

## BAB II

### KAJIAN PUSTAKA

#### A. Hakikat Matematika

##### 1. Pengertian Matematika

Sampai saat ini belum ada kesepakatan yang bulat di antara para matematikawan tentang apa yang disebut matematika. Untuk mendeskripsikan definisi *matematika*. Banyaknya definisi dan beragamnya deskripsi yang berbeda dikemukakan oleh para ahli berdasarkan sudut pandang, kemampuan, pemahaman, dan pengalamannya masing-masing.

Matematika, menurut Ruseffendi, adalah bahasa simbol, ilmu deduktif yang tidak menerima pembuktian secara induktif, ilmu tentang pola keteraturan, dan struktur yang terorganisasi, mulai dari unsur yang tidak didefinisikan, ke unsur yang didefinisikan, ke aksioma atau postulat, dan akhirnya ke dalil. Sedangkan hakikat matematika menurut Soedjadi, yaitu memiliki objek tujuan abstrak, bertumpu pada kesepakatan, dan pola pikir yang deduktif.<sup>1</sup>

Dalam sudut pandang Andi Hakim Nasution, istilah matematika berasal dari kata Yunani, *mathein* atau *manthenein* yang berarti *mempelajari*.. Dalam bahasa Belanda, matematika disebut dengan kata *wiskunde* yang berarti ilmu tentang belajar (hal ini sesuai dengan arti kata *mathein* pada matematika).<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup> Heruman, *Model Pembelajaran Matematika Di Sekolah Dasar*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2012), hal. 1.

<sup>2</sup> Andi Hakim Nasution, *Landasan Matematika*, (Bogor: Bhratara, 1982), hal. 12

Perlu diketahui, bahwa ilmu matematika itu berbeda dengan disiplin ilmu yang lain. Matematika memiliki bahasa sendiri, yakni bahasa yang terdiri atas simbol-simbol dan angka. Sehingga, jika kita ingin belajar matematika dengan baik, maka langkah yang harus ditempuh adalah kita harus menguasai bahasa pengantar dalam matematika, harus berusaha memahami makna-makna di balik lambang dan simbol tersebut.

## **B. Kemampuan Berpikir Kritis**

### **1. Pengertian Berpikir**

Berpikir berasal dari kata dasar “pikir”. Arti dari kata “pikir” dalam *Kamus Besar Bahasa Indonesia* adalah akal budi, ingatan, angan-angan.<sup>3</sup> Berpikir artinya menggunakan akal budi untuk mempertimbangkan dan memutuskan sesuatu, menimbang-nimbang dalam ingatan.<sup>4</sup>

Berpikir merupakan suatu kegiatan mental yang dialami seseorang bila mereka dihadapkan pada suatu masalah atau situasi yang harus dipecahkan. Berpikir sebagai suatu kemampuan mental seseorang dapat dibedakan menjadi beberapa jenis, antara lain berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif.<sup>5</sup> Dari sekian banyak jenis berpikir, berpikir kritis dan kreatiflah yang merupakan perwujudan dari berpikir tingkat tinggi (*higher order thinking*).<sup>6</sup> Dalam memandang kaitan antar berpikir kreatif dan berpikir kritis terdapat dua pandangan. Pertama memandang berpikir kreatif bersifat intuitif

---

<sup>3</sup> Wowo Sunaryo Kuswana, *Taksonomi Berpikir*, (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2011), hal.1

<sup>4</sup> *Ibid.*, hal. 1

<sup>5</sup> Tatang Yuli Eko Siswono, *Model Pembelajaran Matematika Berbasis Pengajaran Dan Pemecahan Masalah Untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif*, (Surabaya: Unesa University Press, 2008), hal.12

<sup>6</sup> Tatang Yuli Eko Siswono, *Model Pembelajaran ...*, hal. 13

yang berbeda dengan berpikir kritis (analitis) yang didasarkan pada logika dan kedua memandang berpikir kreatif merupakan kombinasi berpikir analitis dan intuitif.<sup>7</sup> Berpikir yang intuitif artinya berpikir untuk mendapatkan sesuatu dengan menggunakan naluri atau perasaan (*feelings*) yang tiba-tiba (*insight*) tanpa berdasar fakta-fakta umum.<sup>8</sup>

Berpikir kritis dapat diajarkan dengan lebih banyak menggunakan otak kiri sedangkan berpikir kreatif banyak menggunakan otak kanan.<sup>9</sup> Dari kedua pandangan diatas dapat diambil kesimpulan bahwa pandangan yang pertama memaknai berpikir kritis dan berpikir kreatif memiliki fungsi yang berbeda. Sedangkan pandangan yang kedua memaknai berpikir kreatif dan berpikir kritis tidak dapat dipisahkan. Peneliti lebih memilih untuk pandangan yang pertama, yaitu berpikir kreatif dan berpikir kritis memiliki fungsi yang berbeda, sehingga untuk mengetahui tujuan dari berpikir tersebut harus dipilih salah satunya, dan dalam penelitian ini dipilihlah berpikir kritis guna tujuan pembahasan ini.

## **2. Berpikir kritis**

Berpikir kritis dapat dipandang sebagai kemampuan berpikir seseorang untuk membandingkan dua atau lebih informasi, misalkan informasi yang diterima dari luar dengan informasi yang dimiliki. Jika terdapat perbedaan atau persamaan, maka ia akan mengajukan pertanyaan atau komentar dengan tujuan untuk memperoleh penjelasan. Menurut Johnson berpikir kritis

---

<sup>7</sup> *Ibid.*, hal.13

<sup>8</sup> *Ibid.*, hal.13

<sup>9</sup> Johnson Lamb, *Critical And Creative Thinking-Bloom's Taxonomy*, dalam <http://www.http://eduscapes.com/tap/topic69.html>, diakses 08 maret 2016

mengorganisasikan proses yang digunakan dalam aktifitas mental seperti pemecahan masalah, mengambil keputusan, meyakinkan, menganalisis asumsi-asumsi dan penemuan ilmiah.<sup>10</sup>

Menurut Ennis terdapat 12 indikator berpikir kritis yang terangkum dalam 5 kelompok keterampilan berpikir kemudian 12 indikator tersebut dijabarkan dalam beberapa sub indikator seperti pada tabel dibawah ini:<sup>11</sup>

**Tabel 2.1. Dua Belas Indikator Keterampilan Berpikir Kritis Menurut Ennis**

No	Kelompok	Indikator	Sub indikator
1	Memberikan penjelasan sederhana	Memfokuskan pertanyaan	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mengidentifikasi atau merumuskan pernyataan</li> <li>• Mengidentifikasi atau merumuskan kriteria untuk mempertimbangkan kemungkinan jawaban</li> <li>• Menjaga kondisi berpikir</li> </ul>
		Menganalisis argumen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mengidentifikasi kesimpulan</li> <li>• Mengidentifikasi kalimat-kalimat Pertanyaan</li> <li>• Mengidentifikasi dan menangani suatu ketidakpastian</li> <li>• Melihat struktur dari suatu argument</li> <li>• Membuat ringkasan</li> </ul>
		Bertanya dan menjawab pertanyaan	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Memberikan penjelasan sederhana</li> <li>• Menyebutkan contoh</li> </ul>
2	Membangun keterampilan dasar	Mempertimbangkan apakah sumber dapat dipercaya atau tidak	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mempertimbangkan keahlian</li> <li>• Mempertimbangkan kemenarikan konflik</li> <li>• Mempertimbangkan kesesuaian sumber</li> <li>• Mempertimbangkan penggunaan prosedur yang tepat</li> <li>• Mempertimbangkan resiko untuk reputasi</li> <li>• Kemampuan untuk memberikan alasan</li> </ul>

*Tabel Berlanjut...*

<sup>10</sup> Tatang Yuli Eko Siswono, *Model Pembelajaran Matematika ...*, hal.15

<sup>11</sup> <http://digilib.unila.ac.id/57/8/BAB%2011.pdf>, diakses 08 maret 2016, hal. 13

Lanjutan Tabel..

No	Kelompok	Indikator	Sub indikator
		Mengobservasi dan mempertimbangkan laporan observasi	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Melibatkan sedikit dugaan</li> <li>• Menggunakan waktu yang singkat antara observasi dan laporan</li> <li>• Melaporkan hasil observasi</li> <li>• Merekam hasil observasi</li> <li>• Menggunakan bukti-bukti yang benar</li> <li>• Menggunakan akses yang baik</li> <li>• Menggunakan teknologi</li> <li>• Mempertanggungjawabkan hasil observasi</li> </ul>
3	Menyimpulkan	Mendeduksi dan mempertimbangkan hasil deduksi	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Siklus logika euler</li> <li>• Mengkondisikan logika</li> <li>• Menyatakan tafsiran</li> </ul>
		Menginduksi dan mempertimbangkan hasil induksi	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mengemukakan hal yang umum</li> <li>• Mengemukakan kesimpulan dan hipotesis</li> <li>• Mengemukakan hipotesis</li> <li>• Merancang eksperimen</li> <li>• Menarik kesimpulan sesuai fakta</li> <li>• Menarik kesimpulan dari hasil menyelidiki</li> </ul>
		Membuat dan menentukan hasil pertimbangan	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Membuat dan menentukan hasil pertimbangan berdasarkan latar belakang fakta-fakta</li> <li>• Membuat dan menentukan hasil pertimbangan berdasarkan akibat</li> <li>• Membuat dan menentukan hasil pertimbangan berdasarkan penerapan fakta</li> <li>• Membuat dan menentukan hasil pertimbangan</li> </ul>
4	Memberikan penjelasan	Mendefinisikan istilah dan mempertimbangkan suatu definisi	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Membuat bentuk definisi</li> <li>• Strategi membuat definisi</li> <li>• Bertindak dengan memberikan penjelasan lanjut</li> <li>• Mengidentifikasi dan menangani ketidakbenaran yang disengaja</li> <li>• Membuat isi definisi</li> </ul>
		Mengidentifikasi asumsi-asumsi	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Penjelasan bukan pernyataan</li> <li>• Mengonstruksi argumen</li> </ul>

Tabel Berlanjut...

Lanjutan Tabel..

No	Kelompok	Indikator	Sub indikator
5	Mengatur strategi dan taktik	Menentukan suatu tindakan	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mengungkap masalah</li> <li>• Memilih kriteria untuk mempertimbangkan solusi yang mungkin</li> <li>• Merumuskan solusi alternatif</li> <li>• Menentukan tindakan sementara</li> <li>• Mengulang kembali</li> <li>• Mengamati penerapannya</li> </ul>
		Berinteraksi dengan orang lain	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menggunakan argument</li> <li>• Menggunakan strategi logika</li> <li>• Menggunakan strategi retorika</li> <li>• Menunjukkan posisi, orasi atau tulisan</li> </ul>

Mengingat peranan penting berpikir kritis dalam kehidupan pribadi maupun dalam masyarakat, maka berpikir kritis merupakan suatu karakteristik yang dianggap penting untuk diajarkan di sekolah pada setiap jenjang.<sup>12</sup> Hal ini sesuai dengan prioritas pembangunan pendidikan yang tertera dalam kurikulum tingkat satuan pendidikan (KTSP) dimana siswa diharapkan dapat berpikir matematis, yaitu berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, kreatif serta kemampuan bekerja sama.<sup>13</sup> Tidak hanya dalam KTSP saja, namun dalam kurikulum 2013 juga tercantum tentang berpikir kritis dalam pendidikan.

Berdasarkan uraian tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa kemampuan berpikir kritis adalah suatu kegiatan atau proses kognitif dan

---

<sup>12</sup> Desti Haryani, *Membentuk Siswa Berpikir Kritis Melalui Pembelajaran Matematika dalam Makalah dipresentasikan dalam Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika dengan Tema "Kontribusi Pendidikan Matematika dan Matematika dalam Membangun Karakter Guru Dan Siswa" pada tanggal 10 November 2012 di Jurusan Pendidikan Matematika (FMIPA UNY), Dalam <http://eprints.uny.ac.id/7512/1/p%20-%202017.pdf>, diakses 8 Maret 2016, hal.1*

<sup>13</sup> Lambertuse, *Pentingnya Melatih Keterampilan Berpikir Kritis Dalam Pembelajaran Matematika di SD*, dalam Jurnal Forum Kependidikan, <http://forumkependidikan.unsri.ac.id/userfiles/Artikel%20Lambertus-UNHALU-OKE.pdf>, diakses 8 maret 2016

tindakan mental untuk memperoleh pengetahuan, pemahaman dan keterampilan agar mampu menemukan jalan keluar dan melakukan keputusan dengan tahapannya yang dilakukan dengan berpikir secara mendalam tentang hal-hal yang dapat dijangkau oleh pengalaman seseorang, pemeriksaan dan melakukan penalaran yang logis yang diukur melalui kecakapan analisis, dan regulasi diri.<sup>14</sup> Dalam penelitian ini, untuk dapat mengetahui kemampuan berpikir dalam pemecahan masalah digunakan indikator-indikator berpikir kritis menurut Rasiman dan Kartinah.

### 3. Berpikir Kritis dalam Matematika

Tujuan dari pembelajaran matematika telah terancum dalam KTSP. Dimana dalam kurikulum tersebut pembelajaran matematika bertujuan agar siswa memiliki kemampuan, yaitu:<sup>15</sup> (a) Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep secara luwes, akurat, dan tepat dalam pemecahan masalah, (b) Menggunakan penalaran, menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika, (c) Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, menyelesaikan model matematika, (d) Mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, atau media lain untuk memperjelas masalah, (e) Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian dan minat dalam mempelajari matematika dalam pemecahan masalah.

---

<sup>14</sup> Kowiyah, *Kemampuan Berpikir Kritis ...*, hal.179

<sup>15</sup> Ary woro kurniasih, *scaffolding sebagai alternatif upaya meningkatkan kemampuan berpikir kritis matematika*, dalam JURNAL KREANO, ISSN: 2086-2334 Diterbitkan oleh Jurusan Matematika FMIPA UNNES Volume 3 Nomor 2, Desember 2012, <http://download.portalgaruda.org/article.php?article=161267&val=5678&title=scaffolding%20sebagai%20alternatif%20upaya%20meningkatkan%20kemampuan%20%20berpikir%20kritis%20matematika>, hal.117

Berdasarkan tujuan pembelajaran matematika diatas, untuk memenuhi tujuan tersebut maka perlu memberikan pengajaran berpikir tingkat tinggi kepada siswa. Berpikir tingkat tinggi yang sangat diperlukan dalam pembelajaran matematika salah satunya adalah berpikir kritis. Karena berpikir kritis merupakan suatu pemikiran yang ideal dengan tujuan untuk bisa memberikan pemahaman yang mendalam kepada siswa.

### **C. Pemecahan Masalah dalam Matematika**

#### **1. Pengertian Masalah**

Masalah adalah sesuatu yang harus diselesaikan (dipecahkan).<sup>16</sup> Masalah pada hakikatnya merupakan bagian dalam kehidupan manusia. Masalah dapat diartikan pula suatu situasi atau pernyataan yang dihadapi seseorang individu atau kelompok ketika tidak mempunyai aturan, algoritma/prosedur tertentu atau hukum yang segera dapat digunakan untuk menentukan jawabannya.<sup>17</sup> Masalah sering juga disebut sebagai kesulitan, hambatan, gangguan, ketidakpuasan, ataupun kesenjangan.<sup>18</sup>

Masalah dalam matematika biasanya berbentuk soal matematika, tetapi tidak semua soal matematika merupakan masalah. Menurut Hudojo suatu soal/pernyataan disebut masalah tergantung kepada pengetahuan yang dimiliki penjawab.<sup>19</sup> Dapat terjadi bagi seseorang soal itu dapat dijawab dengan menggunakan prosedur rutin baginya, namun bagi orang lain soal tersebut memerlukan pengorganisasian pengetahuan yang telah dimiliki

---

<sup>16</sup> Anita Widia Wati H., *Analisis Kemampuan Berpikir Kritis ...*, hal. 51

<sup>17</sup> Tatag Yuli Eko Siswono, *Model Pembelajaran Matematika ...*, hal. 34

<sup>18</sup> Desti Haryani, *Membentuk Siswa Berpikir Kritis ...*, hal. 121

<sup>19</sup> Desti Haryani, *Membentuk Siswa Berpikir Kritis ...*, hal. 122



secara tidak rutin dan orang tersebut tertantang untuk menjawab/memecahkannya. Suatu pernyataan akan merupakan suatu masalah jika seseorang tidak mempunyai aturan/hukum tertentu yang segera dapat dipergunakan untuk menemukan jawaban dari pernyataan tersebut.<sup>20</sup> Suatu pernyataan yang awalnya menjadi permasalahan, jika sudah dapat diselesaikan baik melalui cara sendiri atau mencari jawaban melalui buku maka pernyataan berubah menjadi bukan masalah lagi. Dengan demikian, aspek penting dari makna masalah adalah adanya penyelesaian yang diperoleh tidak dapat hanya dikerjakan dengan prosedur rutin, tetapi perlu penalaran yang lebih luas dan rumit.<sup>21</sup> Sedangkan masalah dalam matematika adalah suatu soal dalam matematika dan tidak ada cara yang siap langsung dapat digunakan untuk menyelesaikannya.<sup>22</sup>

## 2. Pemecahan masalah

Pemecahan masalah menurut Polya merupakan usaha mencari jalan keluar dari kesulitan, mencapai suatu tujuan yang tidak dengan segera dapat dicapai.<sup>23</sup> Alasan mengapa diperlukannya pemecahan masalah adalah (1) pemecahan masalah mengembangkan ketrampilan kognitif secara umum, (2) pemecahan masalah mendorong kreativitas, (3) pemecahan masalah

---

<sup>20</sup> Endang Setyo Winarti & Sri Harmini, *Matematika Untuk PGSD*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2012), hal. 115

<sup>21</sup> *Ibid.*, hal. 116

<sup>22</sup> Desti Haryani, *Membentuk Siswa Berpikir Kritis ...*, hal. 122

<sup>23</sup> Pemecahan Masalah dalam Pembelajaran Matematika dalam <http://pengalaman-al-badri.blogspot.com/2012/04/pemecahan-masalah-dalam-pembelajaran.html>. diakses 05 april 2016

merupakan bagian dari proses aplikasi matematika, dan (4) pemecahan masalah memotivasi siswa untuk belajar matematika.<sup>24</sup>

Terdapat beberapa faktor yang mempengaruhi kemampuan memecahkan masalah, yaitu:<sup>25</sup> (a) Pengalaman awal, (b) Latar belakang matematika, (c) Keinginan dan motivasi, dan (d) Struktur masalah. Dalam kegiatan untuk memecahkan masalah banyak pendapat yang dikemukakan oleh para ahli, salah satunya yang dikemukakan Polya. Menurut polya ada empat langkah dalam pemecahan masalah, yaitu:<sup>26</sup>

- a. Memahami masalah. Dalam tahap ini masalah harus benar-benar dipahami.
- b. Membuat rencana pemecahan masalah. Mencari hubungan antara informasi yang ada dengan yang tidak diketahui. Dalam membuat rencana seseorang harus memperhatikan masalah sehingga diperoleh suatu rencana dari permasalahan.
- c. Melaksanakan masalah. Pada tahap ini rencana dilaksanakan, periksa setiap langkah sehingga dapat diketahui bahwa setiap langkah itu benar.
- d. Memeriksa kembali pemecahan yang telah didapatkan. Pada tahap ini seseorang akan diajukan pertanyaan hingga ia dapat memeriksa kembali hasil pemecahan masalah.

---

<sup>24</sup> *Ibid.*, hal. 39

<sup>25</sup> *Ibid.*, hal. 35

<sup>26</sup> Desti Haryani, *Pembelajaran Matematika dengan Pemecahan Masalah untuk Menumbuhkembangkan Kemampuan Berpikir Kritis, dalam Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA, Fakultas MIPA, Universitas Negeri Yogyakarta*, 14 Mei 2011, hal 123

Jika diperhatikan setiap tahapan pemecahan masalah Polya memerlukan proses berpikir kritis. Bahkan Polya mengatakan sesungguhnya kemampuan memecahkan masalah ada pada ide menyusun rencana pemecahan masalah. Pemecahan masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah langkah pemecahan masalah matematika berdasarkan teori Polya. Dengan menggunakan langkah-langkah pemecahan masalah oleh Polya diharapkan siswa dapat lebih runtut dan terstruktur dalam memecahkan masalah matematika. Alasan menggunakan pemecahan masalah model Polya, karena model Polya menyediakan kerangka kerja yang tersusun rapi untuk menyelesaikan masalah yang kompleks sehingga dapat membantu siswa dalam memecahkan masalah.

#### **D. Proses Berpikir Kritis dalam Pemecahan Masalah Berdasarkan Teori Polya**

Berdasarkan langkah-langkah pemecahan masalah yang dikemukakan Polya, maka dapat dilihat sangat diperlukan keterampilan/kemampuan berpikir kritis mulai dari memahami masalah, merencanakan pemecahan, melaksanakan rencana, sampai melihat/memeriksa kembali pemecahan yang telah dilaksanakan. Pada tahap memahami masalah siswa harus mempunyai kemampuan interpretasi agar dia dapat memahami secara tepat masalah matematika. Pada tahap merencanakan pemecahan masalah, keterampilan interpretasi, analisis, dan evaluasi juga diperlukan karena dapat menentukan rencana apa yang akan dilaksanakan siswa harus mampu memaknai informasi yang ada pada masalah. Pada tahap melaksanakan rencana pemecahan siswa

akan menggali semua konsep dan prosedur yang telah dipelajari sehingga dapat memecahkan masalah dengan benar. Pada tahap melihat/memeriksa kembali hasil pemecahan yang telah di dapat semua kemampuan berpikir kritis juga sangat diperlukan untuk menguji apakah pemecahan masalah yang telah dilaksanakan sudah benar.

Berdasarkan langkah-langkah pemecahan masalah yang dikemukakan oleh Polya, maka dalam pembelajaran matematika khususnya yang terkait dengan penyelesaian masalah matematika perlu diselidiki tentang proses berpikir kritis siswa. Karena dalam pemecahan masalah dibutuhkan tingkat berpikir tinggi, salah satunya adalah dengan berpikir kritis. Dalam penelitian ini dilakukan analisis tingkat berpikir kritis siswa dengan menelusuri kemampuan berpikir kritis siswa dalam pemecahan masalah matematika yang melibatkan siswa secara aktif dan mengaitkan dengan indikator-indikator dari setiap komponen berpikir kritis.

Rasiman dan Katrinah merumuskan secara teoritis tingkat kemampuan berpikir kritis yang terdiri dari 4 tingkat yang dimulai dari terendah, yaitu tingkat 0, tingkat 1, tingkat 2, dan tingkat 3.<sup>27</sup> Dasar perumusannya adalah tujuh indikator berpikir kritis yang disimpulkan dari kajian teori. Tingkat dan karakteristik tiap tingkat itu disajikan dalam **tabel 2.2 Draf TKBK** berikut.

---

<sup>27</sup> Rasiman, *Penelusuran Berpikir Kritis ...*, hal.5

Tabel 2.2 Draf TKBK

No.	Indikator Berpikir Kritis	TKBK 3 (kritis)	TKBK 2 (kurang kritis)	TKBK 1 (kurang kritis)	TKBK 0 (tidak kritis)
1	Mengidentifikasi fakta-fakta yang diberikan dengan jelas dan logis (IBK 1)				
2	Merumuskan pokok-pokok permasalahan dengan cermat (IBK 2)				
3	Menerapkan metode yang pernah dipelajari dengan akurat (IBK 3)				–
4	Mengungkap data/definisi/teorema dalam menyelesaikan masalah dengan tepat (IBK 4)				–
5	Memutuskan dan melaksanakan dengan benar (IBK 5)			–	–
6	Mengevaluasi argumen yang relevan dalam penyelesaian suatu masalah dengan teliti (IBK 6)			–	–
7	Membedakan antara kesimpulan yang didasarkan pada logika yang valid/tidak valid (IBK 7)		–	–	–

Keterangan:

“–” = tidak memenuhi

“ ” = memenuhi

Kemudian Draf penjenjangan tersebut direvisi kembali oleh Rasiman sesuai dengan hasil analisis wawancara pada tahap pra-penelitian yang dilakukannya yang ditunjukkan pada **tabel 2.3. Perbaikan Kemampuan Berpikir Kritis**

**Tabel 2.3 Perbaikan Tingkat Kemampuan Berpikir Kritis**

No.	Indikator Berpikir Kritis	TKBK 3 (kritis)	TKBK 2 (cukup kritis)	TKBK 1 (kurang kritis)	TKBK 0 (tidak kritis)
1	Mengidentifikasi fakta-fakta yang diberikan dengan jelas dan logis (IBK 1)				
2	Merumuskan pokok-pokok permasalahan dengan cermat (IBK 2)				
3	Menerapkan metode yang pernah dipelajari dengan akurat (IBK 3)	/-	/-	/-	-
4	Mengungkap data/definisi/teorema dalam menyelesaikan masalah dengan tepat (IBK 4)				-
5	Memutuskan dan melaksanakan dengan benar (IBK 5)			-	-
6	Mengevaluasi argumen yang relevan dalam penyelesaian suatu masalah dengan teliti (IBK 6)			-	-
7	Membedakan antara kesimpulan yang didasarkan pada logika yang valid/tidak valid (IBK 7)		-	-	-

Keterangan:

“-” = tidak memenuhi

“ ” = memenuhi

Dengan menggunakan indikator-indikator dan draf TKBK diatas, maka dalam penelitian ini dapat ditelusuri tingkat berpikir kritis siswa kelas X MIA 2 MAN Trenggalek dalam pemecahan masalah matematika. Sehingga dalam penelitian ini, peneliti menggunakan acuan penelitian terdahulu dengan mengikuti jejak Rasiman dan Katrinah yang menggunakan 4 Tingkat Kemampuan Berpikir Kritis (TKBK), yaitu TKBK 3 (kritis), TKBK 2 (cukup kritis), TKBK 1 (kurang kritis), TKBK 0 (tidak kritis).

## E. Materi Limit Fungsi Aljabar

### 1. Pengertian Limit Fungsi

Limit dapat digunakan untuk menjelaskan pengaruh variabel fungsi yang bergerak mendekati suatu titik terhadap fungsi tersebut. Untuk dapat memahami pengertian limit secara intuitif, perhatikanlah contoh berikut:

Fungsi  $f$  di definisikan sebagai  $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$ . Jika variabel  $x$  diganti dengan 2, maka  $f(x) = \frac{0}{0}$  (tidak dapat ditemukan). Untuk itu perhatikanlah tabel 2.4 berikut:

**Tabel 2.4 Nilai Limit Jika Didekati dari Arah Kanan dan Kiri**

$x$	0	1,1	1,5	1,9	1,999	2.000	2,001	2,01	2,5	2,7
$f(x)$	1	2,1	2,5	2,9	2,999	???	3,001	3,01	3,5	3,7

Dari uraian tersebut dapat disimpulkan bahwa  $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$  : mendekati 3.

Jika  $x$  mendekati 2, baik didekati dari sebelah kiri (disebut limit kiri) maupun di dekati dari sebelah kanan (disebut limit kanan). Dapat ditulis:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = 3$$

### 2. Menentukan Limit Fungsi Aljabar Bila Variabelnya Mendekati Nilai

#### Tertentu

Menentukan limit dengan cara diatas tidaklah efisien. Untuk mengatasinya, kita dapat menentukan nilai limit suatu fungsi dengan beberapa cara, yaitu:

#### a. Substitusi

Contoh: Tentukan nilai  $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 8)!$

Penyelesaian:

Nilai limit dari fungsi  $f(x) = x^2 - 8$  dapat kita ketahui secara langsung, yaitu dengan cara mensubstitusikan  $x = 3$  ke  $f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 8) = 3^2 - 8 = 9 - 8 = 1$$

Artinya bila  $x$  dekat 3 maka  $x^2 - 8$  dekat pada  $3^2 - 8 = 9 - 8 = 1$  Dengan ketentuan sebagai berikut: 1). Jika  $f(a) = c$ , maka  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$  2). Jika  $f(a) = \frac{c}{0}$ , maka  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$  3). Jika  $f(a) = \frac{0}{c}$ , maka  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$

$$(a) = \frac{c}{0}, \text{ maka } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty \quad 3). \text{ Jika } f(a) = \frac{0}{c}, \text{ maka } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$$

#### b. Pemfaktoran

Cara ini digunakan ketika fungsi-fungsi tersebut bisa difaktorkan sehingga tidak menghasilkan nilai tak terdefinisi.

Contoh: Tentukan nilai  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$  !

Penyelesaian:

Jika  $x = 3$  kita substitusikan maka  $f(3) = \frac{3^2 - 9}{3 - 3} = \frac{0}{0}$ . Kita telah mengetahui

bahwa semua bilangan yang dibagi dengan 0 tidak terdefinisi. Ini berarti

untuk menentukan nilai  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ , kita harus mencari fungsi yang baru

sehingga tidak terjadi pembagian dengan nol. Untuk menentukan fungsi yang baru itu, kita tinggal memfaktorkan fungsi  $f(x)$  sehingga menjadi:

$$\frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)} = (x+3) \cdot \left( \frac{x-3}{x-3} \right) = 1$$

$$\text{Jadi, } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} (x+3)$$

$$= 3 + 3 = 6$$



## c. Merasionalkan Penyebut

Cara yang ketiga ini digunakan apabila penyebutnya berbentuk akar yang perlu dirasionalkan, sehingga tidak terjadi pembagian angka 0 dengan 0.

Contoh: Tentukan nilai  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{x-2}}$  !

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{x-2}} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{x-2}} \cdot \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-2}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 3x + 2)(\sqrt{x-2})}{(\sqrt{x-2})^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)(x-2)(\sqrt{x-2})}{(x-2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x-1)\sqrt{x-2} \\ &= (2-1)\sqrt{2-2} = 1 \cdot 0 = 0 \end{aligned}$$

## d. Merasionalkan Pembilang

Contoh: Tentukan nilai  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x-2} - \sqrt{4x-3}}{x-1}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x-2} - \sqrt{4x-3}}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x-2} - \sqrt{4x-3}}{x-1} \cdot \frac{\sqrt{3x-2} + \sqrt{4x-3}}{\sqrt{3x-2} + \sqrt{4x-3}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{3x-2})^2 - (\sqrt{4x-3})^2}{(x-1)(\sqrt{3x-2} + \sqrt{4x-3})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x+1}{(x-1)(\sqrt{3x-2} + \sqrt{4x-3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1)}{(x-1)(\sqrt{3x-2} + \sqrt{4x-3})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{\sqrt{3x-2} + \sqrt{4x-3}} \\ &= \frac{-1}{\sqrt{3 \cdot 1 - 2} + \sqrt{4 \cdot 1 - 3}} = \frac{-1}{\sqrt{1} + \sqrt{1}} = \frac{-1}{1+1} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

### 3. Menentukan Limit Fungsi Aljabar Bila Variabelnya Mendekati Tak Berhingga

Bentuk limit fungsi aljabar yang variabelnya mendekati tak berhingga, diantaranya:  $\lim_{x \rightarrow \sim} \frac{f(x)}{g(x)}$  dan  $\lim_{x \rightarrow \sim} [f(x) \pm g(x)]$

Untuk menentukan nilai limit dari bentuk-bentuk tersebut, dapat dilakukan cara-cara sebagai berikut:

#### a. Membagi dengan Pangkat Tertinggi

Cara ini digunakan untuk mencari nilai  $\lim_{x \rightarrow \sim} \frac{f(x)}{g(x)}$ . Caranya dengan

membagi  $f(x)$  dan  $g(x)$  dengan pangkat yang tertinggi dari  $n$  yang terdapat pada  $f(x)$  atau  $g(x)$ .

Contoh: Tentukan nilai limit dari  $\lim_{x \rightarrow \sim} \frac{4x-1}{2x+1}$

Penyelesaian:

Untuk menentukan nilai dari  $\lim_{x \rightarrow \sim} \frac{4x-1}{2x+1}$  perhatikan pangkat tertinggi dari  $x$  pada  $f(x) = 4x - 1$  dan  $g(x) = 2x + 1$ . Ternyata pangkat tertinggi dari  $x$

adalah satu.  $\lim_{x \rightarrow \sim} \frac{4x-1}{2x+1} = \lim_{x \rightarrow \sim} \frac{\frac{4x}{x} - \frac{1}{x}}{\frac{2x}{x} + \frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \sim} \frac{4 - \frac{1}{x}}{2 + \frac{1}{x}} = \frac{4 - \frac{1}{\sim}}{2 + \frac{1}{\sim}} = \frac{4-0}{2+0} = \frac{4}{2} = 2$

#### b. Mengalikan dengan Faktor Lawan

Cara ini digunakan untuk menyelesaikan  $\lim_{x \rightarrow \sim} [f(x) \pm g(x)]$ . Jika dimintai

menyelesaikan  $\lim_{x \rightarrow \sim} [f(x) \pm g(x)]$  maka kita harus mengalikan  $[f(x)+g(x)]$

dengan  $\frac{[f(x)-g(x)]}{[f(x)-g(x)]}$  sehingga bentuknya menjadi

$$\lim_{x \rightarrow \sim} [f(x) \pm g(x)] \cdot \frac{[f(x)-g(x)]}{[f(x)-g(x)]} = \lim_{x \rightarrow \sim} \frac{\{[f(x)]^2 - [g(x)]^2\}}{f(x)-g(x)}$$

ataupun sebaliknya.

Contoh: Tentukan nilai dari  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + x}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + x} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + x} \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - x}}{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + 2) - (x^2 + 1)}{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - x}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2} + \frac{2x}{x^2}} + \sqrt{\frac{x^2}{x^2} - \frac{x}{x^2}}} = \frac{3}{\sqrt{1+0} + \sqrt{1-0}} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

## F. Penelitian Terdahulu

Penelitian yang berhubungan dengan analisis kemampuan berpikir kritis siswa dalam pemecahan masalah matematika dilaporkan oleh peneliti sebagai berikut.

1. Anita Widia Wati H. dilaksanakan tahun 2013.<sup>28</sup> Penelitian ini mendeskripsikan kemampuan berpikir kritis siswa dalam pemecahan masalah matematika pada materi fungsi di kelas XI IPA MA *Al-muslimun* Kanigoro Blitar semester genap tahun ajaran 2012/2013. Dari penelitian ini tingkat kemampuan berpikir kritis siswa kelas XI IPA MA *Al-Muslimun* Kanigoro Blitar dalam memahami masalah matematika hanya sampai TKBK 3 (kritis) dan tidak sampai TKBK 4 (sangat kritis). Sehingga kesimpulan dari penelitian ini adalah TKBK siswa hanya sampai tingkat kritis dan sebagian besar siswa menunjukkan kemampuan berpikir kritis rendah. Penelitian ini hampir sama dengan penelitian yang akan dilakukan

---

<sup>28</sup> Anita Widia Wati H, *Analisis Kemampuan Berpikir Kritis Siswa Dalam Memahami Masalah Matematika Pada Materi Fungsi Di Kelas Xi Ipa Ma Al-Muslimun Kanigoro Blitar Semester Genap Tahun Ajaran 2012/2013*, (Tulungagung: Skripsi Tidak Diterbitkan, 2013),

namun pada dasarnya berbeda karena peneliti menggunakan subjek kelas X MIA 2 serta peneliti menggunakan pokok pembahasan materi Limit Fungsi sedangkan peneliti terdahulu dari Anita Widia Wati H menggunakan pokok pembahasan fungsi. Serta situasi dan kondisi yang berbeda.

2. Rasiman dan Katrinah.<sup>29</sup> Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bagaimana penjejangan berpikir kritis mahasiswa program studi pendidikan matematika IKIP PGRI Semarang dalam menyelesaikan masalah matematika. Hasil dari penelitian ini adalah mahasiswa tidak kritis (TKBK 0) mahasiswa kurang jelas dalam mengidentifikasi fakta yang ada dalam masalah, mahasiswa tidak tepat dalam mengungkapkan pengetahuan yang dapat digunakan dalam menyelesaikan masalah akhirnya mahasiswa tidak mampu dalam membuat rencana pemecahan masalah, dalam menyelesaikan masalah berdasarkan konsep, definisi dan prosedur tidak jelas sehingga hasil dari penyelesaian masalah tidak sesuai dengan yang ditanyakan. Penelitian ini hampir sama dengan penelitian yang akan dilakukan namun pada dasarnya berbeda karena peneliti menggunakan subjek kelas X MIA 2 sedangkan peneliti terdahulu menggunakan subjek mahasiswa program studi pendidikan matematika. Serta situasi dan kondisi juga berbeda dengan penelitian ini.

---

<sup>29</sup> Rasiman & Katrinah, *Penjejangan Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FPMIPA IKIP PGRI Semarang dalam Menyelesaikan Masalah Matematika*, dalam <http://eprints.upgrismg.ac.id/33/1/I.%20MAKALAH%20KIRIM%20UNS-2013-uns-eprints.pdf>, diakses 05 April 2016