

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Hakekat Matematika

1. Pengertian Matematika

Hingga saat ini belum ada kesepakatan yang bulat di antara para matematikawan mengenai definisi matematika.²⁶ Bahkan ada yang menyebutkan bahwa berbagai pendapat yang muncul mengenai pengertian matematika merupakan hasil dari pengetahuan dan pengalaman yang berbeda dari masing-masing matematikawan.²⁷ Hal ini disebabkan oleh pribadi (ilmu) matematika itu sendiri, di mana matematika termasuk disiplin ilmu yang memiliki kajian sangat luas, sehingga penjelasan mengenai apa dan bagaimana sebenarnya matematika akan terus mengalami perkembangan seiring dengan pengetahuan dan kebutuhan manusia serta laju perubahan zaman.²⁸

Menurut istilah, matematika berarti ilmu pengetahuan yang diperoleh dengan bernalar.²⁹ Hal ini dimaksudkan bukan berarti ilmu lain diperoleh tidak melalui penalaran, akan tetapi dalam ilmu matematika lebih menekankan aktivitas dalam dunia *rasio* (penalaran), sedangkan dalam ilmu lain lebih menekankan hasil observasi atau eksperimen disamping penalaran. Matematika terbentuk sebagai

²⁶Herman Hudojo, *Strategi Mengajar Belajar Matematika*, (Malang: IKIP Malang, 1990) , hal. 2

²⁷Erman Suherman, et. all., *Stategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Bandung: JICA, 2003), hal 15.

²⁸A.H. Fathani, *Matematika: Hakikat & Logika*, (Yogyakarta: Ar-Ruzz Media, 2009), hal.17

²⁹Erman Suherman, et. all., *Stategi Pembelajaran Matematika*, hal. 16

hasil pemikiran manusia yang berhubungan dengan ide, proses dan penalaran. Pada tahap awal matematika terbentuk dari pengalaman manusia dalam dunianya secara empiris, karena matematika sebagai aktivitas manusia kemudian pengalaman itu diproses dunia dalam rasio, diolah secara analisis dan sintesis dengan penalaran di dalam struktur kognitif, sehingga sampailah pada suatu kesimpulan berupa konsep-konsep matematika.³⁰

Konsep matematika didapat karena proses berpikir, sehingga keterampilan berpikir mendalam (berpikir kritis) perlu dikembangkan dalam pembelajaran matematika. Hal ini sesuai dengan tujuan pendidikan matematika sekolah yang memberikan penekanan pada penataan nalar anak serta pembentukan pribadi anak. Karena itu dalam proses belajar matematika, dipengaruhi oleh kemampuan berpikir. Di mana materi matematika dan keterampilan berpikir kritis merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan karena materi matematika dipahami melalui berpikir kritis dan berpikir kritis dilatih melalui belajar matematika.³¹ Dengan demikian terlihat jelas adanya hubungan antara proses pembelajaran matematika dengan berpikir kritis.

Selanjutnya perlu diketahui bahwa ilmu matematika berbeda dengan disiplin ilmu lainnya. Matematika memiliki bahasa sendiri, yaitu bahasa yang terdiri dari simbol-simbol dan angka.³² Bahasa yang dimaksud adalah bahasa *universal* (yang telah disepakati bersama).³³ Sehingga agar konsep-konsep matematika yang telah

³⁰Erman Suherman dkk, *Strategi Pembelajaran*, hal. 16

³¹Lambertuse, *Pentingnya Melatih Keterampilan Berpikir Kritis dalam Pembelajaran Matematika di SD*, dalam Jurnal Forum Kependidikan, Vol 28 (2), hal. 137

³²Moch Masykur dan A.H. Fathani, *Mathematical Intelligence*....., hal. 44

³³Herman Hudojo, *Strategi Mengajar Belajar Matematika*, (Malang: IKIP Malang, 1990), hal. 62

terbentuk dapat dipahami orang lain dan dapat dengan mudah dimanipulasi secara tepat, maka digunakan *bahasa matematika*.

2. Bahasa Matematika

Bahasa merupakan suatu sistem yang terdiri dari lambang-lambang kata-kata dan kalimat-kalimat yang disusun menurut aturan tertentu dan digunakan sekelompok orang untuk berkomunikasi. Bahasa tumbuh dan berkembang karena manusia. Begitu pula sebaliknya, manusia berkembang karena bahasa. Hubungan manusia dan bahasa merupakan dua hal yang tidak dapat dinafikan salah satunya. Seperti petuah dari Mudjia Rahardjo, “Dimana ada manusia, disitu ada bahasa”.³⁴

Dilihat dari segi fungsi, bahasa memiliki dua fungsi.³⁵ *Pertama*, sebagai alat menyatakan ide, pikiran, gagasan/perasaan. *Kedua*, sebagai alat untuk berkomunikasi dengan orang lain. Apabila dalam berkomunikasi maka itu tidak mungkin alias mustahil dilakukan. Karena komunikasi pada hakikatnya merupakan proses penyampaian pesan dari pengirim kepada penerima.

Sebagai bahasa, matematika memiliki kelebihan jika dibandingkan dengan bahasa-bahasa lainnya. *Pertama*, bahasa matematika memiliki makna *tunggal*, sehingga satu kalimat matematika tidak dapat ditafsirkan bermacam-macam.³⁶ Bahasa matematika berusaha dan berhasil menghindari kerancuan arti, karena setiap kalimat (istilah atau variabel) dalam matematika sudah memiliki arti yang tertentu. Ketunggalan arti ini mungkin karena adanya kesepakatan matematikawan atau ditentukan sendiri oleh penulis di awal tulisannya. Dalam hal ini, orang

³⁴Moch Masykur dan A.H. Fathani, *Mathematical Intelligence*....., hal. 45

³⁵*Ibid.*, hal. 45

³⁶*Ibid.*, hal. 47

dibebaskan untuk menggunakan istilah/ variabel matematika yang mengandung arti berlainan. Namun dia harus menjelaskan terlebih dahulu di awal pembicaraan atau tulisannya bagaimana tafsiran yang diinginkan tentang istilah matematika tersebut.

Kedua, bahasa matematika juga mengembangkan bahasa numerik yang memungkinkan untuk melakukan pengukuran secara kuantitatif.³⁷ Sedangkan bahasa verbal hanya mampu mengemukakan pernyataan yang bersifat kualitatif. Jika kita menggunakan bahasa verbal, kita hanya dapat mengatakan bahwa A lebih cantik dari B dan kita tidak dapat berbuat apa-apa bila ingin mengetahui seberapa eksak derajat kecantikan si A. Namun, dengan bahasa matematika kita dapat mengetahui berapa derajat kecantikan seseorang secara eksak, salah satunya dengan menggunakan pendekatan logika *fuzzy*.

Fungsi lainnya bagi dunia keilmuan, matematika memiliki peran sebagai bahasa simbolik yang memungkinkan terwujudnya komunikasi yang cermat dan tepat.³⁸ Matematika dalam komunikasi ilmiah memiliki peran ganda, yaitu sebagai ratu sekaligus pelayan ilmu. Sebagai ratu karena matematika merupakan bentuk tertinggi dari logika, sedangkan di sisi lain sebagai pelayan karena matematika memberikan bukan saja sistem organisasi ilmu yang bersifat logis, tetapi juga pernyataan-pernyataan dalam bentuk model matematika. Matematika bukan saja menyampaikan informasi secara jelas dan tepat, melainkan juga singkat. Suatu rumus jika ditulis dalam bahasa verbal membutuhkan rentetan kalimat yang banyak sekali, dimana makin banyak kata-kata makin besar juga peluang untuk

³⁷*Ibid.*, hal. 48

³⁸*Ibid.*, hal. 49

terjadi salah informasi dan salah interpretasi, maka dalam bahasa matematika cukup ditulis dengan model yang sangat sederhana sekali. Dengan kata lain, ciri bahasa matematika adalah bersifat ekonomis.

3. Karakteristik Matematika

Setelah membaca dan memahami uraian tentang definisi matematika di atas, seolah-olah tampak bahwa matematika merupakan pribadi yang mempunyai beragam corak penafsiran dan pandangan. Namun, dibalik keragaman itu semua, dalam setiap pandangan matematika terdapat beberapa ciri atau karakteristik matematika yang secara umum disepakati bersama, yaitu sebagai berikut.

a. Memiliki Objek Kajian Abstrak

Matematika mempunyai objek kajian yang bersifat abstrak, walaupun tidak setiap yang abstrak adalah matematika karena beberapa matematikawan menganggap bahwa objek matematika itu *konkret* dalam pikiran mereka. Ada empat objek kajian matematika, yaitu fakta, operasi atau relasi, konsep dan prinsip.³⁹

b. Bertumpu pada Kesepakatan

Simbol-simbol dan istilah-istilah dalam matematika merupakan kesepakatan atau konvensi yang penting. Dengan simbol dan istilah yang telah disepakati dalam matematika maka pembahasan selanjutnya akan menjadi mudah dilakukan dan dikomunikasikan. Kesepakatan yang amat mendasar adalah aksioma (postulat, pernyataan pangkal yang tidak perlu pembuktian) dan konsep primitif

³⁹A.H. Fathani, *Matematika Hakikat*, hal. 59

(pengertian pangkal yang tidak perlu didefinisikan, *undefined term*).⁴⁰ Aksioma diperlukan untuk menghindari proses berputar-putar dalam pembuktian (*circulus in probando*). Sedangkan konsep primitif diperlukan untuk menghindari proses berputar-putar dalam pendefinisian (*circulus in definiendo*).⁴¹ Beberapa aksioma dapat membentuk suatu sistem aksioma, yang selanjutnya dapat menurunkan berbagai teorema. Dalam aksioma tentu terdapat konsep primitif tertentu. Dari satu atau lebih konsep primitif dapat dibentuk konsep baru melalui pendefinisian.⁴²

c. Berpola Pikir Deduktif

Matematika dikenal sebagai ilmu deduktif.⁴³ Ini berarti proses pengerjaan matematika harus bersifat deduktif. Matematika tidak menerima generalisasi berdasarkan pengamatan (induktif), tetapi harus berdasarkan pembuktian deduktif. Pola pikir deduktif secara sederhana dapat dikatakan pemikiran yang berpangkal dari hal yang bersifat umum diterapkan atau diarahkan kepada hal yang bersifat khusus.⁴⁴ Pola pikir deduktif ini dapat terwujud dalam bentuk yang amat sederhana, tetapi juga dapat terwujud dalam bentuk yang tidak sederhana.⁴⁵

d. Memiliki Simbol yang Kosong dari Arti

Dalam matematika terdapat banyak sekali simbol, baik yang berupa huruf latin, Yunani maupun simbol-simbol khusus lainnya. Rangkaian simbol-simbol dalam matematika dapat membentuk suatu model matematika. Model matematika

⁴⁰R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*, (Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional, 2000), hal. 16

⁴¹ A.H. Fathani, *Matematika*....., hal. 67

⁴² R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika* , hal. 16

⁴³ Erman Suherman, et al., *Strategi Pembelajaran* , hal. 18

⁴⁴ A.H. Fathani, *Matematika: Hakikat* , hal. 68

⁴⁵ R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika* , hal. 16

dapat berupa persamaan, pertidaksamaan, maupun fungsi. Selain itu ada pula model matematika yang berupa gambar (*pictoral*) seperti bangun-bangun geometrik, grafik maupun diagram.⁴⁶ Huruf-huruf yang digunakan dalam model persamaan, misalnya " $x + y = z$ " belum tentu bermakna atau berarti bilangan, demikian juga dengan tanda "+" belum tentu berarti operasi tambah untuk dua bilangan. Jadi, secara umum huruf dan tanda dalam model " $x + y = z$ " masih kosong dari arti, terserah kepada yang akan memanfaatkan model itu. Kosongnya arti ini memungkinkan matematika memasuki medan garapan dari ilmu bahasa (*linguistik*).⁴⁷

e. Memperhatikan Semesta Pembicaraan

Sehubungan dengan kosongnya arti dari simbol-simbol matematika, menunjukkan dengan jelas bahwa dalam penggunaan matematika diperlukan kejelasan dalam lingkup apa model itu dipakai. Bila lingkup pembicaraannya bilangan, maka simbol-simbol diartikan bilangan. Bila lingkup pembicaraannya transformasi, maka simbol-simbol itu diartikan suatu transformasi. Lingkup pembicaraan itulah yang disebut dengan semesta pembicaraan. Benar salahnya atau ada tidaknya penyelesaiannya suatu soal atau masalah, juga ditentukan oleh semesta pembicaraan yang digunakan.⁴⁸

f. Konsisten dalam Sistemnya

Dalam matematika terdapat berbagai macam sistem yang dibentuk dari beberapa aksioma dan memuat beberapa teorema. Ada sistem-sistem yang berkaitan dan ada pula sistem-sistem yang dapat dipandang lepas satu dengan

⁴⁶A.H. Fathani, *Matematika: Hakikat*, hal. 70

⁴⁷R.Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika*, hal. 17

⁴⁸A.H. Fathani, *Matematika: Hakikat*, hal. 71

lainnya. Sistem-sistem aljabar dengan sistem-sistem geometri dapat dipandang lepas satu dengan lainnya. Di dalam sistem aljabar, terdapat pula beberapa sistem yang lain yang lebih kecil yang berkaitan satu dengan yang lainnya. Demikian pula di dalam sistem geometri.⁴⁹

B. Kemampuan Berpikir Kritis

1. Pengertian Berpikir

Terdapat berbagai macam definisi mengenai berpikir. Berpikir adalah tingkah laku yang menggunakan ide, yaitu suatu proses simbolis.⁵⁰ Dengan kata lain, berpikir merupakan suatu kegiatan mental yang melibatkan kerja otak. Selain itu, Ruggiero juga mengartikan berpikir sebagai suatu aktivitas mental untuk membantu memformulasikan atau menyelesaikan masalah, membuat sesuatu keputusan atau memenuhi hasrat keingintahuan.⁵¹ Dengan pendapat tersebut, Ruggiero menunjukkan bahwa ketika seseorang merumuskan suatu masalah, menyelesaikan masalah ataupun ingin memahami sesuatu, maka ia melakukan suatu aktivitas berpikir. Di mana berpikir tidak hanya terpusat pada aktivitas kerja otak saja, melainkan juga melibatkan seluruh pribadi manusia serta perasaan dan kehendak manusia. Memikirkan sesuatu berarti mengarahkan diri pada objek tertentu, menyadari secara aktif dan menghadirkannya dalam pikiran kemudian mempunyai wawasan tentang objek tersebut.

Berpikir juga didefinisikan sebagai berkembangnya ide dan konsep di dalam

⁴⁹*Ibid.*, hal. 69

⁵⁰Ahmad Fauzi, *Psikologi Umum*, (Bndung: Pustaka Setia, 2004), hal. 47

⁵¹Vincent Ryan Ruggiero, *The Art of Thinking: A Guide to Critical and Creative Thought*, (New York: Pearson Education Inc, 1998),

diri seseorang.⁵² Perkembangan ide dan konsep ini berlangsung melalui proses penjalinan hubungan antara bagian-bagian informasi yang tersimpan di dalam diri seseorang yang berupa pengertian-pengertian. Bahkan menurut Gieles, berpikir diartikan sebagai berbicara dengan dirinya sendiri dalam batin, yaitu mempertimbangkan, merenungkan, menganalisis, membuktikan sesuatu, menunjukkan alasan-alasan, menarik kesimpulan, meneliti sesuatu jalan pikiran, mencari bagaimana berbagai hal itu berhubungan satu sama lain. Hal ini didukung oleh Solso yang mendefinisikan berpikir sebagai sebuah proses dimana representasi mental baru dibentuk melalui transformasi informasi dengan interaksi yang kompleks atribut-atribut mental seperti penilaian, abstraksi, logika, imajinasi, dan pemecahan masalah.⁵³

Dari beberapa macam definisi mengenai berpikir yang telah dipaparkan di atas, pada dasarnya ciri utama dari berpikir adalah adanya abstraksi. Dengan demikian dapat ditarik kesimpulan bahwa berpikir adalah bergaul dengan abstraksi-abstraksi, atau dengan kata lain berpikir adalah meletakkan atau mencari hubungan/ pertalian antara abstraksi-abstraksi. Berpikir erat kaitannya dengan daya jiwa-jiwa yang lain, seperti dengan tanggapan, ingatan, pengertian dan perasaan yang berarti berhubungan dengan kemampuan mental.

⁵²Bochensi, *Thinking* dalam [http:// www.scribd.com/doc/87900727/ Berpikir#Psikologi Pendidikan Pola Pikir AnalogisUNESA](http://www.scribd.com/doc/87900727/Berpikir#PsikologiPendidikanPolaPikirAnalogisUNESA), diakses 20 Januari 2013

⁵³Solso, dalam [http:// www.psikologi.or.id/mycontents/uploads thinking.pdf](http://www.psikologi.or.id/mycontents/uploads/thinking.pdf), diakses 20 Januari 2013

Berpikir sebagai suatu kemampuan mental dapat dibedakan menjadi beberapa jenis, antara lain berpikir logis, analitis, sistematis, kritis dan kreatif.⁵⁴ Berpikir logis dapat diartikan sebagai kemampuan berpikir untuk menarik kesimpulan yang sah menurut aturan logika dan dapat membuktikan bahwa kesimpulan itu benar sesuai dengan pengetahuan-pengetahuan sebelumnya yang sudah diketahui. Berpikir analitis adalah kemampuan berpikir untuk menguraikan, memperinci dan menganalisis informasi-informasi yang digunakan untuk memahami suatu pengetahuan dengan menggunakan akal pikiran yang logis, bukan hanya berdasarkan perasaan atau tebakan. Berpikir sistematis adalah kemampuan berpikir untuk mengerjakan atau menyelesaikan suatu tugas sesuai dengan urutan, tahapan, langkah-langkah, atau perencanaan yang tepat, efektif dan efisien. Berpikir logis, analitis dan sistematis saling berkaitan. Untuk dapat dikatakan berpikir sistematis seseorang perlu berpikir secara analitis dan memahami informasi yang digunakan. Kemudian, untuk dapat berpikir analitis diperlukan kemampuan berpikir logis dalam mengambil kesimpulan terhadap situasi.

Sedangkan untuk berpikir kritis dan kreatif, menurut Crawford & Brown merupakan perwujudan dari berpikir tingkat tinggi (*higher order thinking*).⁵⁵ Karena berpikir kritis dan kreatif adalah kompetensi kognitif tertinggi di atas kemampuan berpikir lainnya. Di mana berpikir kritis dapat dipandang sebagai

⁵⁴Ary Woro Kurniasih, *Penjenjangan Kemampuan Berpikir Kritis dan Identifikasi Tahap Berpikir Kritis Mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FMIPA UNNES dalam Menyelesaikan Masalah Matematika*, (Malang: Tesis Tidak Diterbitkan, 2010), hal. 16-17

⁵⁵C.M. Crawford & E. Brown, *Focusing Upon Higher Order Thinking Skills: Webquest and The Learned-Centered Mathematical Learning Environmen*, dalam *Journal Interactive Online Learning*. Vol. 3(2), 1541-4914.2010. hal. 4

kemampuan berpikir untuk membandingkan dua atau lebih informasi, dan bisa menyimpulkannya dengan penuh pertimbangan, kejelasan serta dapat mengevaluasi dari apa yang telah didapatkan dari pemikiran tersebut. Sedangkan berpikir kreatif ditandai dengan adanya penciptaan sesuatu yang baru dari hasil berbagai ide, keterangan, konsep, pengalaman maupun pengetahuan yang ada dalam pikirannya. Berpikir kritis dapat diajarkan dengan lebih banyak menggunakan otak kiri sedangkan berpikir kreatif banyak menggunakan otak kanan.⁵⁶ Dari penjelasan tersebut, disadari bahwa berpikir kritis dan kreatif tidak dapat dipisahkan.⁵⁷ Namun, untuk tujuan pembahasan ini, perlu memisahkan aktivitas mental tersebut.

2. Berpikir Kritis

Beberapa tahun terakhir berpikir kritis telah menjadi suatu istilah yang sangat populer dalam dunia pendidikan. Karena berpikir kritis memungkinkan peserta didik untuk menemukan kebenaran di tengah banjir kejadian dan informasi yang mereka hadapi setiap hari.⁵⁸ Berpikir kritis juga membantu peserta didik untuk bisa bertahan dalam perkembangan zaman saat ini. Kata kritis berasal dari bahasa Yunani yaitu *kritikos* dan *kriterion*.⁵⁹ Kata *kritikos* berarti pertimbangan sedangkan *kriterion* mengandung makna ukuran baku atau standar.

⁵⁶Johnson Lamb, *Critical and Creative Thinking-Bloom's Taxonomy*, dalam <http://www.eduscapes.com/tap/topic69.htm>, diakses 20 Januari 2013

⁵⁷ Elani B. Johnson, *Contextual Teaching and Learning*, (Bandung: MLC, 2007), hal. 184

⁵⁸Fachrurazi, *Penerapan Pembelajaran Berbasis Masalah untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis dan Komunikasi Matematis Siswa Sekolah Dasar*, Edisi Khusus (1). 2011. hal. 80

⁵⁹Paul, Elder & Bartell dalam Lambertus, *Pentingnya Melatih Keterampilan Berpikir Kritis dalam Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar*, dalam Jurnal Forum Kependidikan. Vol. 28(2). 2009. hal. 137

Sehingga secara etimologi, kata kritis mengandung makna pertimbangan yang didasarkan pada suatu ukuran baku atau standar. Dengan demikian secara etimologi berpikir kritis mengandung makna suatu kegiatan mental yang dilakukan seseorang untuk dapat memberi pertimbangan dengan menggunakan ukuran atau standar tertentu.

Terdapat berbagai macam definisi tentang berpikir kritis, di antaranya sebagai berikut.

- a. Menurut Beyer berpikir kritis adalah sebuah cara berpikir disiplin yang digunakan seseorang untuk mengevaluasi validitas sesuatu (pernyataan-pernyataan, ide-ide, argumen dan penelitian).⁶⁰
- b. Menurut Chaffe berpikir kritis adalah berpikir untuk menyelidiki secara sistematis proses berpikir itu sendiri serta berpikir secara terorganisasi mengenai proses berpikir diri sendiri dan orang lain yang akan membekali anak untuk sebaik mungkin menghadapi informasi yang mereka dengar, baca, kejadian yang mereka alami dan keputusan yang mereka buat setiap hari.⁶¹
- c. Menurut Paul Berpikir kritis adalah cara berpikir tentang berbagai subjek, konten, atau masalah di mana pemikir meningkatkan kualitas pemikirannya dengan terampil mengambil alih struktur yang melekat dalam pemikiran dan menerapkan standar intelektual mereka.⁶²

⁶⁰Beyer, *Critical thinking*, dalam <http://furahasekai.wordpress.com/2011/10/06/kemampuan-berpikir-kritis-dan-kreatif-matematika/> diakses 20 Januari 2013.

⁶¹Chaffe dalam Lambertus, *Pentingnya Melatih Keterampilan Berpikir Kritis*, hal. 137

⁶²Paul, *Defining Critical Thinking*, dalam <http://www.criticalthinking.org/>, diakses 20 Januari 2013

- d. Halpen mendefinisikan *critical thinking* as “....the use of cognitive skills or strategies that increase the probability of desirable outcome”.⁶³
- e. Menurut Robert Ennis, berpikir kritis adalah sebuah proses yang dalam mengungkapkan tujuan yang dilengkapi alasan yang tegas tentang suatu kepercayaan dan kegiatan yang telah dilakukan.⁶⁴
- f. Menurut McPeck berpikir kritis berpikir kritis adalah berpikir spesifik dan tergantung pada pengetahuan mendalam serta pemahaman isi dan epistemologi yang disiplin.⁶⁵
- g. Menurut Siegel berpikir kritis berarti harus tepat dalam alasan dan bersikap rasional serta bertindak atas dasar alasan.⁶⁶

Berdasarkan berbagai macam pengertian tentang berpikir kritis yang dikemukakan oleh para ahli, walaupun menggunakan istilah yang berbeda-beda sesuai dengan sudut pandang dan fokus perhatian yang dianut, namun banyak memiliki kesamaan. Oleh karena itu, Mason menyatakan ada 3 aspek penting dalam berpikir kritis, yaitu (1) keterampilan bernalar kritis (seperti kemampuan untuk menilai suatu penalaran dengan tepat), (2) karakter yang meliputi sikap kritis (*skeptisisme*, cenderung menanyakan pertanyaan penyelidikan) dan komitmen untuk mengekspresikan sikap tersebut, serta orientasi moral yang memotivasi berpikir kritis, (3) pengetahuan substansial dalam bidang tertentu

⁶³Halpen dalam Arief, *Memahami Berpikir Kritis*, pada <http://re.searchengines.com/1007/arief3.html>. diakses 20 Januari 2013

⁶⁴Robert Ennis, *Critical Thinking*, Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall. 1996

⁶⁵J. McPeck, *Critical Thinking and education*, Oxford: Martin Robertson, 1981

⁶⁶H. Siegel, *Educating Reason: Rationality, Critical Thinking and Education*, (London: Routledge, 1990)

seperti konsep berpikir kritis dan disiplin tertentu di mana seseorang mampu berpikir kritis.⁶⁷

Beyer juga mengidentifikasi keterampilan yang dibutuhkan agar berpikir kritis menjadi lebih efektif, yaitu (1) membedakan antara fakta-fakta yang dapat dibuktikan dan menilai klaim, (2) membedakan informasi, klaim, bernalar yang relevan dan tidak relevan, (3) menentukan ketelitian faktual suatu pernyataan, (4) menentukan kredibilitas sumber, mengidentifikasi klaim atau argumen yang ambigu, (5) mengidentifikasi asumsi yang tidak dinyatakan, (6) mendeteksi bias, (7) mengidentifikasi ketidakkonsistenan logis dalam bernalar, (8) mengakui ketidakkonsistenan logis dalam bernalar, dan (9) menentukan kekuatan argumen atau klaim.⁶⁸

Selain itu, Robert Ennis juga mengidentifikasi berpikir kritis menjadi 12 indikator yang dikelompokkannya dalam lima besar aktivitas, yaitu sebagai berikut.⁶⁹

1) Memberikan penjelasan sederhana (*elementary clarification*).

Berisi memfokuskan pertanyaan, menganalisis asumsi, bertanya dan menjawab pertanyaan klarifikasi dan pertanyaan yang menantang.

2) Membangun keterampilan dasar (*basic support*).

Terdiri atas mempertimbangkan apakah nara sumber dapat dipercaya atau tidak, dan mengobservasi serta mempertimbangkan hasil observasi.

⁶⁷Mason dalam Ary Woro Kurniasih, *Penjenjangan Kemampuan Berpikir Kritis dan Identifikasi Tahap Berpikir Kritis Mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FMIPA UNNES dalam Menyelesaikan Masalah Matematika*, (Malang: Tesis Tidak Diterbitkan, 2010), hal. 22

⁶⁸S. Burris, *Effect of Problem-Based Learning on Critical Thinking Ability and Content Knowledge of Secondary Agriculture Students*, (Columbia: Disertasi Tidak Diterbitkan, 2005)

⁶⁹Nur Farida, *Proses Berpikir Kritis Mahasiswa Melalui Perkuliahan Penyelesaian Program Linear*, (Malang: Tesis Tidak Diterbitkan, 2010), hal.18

3) Menyimpulkan (*interference*).

Terdiri atas kegiatan mendeduksi atau mempertimbangkan hasil deduksi, menginduksi dan mempertimbangkan hasil deduksi serta membuat dan mengkaji nilai-nilai hasil pertimbangan.

4) Membuat penjelasan lanjut (*advanced clarification*).

Terdiri dari Mendefinisikan istilah dan mempertimbangkan definisi serta mengidentifikasi asumsi.

5) Mengatur strategi dan taktik (*strategy and tactics*).

Meliputi menentukan tindakan dan berinteraksi dengan orang lain.

Adapun penjelasannya adalah seperti yang tertera pada tabel berikut ini.⁷⁰

Tabel 2.1 Indikator Kemampuan Berpikir Kritis Menurut Ennis

No	Kelompok	Indikator	Sub Indikator
1	Memberikan penjelasan sederhana	Memfokuskan pertanyaan	• Mengidentifikasi atau merumuskan pertanyaan • Mengidentifikasi atau merumuskan kriteria untuk mempertimbangkan kemungkinan jawaban • Menjaga kondisi berpikir
		Menganalisis argumen	• Mengidentifikasi kesimpulan • Mengidentifikasi kalimat-kalimat pertanyaan • Mengidentifikasi kalimat-kalimat bukan pertanyaan • Mengidentifikasi dan menangani suatu ketidaktepatan • Melihat struktur dari suatu argumen • Membuat ringkasan
		Bertanya dan menjawab pertanyaan	• Memberikan penjelasan sederhana

⁷⁰Ennis dalam <http://evisapinatulbahriah.wordpress.com/2011/06/30/indikator-berpikir-kritis-dan-kreatif/>, diakses pada 10 Januari 2013

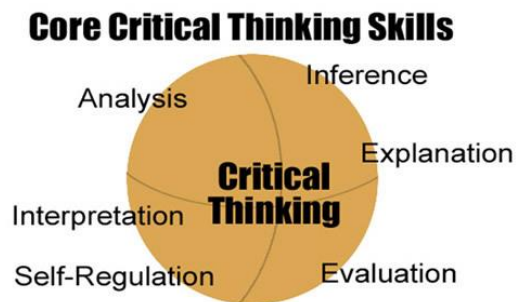
		klarifikasi dan pertanyaan yang menantang	• Menyebutkan contoh
2	Membangun keterampilan dasar	Mempertimbangkan apakah sumber dapat dipercaya atau tidak	• Mempertimbangkan keahlian • Mempertimbangkan kemenarikan konflik • Mempertimbangkan kesesuaian sumber • Mempertimbangkan reputasi • Mempertimbangkan penggunaan prosedur yang tepat • Mempertimbangkan risiko untuk reputasi • Kemampuan untuk memberikan alasan • Kebiasaan berhati-hati
		Mengobservasi dan mempertimbangkan hasil observasi	• Mengurangi dugaan • Menggunakan waktu yang singkat antara observasi dan laporan • Melaporkan hasil observasi • Merekam hasil observasi • Menggunakan bukti-bukti yang benar • Menggunakan akses yang baik • penguatan • Mempertanggungjawabkan hasil observasi
3	Menyimpulkan	Mendeduksi dan mempertimbangkan deduksi	• Siklus logika Euler • Mengkondisikan logika • Menyatakan tafsiran
		Menginduksi dan mempertimbangkan hasil induksi	• Mengemukakan hal yang umum • Mengemukakan kesimpulan dan hipotesis • mengemukakan hipotesis • merancang eksperimen • menarik kesimpulan sesuai fakta • menarik kesimpulan dari hasil menyelidiki
		Membuat dan mengkaji nilai-nilai hasil pertimbangan	• Membuat dan menentukan hasil pertimbangan berdasarkan latar belakang

			fakta-fakta • Membuat dan menentukan hasil pertimbangan berdasarkan akibat • Membuat dan menentukan hasil pertimbangan berdasarkan penerapan fakta • Membuat dan menentukan hasil pertimbangan keseimbangan dan masalah
4	Memberikan penjelasan lanjut	Mendefinisikan istilah dan mempertimbangkan definisi	• Membuat bentuk definisi • Strategi membuat definisi • bertindak dengan memberikan penjelasan lanjut • mengidentifikasi dan menangani ketidakbenaran yg disengaja • Membuat isi definisi
		Mengidentifikasi asumsi	• Penjelasan bukan pernyataan • Mengonstruksi argument
5	Mengatur strategi dan taktik	Menentukan tindakan	• Mengungkap masalah • Memilih kriteria untuk mempertimbangkan solusi yang mungkin • Merumuskan solusi alternatif • Menentukan tindakan sementara • Mengulang kembali • Mengamati penerapannya
		Berinteraksi dengan orang lain	• Menggunakan argumen • Menggunakan strategi logika • Menggunakan strategi retorika • Menunjukkan posisi, orasi, atau tulisan

(adaptasi dari Ennis)

Dari beberapa penjelasan mengenai indikator-indikator di atas, para ahli dalam *The California Critical Thinking* menyimpulkan ada enam pusat atau inti dari berpikir kritis yaitu interpretasi, analisis, evaluasi, penarikan kesimpulan,

eksplanasi dan pengaturan diri.⁷¹ Berikut gambaran yang diberikan oleh Paul dan rekannya.⁷²



Gambar 2.1 Inti Kemampuan Berpikir Kritis

Kemampuan berpikir kritis merupakan salah satu modal dasar atau modal intelektual yang sangat penting bagi setiap orang dan merupakan bagian yang *fundamental* dari kematangan manusia.⁷³ Oleh karena itu, kemampuan berpikir kritis sangat penting bagi peserta didik di setiap jenjang pendidikan. Hal ini sesuai dengan prioritas pembangunan pendidikan yang tertera dalam Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) di mana peserta didik diharapkan dapat berpikir matematis, yaitu berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, kreatif serta kemampuan bekerja sama.⁷⁴

Untuk mendukung penentuan kemampuan berpikir kritis peserta didik, menurut Ennis ada beberapa sifat-sifat atau bakat berpikir kritis yang mendasari, yaitu mencari penjelasan pertanyaan, mencari penalaran, mencoba menjadi sumber informasi yang baik, menggunakan dan menyebutkan sumber informasi

⁷¹Lambertus, *Pentingnya Melatih Keterampilan Berpikir Kritis*....., hal. 138

⁷²Paul, Fisher and Nisich dalam <http://www.blogdiar.net/edukasi/apa-itu-berpikir-kritis-critical-thinking.html> diakses pada 10 Januari 2013

⁷³Liliasari, *Model Pembelajaran IPA untuk Meningkatkan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi Calon Guru sebagai Kecenderungan Baru pada Era Globalisasi*, dalam Jurnal Pengajaran MIPA. Vol. 2(1). 2001. 55-56

⁷⁴Lambertus, *Pentingnya Melatih Keterampilan Berpikir Kritis*....., hal. 136

yang kredibel, sensitif terhadap perasaan dan pengetahuan. Hal ini sesuai dengan penjelasan Nindha Ayu yang menyebutkan sifat-sifat berpikir kritis antara lain sebagai berikut.⁷⁵

a. Rasa Ingin Tahu

Rasa ingin tahu ditunjukkan peserta didik untuk selalu terdorong dalam menyatakan sesuatu.

b. Bersifat Imajinatif

Sifat imajinatif dapat ditunjukkan peserta didik dalam memperagakan hal-hal yang belum pernah terjadi dan terkadang menggunakan khayalan, namun peserta didik mengetahui perbedaan antara khayalan dengan kenyataan.

c. Tertantang oleh Kemajemukan

Perilaku peserta didik senang menjajaki persoalan-persoalan dan selalu melibatkan diri dalam tugas yang majemuk serta terdorong untuk mengatasi masalah-masalah yang sulit.

d. Sifat Berani Mengambil Resiko

Perilaku peserta didik selalu tidak takut gagal atau mendapat kritik bahkan bersedia mengakui kesalahan dan kegagalannya serta berusaha untuk selalu mencoba. Yang tak kalah penting adalah peserta didik berani mempertahankan gagasan atau pendapat meski belum tentu gagasan atau pendapatnya benar.

Berdasarkan dari pemaparan di atas, berpikir kritis adalah suatu proses mental yang melibatkan pengetahuan, keterampilan bernalar, dan karakter

⁷⁵Nindha Ayu Berlianti, *Model Pembelajaran Berbasis Masalah untuk Meningkatkan Keterampilan Berpikir Kritis dan Kreatif pada Pelajaran IPA Siswa Kelas VII Semester 1 SMP PGRI 1 Ngraho Bojonegoro*, (Malang: Skripsi Tidak Diterbitkan, 2011), hal. 20-21

bernalar intelektual bernalar. Pemikiran yang seperti inilah yang diperlukan dalam pembelajaran matematika, terutama dalam memahami konsepnya. Karena Pada dasarnya untuk belajar matematika diperlukan kemampuan berpikir tingkat tinggi, dengan kata lain belajar matematika dapat merasuk dengan dalam hingga ke inti sarinya adalah menggunakan kemampuan berpikir kritis. Begitu juga sebaliknya, kemampuan berpikir kritis dapat dilatih dan dibiasakan kepada peserta didik dengan melalui pelajaran matematika. Di mana kemampuan berpikir kritis dan pelajaran matematika tidk dapat dipisahkan. Pada penelitian ini, untuk mempermudah penilaian dari kemampuan berpikir kritis digunakanlah model Paul dan Elder.

3. Model Berpikir Kritis Paul dan Elder

Paul dan Elder merupakan pakar berpikir kritis dalam tradisi filosofis yang menyusun suatu model berpikir kritis dengan nama populer yaitu Model Berpikir Kritis Paul dan Elder. Menurut Paul dan Elder, ada 3 macam komponen berpikir kritis yaitu (1) elemen bernalar, (2) standar intelektual bernalar dan (3) karakter intelektual bernalar.⁷⁶

Untuk memperjelas dalam penilaian yang akan digunakan berikut akan dijelaskan mengenai komponen-komponen berpikir kritis Paul dan Elder.

⁷⁶Paul and Elder, *The Miniature Guide to Critical Thinking Concepts and Tools*, (Dillon Beach: Foundation for Critical Thinking Press, 2010)

a. Elemen Bernalar

Terdiri dari 8 Elemen bernalar, yaitu sebagai berikut.⁷⁷

1) Tujuan (*purpose*)

Untuk memahami beberapa hal, seseorang harus dapat mendefinisikan tujuan dengan jelas.

2) Pertanyaan (*questions*)

Penalaran adalah usaha menjawab pertanyaan yang menjadi masalah, dapat dilakukan dengan cara menggambarkan sesuatu, menetapkan pertanyaan dan menyelesaikan masalah.

3) Asumsi (*assumptions*)

Mencoba mengidentifikasi asumsi dengan jelas dan menentukan apakah asumsi tersebut dapat dipertanggungjawabkan serta bagaimana asumsi tersebut membentuk sudut pandang.

4) Sudut Pandang (*points of view*)

Penalaran dibuat dengan memperhatikan beragam sudut pandang sehingga memberikan beragam alternatif penyelesaian.

5) Informasi (*information*)

Berpikir mencoba mengidentifikasi informasi (data dan fakta), meyakinkan bahwa informasi yang digunakan jelas dan relevan dengan pertanyaan yang menjadi pokok masalah.

⁷⁷Paul dan Elder dalam *Penjenjangan Kemampuan Berpikir Kritis*....., hal. 27-28

6) Konsep dan ide (*concepts*)

Penalaran dinyatakan dan dibentuk berdasarkan konsep dan ide yaitu definisi, teori, prinsip, aturan dan model. Dalam hal ini diperlukan untuk mengidentifikasi konsep dan menjelaskannya.

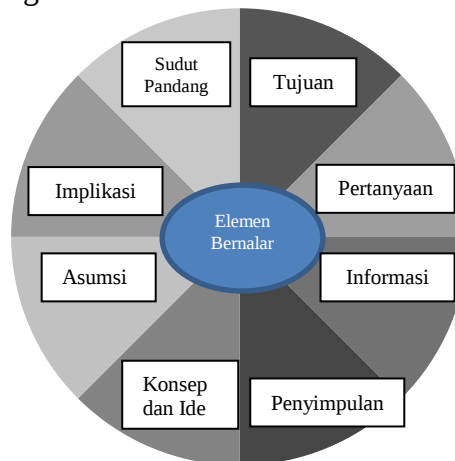
7) Penyimpulan (*inferences*)

Penalaran terdiri dari penarikan kesimpulan atau interpretasi yang menggambarkan kesimpulan dan memberi pengertian dari data.

8) Implikasi (*implications*)

Penalaran akan memiliki implikasi dan konsekuensi. Karena itu penting untuk menemukan implikasi dan konsekuensi dari suatu penalaran, mencari implikasi negatif dan positifnya serta mempertimbangkan konsekuensi yang mungkin terjadi.

Berikut gambaran mengenai elemen bernalar Paul dan Elder.⁷⁸



(adaptasi dari Paul dan Elder)

Gambar 2.2 Elemen Bernalar Paul dan Elder

⁷⁸Paul and Elder, *The Miniature Guide to Critical Thinking*, hal. 5

b. Standar Intelektual Bernalar

Adapun standar intelektual bernalar yang paling penting, yaitu sebagai berikut.⁷⁹

1) Kejelasan (*clarity*)

Kejelasan adalah pintu gerbang standar intelektual. Jika pernyataan tidak jelas, kita tidak bisa menentukan apakah itu akurat atau relevan. Dalam rangka merespon pernyataan, kita harus mengetahui pertanyaan yang membantu kejelasan bernalar seseorang, yaitu apakah elemen bernalarnya jelas, apakah tujuannya jelas, apakah dapat diberikan contoh dan dapatkah dibuat ilustrasinya.

2) Ketepatan (*accuracy*)

Ketepatan adalah elemen bernalar yang bebas dari kesalahan dan mengandung kebenaran. Pertanyaan yang dapat membantu mengetahui ketepatan bernalar seseorang, yaitu apakah elemen bernalar benar, bagaimana mengecek kebenaran elemen bernalarnya dan bagaimana dapat mengetahui bahwa elemen bernalar tersebut benar.

3) Ketelitian (*precision*)

Ketelitian merupakan elemen bernalar menjelaskan sesuai dengan tepat. Pertanyaan yang dapat membantu mengetahui ketelitian bernalar seseorang, yaitu apakah elemen bernalar tersebut memiliki ketelitian, dapatkah dijelaskan dengan rinci dan dapatkah penalaran yang dibuat lebih spesifik.

⁷⁹Paul and Elder, *The Miniature Guide to Critical Thinking*, hal. 10-11

4) Relevansi (*relevance*)

Relevansi berhubungan dengan pokok masalah yang dihadapi. Pertanyaan yang dapat membantu mengetahui relevansi seseorang, yaitu apakah elemen bernalar tersebut relevan, bagaimana elemen bernalar tersebut berhubungan dengan pertanyaan, apakah elemen bernalar tersebut mengandung pokok-pokok masalah dan bagaimana elemen bernalar tersebut membantu mengatasi pokok permasalahan.

5) Kedalaman (*depth*)

Pertanyaan yang dapat membantu mengetahui kedalaman bernalar seseorang, yaitu apakah elemen bernalar cukup dalam atau sangat dangkal, bagaimana menjawab kekompleksan pertanyaan, apakah dapat dicari sejumlah masalah dari suatu pertanyaan dan faktor-faktor apa yang membuat bernalar menjadi sukar.

6) Keluasan (*breadth*)

Keluasan adalah elemen bernalar mengandung sudut pandang. Pertanyaan yang dapat membantu mengetahui keluasan bernalar seseorang, yaitu apakah perlu dicari/ diduga sudut pandang yang lain, apakah terdapat cara lain untuk melihat pertanyaan, apakah bernalar ini seperti terlihat sebagai sudut pandang yang konservatif, bagaimana melihat bernalar dari sudut pandang yang lain dan apakah elemen berpikir cukup luas ataukah perlu dicari data yang lebih luas lagi.

7) Logis (*logic*)

Kombinasi berpikir yang mendukung satu sama lain dan membuat pengertian dalam kombinasi maka berpikir menjadi logis. Ketika kombinasi tidak mendukung antara satu dengan yang lainnya (terdapat kontradiksi) atau tidak dapat membuat suatu pengertian maka kombinasi berpikir tersebut tidak logis. Pertanyaan yang membantu mengetahui kelogisan bernalar, yaitu apakah elemen bernalar tersebut membuat suatu pengertian, apakah ada dampak dari apa yang disampaikan dan bagaimana dampaknya.

c. Karakter Intelektual Bernalar

Pemikir yang baik akan berusaha terbuka sehingga mereka akan mengembangkan karakter intelektual bernalar seperti berikut.⁸⁰

1) Kerendahan Hati Intelektual (*intellectual humility*)

Kerendahan hati intelektual yang dimaksud adalah pengetahuan tentang hal yang tidak diketahui, sensitivitas terhadap apa yang diketahui dan apa yang tidak diketahui. Menyadari keterbatasan seseorang. Kerendahan hati intelektual bergantung pada penghargaan bahwa seseorang tidak dapat menuntut pada apa yang benar-benar diketahui seseorang. Hal ini berdampak pada kurangnya kesombongan intelektual.

2) Keberanian Intelektual (*intellectual courage*)

Keberanian intelektual yang dimaksud adalah kecenderungan untuk menanyakan sesuatu kepercayaan yang dirasakan benar. Keberanian ini

⁸⁰Paul and Elder, *The Miniature Guide to Critical Thinking*, hal. 16-17

berhubungan dengan pengakuan bahwa ide mempertimbangkan bahaya atau kemustahilan yang terkadang dibenarkan secara rasional dan kesimpulan serta kepercayaan ditanamkan pada kita terkadang salah atau menyesatkan. Keberanian intelektual diperlukan karena dapat terjadi kebenaran yang dianggap berbahaya atau mustahil dan menyimpang, atau kesalahan dari beberapa ide yang dipegang teguh oleh kelompok sosial.

3) Empati Intelektual (*intellectual empathy*)

Empati intelektual yang dimaksud adalah kesadaran akan kebutuhan untuk mempunyai pandangan-pandangan yang berbeda dengan pandangan yang dimiliki seseorang. Menyadari kebutuhan imajinatif menempatkan seseorang pada pikiran orang lain untuk memahami pikiran orang lain tersebut dengan sungguh-sungguh. Karakter ini berhubungan dengan kemampuan merekonstruksi sudut pandang dan bernalar orang lain dengan tepat.

4) Integritas Intelektual (*intellectual integrity*)

Pengakuan kebutuhan kebenaran pikiran seseorang, konsisten dengan standar intelektual yang diterapkan, menerapkan apa yang dianjurkan orang lain, serta jujur mengakui ketidaksesuaian dan ketidakkonsistenan pikiran dan tindakannya sendiri.

5) Ketekunan Intelektual (*intellectual perseverance*)

Kecenderungan untuk terus bekerja dengan cara yang dipilih meskipun muncul suatu perasaan frustrasi dalam mengerjakannya. Menyadari kebutuhan menggunakan pengertian mendalam intelektual dan kebenaran

meskipun sukar,. Pengertian kebutuhan berjuang dengan pertanyaan yang membingungkan dan tidak tentu selama beberapa lama untuk mendapatkan pemahaman atau pengertian yang lebih mendalam.

6) Percaya Diri dengan Penalarannya (*faith in reason*)

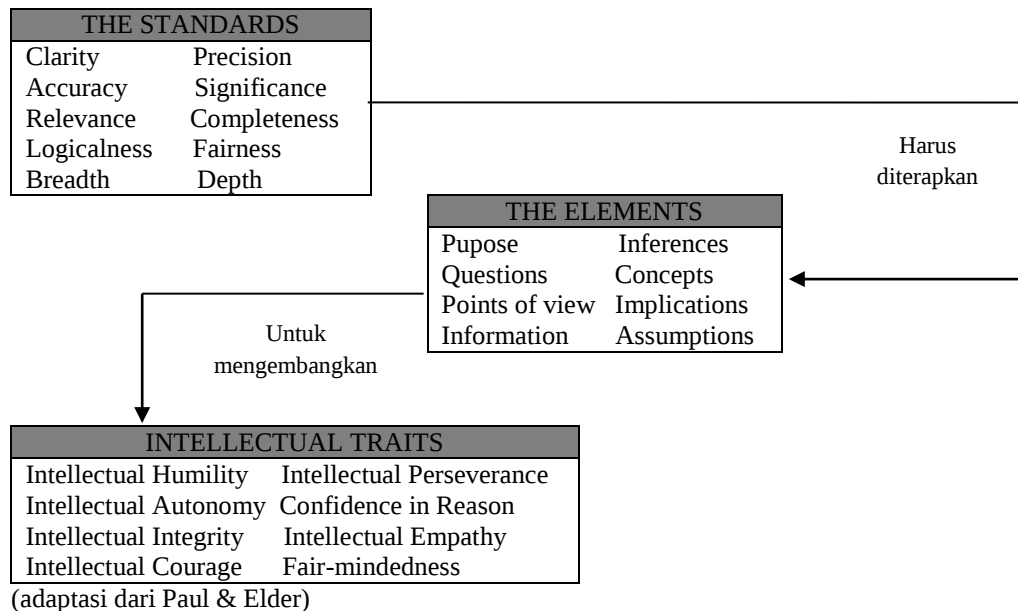
Kepercayaan bahwa minat tinggi seseorang dapat dilayani dengan cara mendorong orang untuk membuat kesimpulannya sendiri dengan mengembangkan kecakapan rasionalnya, menggambarkan kesimpulan yang bernalar, mengajak orang lain dengan penalaran dan menjadi pribadi yang bernalar, meskipun terdapat halangan mendalam pada karakter asli pikiran manusia dan masyarakat.

7) Berpikir Terbuka (*faith-mindedness*)

Menyadari kebutuhan membahas beragam sudut pandang tanpa referensi dari perasaan orang lain atau minat pribadi, atau perasaan atau minat pribadi orang lain, komunitas atau bangsa, mengakibatkan ketaatan terhadap standar intelektual tanpa referensi terhadap manfaat seseorang atau manfaat sekelompok orang.

Dari ketiga komponen berpikir kritis menurut Paul dan Elder, dapat kita pelajari bahwasanya melatih berpikir kritis kepada peserta didik itu tidaklah mudah, karena berpikir kritis seseorang tidak serta merta dapat langsung diketahui hasilnya. Di mana untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritis peserta didik harus melalui berbagai proses yang dapat dilihat hubungannya dari standar intelektual bernalar, elemen bernalar dan karakter intelektual bernalar.

Berikut akan ditunjukkan skema hubungan antara ketiga komponen berpikir kritis tersebut.⁸¹



Gambar 2.3 Skema hubungan standar intelektual bernalar, elemen bernalar dan karakter intelektual bernalar

Namun, pada dasarnya untuk kemampuan berpikir kritis Paul dan Elder membaginya menjadi 6 tingkatan, yaitu (1) berpikir yang tidak direfleksikan (*unreflective thinking*), (2) berpikir yang menantang (*challenged thinking*), (3) berpikir permulaan (*beginning thinking*), (4) berpikir latihan (*practicing thinking*), (5) berpikir lanjut (*advanced thinking*), dan (6) berpikir yang unggul (*master thinking*). Di mana jika sesuai dengan tingkatan berpikir kritis Paul dan Elder, maka perkembangan berpikir seseorang merupakan suatu proses yang bertahap dan menempatkan seseorang pada tingkatan tertentu serta membutuhkan waktu

⁸¹Paul and Elder, *The Miniature Guide to Critical Thinking*, hal. 20-21

yang lam (bertahun-tahun).⁸² Oleh karena itu, analisis kemampuan berpikir kritis dalam penelitian ini tidak menggunakan tingkat kemampuan berpikir kritis Paul dan Elder melainkan hanya menggunakan elemen bernalar dan standar intelektual bernalar dari Model berpikir kritis Paul dan Elder.

4. Berpikir Kritis dalam Matematika

Berpikir matematis adalah aktivitas mental yang melibatkan abstraksi dan generalisasi ide-ide matematis.⁸³ Di mana matematika merupakan pelajaran yang memang membutuhkan penalaran lebih, sehingga berpikir tingkat tinggi dalam matematika sangat dianjurkan dan digunakan. Hal ini sesuai dengan tujuan pembelajaran matematika sekolah, yaitu agar peserta didik memiliki kemampuan matematis sebagai berikut:⁸⁴

- a. memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep, dan mengaplikasikannya secara luwes, akurat, efisien dan tepat dalam pemecahan masalah,
- b. menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika,

⁸²Paul & Elder dalam Ary Woro Kurniasih, *Penjenjangan Kemampuan Berpikir Kritis dan Identifikasi Tahap Berpikir Kritis Mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FMIPA UNNESA dalam Menyelesaikan Masalah Matematika*, (Malang: Skripsi Tidak Diterbitkan, 2010), hal. 41-42

⁸³Wood, Williams, & McNeal, *Children's Mathematical Thinking in Different Classroom Cultures* dalam *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol.37 (3): 222-255. 2006. (Online) in <http://www.jstor.org/stable/30035059>, diakses 23 Januari 2013

⁸⁴Sri Wardhani, *Analisis Si dan SKL Mata Pelajaran Matematika SMP/MTs untuk Optimalisasi Tujuan Mata Pelajaran Matematika* dalam Paket Fasilitas Pemberdayaan KKG/MGMP Matematika, (Yogyakarta: Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidikan dan Tenaga Kependidikan Matematika, 2008), hal. 2

- c. memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh,
- d. mengkonsumsi gagasan dengan simbol, tabel diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah,
- e. memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.

Agar terpenuhi tujuan dari pembelajaran matematika di sekolah, maka perlu memberikan pengajaran berpikir tingkat tinggi kepada peserta didik. Berpikir tingkat tinggi yang sangat diperlukan dalam pembelajaran matematika adalah berpikir kritis. Karena berpikir kritis merupakan suatu pemikiran yang ideal dengan tujuan untuk bisa memberikan pemahaman yang mendalam kepada peserta didik. Bahkan dengan berpikir kritis pelajaran matematika dapat dipahami hingga ke akar-akarnya. Selain itu, siswa dalam melakukan suatu hal akan lebih terarah dan menjadi kebiasaan yang baik guna memahami konsep matematika, memecahkan masalah, mengambil kesimpulan dan mengevaluasi hasil pemikiran secara matang.

Berpikir kritis dalam matematika akan muncul jika peserta didik memiliki keinginan untuk menemukan jawaban dan mencapai pemahaman. Pemikir yang kritis akan meneliti proses berpikir mereka sendiri dan proses berpikir orang lain untuk mengetahui apakah proses berpikir yang mereka lakukan masuk akal.⁸⁵

⁸⁵Elaine B. Johnson, *Contextual Teaching & Learning*, (Bandung: MLC, 2007), hal. 187

Karena itu, berpikir kritis dalam matematika akan menjadikan peserta didik mampu mengorganisasi dan menggabungkan berpikir matematis melalui komunikasi, mengkomunikasikan berpikir matematisnya secara *koheren* dan jelas kepada peserta didik yang lain, menganalisis dan mengevaluasi berpikir matematis dan strategi, menggunakan bahasa matematika untuk mengekspresikan ide-ide matematis dengan tepat.⁸⁶

5. Tahap Berpikir Kritis dalam Matematika

Berpikir kritis dapat terjadi melalui suatu tahapan berpikir. Sesuai dengan kalimat tersebut Perkins & Murphy membagi tahap berpikir kritis dalam matematika menjadi 4 tahap sebagai berikut.⁸⁷

a. Tahap klarifikasi (*clarification*)

Tahap ini merupakan tahap menyatakan, mengklarifikasi, menggambarkan (bukan menjelaskan) atau mendefinisikan masalah. Aktivitas yang dilakukan adalah menyatakan masalah, menganalisis pengertian dari masalah, mengidentifikasi sejumlah asumsi yang mendasari, mengidentifikasi hubungan di antara pernyataan atau asumsi, mendefinisikan atau mengkritisi definisi pola-pola yang relevan.

b. Tahap asesmen (*assesment*)

Tahap ini merupakan tahap menilai aspek-aspek seperti membuat keputusan pada situasi, mengemukakan fakta-fakta argumen atau menghubungkan masalah dengan masalah yang lain. Pada tahap ini digunakan

⁸⁶Ary Woro Kurniasih, *Penjenjangan Kemampuan Berpikir Kritis*, hal. 47

⁸⁷Perkins dan Murphy dalam Ary Woro Kurniasih, *Penjenjangan Kemampuan Berpikir Kritis*, hal. 56-57

beragam fakta yang mendukung atau menyangkal. Aktivitas yang dilakukan adalah menyediakan atau bertanya apakah penalaran yang dilakukan valid, penalaran yang dilakukan relevan, menentukan kriteria penilaian seperti kredibilitas sumber, membuat penilaian keputusan berdasarkan kriteria penilaian atau situasi atau topik, memberikan fakta bagi pilihan kriteria penilaian.

c. Tahap penyimpulan (*inference*)

Tahap ini menunjukkan hubungan antara sejumlah ide, menggambarkan kesimpulan yang tepat, menggeneralisasi, menjelaskan (bukan menggambarkan) dan membuat hipotesis. Aktivitas yang dilakukan antara lain membuat kesimpulan yang tepat dan membuat generalisasi.

d. Tahap strategi/ taktik (*strategy/ tactic*)

Tahap ini merupakan tahap mengajukan, mengevaluasi sejumlah tindakan, menggambarkan tindakan yang mungkin, mengevaluasi tindakan dan memprediksi hasil tindakan.

Tahap berpikir kritis yang disampaikan oleh Perkins & Murphy di atas (klarifikasi, assesmen, penyimpulan, dan strategi/ taktik), pada dasarnya sama dengan yang disampaikan oleh Ennis (klarifikasi sederhana, mendukung kemampuan dasar, penyimpulan, klarifikasi lanjut, dan strategi/ taktik). Hanya saja tahap klarifikasi Ennis dipecah menjadi 2 yaitu klarifikasi sederhana dan klarifikasi lanjut, sedangkan Perkins dan Murphy menggabungkan kedua klarifikasi pada Ennis tersebut menjadi satu yaitu klarifikasi saja.

Dalam penelitian ini, untuk menganalisis tingkat kemampuan berpikir kritis siswa dalam pemecahan masalah matematika menggunakan Model Berpikir Kritis Paul dan Elder, yaitu elemen bernalar dan standar intelektual bernalar saja. Dalam hal ini karakter intelektual bernalar tidak digunakan karena karakter tidak bisa diteliti dengan mudah dan memerlukan waktu yang lama minimal 1 semester. Tingkat kemampuan berpikir kritis disingkat menjadi TKBK disusun secara diskrit yaitu 0, 1, 2, 3, dan 4. Berikut akan diuraikan pada tabel 2.2.

Tabel 2.2 Tingkat Kemampuan Berpikir Kritis (TKBK)

TKBK	Karakteristik TKBK
TKBK 4 (sangat kritis)	Pada tingkat ini, peserta didik mampu menyelesaikan masalah. Peserta didik dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan informasi berupa data dan fakta yang jelas, tepat, teliti dan relevan. Peserta didik dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan pada konsep dan ide berupa definisi, konsep, teorema, prinsip dan prosedur yang jelas, tepat, relevan dan dalam. Peserta didik dalam penyimpulan jelas dan logis. Peserta didik dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan sudut pandang yang jelas dan luas (beragam alternatif penyelesaian).
TKBK 3 (kritis)	Pada tingkat ini, peserta didik mampu menyelesaikan masalah. Peserta didik dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan informasi berupa data dan fakta yang jelas, tepat, teliti dan relevan. Peserta didik dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan pada konsep dan ide berupa definisi, konsep, teorema, prinsip dan prosedur yang jelas, tepat, relevan dan dalam. Peserta didik dalam penyimpulan jelas dan logis. Peserta didik dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan sudut pandang yang jelas tetapi terbatas (penyelesaian tunggal).
TKBK 2 (cukup kritis)	Pada tingkat ini, peserta didik belum mampu menyelesaikan masalah. Peserta didik dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan informasi berupa data dan fakta yang jelas, tepat, teliti dan relevan. Peserta didik dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan pada konsep dan ide berupa definisi, konsep, teorema,

	prinsip dan prosedur yang jelas, tepat, relevan dan dalam. Peserta didik dalam penyimpulan tidak jelas dan kurang logis. Peserta didik dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan sudut pandang yang jelas tetapi terbatas (penyelesaian tunggal).
TKBK 1 (kurang kritis)	Pada tingkat ini, peserta didik belum mampu menyelesaikan masalah. Peserta didik dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan informasi berupa data dan fakta yang jelas, tidak tepat, tidak teliti dan tidak relevan. Peserta didik dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan pada konsep dan ide berupa definisi, konsep, teorema, prinsip dan prosedur yang jelas, tidak tepat, tidak relevan dan tidak dalam. Peserta didik dalam penyimpulan tidak jelas dan kurang logis. Peserta didik dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan sudut pandang yang tidak jelas dan terbatas (penyelesaian tunggal).
TKBK 0 (tidak kritis)	Pada tingkat ini, peserta didik belum mampu menyelesaikan masalah. Peserta didik dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan informasi berupa data dan fakta yang tidak jelas, tidak tepat, tidak teliti dan tidak relevan. Peserta didik dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan pada konsep dan ide berupa definisi, konsep, teorema, prinsip dan prosedur yang tidak jelas, tidak relevan dan tidak dalam. Peserta didik dalam penyimpulan tidak jelas dan tidak logis. Peserta didik dalam mengidentifikasi dan menyelesaikan masalah berdasarkan sudut pandang yang tidak jelas dan terbatas (penyelesaian tunggal).

(adaptasi dari Paul & Elder)

Untuk memperjelas pemahaman mengenai tabel TKBK di atas, berikut akan diberikan tabel rincian dari penilaian komponen elemen bernalar dan standar intelektual bernalar dalam TKBK.⁸⁸

Tabel 2.3 Rincian Penilaian Komponen Elemen Bernalar dan Standar Intelektual
Bernalar dalam TKBK

Elemen Bernalar	SIB	TKBK 4	TKBK 3	TKBK 2	TKBK 1	TKBK 0
Informasi	Jelas	√	√	√	√	-
	Tepat	√	√	√	-	-
	Teliti	√	√	√	-	-
	Relevan	√	√	√	-	-
Konsep dan ide	Jelas	√	√	√	√	-
	Tepat	√	√	√	-	-
	Relevan	√	√	√	-	-
	Dalam	√	√	√	-	-
Penyimpulan	Jelas	√	√	-	-	-
	Logis	√	√	Kurang	Kurang	-
Sudut pandang	Jelas	√	√	√	-	-
	Luas	√	Terbatas	Terbatas	Terbatas	-

(adaptasi Paul & Elder oleh Ary Woro Kurniasih)

SIB : Standar Intelektual Bernalar

TKBK : Tingkat Kemampuan Berpikir Kritis

Berdasarkan *tabel* tersebut, peserta didik dikelompokkan ke dalam masing-masing tingkat sesuai dengan karakteristik yang telah disusun. Namun menurut Kurniasih dari hasil penelitian yang dilakukan, tidak ada satu pun peserta didik yang menempati atau mendekati tingkat kemampuan berpikir kritis (TKBK) 4. Tapi terdapat peserta didik yang memiliki kriteria mendekati kriteria TKBK 3, 2, 1 dan 0. Berdasarkan kenyataan yang ada, tabel penilaian komponen elemen bernalar dan standar intelektual bernalar dalam TKBK direvisi (perbaiki) sesuai dengan kenyataan. Adapun perbaikannya adalah sebagai berikut.

⁸⁸Paul & Elder dalam Ary Woro Kurniasih, *Penjenjangan Kemampuan Berpikir Kritis ...*, hal. 65-67

Tabel 2.4 Revisi Penilaian Komponen Elemen Bernalar dan Standar Intelektual

Bernalar dalam TKBK

Elemen Bernalar	SIB	TKBK 3	TKBK 2	TKBK 1	TKBK 0
Informasi	Jelas	√	√	√	-
	Tepat	√	√	√	-
	Teliti	√	√	√	-
	Relevan	√	√	√	-
Konsep dan ide	Jelas	√	√	√	-
	Tepat	√	√	-	-
	Relevan	√	√	-	-
	Dalam	-	-	-	-
Penyimpulan	Jelas	√	-	-	-
	Logis	√	-	-	-
Sudut pandang	Jelas	√	-	-	-
	Luas	Terbatas	Terbatas	Terbatas	Terbatas

(adaptasi Paul & Elder oleh Ary Woro Kurniasih)

SIB : Standar Intelektual Bernalar

TKBK : Tingkat Kemampuan Berpikir Kritis

Sehingga dalam penelitian ini, peneliti menggunakan acuan penelitian terdahulu dengan mengikuti jejak Ary Woro Kurniasih yang menggunakan 4 Tingkat Kemampuan Berpikir Kritis (TKBK), yaitu TKBK 3 (kritis), TKBK 2 (cukup kritis), TKBK 1 (kurang kritis) dan TKBK 0 (tidak kritis). Karena peneliti juga menyadari bahwasanya setiap manusia tidak ada yang bisa sangat sempurna, sedangkan TKBK 4 (sangat kritis) memerlukan kesempurnaan yang luar biasa dan hanya diperuntukkan kepada orang yang benar-benar mampu memenuhinya, atau dalam arti lain keluasan pengetahuan yang tak terbatas.

C. Pemecahan Masalah Dalam Matematika

Pemecahan masalah sering kita kenal dengan sebutan *problem solving*. *Problem solving* berasal dari bahasa Inggris yang terdiri dari kata *problem* artinya

soal, masalah atau persoalan dan *solve* artinya pemecahan masalah. Masalah adalah sesuatu yang harus diselesaikan (dipecahkan).⁸⁹ Masalah bagi seseorang bersifat pribadi/ individu. Masalah dapat diartikan suatu situasi atau pertanyaan yang dihadapi seorang individu atau kelompok ketika mereka tidak mempunyai aturan, algoritma/ prosedur tertentu atau hukum yang segera dapat digunakan untuk menentukan jawabannya.⁹⁰ Dengan demikian ciri suatu masalah adalah: (1) individu menyadari/ mengenali suatu situasi (pertanyaan-pertanyaan) yang dihadapi, dengan kata lain individu tersebut mempunyai pengetahuan prasyarat, (2) individu menyadari bahwa situasi tersebut memerlukan tindakan (aksi), dengan kata lain menantang untuk diselesaikan, (3) langkah pemecahan suatu masalah tidak harus jelas atau mudah ditangkap orang lain, dengan kata lain individu tersebut sudah mengetahui bagaimana menyelesaikan masalah itu meskipun belum jelas.

Sedangkan pemecahan masalah, menurut Polya adalah satu usaha mencari jalan keluar dari satu kesulitan guna mencapai satu tujuan yang tidak begitu mudah segera untuk dicapai.⁹¹ Selain itu, Tatag juga mengartikan pemecahan masalah sebagai suatu proses atau upaya individu untuk merespon atau mengatasi halangan atau kendala ketika suatu jawaban atau metode jawaban belum tampak jelas.⁹² Sehingga dalam pembelajaran matematika, pemecahan masalah

⁸⁹Departemen Pendidikan dan Kebudayaan, *Kamus Besar Bahasa Indonesia cet. Ke-3*, (Jakarta: Balai pustaka, 1990), hal. 562

⁹⁰Tatag yuli Eko Siswono, *Model Pembelajaran Matematika Berbasis Masalah untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif*, (Surabaya: Unesa University Press, 2008), hal. 34

⁹¹*Teori Pemecahan Masalah Polya Dalam Pembelajaran Matematika* dalam <http://blacksweetchocolate.blogspot.com/2012/06/teori-pemecahan-masalah-polya-dalam.html>. diakses 22 Januari 2013

⁹²Tatag yuli Eko Siswono, *Model Pembelajaran Matematika.....*, hal. 35

mempunyai interpretasi sebagai penyelesaian soal cerita yang tidak rutin dan mengaplikasikan matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Adapun alasan pentingnya pemecahan masalah dalam matematika adalah sebagai berikut: (1) dapat mengembangkan keterampilan kognitif secara umum, (2) mendorong kreativitas peserta didik, (3) bagian dari proses aplikasi matematika, dan (4) dapat memotivasi peserta didik untuk belajar matematika.⁹³ Dalam memecahkan masalah diperlukan keterampilan-keterampilan yang harus dimiliki, antara lain: (1) keterampilan empiris yang terdiri dari perhitungan dan pengukuran, (2) keterampilan aplikatif untuk menghadapi situasi yang umum (sering terjadi), serta (3) keterampilan berpikir untuk bekerja pada suatu situasi yang tidak biasa (*unfamiliar*).

Adapun langkah-langkah dalam pemecahan masalah yang dikemukakan oleh Polya adalah sebagai berikut: (1) memahami masalah, (2) membuat rencana penyelesaian, (3) menyelesaikan masalah, dan (4) memeriksa kembali.⁹⁴ Selain itu, langkah lain juga dikembangkan oleh Krulik & Rudnick yang terdiri dari: (1) membaca dan berpikir (*read and think*), (2) mengeksplorasi dan merencanakan (*explore and plan*), (3) menyeleksi suatu strategi (*select a strategy*), (4) mencari suatu jawaban (*find a answer*), serta (5) merefleksi dan memperluas (*reflect and extend*).⁹⁵ Bahkan Artzt & Yaloz-Femia juga mengembangkan langkah-langkah dalam menyelesaikan masalah sebagai berikut: (1) membaca (*read*), (2) memahami (*understand*), (3) merencanakan (*plan*), (4) mengimplementasikan

⁹³*Ibid.*, hal. 39

⁹⁴G. Polya, *How to Solve It*, 2nd ed., Princeton University Press, 1957, ISBN 0-691-08097-6.

⁹⁵Krulik & Rudnick dalam Tatag, *Model Pembelajaran Matematika.....*, hal. 37

(*implement*), (5) memverifikasi (*verify*), (6) memperhatikan (*watch*), dan (7) mendengarkan (*listen*).⁹⁶

Dari penjelasan para ahli yang telah menerangkan langka-langkah pemecahan masalah, menunjukkan bahwa dalam memecahkan masalah selalu memperhatikan otak manusia. Di mana otak kiri lebih fokus untuk menunjang berpikir kritis dan otak kanan lebih fokus untuk menunjang berpikir kreatif. Telah diketahui bahwa berpikir kritis dan kreatif memang tidak dapat dipisahkan.⁹⁷ Namun, dalam penelitian ini kiranya harus memisahkan antara keduanya guna menemukan tujuan dari pembahasan. Oleh karena itu, pemecahan masalah dapat menjadi pendekatan untuk mengetahui kemampuan berpikir kritis peserta didik.

D. Materi Fungsi

1. Pengertian Fungsi

Konsep tentang fungsi merupakan konsep dasar matematika yang sangat penting karena mempelajari keterhubungan atau keterkaitan variabel-variabel dari dua atau lebih himpunan-himpunan semesta pembicaraan pokok dalam matematika, sehingga tidaklah mengherankan jika permasalahan tentang fungsi atau pemetaan banyak dijumpai dalam aljabar, geometri, kalkulus, statistika dan sebagainya. Suatu fungsi dari himpunan A ke himpunan B adalah suatu keterkaitan (aturan, korespondensi) yang memasangkan atau menghubungkan setiap elemen pada himpunan A dengan suatu elemen himpunan B yang unik dan

⁹⁶A.F. Artzt & Yaloz Femia, *Mathematical Reasoning during Small-Group Problem Solving pdf*, hal. 2

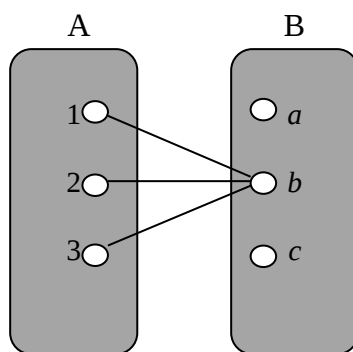
⁹⁷Elaine B.Johnson, *Contextual Teaching & Learning*, (Bandung: MLC, 2007), hal. 184

tunggal. Di mana himpunan A disebut sebagai daerah asal (*domain*) dan himpunan B disebut daerah kawan (*codomain*) dari fungsi.⁹⁸

Selain itu, Wayan juga memberikan definisi fungsi sebagai berikut: fungsi (pemetaan) adalah suatu relasi dari himpunan A ke himpunan B yang memenuhi sifat: (1) tidak terdapat pasangan terurut dari unsur himpunan A yang sama, (2) setiap unsur-unsur dalam himpunan A dikaitkan habis dengan unsur dalam himpunan B, (3) kodomain tidak harus habis semua atau daerah hasilnya (*range*) tidak meliputi semua kodomain, dan (4) setiap unsur dalam himpunan A berkaitan tepat hanya dengan sebuah unsur dalam himpunan B.⁹⁹ Adapun cara penulisan fungsi f dari A ke B dapat ditulis sebagai berikut: $f : A \rightarrow B$ atau $y = f(x)$.

Berikut akan diberikan contoh mengenai fungsi dan bukan fungsi.

a) Fungsi

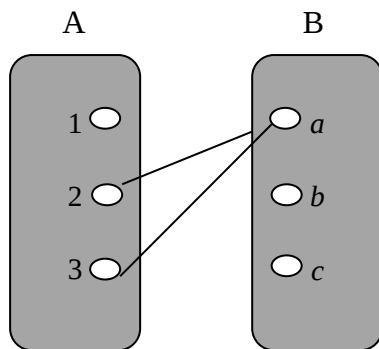


Gambar 2.4 Ilustrasi Contoh Fungsi

⁹⁸Muniri, *Struktur Aljabar*. (Tulungagung: STAIN Tulungagung, 2012), hal. 1

⁹⁹Wayan Juliartawan, *Matematika: Contoh Soal dan Penyelesaian dengan Formula Tercepat SMA*, (Yogyakarta: ANDI, 2005), hal. 99-100

b) Bukan Fungsi

**Gambar 2.5** Ilustrasi Contoh Bukan Fungsi

Terdapat 3 sifat penting dalam fungsi, yaitu sebagai berikut.¹⁰⁰

a) Fungsi Satu-satu (*injective*)

Fungsi f dari himpunan A ke himpunan B dikatakan satu-satu atau injektif jika untuk setiap $a, b \in A$, dengan $a \neq b$ berlaku $f(a) \neq f(b)$.

b) Fungsi Pada (*surjective* atau *onto*)

Fungsi f dari himpunan A ke himpunan B dikatakan pada atau surjektif atau onto jika diambil sembarang elemen $b \in B$ terdapat elemen $a \in A$, sehingga $f(a) = b$.

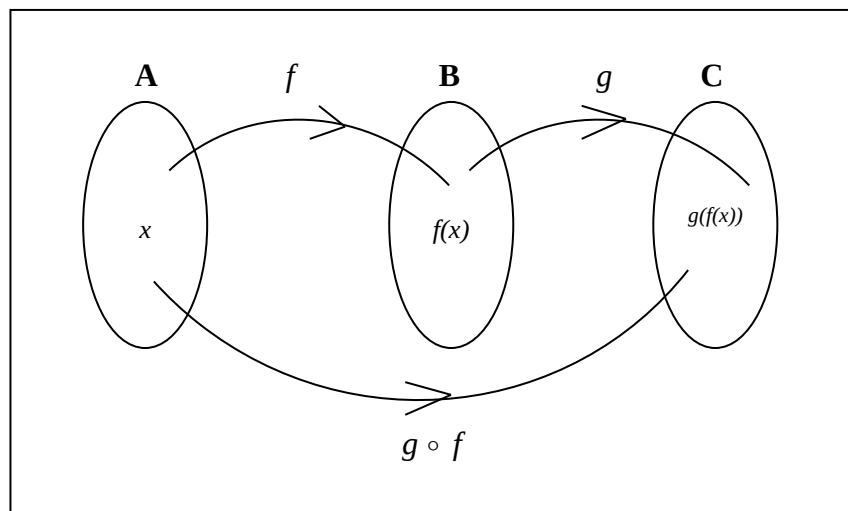
c) Fungsi Bijektif atau Korespondensi Satu-satu

Fungsi f dari himpunan A ke himpunan B dikatakan bijektif atau korespondensi satu-satu jika f merupakan fungsi pada atau satu-satu.

¹⁰⁰Sutrima & Budi Usodo, *Wahana Matematika untuk Sekolah Menengah Atas/ Madrasah Aliyah Kelas XI Program Ilmu Pengetahuan Alam*, (Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional, 2009), hal. 200-2002

2. Fungsi Komposisi

Diberikan dua fungsi f dan g dengan $f : A \rightarrow B$ ($y = f(x)$) dan $g : B \rightarrow C$ ($y = g(f(x))$) yaitu sebagai berikut.¹⁰¹



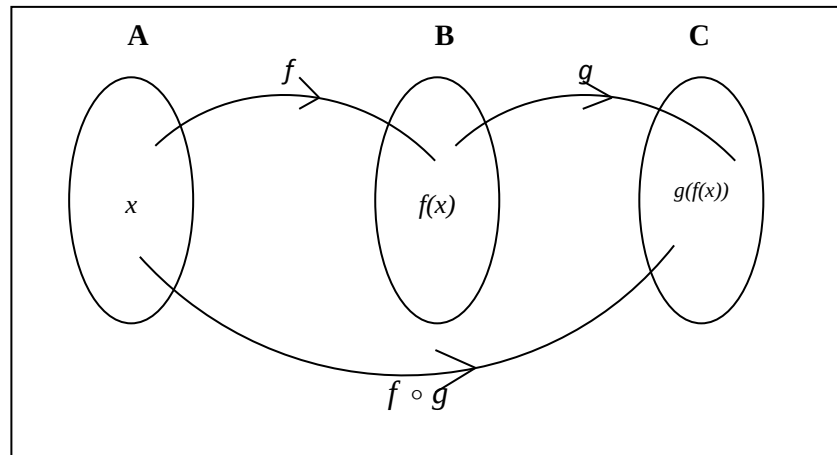
Gambar 2.6 Ilustrasi Fungsi Komposisi $h = (g \circ f)(x) = g(f(x))$

Diagram panah di atas menunjukkan fungsi yang menetapkan anggota himpunan A ke anggota himpunan B oleh fungsi f , kemudian menetapkan anggota himpunan B ke anggota himpunan C oleh fungsi g . Fungsi yang demikian disebut dengan fungsi komposisi. Pada kasus di atas, fungsi f dilanjutkan dengan fungsi g , maka notasi komposisinya yaitu $g \circ f$ (dibaca “ g bundaran f ” atau “komposisi g dengan f ”). Sehingga secara umum fungsi komposisi di atas dirumuskan dengan $(g \circ f)(x) = g(f(x))$.¹⁰²

Sedangkan untuk fungsi g dikomposisikan dengan fungsi f notasi komposisinya yaitu $f \circ g$ (dibaca “ f bundaran g ” atau “komposisi f dengan g ”), seperti ditunjukkan pada diagram berikut ini.

¹⁰¹*Ibid.*, hal. 100-101

¹⁰²Siti Aminah, *Pengembangan Modul Fungsi Komposisi dan Invers Kelas XI Berbasis Realistic Mathematic Education*, (Malang: Skripsi Tidak Diterbitkan, 2012), hal. 20-21



Gambar 2.7 Ilustrasi Fungsi Komposisi $h = (f \circ g)(x) = f(g(x))$

Sehingga secara umum fungsi komposisi di atas dirumuskan dengan

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

Syarat fungsi g dan f dapat dikomposisikan, atau $g \circ f$ ada jika daerah hasil dari f diiriskan dengan daerah asal g ada, yaitu $R_f \cap D_g \neq \emptyset$. Di mana setiap peta dari elemen A oleh f merupakan elemen dari C (daerah asal g). Sehingga, fungsi f dapat dilanjutkan dengan fungsi g atau $g \circ f$ ada. Dan sebaliknya, jika $g \circ f$ tidak ada, maka fungsi f tidak bisa dilanjutkan oleh fungsi g .

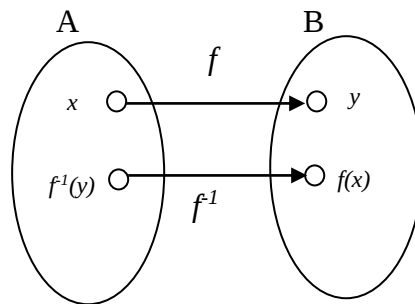
Adapun sifat-sifat dari fungsi komposisi adalah sebagai berikut.¹⁰³

- a) Tidak bersifat komutatif, yaitu: $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$.
- b) Bersifat asosiatif, yaitu $(f \circ (g \circ h))(x) = ((f \circ g) \circ h)(x)$.
- c) Terdapat unsur identitas, yaitu $(f \circ I)(x) = (I \circ f)(x) = f(x)$

¹⁰³Wayan Juliartawan, *Matematika: Contoh Soal*, hal. 101

3. Fungsi Invers

Secara umum digambarkan sebagai berikut.¹⁰⁴



Gambar 2.8 Ilustrasi tentang fungsi invers

Dari gambar di atas, $f : A \rightarrow B$ memetakan x ke $f(x) = y$. Dan $f^{-1} : B \rightarrow A$ memetakan y ke $f^{-1}(y) = x$. Selanjutnya invers dari suatu fungsi yang merupakan fungsi disebut dengan fungsi invers.¹⁰⁵ Adapun langkah-langkah dalam menentukan invers suatu fungsi adalah: (1) memisalkan fungsi $f(x)$ sama dengan y , (2) mencari nilai x , (3) mengganti x dengan y dan y dengan x , dan (4) y merupakan invers dari $f(y) = f^{-1}(x)$.

Selain itu, fungsi $f : A \rightarrow B$ memiliki fungsi invers jika f adalah fungsi bijektif atau himpunan A dan B berkorespondensi satu-satu. Sehingga, $(g \circ f)^{-1}(x) = (f^{-1} \circ g^{-1})(x)$ dan $(f^{-1}(x))^{-1} = f(x)$.

Soal-soal untuk berpikir kritis adalah soal-soal yang diberikan dasar pertanyaan (*stimulus*) yang berbentuk sumber/ bahan bacaan seperti: teks bacaan, paragraf, teks drama, penggalan novel/ cerita/ dongeng, puisi, kasus, gambar,

¹⁰⁴Wayan Juliartawan, *Matematika: Contoh Soal*, hal. 102

¹⁰⁵Siti Aminah, *Pengembangan Modul Fungsi Komposisi* ..., hal. 27

grafik, foto, rumus, tabel, daftar kata/ simbol, contoh, peta, film atau suara yang direkam.¹⁰⁶ Adapun contohnya adalah sebagai berikut.

1. Berikanlah satu contoh fungsi dan bukan fungsi serta jelaskan alasanmu!.
2. Diketahui fungsi f dan g diberikan oleh $f(x) = 6x - 3$ dan $g(x) = 2x^2 + x$. Tentukan nilai dari $(g \circ f)(4)$!.
3. Jumlah mobil yang diproduksi suatu pabrik selama 1 hari setelah t jam operasi adalah $n(t) = 200t - 10t^2$, $0 \leq t < 10$. Jika biaya produksi n mobil (dalam dolar) adalah $C(n) = 30.000 + 8.000n$, tentukan biaya C sebagai fungsi dari waktu. Berapakah biaya memproduksi mobil selama 1 bulan?

E. Penelitian Terdahulu

Penelitian yang berhubungan dengan analisis kemampuan berpikir kritis siswa dalam pemecahan masalah matematika, dilaporkan oleh peneliti sebagai berikut.

1. Penelitian Ary Woro Kurniasih dilaksanakan tahun 2010¹⁰⁷. Penelitian ini mendeskripsikan jenjang kemampuan berpikir kritis dan identifikasi tahap berpikir kritis dengan subjek penelitiannya adalah mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FMIPA Unnes dengan menggunakan materi konsep dan teorema turunan fungsi. Dari penelitian ini tingkat kemampuan berpikir kritis mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FMIPA UNNES dalam menyelesaikan masalah matematika hanya sampai TKBK 3 (kritis) dan tidak sampai pada TKBK 4 (sangat kritis). Sehingga kesimpulan dari penelitian ini

¹⁰⁶R.Rosnawati, *Berpikir Kritis Melalui Pembelajaran Matematika untuk Mendukung Pembentukan Karakter Siswa*,.....hal. 7

¹⁰⁷Ary Woro Kurniasih, *Penjenjangan Kemampuan Berpikir Kritis dan Identifikasi Tahap Berpikir Kritis Mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FMIPA UNNES dalam Menyelesaikan Masalah Matematika*, (Malang: Tesis Tidak Diterbitkan, 2010)

adalah TKBK mahasiswa hanya sampai tingkat kritis dan sebagian besar mahasiswa menunjukkan kemampuan berpikir kritis rendah. Meski penelitian ini hampir sama dengan penelitian yang akan dilaksanakan, namun pada dasarnya berbeda. Karena peneliti menggunakan subjek siswa sedangkan penelitian terdahulu dari Ary Woro Kurniasih menggunakan mahasiswa.

2. Penelitian Nur Farida dilaksanakan tahun 2010.¹⁰⁸ Penelitian ini mendeskripsikan proses berpikir kritis mahasiswa melalui perkuliahan penyelesaian masalah program linear dengan subjek penelitian mahasiswa semester II Program Studi Pendidikan Matematika di Universitas Kanjuruhan Malang Tahun Ajaran 2009/2010. Hasil penelitian ini diperoleh dari observasi dan tes akhir penelitian. Dari hasil observasi perkuliahan pada siklus I diperoleh untuk pertemuan I aktivitas mahasiswa berdasarkan pengamatan P1 sebesar 81% sehingga dalam kriteria baik. Sedangkan pengamatan P2 sebesar 86% sehingga dalam kriteria baik, maka dapat disimpulkan aktivitas mahasiswa pada pertemuan I dalam kriteria baik. Observasi perkuliahan pada pertemuan II aktivitas mahasiswa berdasarkan pengamatan P1 sebesar 87% sehingga dalam kriteria baik. Sedangkan pengamatan P2 sebesar 88% sehingga dalam kriteria baik, maka dapat disimpulkan aktivitas mahasiswa pada pertemuan II dalam kriteria baik. Sedangkan berdasarkan hasil tes akhir penelitian terungkap persentase ketuntasan klasikal (TB) sebesar 91%. Dari hasil penelitian ini disimpulkan bahwa bentuk perkuliahan yang dikembangkan dalam penelitian ini berhasil sebagai suatu bentuk perkuliahan

¹⁰⁸Nur Farida, *Proses Berpikir Kritis Mahasiswa Melalui Perkuliahan Penyelesaian Masalah Program Linear*, (Malang: Tesis Tidak Diterbitkan, 2010)

yang dapat mengembangkan proses berpikir kritis mahasiswa melalui perkuliahan penyelesaian masalah program linear.

3. Penelitian Diana Ardhika Putri dilaksanakan tahun 2012.¹⁰⁹ Penelitian ini mendeskripsikan tentang kajian kemampuan berpikir kritis melalui penerapan pembelajaran geometri berdasarkan tahap berpikir Van Hiele dengan subjek siswa kelas VII SMP. Hasil dari penelitian tersebut menunjukkan bahwa rata-rata kemampuan berpikir kritis siswa dalam melakukan diskusi sebesar 56,5%, kemampuan melakukan analisis sebesar 73,25%, tingkat keterampilan berpikir siswa sebesar 62,25%, kemampuan membuat kesimpulan sebesar 82,5%, keterampilan siswa bertanya sebesar 40,75%, serta keterampilan siswa menjawab pertanyaan sebesar 49,5%. Berdasarkan hasil tes yang dilakukan diperoleh rata-rata kemampuan berpikir kritis siswa sebesar 65% dengan banyak siswa yang lulus KKM sebesar 75 dicapai oleh 22 siswa. Berdasarkan hasil penelitian ini, pembelajaran geometri berdasarkan tahap berpikir Van Hiele dapat dijadikan alternatif untuk mengajarkan materi geometri sekaligus dapat melatih kemampuan berpikir kritis siswa.

Dari penelitian-penelitian di atas dapat kita lihat berbagai macam cara yang digunakan untuk mengetahui tahap berpikir kritis siswa/ mahasiswa dalam pemecahan masalah. Dari hasil penelitian tersebut sangat sedikit siswa yang mencapai tahap 3, apalagi tahap 4. Oleh karena itu, peneliti membatasi penilaian tingkat berpikir kritis untuk siswa menengah atas pada level 3, dengan asumsi bahwa siswa tidak dapat mencapai level 4 (berdasarkan penelitian terdahulu).

¹⁰⁹Diana Ardhika Putri, *Kajian Kemampuan Berpikir Kritis Melalui Penerapan Pembelajaran Geometri Berdasarkan Tahap Berpikir Van Hiele pada Pokok Bahasan Garis dan Sudut untuk Siswa Kelas VII-D SMP Negeri 11 Malang*, (Malang: Skripsi Tidak Diterbitkan, 2012)