekerjaannya setelah proses pemberian bantuan tersebut oleh orang yang lebih ahli, dalam penelitian ini lebih dikhususkan kepada guru dan peneliti.

Pemberian bantuan ini bukan berarti siswa diajar sedikit demi sedikit komponen suatu tugas kompleks sehingga pada suatu saat akan terwujud menjadi kemampuan untuk menyelesaikan tugas kompleks tersebut. Teknik *scaffolding* digunakan untuk mencapai kompetensi yang sulit dan menantang. Untuk mencapai kompetensi tersebut diperlukan tahapan atau bantuan agar siswa dapat mencapai kompetensi yang kompleks tersebut secara mudah dan bertahan lama.

Jadi, dapat disimpulkan bahwa teknik *scaffolding* memberikan kebebasan kepada siswa untuk berpikir dan menyelesaikan masalahnya sendiri, akan tetapi siswa diberikan bantuan pada tahap pembelajaran seperti arahan sehingga pembelajaran dapat lebih terarah dan tujuan pembelajaran dapat tercapai. Tujuan pembelajaran adalah bagaimana setiap individu mengkonstruksi makna, tidak sekedar mengingat jawaban apa yang benar dan menolak makna milik orang

---

<sup>38</sup> Trianto, *Model-model Pembelajaran Inovatif berorientasi Konstruktivistik*. (Jakarta:Prestasi Pustaka Karya, 2011), hal. 27

<sup>39</sup>*Ibid.*,hal. 113

lain.<sup>40</sup> *Scaffolding* akan membuahkan hasil berupa perkembangan kognitif, sehingga metode penilaian pada *scaffolding* harus memperhatikan *Zone Of Proximal Development (ZPD)*.

ZPD adalah tempat dimana anak dan guru beraksi ketika tiba saatnya untuk meningkatkan keahlian kognitif anak.<sup>41</sup> Secara formal Vygotsky mendefinisikan ZPD sebagai jarak antara tingkat pengembangan aktual, yang ditentukan melalui pemecahan masalah yang dapat diselesaikan secara individu, dengan tingkat pengembangan potensial, yang ditentukan melalui suatu pemecahan masalah di bawah bimbingan orang dewasa, atau dengan cara berkolaborasi dengan teman-teman sebayanya.<sup>42</sup>

Menurut Lange, ada dua langkah utama yang terlibat dalam *scaffolding* pembelajaran: pengembangan rencana pembelajaran untuk membimbing peserta didik dalam memahami materi baru, dan pelaksanaan rencana, pembelajar memberikan bantuan kepada peserta didik di setiap langkah dari proses pembelajaran. *Scaffolding* terdiri dari beberapa aspek khusus yang dapat membantu peserta didik dalam internalisasi penguasaan pengetahuan. Berikut aspek-aspek *scaffolding*:<sup>43</sup>

- 1) *Intensionalitas*; kegiatan ini mempunyai tujuan yang jelas terhadap aktivitas pembelajaran berupa bantuan yang selalu diberikan kepada setiap peserta didik yang membutuhkan.

---

<sup>40</sup>*Ibid.*, hal.107

<sup>41</sup>Mustofa M. Karim, *Teori-teori Perkembangan Manusia*, (Bandung: Nusa Media, 2010), hal. 375

<sup>42</sup>Suyono & Hariyanto, *Belajar dan Pembelajaran*, (Bandung: PT Remaja Rosda Karya, 2014), hal.113

<sup>43</sup>*Ibid*, hal 129-130

- 2) *Kesesuaian*; peserta didik yang tidak bisa menyelesaikan sendiri permasalahan yang dihadapinya, maka pembelajar memberikan bantuan penyelesaiannya.
- 3) *Struktur*; modeling dan mempertanyakan kegiatan terstruktur di sekitar sebuah model pendekatan yang sesuai dengan tugas dan mengarah pada urutan alam pemikiran dan bahasa.
- 4) *Kolaborasi*; pembelajar menciptakan kerja sama dengan peserta didik dan menghargai karya yang telah dicapai oleh peserta didik. Peran pembelajar adalah kolaborator bukan sebagai evaluator.
- 5) *Internalisasi*; eksternal *scaffolding* untuk kegiatan ini secara bertahap ditarik sebagai pola yang diinternalisasi oleh peserta didik.

Menurut Lange, pembelajar tidak diharuskan memiliki semua pengetahuan, tetapi hendaknya memiliki pengetahuan yang cukup sesuai dengan yang mereka perlukan untuk memberi dukungan belajar kepada peserta didik, di mana memperolehnya, dan bagaimana memaknainya. Para pembelajar diharapkan bertindak atas dasar berpikir yang mendalam, bertindak independen dan kolaboratif satu sama lain, dan siap menyumbangkan pertimbangan-pertimbangan kritis. Para pembelajar diharapkan menjadi masyarakat memiliki pengetahuan yang luas dan pemahaman yang mendalam. *Scaffolding* selalu digunakan untuk mendukung pembelajaran berbasis masalah.<sup>44</sup>

Sedangkan secara umum, langkah-langkah pembelajaran *scaffolding* dapat dilihat sebagai berikut:<sup>45</sup>

1. Menjelaskan materi pembelajaran.

---

<sup>44</sup>*Ibid*, hal 131

<sup>45</sup>*Ibid.*, hal.135

2. Menentukan level perkembangan siswa berdasarkan tingkat kognitifnya dengan melihat nilai hasil belajar sebelumnya.
3. Mengelompokkan siswa berdasarkan kemampuannya.
4. Memberikan tugas belajar berupa soal-soal berjenjang yang berkaitan dengan materi pembelajaran.
5. Mendorong siswa untuk bekerja dan belajar menyelesaikan soal-soal secara mandiri dengan berkelompok.
6. Memberikan bantuan berupa bimbingan, motivasi, pemberian contoh, kata kunci atau hal lain yang dapat memancing siswa ke arah kemandirian belajar.
7. Mengarahkan siswa yang memiliki kemampuan yang tinggi untuk membantu siswa yang memiliki kemampuan rendah.
8. Menyimpulkan pelajaran dan memberikan tugas-tugas.

Anghileri mengusulkan tiga hierarki dari penggunaan *scaffolding* yang merupakan dukungan dalam pembelajaran matematika:

*At the most basic level, **enviromentalprovisions**enable learning to take place without the direct intervention of the teacher. The subsequent two levels identify teacher interactions that are increasingly directed to developing richness in the support of mathematical learning through **explaining, reviewing and restructuring and developing conceptual thinking.***<sup>46</sup>

Menurut Anghileri tiga hierarki dari penggunaan *scaffolding* yaitu:<sup>47</sup>

Level 1 : ***Enviromental provisions (Classroom organization, artefacts)***

Pada tingkat pertama, *scaffolding* diberikan dengan mengkondisikan lingkungan yang mendukung kegiatan belajar. Misalnya dengan menyediakan lembar tugas

---

<sup>46</sup>Ulrich Kortenkamp et al., *Early Mathematics Learning Selected Papers of the Poem 2012 Conference*, (New York: Springer, 2014), hal. 40

<sup>47</sup>Budi Santoso et al., *Diagnosis Kesulitan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Materi Sistem Persamaan Linear Satu Variabel Serta Upaya Mengatasinya Menggunakan Scaffolding*, (Malang: Jurnal tidak diterbitkan, 2013), hal. 492, diakses tanggal 7 Januari 2015

secara terstruktur serta menggunakan bahasa yang mudah dipahami oleh siswa, menyediakan media yang sesuai dengan materi ajar yang diberikan.

### Level 2 : ***Explaining, reviewing, and restructuring***

Pada tingkat kedua, terdiri dari *explaining* (menjelaskan), *reviewing* (mengulas) and *restructuring* (restrukturasi). Menjelaskan artinya kebiasaan yang digunakan oleh guru untuk menyampaikan ide atau gagasan yang dipakai dalam pembelajarannya. Misalnya seorang guru meminta siswa untuk membaca soal yang diberikan, selanjutnya guru bertanya tentang apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan pada soal tersebut. Mengulas artinya cara yang digunakan untuk mengevaluasi hasil pekerjaan dan mengetahui letak kesalahan yang dilakukan. Misalnya dalam pembelajaran yang dilakukan, guru mengulas jawaban dari siswa. Guru meminta siswa merefleksi jawaban pada pekerjaannya sehingga dapat menemukan kesalahan yang telah dilakukan dan siswa diminta untuk memperbaiki pekerjaannya. Restrukturisasi merupakan cara guru mendorong pengalaman untuk memfokuskan perhatian siswa pada aspek-aspek yang berhubungan dengan matematika. Misalnya guru mengajukan pertanyaan arahan hingga siswa dapat menemukan kembali semua fakta yang ada pada masalah yang diberikan. Selanjutnya meminta siswa menyusun kembali jawaban yang lebih tepat untuk menyelesaikan masalah tersebut.

### Level 3: **developing Conceptual Thinking**

Pada tingkat ketiga merupakan strategi yang menjadi keharusan. Tingkat tertinggi *scaffolding* ini mengarahkan siswa pada pengembangan pemikiran konseptual dengan menciptakan kesempatan untuk mengungkapkan pemahaman kepada siswa dan guru secara bersama-sama. Misalnya diskusi terhadap jawaban yang

telah dikerjakan oleh siswa dan meminta siswa mencari alternatif lain dalam menyelesaikan masalah yang diberikan.

Adapun pedoman yang digunakan dalam pelaksanaan *scaffolding* dalam menyelesaikan soal pada materi garis singgung lingkaran sebagaimana disajikan pada tabel 2.1 dibawah ini:

**Tabel 2.1** Pedoman Pelaksanaan *Scaffolding*

<b>Jenis kesulitan siswa</b>	<b>Interaksi <i>scaffolding</i></b>	<b><i>Scaffolding</i> yang diberikan</b>
Memahami masalah a. Menentukan sudut mana yang diketahui	<i>Explaining</i>  <i>Reviewing</i>  <i>Restructuring</i>	1. Memfokuskan perhatian siswa pada soal dengan membacakan ulang soal dan memberi penekanan pada kalimat yang memberikan informasi penting 2. Meminta siswa untuk membaca soal kembali dan mengungkapkan informasi apa saja yang ia dapat. 3. Melakukan tanya jawab untuk mengarahkan siswa ke jawaban yang benar.
b. Menentukan apa yang ditanyakan	<i>Explaining</i>  <i>Reviewing</i>  <i>Restructuring</i>	1. Memfokuskan perhatian siswa pada soal dengan membacakan ulang soal dan memberi penekanan pada kalimat yang memberikan informasi penting 2. Meminta siswa untuk membaca soal kembali dan memintanya untuk mengungkapkan informasi apa saja yang ia dapat. 3. Melakukan tanya jawab untuk mengarahkan siswa ke jawaban yang benar.



Menerjemahkan variabel yang didapatkan	<i>Reviewing</i>  <i>Developing conceptual thinking</i>	1. Meminta siswa menunjukkan hasil pekerjaannya.  2. Mengarahkan siswa untuk menghubungkan variabel yang ditentukan dengan jawaban yang diperoleh siswa.
Memberikan kesimpulan	<i>Reviewing</i>  <i>Developing conceptual thinking</i>	1. Meminta siswa menunjukkan hasil pekerjaannya.  2. Mengarahkan siswa untuk menghubungkan variabel yang ditentukan dengan jawaban yang diperoleh siswa.

Berdasarkan tabel 2.1 di atas merupakan pengembangan dari tiga level hierarki penggunaan *scaffolding*. Tepatnya adalah menggunakan level 2 dan level 3.

*Scaffolding* merupakan salah satu pembelajaran yang menggunakan pendekatan konstruktivisme. Konstruktivisme merupakan landasan kontekstual, yaitu pengetahuan dibangun sedikit demi sedikit yang hasilnya diperluas melalui konteks yang terbatas dan tidak dengan tiba-tiba. Pengetahuan bukanlah seperangkat fakta-fakta, konsep, atau kaidah yang siap untuk diambil dan diingat. Tetapi manusia harus mengkonstruksi pengetahuan itu dan memberi makna melalui pengalaman nyata.<sup>48</sup>

Pembelajaran berdasarkan konstruktivisme berusaha untuk melihat dan memperhatikan konsepsi dan persepsi siswa dari kacamata siswa sendiri. Guru memberi tekanan pada penjelasan tentang pengetahuan tersebut dari kacamata

---

<sup>48</sup>Erna Suwangsih, *Pendekatan Pembelajaran Matematika*, (t.t.p: t.p, t.t), hal. 114



siswa sendiri. Guru dalam pembelajaran ini berperan sebagai moderator dan fasilitator.<sup>49</sup>

Guru konstruktivis perlu mengerti sifat kesalahan siswa, sebab perkembangan intelektual dan matematis penuh dengan kesalahan dan kekeliruan. Ini adalah bagian dari konstruksi semua bidang pengetahuan yang tidak bisa dihindarkan. Guru perlu melihat kesalahan sebagai suatu sumber informasi tentang penalaran dan sifat skema siswa.<sup>50</sup>

Sebuah Teori tidak lepas dari kelebihan dan kelemahan, berangkat dari kedua hal tersebut akan ditemukan perkembangan pengetahuan yang baru. Begitu juga pada Teori Konstruktivisme mempunyai beberapa kelebihan dan kelemahan, diantaranya:

Kelebihan Teori Konstruktivisme:<sup>51</sup>

- 1) Guru bukan satu-satunya sumber belajar. Peserta didik menurut konstruktivisme adalah peserta didik yang aktif mengkonstruksi pengetahuan yang ia dapat.
- 2) Siswa (pembelajar) lebih aktif dan kreatif. Sebagai akibat konstruksi mandiri pembelajar terhadap sesuatu, pembelajar dituntut aktif dan kreatif untuk mengaitkan ilmu baru yang mereka dapat dengan pengalaman mereka sebelumnya.
- 3) Pembelajaran menjadi lebih bermakna. Belajar bermakna berarti mengonstruksi informasi dalam struktur pengertian lamanya.
- 4) Pembelajar memiliki kebebasan belajar.

---

<sup>49</sup>*Ibid.*, hal. 114

<sup>50</sup>*Ibid.*, hal. 115

<sup>51</sup>Agus N. Cahyo, *Panduan Aplikasi Teori...*, hal.69-71

- 5) Perbedaan individual terukur dan dihargai.
- 6) Membina sikap produktif dan percaya diri.
- 7) Proses evaluasi difokuskan pada penilaian proses.
- 8) Guru berpikir proses pembentukan pengetahuan baru, siswa berpikir untuk menyelesaikan masalah, dan membuat keputusan.

#### Kelemahan Teori Konstruktivisme:<sup>52</sup>

- 1) Proses belajar konstruktivisme secara konseptual adalah proses belajar yang bukan merupakan perolehan informasi yang berlangsung satu arah dari luar ke dalam diri siswa kepada pengalamannya melalui proses asimilasi dan akomodasi yang bermuara pada pemutakhiran struktur kognitifnya.
- 2) Peranan siswa, menurut pandangan ini, belajar merupakan suatu proses pembentukan pengetahuan.
- 3) Peran guru, dalam pendekatan ini guru atau pendidik berperan membantu agar proses pengonstruksian pengetahuan oleh siswa berjalan lancar.
- 4) Evaluasi, pandangan ini mengemukakan bahwa lingkungan belajar sangat mendukung munculnya berbagai pandangan dan interpretasi terhadap realitas, konstruksi pengetahuan, serta aktivitas-aktivitas lain yang didasarkan pada pengalaman.

Kelebihan dan kekurangan dari Teori Konstruktivisme perlu diketahui sebagai salah satu muatan positif dalam pembelajaran. Karena kelebihan dan kekurangan ini merupakan sebuah kajian yang menguntungkan bagi pengembangan teori pembelajaran berikutnya.

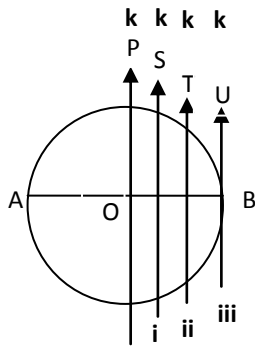
---

<sup>52</sup>*Ibid.*, hal.72-73

## B. Materi Pokok Garis Singgung Lingkaran

### 1. Mengetahui Sifat-sifat Garis Singgung Lingkaran

#### a) Sifat-sifat Garis Singgung Lingkaran



Gambar 1

Pengertian garis singgung

Pada gambar 1, garis AB merupakan *diameter* dan juga sebagai *sumbu simetri* lingkaran dengan pusat O. Garis P merupakan *tali busur* terpanjang dan *tegak lurus* pada garis AB. Garis k berimpit dengan P, kemudian digeser meninggalkan P dengan posisi yang selalu *sejajar* dengan tali busur P, dan *tegak lurus* pada diameter AB atau jari-jari OB. Pada letak (i), garis k memotong lingkaran di titik S. Pada letak (ii), garis k memotong lingkaran di titik T. Pada letak (iii), garis k **memotong** lingkaran hanya pada titik B, sehingga pada letak (iii) garis k disebut **garis singgung**. Titik B disebut **titik singgung**.

Dari bahasan di atas dapat disimpulkan bahwa :

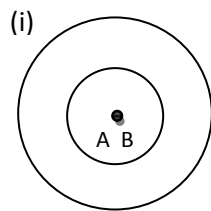
1. Garis singgung suatu lingkaran adalah suatu garis yang memotong lingkaran hanya pada satu titik.
2. Garis singgung suatu lingkaran tegak lurus dengan jari-jari lingkaran yang melalui titik singgungnya.
3. Melalui sebuah titik pada lingkaran hanya dapat dibuat satu garis singgung pada lingkaran tersebut.

4. Melalui sebuah titik di luar lingkaran dapat dibuat dua garis singgung pada lingkaran tersebut.

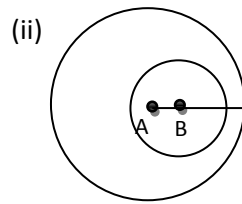
b) *Kedudukan Dua Lingkaran*

Pada gambar 8.4 ditunjukkan tujuh pasang lingkaran, masing-masing dengan pusat A dan B. jari-jari setiap pasangan lingkaran tersebut R dan r. garis yang menghubungkan dua pusat lingkaran, yaitu A dan B disebut **garis pusat** atau **garis sentral**.

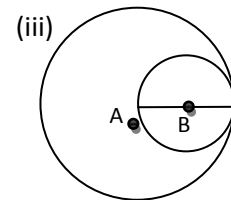
Coba sekarang kamu jelaskan kedudukan lingkaran yang satu terhadap yang lainnya pada masing-masing pasangan lingkaran tersebut?



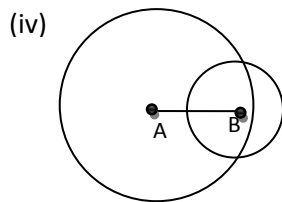
$AB = 0$



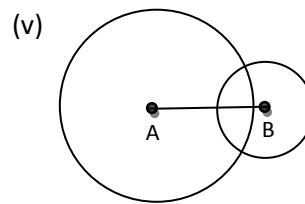
$AB < R$  dan  $AB < r$



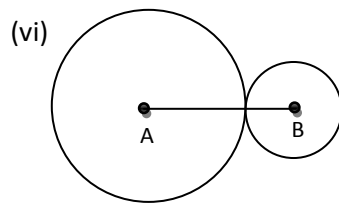
$AB < R$  dan  $AB = r$



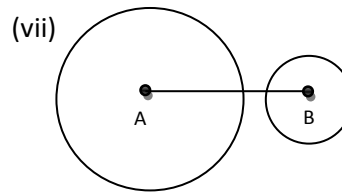
$r < AB < R$



$R < AB < R + r$



$$AB = R + r$$



$$AB > R + r$$

**Gambar 1** Kedudukan dua Lingkaran.

**Gambar (i).** Jika lingkaran yang berpusat di titik A dan B dengan  $R \neq r$  maka **kedua lingkaran sepusat (konsentris)**

**Gambar (ii).** Jika lingkaran yang berpusat di titik A dan B dengan  $AB < R$  dan  $AB < r$ , lingkaran yang berpusat di B berada dalam lingkaran yang berpusat di A. **Kedua lingkaran tidak berpotongan.**

**Gambar (iii).** Lingkaran yang berpusat di titik A dan B dengan  $AB < R$  dan  $AB = r$ . Lingkaran yang berpusat di B berada dalam lingkaran yang berpusat di A. **kedua lingkaran bersinggungan di dalam.**

**Gambar (iv).** Lingkaran yang berpusat di titik A dan B dengan  $r < AB < R$  pusat lingkaran B berada dalam lingkaran yang berpusat di A. **Kedua lingkaran berpotongan.**

**Gambar (v).** Lingkaran yang berpusat di titik A dan B dengan  $R < AB < R + r$ . Titik B berada di luar lingkaran yang berpusat di A. **Kedua lingkaran berpotongan.**

**Gambar (vi).** Lingkaran yang berpusat dititik A dan B dengan  $AB = R+r$ .

**Kedua lingkaran bersinggungan di luar.**

**Gambar (vii).** Lingkaran yang berpusat dititik A dan B dengan  $AB > R + r$ .

**Kedua lingkaran saling lepas.**

## 2. Panjang Garis Singgung Lingkaran

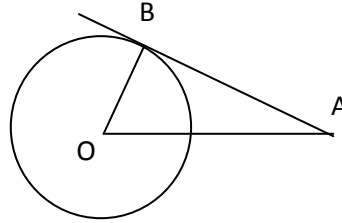
### a) Panjang Garis Singgung yang Ditarik dari Titik di Luar Lingkaran

Pada gambar 3, AB merupakan garis singgung lingkaran di titik B. maka AB tegak lurus terhadap OB. Segitiga AOB siku-sku di B, maka :  $AO^2 = OB^2 + AB^2$

(Teorema Pythagoras).

$$AB^2 = AO^2 - OB^2$$

$$\text{Jadi, } AB = \sqrt{AO^2 - OB^2}$$



**Gambar 3.** Garis singgung dari titik luar lingkaran

### b) Layang-layang Garis Singgung

Padagambar 4 di bawah, PA dan PB adalah garis singgung lingkaran yang berpusat di O.

Garis AB merupakan tali busur

Pada segitiga OAB,  $OA = OB = \text{jari-jari}$

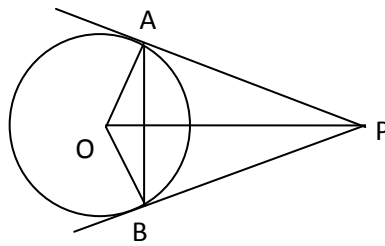
Jadi, segitiga OAB adalah segitiga sama kaki

Pada segitiga ABP,  $PA = PB = \text{garis singgung}$ .

Jadi, segitiga ABP adalah segitiga sama kaki.

Segi empat OAPB terbentuk dari gabungan segitiga samakaki OAB dan segitiga sama kaki ABP dengan alas AB yang saling berimpit, maka segiempat OAPB merupakan layang-layang. Karena sisi-sisi layang-layang OAPB terdiri

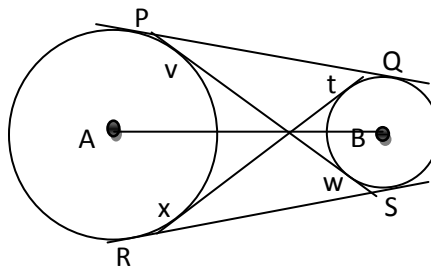
dari jari-jari lingkaran dan garis singgung lingkaran, maka segiempat OAPB disebut layang-layang garis singgung.



**Gambar 4.** Layang-layang garis singgung

c) Garis singgung persekutuan

Garis singgung persekutuan adalah garis yang menyinggung dua buah lingkaran sekaligus



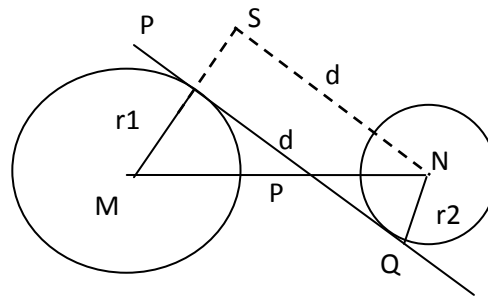
**Gambar 5.** Garis singgung persekutuan

Pada gambar tersebut mempunyai empat garis singgung persekutuan, yaitu PQ, RS, vw, dan xt.

- Garis PQ dan RS disebut **garis singgung persekutuan luar.**
- Garisvw dan xt disebut **garis singgung persekutuan dalam.**

**Garis singgung dua lingkaran** adalah garis yang menyinggung kedua lingkaran itu tepat di satu titik singgung pada masing-masing lingkaran.

1) Garis singgung persekutuan dalam



**Gambar 6.** Garis singgung persekutuan dalam

Pada gambar 6, PQ merupakan garis singgung persekutuan dalam lingkaran yang berpusat di M dan di N.

Jari-jari lingkaran yang berpusat di M =  $MP = r_1$

Jari-jari lingkaran yang berpusat di N =  $NQ = r_2$

Panjang garis singgung persekutuan dalam adalah  $PQ = d$ , dan panjang garis pusat (sentral) adalah  $MN = p$ .

PQ sejajar dengan SN, maka :

$$\angle PSN = \angle MPQ = 90^\circ$$

Dari segiempat PQNS,  $PQ \parallel SN$  dan  $PS \parallel QN$

$\angle SPQ = \angle PSN = \angle NQP = 90^\circ$ , jadi segiempat PQNS merupakan persegi panjang.

Maka  $PQ = SN = d$  dan  $PS = QN = r_2$

Segitiga MSN siku-siku di S, maka :

$$SN^2 = MN^2 - MS^2$$

$$SN^2 = MN^2 - (MP + PS)^2$$

$$PQ^2 = MN^2 - (MP + PS)^2$$

$$d^2 = p^2 - (r_1 + r_2)^2$$



Berdasarkan hal di atas, maka dapat disimpulkan bahwa panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran adalah :

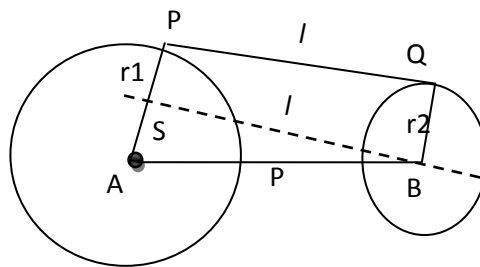
$$d^2 = p^2 - (r_1 + r_2)^2$$

$d$  = panjang garis singgung persekutuan dalam

$p$  = jarak pusat lingkaran pertama dan lingkaran kedua

$r_1, r_2$  = jari-jari lingkaran pertama dan lingkaran kedua  $\angle PSN = \angle MPQ = 90^\circ$

## 2) Garis Singgung Persekutuan Luar



**Gambar 7.** Garis singgung persekutuan luar

Pada gambar 7, PQ merupakan garis singgung persekutuan luar lingkaran yang berpusat di A dan di B.

Jari-jari lingkaran yang berpusat di A =  $AP = r_1$

Jari-jari lingkaran yang berpusat di B =  $BQ = r_2$

Panjang garis singgung persekutuan dalam adalah  $PQ = l$ , dan panjang garis pusat (sentral) adalah  $AB = p$

SB sejajar dengan PQ, maka :

$$\angle ASB = \angle SPQ = 90^\circ \text{ (sehadap)}$$

Dari segiempat SBQP,  $PQ \parallel SB$  dan  $SP \parallel BQ$

$\angle SPQ = \angle PQB = \angle PSB = 90^\circ$ , jadi segiempat SBQP merupakan persegi panjang.

Maka  $SP = BQ = r_2$  dan  $PQ = SB = l$

Segitiga ASB siku-siku di S, maka :

$$SB^2 = AB^2 - SA^2$$

$$SB^2 = AB^2 - (AP - PS)^2$$

$$PQ^2 = MN^2 - (MP + PS)^2$$

$$l^2 = p^2 - (r_1 - r_2)^2$$

Berdasarkan hal di atas, maka dapat disimpulkan bahwa panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran adalah :

$$l^2 = p^2 - (r_1 - r_2)^2 \text{ untuk } r_1 > r_2$$

$l$  = panjang garis singgung persekutuan dalam

$p$  = jarak pusat lingkaran pertama dan lingkaran kedua

$r_1, r_2$  = jari-jari lingkaran pertama dan lingkaran kedua

### C. Kajian Penelitian Terdahulu

Penelitian yang berhubungan dengan *scaffolding* pada pembelajaran matematika dilaporkan oleh peneliti sebagai berikut:

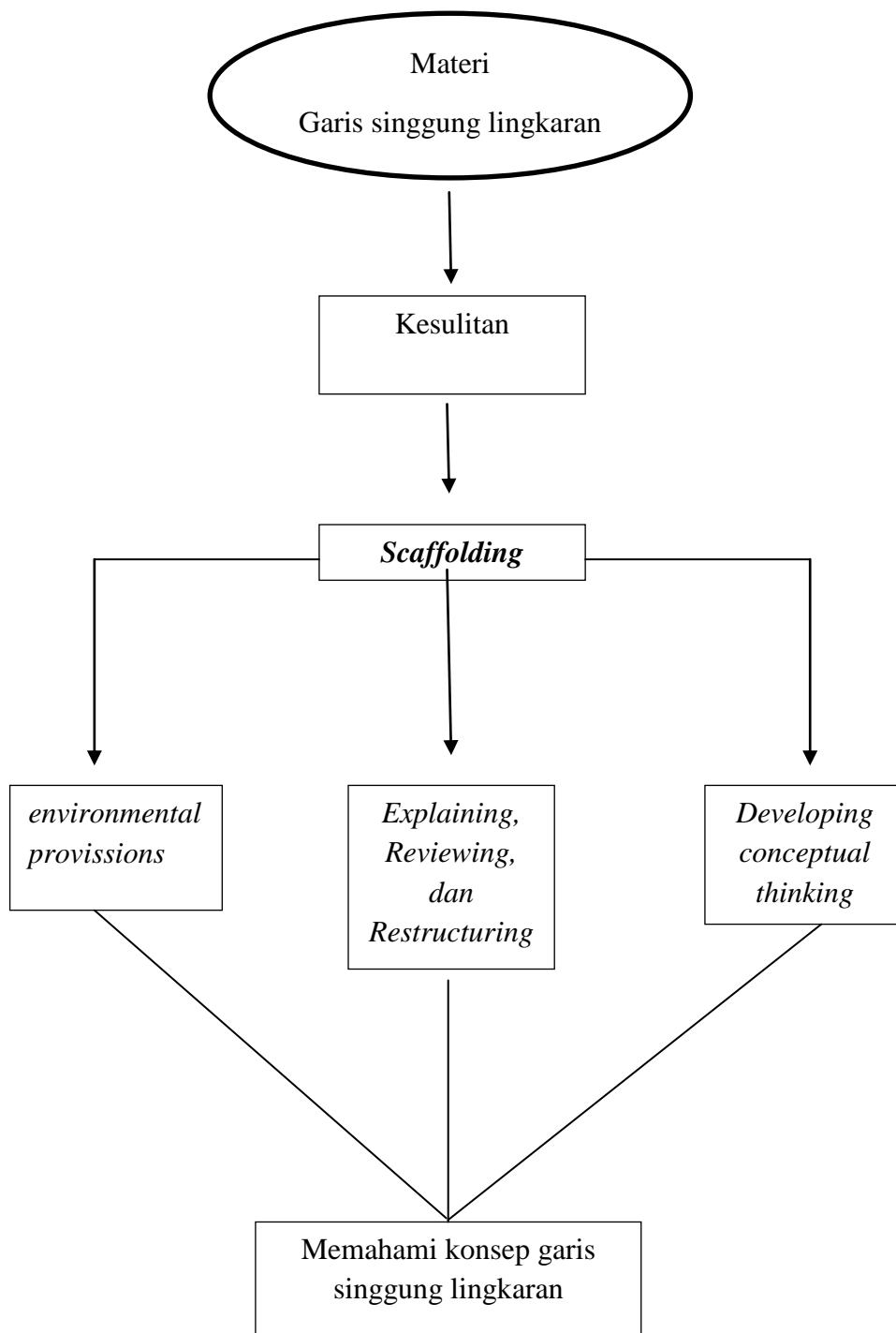
- i. Hasil penelitian yang dilakukan Rifqia Apriyani melalui skripsinya di tahun 2011 yang berjudul "Pengaruh Metode Penemuan dengan Menggunakan Teknik *Scaffolding* terhadap Hasil Belajar Matematika" dari jurusan Pendidikan Matematika UIN Syarif Hidayatullah Jakarta. Hasil dari skripsi ini adalah terdapat pengaruh hasil belajar matematika pada kelas eksperimen yang menggunakan metode penemuan dengan teknik *scaffolding* dan juga pada kelas kontrol dengan menggunakan metode ekspositori dengan teknik bertanya. Persamaan dari penelitian ini adalah menggunakan teknik *scaffolding*, sedangkan perbedaannya adalah penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif.

- ii. Hasil penelitian yang dilakukan oleh Rina Nur Fitriana melalui skripsi di tahun 2014/2015 yang berjudul "*Scaffolding Pada Pembelajaran Matematika Pokok Bahasan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel di Smp Negeri 3 Kedungwaru Tahun 2014/2015*" dari jurusan Pendidikan Matematika di IAIN Tulungagung. Hasil penelitian dari skripsi ini yaitu:
  - 1). siswa sulit mencari variabel mana yang diketahui, ditanyakan dan didapatkan,
  - 2). Interaksi *Scaffolding* Aghileri membantu mengatasi kesulitan siswa pada soal cerita materi Pertidaksamaan Linear Satu Variabel. Persamaan dari penelitian ini adalah menggunakan teknik *scaffolding*, sedangkan perbedaannya adalah penelitian ini menggunakan materi geometri dimensi dua.
  
- iii. Hasil penelitian yang dilakukan oleh Ratna Yulianti melalui skripsi di tahun 2014/2015 yang berjudul "*penerapan model Pembelajaran Berbasis Masalah (PBM) Disertai Teknik Scaffolding dan model pembelajaran direct intruction di SMA Negeri 1 Rambipuji*" dari jurusan sains di Universitas Jember. Hasil penelitian dari Skripsi ini adalah: (1) Ada perbedaan yang signifikan antara hasil belajar fisika siswa menggunakan model Pembelajaran Berbasis Masalah (PBM) Disertai Teknik Scaffolding dan model pembelajaran direct intruction dalam pembelajaran fisika di SMA; (2) Kemampuan berpikir rasional siswa untuk semua indikator dengan menggunakan model Pembelajaran Berbasis Masalah (PBM) disertai teknik scaffolding termasuk dalam kriteria baik; (3) Ada hubungan yang signifikan antara kemampuan berpikir rasional siswa dan

hasil belajar fisika menggunakan model Pembelajaran Berbasis Masalah (PBM) disertai teknik scaffolding.

#### **D. Kerangka Berpikir**

Penelitian ini berangkat dari Kesulitan siswa dalam memahami materi garis singgung lingkaran. Kesalahan tersebut diantaranya: 1) memahami masalah, 2) menyelesaikan masalah; dan 3) penarikan kesimpulan. Sebagaimana diketahui bahwa kesalahan dalam menyelesaikan permasalahan merupakan sumber utama mengetahui kesulitan siswa. Untuk membantu siswa mengatasi kesulitan tersebut peneliti memberikan *scaffolding* (bantuan belajar) yang terdiri dari 3 tahap yaitu: 1) *Enviromental provision*; 2) *Explaining, Reviewing, Restructuring*; 3) *Developing conceptual learnig*. Setelah diberikan *scaffolding* kesulitan yang dialami siswa dapat teratasi serta siswa mampu memahami konsep Garis singgung lingkaran dengan baik. Adapun kerangka berfikir yang disajikan pada gambar 2.2 berikut:



**Gambar 2.2** : Kerangka berfikir