

## **BAB II**

### **KAJIAN TEORI**

#### **A. Hakekat Matematika**

Istilah matematika berasal dari kata Yunani “Mathein” atau “Manthenein”, yang artinya “mempelajari”. Mungkin juga, kata tersebut erat hubungannya dengan kata Sanskerta “medha” atau “widya” yang artinya “kepandaian”, “ketahuan”, atau “inteleksi”. Dalam buku *Landasan Matematika* Andi Hakim Nasution, tidak menggunakan istilah “ilmu pasti” dalam menyebut istilah ini. Kata “ilmu pasti” merupakan terjemahan dari bahasa Belanda “wiskunde”. Kemungkinan besar bahwa kata “wis” ini ditafsirkan sebagai “pasti”, karena di dalam bahasa Belanda ada ungkapan “wis an zeker” : “zeker” berarti “pasti”, tetapi “wis” di sini lebih dekat artinya ke “wis” dari kata “wisdom” dan “wissenscraft”, yang erat hubungannya dengan “widya”. Karena itu, “wiskunde” sebenarnya harus diterjemahkan sebagai “ilmu tentang belajar” yang sesuai dengan arti “mathein” pada matematika<sup>1</sup>.

Penggunaan istilah “matematika” lebih tepat digunakan daripada “ilmu pasti”. Karena dengan menguasai matematika orang akan dapat belajar untuk mengatur jalan pemikirannya dan sekaligus belajar menambah kepandaiannya. Dengan kata lain, belajar matematika sama halnya dengan belajar logika, karena kedudukan matematika dalam ilmu pengetahuan adalah sebagai ilmu dasar atau ilmu alat. Sehingga untuk dapat berkecimpung di dunia sains, teknologi, atau

---

<sup>1</sup> Moch. Maskur, dkk, *Mathematical Intelligence*, hal. 42-43

disiplin ilmu lainnya, langkah awal yang harus ditempuh adalah menguasai ilmu alat atau ilmu dasarnya, yakni menguasai matematika secara benar<sup>2</sup>. Dengan demikian, menguasai matematika adalah suatu hal yang penting guna mempelajari sains, teknologi, atau disiplin ilmu lainnya, karena keterkaitannya sains, teknologi, atau disiplin ilmu lainnya dengan matematika.

Matematika menurut Ruseffendi adalah bahasa simbol; ilmu deduktif yang tidak menerima pembuktian secara induktif; ilmu tentang pola keteraturan, dan struktur yang terorganisasi, mulai dari unsur yang tidak didefinisikan ke unsur yang didefinisikan, ke aksioma atau postulat, dan akhirnya ke dalil. Sedangkan hakikat matematika menurut Soedjadi yaitu memiliki obyek tujuan abstrak, bertumpu pada kesepakatan, dan pola pikir yang deduktif. Masalah matematika adalah soal matematika yang memerlukan penyelesaian tetapi tidak ada cara yang siap langsung dipergunakan. Pemecahan masalah matematika adalah proses menyelesaikan masalah matematika melalui empat tahap yang dikemukakan Polya<sup>3</sup>. Perlu diketahui bahwa ilmu matematika itu berbeda dengan disiplin ilmu yang lain. Matematika memiliki bahasa sendiri, yakni bahasa yang terdiri atas simbol-simbol dan angka. Sehingga, jika kita ingin belajar matematika dengan baik, maka langkah yang harus ditempuh adalah kita harus menguasai bahasa pengantar dalam matematika, harus berusaha memahami makna-makna di balik lambang dan simbol tersebut<sup>4</sup>.

Matematika, sejak peradaban manusia bermula, memainkan peranan yang sangat vital dalam kehidupan sehari-hari. Berbagai bentuk simbol, rumus,

---

<sup>2</sup> *Ibid.* hal. 43

<sup>3</sup> Heruman, *Model Pembelajaran Matematika*, hal.1

<sup>4</sup> Moch. Maskur, dkk, *Mathematical Intelligence*, hal. 43-44

teorema, dalil, ketetapan, dan konsep digunakan untuk membantu perhitungan, pengukuran, penilaian, peramalan, dan sebagainya. Maka, tidak heran jika peradaban manusia berubah dengan pesat karena ditunjang oleh partisipasi matematika yang selalu mengikuti perubahan dan perkembangan zaman.<sup>5</sup>

Matematika muncul pada saat dihadapinya masalah-masalah yang rumit yang melibatkan kuantitas, struktur, ruang, atau perubahan. Mulanya masalah-masalah itu dijumpai di dalam perdagangan, pengukuran tanah, dan kemudian astronomi; kini, semua ilmu pengetahuan menganjurkan masalah-masalah yang dikaji oleh para matematikawan, dan banyak masalah yang muncul di dalam matematika itu sendiri. Beberapa matematika diterapkan untuk memecahkan masalah lanjutan. Satu perbedaan utama di antara matematika murni dan matematika terapan: sebagian besar matematikawan memusatkan penelitian mereka hanya pada suatu wilayah, dan kadang-kadang pilihan ini dibuat sedini perkuliahan program sarjana mereka. Beberapa matematika terapan telah digabungkan dengan tradisi-tradisi yang bersesuaian di luar matematika dan menjadi disiplin yang memiliki hak tersendiri, termasuk statistika, riset operasi, dan ilmu komputer.

Terdapat perselisihan tentang apakah objek-objek matematika seperti bilangan dan titik hadir secara alami, atau hanyalah buatan manusia. Seorang matematikawan, Benjamin Peirce menyebut matematika sebagai “ilmu yang menggambarkan simpulan-simpulan yang penting”. Di pihak lain, Albert Einstein menyatakan bahwa “sejauh hukum-hukum matematika merujuk kepada

---

<sup>5</sup> Moch. Masykur Ag & Abdul Halim Fathani, *Mathematical Intelligence Cara Cerdas Melatih Otak dan Menanggulangi Kesulitan Belajar* (Jogjakarta: Ar-Ruzz media, 2008), hal. 41

kenyataan, mereka tidaklah pasti, dan sejauh mereka pasti, mereka tidak merujuk kepada kenyataan.” Melalui penggunaan penalaran logika dan abstraksi, matematika berkembang dari pencacahan, perhitungan, pengukuran, dan pengkajian sistematis terhadap bangun dan pergerakan benda-benda fisika. Matematika praktis telah menjadi kegiatan manusia sejak adanya rekaman tertulis. Argumentasi kaku pertama muncul di dalam Matematika Yunani, terutama di dalam karya Euklides, *Elemen*.<sup>6</sup>

Berdasarkan definisi para ahli tersebut, matematika adalah ilmu yang barasal dari masalah kehidupan nyata yang diformulasikan dalam bentuk simbol sebagai metode dalam menyelesaikan suatu masalah yang sedang dihadapi manusia. Dengan demikian, definisi matematika di atas, dapat dijadikan landasan awal untuk belajar dan mengajar dalam proses pembelajaran matematika. Diharapkan, dalam proses pembelajaran matematika juga dapat dilaksanakan secara manusiawi. Sehingga, matematika tidak dianggap lagi menjadi momok yang menakutkan bagi siswa: sulit, bikin pusing, dan anggapan-anggapan negatif lainnya.

## **B. Matematika dan Pengembangan Kemampuan Berpikir**

Matematika adalah cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematis atau bisa dikatakan matematika merupakan pengetahuan tentang bilangan dan kalkulasi.<sup>7</sup> Selain itu, ada yang mendefinisikan bahwa matematika merupakan salah satu ilmu dan menjadi ilmu dasar bagi ilmu-ilmu yang lain.

---

<sup>6</sup> Chaby, *Sejarah...*, diakses pkl. 20.43 wib, 3 september 2016

<sup>7</sup> Soejadi, *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*, (Jakarta: Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional, 2000), h. 11

Matematika menjadi ratunya ilmu sekaligus pelayan ilmu. Ratunya ilmu maksudnya matematika merupakan ilmu dasar yang memiliki peran penting bagi perkembangan ilmu-ilmu yang lain. Sedangkan pelayan ilmu, matematika menjadi alat untuk mengembangkan kemajuan bagi ilmu-ilmu yang lain. Berdasarkan hal tersebut, betapa pentingnya mata pelajaran matematika diajarkan di sekolah sejak jenjang pendidikan dasar.<sup>8</sup>

Matematika merupakan subjek yang sangat penting dalam sistem pendidikan di seluruh dunia. Negara yang mengabaikan pendidikan matematika sebagai prioritas utama akan tertinggal dari kemajuan segala bidang, dibanding dengan negara lainnya yang memberikan tempat bagi matematika sebagai subjek yang sangat penting.<sup>9</sup> Kini, matematika digunakan di seluruh dunia sebagai alat penting di berbagai bidang, termasuk ilmu alam, teknik, kedokteran/medis, dan ilmu sosial seperti ekonomi, dan psikologi. Matematika terapan, cabang matematika yang melingkupi penerapan pengetahuan matematika ke bidang-bidang lain, mengilhami dan membuat penggunaan temuan-temuan matematika baru, dan kadang-kadang mengarah pada pengembangan disiplin-disiplin ilmu yang sepenuhnya baru, seperti statistika dan teori permainan. Para matematikawan juga bergulat di dalam matematika murni, atau matematika untuk perkembangan matematika itu sendiri, tanpa adanya penerapan di dalam pikiran, meskipun penerapan praktis yang menjadi latar munculnya matematika murni ternyata

---

<sup>8</sup> Maya Kusumaningrum, Abdul Aziz Saefudin, "Mengoptimalkan Kemampuan Berpikir Matematika Melalui Pemecahan Masalah Matematika", Makalah ini disampaikan dalam *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, Yogyakarta, 10 November 2012, hlm. 571-572

<sup>9</sup> Moch. Masykur Ag & Abdul Halim Fathani, *Mathematical Intelligence...*, hal. 41

seringkali ditemukan terkemudian.<sup>10</sup> Begitu banyaknya peranan matematika dalam kehidupan, maka mempelajari matematika adalah suatu hal yang penting guna memajukan suatu negara.

Hal penting lainnya mengenai matematika adalah matematika melatih seseorang tentang cara berpikir dan bernalar dalam menarik kesimpulan. Misalnya dalam kegiatan penyelidikan, eksplorasi, eksperimen, menunjukkan kesamaan, perbedaan, konsistensi dan inkonsistensi. Tidak salah jika kemampuan berpikir seseorang menjadi salah satu tolak ukur untuk tercapainya tujuan pembelajaran matematika, terutama kemampuan berpikir tingkat tinggi (*high order thinking skill*), seperti kemampuan berpikir kritis, kreatif, logis analitis, dan reflektif.<sup>11</sup>

Terjadi proses berpikir pada saat proses belajar matematika, sebab seseorang dikatakan berpikir apabila orang itu melakukan kegiatan mental, dan orang yang belajar matematika mesti melakukan kegiatan mental. Orang yang berpikir akan menyusun hubungan-hubungan antara bagian-bagian informasi yang telah direkam dalam pikirannya sebagai pengertian-pengertian. Dari pengertian tersebut, terbentuklah pendapat yang pada akhirnya dapat ditarik kesimpulan. Dan tentunya kemampuan berpikir seseorang dipengaruhi tingkat kecerdasannya. Dengan demikian, terlihat jelas adanya hubungan antara kecerdasan dengan proses dalam belajar matematika.

Umumnya, berpikir hanya dilakukan oleh orang-orang yang sedang mengalami sebuah *problem* atau permasalahan, baik dalam bentuk ujian soal,

---

<sup>10</sup> Chaby, *sejarah...*, diakses pkl. 20.43 wib, 3 September 2016

<sup>11</sup> Maya Kusumaningrum, Abdul Aziz Saefudin, *Mengoptimalkan Kemampuan Berpikir Matematika Melalui Pemecahan Masalah Matematika* (Artikel), Seminar Nasional 2012, hal. 572

kehilangan sesuatu, pengambilan keputusan, dan sebagainya. Pada dasarnya proses berpikir pada seseorang akan muncul karena sebagai suatu usaha untuk memecahkan permasalahan yang sedang dihadapinya. Dengan kata lain, berpikir merupakan proses mental yang bertujuan untuk memecahkan suatu permasalahan yang sedang dihadapi individu<sup>12</sup>. Secara sederhana, kutipan diatas menjelaskan bahwa permasalahan adalah pemicu terjadinya proses berpikir dengan hasil akhirnya merupakan suatu penyelesaian terhadap masalah yang sedang dihadapi seseorang.

Berpikir sebagai sebuah proses psikologis untuk memecahkan suatu masalah yang terjadi pada ranah kognitif, dengan melibatkan beberapa proses mental yang kompleks dengan harapan dapat menghasilkan sebuah solusi atas sebuah persoalan yang sedang dihadapinya. Sehingga pada setiap keputusan yang diambil merupakan hasil kegiatan berpikir, dan selanjutnya akan mengarahkan dan mengendalikan tingkah laku individu tersebut. Atas dasar itu, Wasty Soemanto menjelaskan bahwa pikiran dan proses berpikir sangat menentukan perubahan perilaku pada individu dan mengembangkan potensi kepribadiannya<sup>13</sup>. Dengan kata lain, solusi yang diperoleh dipengaruhi oleh proses berpikir seseorang dalam mencari solusi suatu permasalahan yang sedang dihadapinya.

Salah satu sifat dari berpikir adalah *goal directed* yaitu berpikir tentang sesuatu, untuk memperoleh pemecahan masalah atau untuk mendapatkan sesuatu yang baru. Berpikir juga dipandang sebagai pemrosesan informasi dari stimulus yang ada (*starting position*), sampai pemecahan masalah (*finishing position*) atau

---

<sup>12</sup> Muhammad Imam, dkk, *Psikologi Pendidikan*, hal. 43

<sup>13</sup> *Ibid.*, hal. 43

*goal state*. Dengan demikian dapat dikemukakan bahwa berpikir itu merupakan proses kognitif yang berlangsung antara stimulus dan respon<sup>14</sup>. Keterampilan berpikir sering dianggap sebagai keterampilan pembelajaran kognisi. Dan menunjukkan keterampilan dan proses mental yang terlibat ke dalam tindakan belajar, seperti mengingat dan memahami fakta atau gagasan<sup>15</sup>. Selain itu, keterampilan berpikir diarahkan untuk memecahkan masalah, dapat dilukiskan sebagai upaya mengeksplorasi model-model tugas pelajaran di sekolah agar model-model itu menjadi lebih baik dan memuaskan<sup>16</sup>.

Proses berpikir merupakan urutan kejadian mental yang terjadi secara alamiah atau terencana dan sistematis pada konteks ruang, waktu, dan media yang digunakan, serta menghasilkan suatu perubahan terhadap objek yang mempengaruhinya. Selain itu, proses berpikir juga dapat diartikan sebagai peristiwa mencampur, mencocokkan, menggabungkan, menukar, dan mengurutkan konsep-konsep, persepsi-persepsi, dan pengalaman sebelumnya<sup>17</sup>. Dalam proses kognisi atau proses berpikir berkaitan dengan penjelasan mengenai apa yang terjadi dalam otak siswa selama memperoleh pengetahuan baru, yaitu bagaimana pengetahuan baru tersebut diperoleh, diatur, disimpan dalam memori, dan digunakan lebih lanjut dalam pembelajaran dan pemecahan masalah<sup>18</sup>. Jadi, berpikir merupakan kerja pada organ manusia yang disebut otak secara alamiah

---

<sup>14</sup> Bimo Walgito, *Pengantar Psikologi Umum*, (Yogyakarta: Andi Offset. 2004) hal. 177

<sup>15</sup> Diane Ronis, *Pengajaran Matematika Sesuai Cara Kerja Otak Edisi Kedua*, (Jakarta: PT. Macanan Jaya Cemerlang, 2009), hal.140

<sup>16</sup> Cece Wijaya, *Pendidikan Remedial*, hal.71

<sup>17</sup> Wowo Sunaryo, *Taksonomi Berpikir*, hal. 3

<sup>18</sup> Diane Ronis, *Pengajaran Matematika....*, hal.140

sebagai respon atas rangsangan indrawi yang diperoleh dari lingkungan sekitarnya.

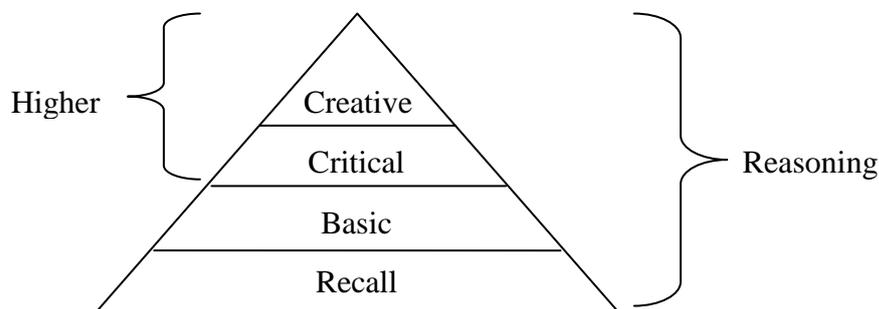
Kemampuan berpikir memerlukan kemampuan mengingat dan memahami, oleh sebab itu kemampuan mengingat adalah bagian terpenting dalam mengembangkan kemampuan berpikir. Artinya, belum tentu siswa yang memiliki kemampuan mengingat dan memahami memiliki kemampuan juga dalam berpikir. Sebaliknya, kemampuan berpikir siswa sudah pasti diikuti oleh kemampuan mengingat dan memahami. Berpikir akan meningkatkan kemampuan siswa dalam mengingat dan memahami.

Tujuan dari berpikir merupakan suatu proses yang penting dalam pendidikan, belajar, dan pembelajaran. Proses berpikir pada siswa merupakan wujud keseriusannya dalam belajar. Berpikir membantu siswa untuk menghadapi persoalan atau masalah dalam proses pembelajaran, ujian, dan kegiatan pendidikan lain seperti eksperimen, observasi, dan praktik lapangan lainnya. Proses berpikir dalam pelaksanaan belajar mengajar para siswa bertujuan untuk membangun dan membentuk kebiasaan siswa dalam menyelesaikan permasalahan yang dihadapi dengan baik, benar, efektif dan efisien. Tujuan akhirnya adalah berharap siswa akan menggunakan keterampilan-keterampilan berpikirnya untuk memecahkan masalah yang dihadapi dalam kehidupan nyata di masyarakat<sup>19</sup>. Semakin sering siswa dihadapkan pada suatu permasalahan, maka dari situlah keterampilan siswa dalam mencari solusi yang baik, benar, efektif dan efisien akan semakin tumbuh dan berkembang.

---

<sup>19</sup> Muhammad Imam, dkk, *Psikologi Pendidikan*, hal. 48

Krulik menyatakan bahwa berpikir dapat dibagi menjadi empat kategori, seperti ditunjukkan pada gambar di bawah ini.



**Gambar 2.1**

King berpendapat bahwa *“Higher order thinking skill include critical, logical, reflective thinking, metacognitive, and creative thinking”*. Yang termasuk dalam kemampuan berpikir tingkat tinggi adalah kritis, logis, berpikir reflektif, metakognitif, dan berpikir kreatif. Salah satu keterampilan berpikir tingkat tinggi adalah berpikir reflektif<sup>20</sup>. Lauren Resnick mendefinisikan berfikir tingkat tinggi sebagai berikut:

- a. Berfikir tingkat tinggi bersifat non-algoritmik. Artinya, urutan tindakan itu tidak dapat sepenuhnya ditetapkan terlebih dahulu.
- b. Berpikir tingkat tinggi cenderung kompleks. Urutan atau langkah-langkah keseluruhan itu tidak dapat “dilihat” hanya dari satu sisi pandangan tertentu.
- c. Berpikir tingkat tinggi sering menghasilkan multisolusi, setiap solusi memiliki kekurangan dan kelebihan.

<sup>20</sup> Hery Suharna, dkk., *Berpikir Reflektif Mahasiswa ...*, hal. 280

- d. Berpikir tingkat tinggi melibatkan pertimbangan yang seksama dan interpretasi.
- e. Berpikir tingkat tinggi melibatkan penerapan multikriteria, sehingga kadang-kadang terjadi konflik kriteria yang satu dengan yang lain.
- f. Berpikir tingkat tinggi sering melibatkan ketidakpastian. Tidak semua hal yang berhubungan dengan tugas yang sedang ditangani dapat dipahami sepenuhnya.
- g. Berpikir tingkat tinggi melibatkan pengaturan diri dalam proses berpikir. Seorang individu tidak dapat dipandang berpikir tingkat tinggi apabila ada orang lain yang membantu di setiap tahap.
- h. Berpikir tingkat tinggi melibatkan penggalian makna, dan penemuan pola dalam ketidakberaturan.
- i. Berpikir tingkat tinggi merupakan upaya sekuat tenaga dan kerja keras. Berpikir tingkat tinggi melibatkan kerja mental besar-besaran yang diperlukan dalam elaborasi dan pemberian pertimbangan<sup>21</sup>.

Berpikir tingkat tinggi mempunyai beberapa macam, salah satunya yaitu berpikir reflektif. John Dewey mengemukakan suatu bagian dari metode penelitiannya yang dikenal dengan berpikir reflektif (*reflective thinking*). Dewey berpendapat bahwa pendidikan merupakan proses sosial dimana anggota masyarakat yang belum matang (terutama anak-anak) diajak ikut berpartisipasi dalam masyarakat. Sedangkan tujuan dari pendidikan adalah memberikan

---

<sup>21</sup> Mohamad Nur, *Model Pembelajaran Berdasarkan Masalah*, (Surabaya: Pusat Sains dan Matematika sekolah UNESA, 2011) hal. 8-9.

kontribusi dalam perkembangan pribadi dan sosial seseorang melalui pengalaman dan pemecahan masalah yang berlangsung secara reflektif<sup>22</sup>.

Menurut Dewey, definisi mengenai berpikir reflektif adalah: “*active, persistent, and careful consideration of any belief or supposed form of knowledge in the light of the grounds that support it and the conclusion to which it tends*”. Jadi, berpikir reflektif adalah aktif, terus menerus, gigih, dan mempertimbangkan dengan seksama tentang segala sesuatu yang dipercaya kebenarannya atau format tentang pengetahuan dengan alasan yang mendukungnya dan menuju pada suatu kesimpulan<sup>23</sup>. Sezer menyatakan bahwa berpikir reflektif merupakan kesadaran tentang apa yang diketahui dan apa yang dibutuhkan. Dalam hal ini diperlukan untuk menjembatani kesenjangan situasi belajar. Sedangkan menurut Gurol definisi dari berpikir reflektif adalah proses terarah dan tepat dimana individu menganalisis, mengevaluasi, memotivasi, mendapatkan makna mendalam, menggunakan strategi pembelajaran yang tepat<sup>24</sup>. Dari definisi para ahli diatas dapat disimpulkan bahwa berpikir reflektif adalah kemampuan memahami permasalahan, mengaitkan permasalahan dengan pengetahuan yang pernah diperolehnya dan mempertimbangkan dengan seksama dalam menyelesaikan permasalahan yang dihadapi.

---

<sup>22</sup> Maya Kusumaningrum, Abdul Aziz Saefudin, *Mengoptimalkan Kemampuan Berpikir...*, hal. 575

<sup>23</sup> Phan, H. P, “*Achievment Goals, The Classroom Environment, and Reflective Thinking: A Conceptual Framework*”, dalam *Electronic Jurnal of Reserch in Education Psychology*, Vol 6 No. 3, hal. 578

<sup>24</sup> Hery Suharna, dkk., *Berpikir Reflektif Mahasiswa ...*”, hal. 281

## C. Tinjauan tentang Berpikir Reflektif

### 1. Pengertian berpikir

Berpikir kata dasarnya adalah “pikir” yang artinya menurut Kamus Bahasa Indonesia adalah akal budi, ingatan, angan-angan. Berpikir artinya menggunakan akal budi untuk mempertimbangkan dan memutuskan sesuatu, menimbang-nimbang dalam ingatan<sup>25</sup>. Sementara itu, pengertian berpikir menurut Gilhooly mengacu pada serentetan proses-proses kegiatan merakit, menggunakan, dan memperbaiki model-model simbolik internal. Keterampilan berpikir diarahkan untuk memecahkan masalah, dapat dilukiskan sebagai upaya mengeksplorasi model-model tugas pelajaran di sekolah agar model-model itu menjadi lebih baik dan memuaskan<sup>26</sup>. Berpikir secara umum dilandasi oleh asumsi aktivitas mental atau intelektual yang melibatkan kesadaran dan subjektivitas individu<sup>27</sup>.

Proses berpikir merupakan urutan kejadian mental yang terjadi secara alamiah atau terencana dan sistematis pada konteks ruang, waktu, dan media yang digunakan, serta menghasilkan suatu perubahan terhadap objek yang mempengaruhinya. Proses berpikir merupakan peristiwa mencampur, mencocokkan, menggabungkan, menukar, dan mengurutkan konsep-konsep, persepsi-persepsi, dan pengalaman sebelumnya<sup>28</sup>.

---

<sup>25</sup>Wowo Sunaryo, *Taksonomi Berpikir*, (Bandung: PT. Remaja Rosdakarya, 2011) hal. 1

<sup>26</sup>Cece Wijaya, *Pendidikan Remedial*, (Bandung: Rosdakarya, 2010) hal.71

<sup>27</sup>Wowo Sunaryo, *Taksonomi Berpikir*, hal. 2

<sup>28</sup>*Ibid,,* hal. 3

Berdasarkan pendapat ahli tersebut, berpikir merupakan suatu istilah yang digunakan dalam menggambarkan aktivitas mental, baik yang berupa tindakan yang disadari maupun tidak sepenuhnya dalam kejadian sehari-hari sebagai tindakan rutin, tetapi memerlukan perhatian langsung untuk bertindak ke arah lebih sadar secara sengaja dan refleksi atau membawa ke aspek-aspek tertentu atas dasar pengalaman<sup>29</sup>.

## 2. Pengertian Berpikir reflektif

Berpikir reflektif menurut King dan Kitcher menyangkut memahami dan mempromosikan pertumbuhan intelektual dan berpikir kritis pada remaja dan orang dewasa. Model ini dilandasi oleh teori John Dewey mengenai konsep berpikir reflektif dan isu-isu epistemologis dihasilkan dari upaya menyelesaikan masalah terstruktur<sup>30</sup>. Proses berpikir reflektif tidak tergantung pada pengetahuan siswa semata, tetapi bagaimana memanfaatkan pengetahuan yang telah dimilikinya untuk memecahkan masalah yang dihadapinya. Jika siswa dapat menemukan cara untuk memecahkan masalah yang dihadapi sehingga dapat mencapai tujuannya maka siswa tersebut telah melakukan proses berpikir reflektif.<sup>31</sup> Artinya, pada dasarnya berpikir reflektif merupakan sebuah kemampuan siswa dalam menyeleksi pengetahuan yang telah di miliki dan tersimpan dalam memorinya untuk menyelesaikan setiap masalah yang dihadapinya untuk mencapai tujuan-tujuannya.

---

<sup>29</sup>Wowo Sunaryo, *Taksonomi Berpikir*, hal. 8

<sup>30</sup>*Ibid.*, hal. 188

<sup>31</sup> Muhammad Irham & Novan Ardy Wiyani, *Psikologi Pendidikan*, (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media,2013).hal. 46.

Menurut Santrock siswa yang memiliki gaya reflektif cenderung menggunakan lebih banyak waktu untuk merespons dan merenungkan akurasi jawaban. Individu reflektif sangat lamban dan berhati-hati dalam memberikan respons, tetapi cenderung memberikan jawaban secara benar. Siswa yang reflektif lebih mungkin melakukan tugas-tugas seperti mengingat informasi yang terstruktur, membaca dengan memahami dan menginterpretasikan teks, memecahkan masalah dan membuat keputusan. Selain itu, siswa yang reflektif juga lebih mungkin untuk menentukan sendiri tujuan belajar dan berkonsentrasi pada informasi yang relevan. Dan biasanya memiliki standar kerja yang tinggi.<sup>32</sup>

John Dewey mengemukakan suatu bagian dari metode penelitiannya yang dikenal dengan berpikir reflektif (*reflective thinking*). Dewey berpendapat bahwa pendidikan merupakan proses sosial dimana anggota masyarakat yang belum matang (terutama anak-anak) diajak ikut berpartisipasi dalam masyarakat. Sedangkan tujuan dari pendidikan adalah memberikan kontribusi dalam perkembangan pribadi dan sosial seseorang melalui pengalaman dan pemecahan masalah yang berlangsung secara reflektif<sup>33</sup>.

Menurut Dewey, definisi mengenai berpikir reflektif adalah:

*“active, persistent, and careful consideration of any belief or supposed from of knowledge in the light of the grounds that support it and the*

---

<sup>32</sup>Desmita, *Psikologi Perkembangan Peserta Didik*, (Bandung: PT. Remaja Rosda Karya, 2012) hal. 147

<sup>33</sup> Maya Kusumaningrum, Abdul Aziz Saefudin, *Mengoptimalkan Kemampuan Berpikir...*, hal. 575

*conclusion to which it tends*". Jadi, berpikir reflektif adalah aktif, terus menerus, gigih, dan mempertimbangkan dengan seksama tentang segala sesuatu yang dipercaya kebenarannya atau format tentang pengetahuan dengan alasan yang mendukungnya dan menuju pada suatu kesimpulan<sup>34</sup>.

Sezer menyatakan bahwa berpikir reflektif merupakan kesadaran tentang apa yang diketahui dan apa yang dibutuhkan. Dalam hal ini diperlukan untuk menjembatani kesenjangan situasi belajar. Sedangkan menurut Gurol definisi dari berpikir reflektif adalah proses terarah dan tepat dimana individu menganalisis, mengevaluasi, memotivasi, mendapatkan makna mendalam, menggunakan strategi pembelajaran yang tepat<sup>35</sup>.

Dewey juga mengemukakan bahwa berpikir reflektif adalah suatu proses mental tertentu yang memfokuskan dan mengendalikan pola pikiran. Dia juga menjelaskan bahwa dalam hal proses yang dilakukan tidak hanya berupa urutan dari gagasan-gagasan, tetapi suatu proses sedemikian sehingga masing-masing ide mengacu pada ide terdahulu untuk menentukan langkah berikutnya. Dengan demikian, semua langkah yang berurutan saling terhubung dan saling mendukung satu sama lain, untuk menuju suatu perubahan yang berkelanjutan yang bersifat umum.

---

<sup>34</sup> Phan, H. P, "Achievment Goals, The Classroom Environment, and Reflective Thinking: A Conceptual Framework", dalam Electronic Jurnal of Reserch in Education Psychology, Vol 6 No. 3, hal. 578.

<sup>35</sup> Hery Suharna, dkk., *Berpikir Reflektif Mahasiswa ...*, hal. 281 .

Berpikir reflektif sebagai mata rantai pemikiran intelektual, melalui penyelidikan untuk menyimpulkan<sup>36</sup>.

Kesimpulan peneliti mengenai pengertian berpikir reflektif dari beberapa pendapat ahli di atas adalah siswa harus aktif dan hati-hati dalam memahami permasalahan, mengaitkan permasalahan dengan pengetahuan yang pernah diperolehnya dan mempertimbangkan dengan seksama dalam menyelesaikan permasalahannya.

#### **D. Karakteristik Berpikir Reflektif**

Proses berpikir reflektif tidak tergantung pada pengetahuan siswa semata, tapi proses bagaimana memanfaatkan pengetahuan yang telah dimilikinya untuk memecahkan masalah yang dihadapi. Jika siswa dapat menemukan cara untuk memecahkan masalah yang dihadapi sehingga dapat mencapai tujuannya maka siswa tersebut telah melakukan proses berpikir reflektif.

Berpikir reflektif pada dasarnya merupakan sebuah kemampuan siswa dalam menyeleksi pengetahuan yang telah dimiliki dan tersimpan dalam Pada dasarnya berpikir reflektif merupakan sebuah kemampuan siswa dalam menyeleksi pengetahuan yang telah dimiliki dan tersimpan dalam memorinya untuk menyelesaikan setiap masalah yang dihadapi untuk mencapai tujuan-tujuannya. Menurut John Dewey proses berpikir reflektif yang dilakukan oleh individu akan mengikuti langkah-langkah sebagai berikut:

- a. Individu merasakan problem.
- b. Individu melokalisasi dan membatasi pemahaman terhadap masalahnya.

---

<sup>36</sup> Sri Hastuti Noer, "*Problem-Based Learning...*", hal. 267 .

- c. Individu menemukan hubungan-hubungan masalahnya dan merumuskan hipotesis pemecahan atas dasar pengetahuan yang telah dimilikinya.
- d. Individu mengevaluasi hipotesis yang ditentukan, apakah akan menerima atau menolaknya.
- e. Individu menerapkan cara pemecahan masalah yang sudah ditentukan dan dipilih, kemudian hasilnya apakah ia menerima atau menolak hasil kesimpulannya<sup>37</sup>.

Dewey mengemukakan bahwa komponen berpikir reflektif adalah kebingungan (*perplexity*) dan penyelidikan (*inquiry*). Kebingungan adalah ketidakpastian tentang sesuatu yang sulit untuk dipahami, kemudian menantang pikiran dan sinyal perubahan dalam pikiran dan keyakinan. Penyelidikan adalah mencari informasi yang mengarah pikiran terarah. Dengan membiarkan kebingungan dan penyelidikan terjadi pada saat yang sama, perubahan perilaku seseorang dapat terlihat, demikian juga sebaliknya<sup>38</sup>. Dewey membagi pemikiran reflektif menjadi tiga situasi sebagai berikut:

*“... Dewey divides reflective thinking into three situations as follows: The pre-reflective situation, a situations experiencing perplexity, confusion, or doubts; the post-reflective situation, situation in which such perplexity, confusion, or doubts are dispelled; and the reflective situation, a transitive situations from the pre-reflective situation to the post-reflective situation ...”*

---

<sup>37</sup> Muhammad Imam, dkk, *Psikologi Pendidikan*, hal. 46

<sup>38</sup> *Ibid.* hal. 286

Situasi pra-reflektif yaitu suatu situasi seseorang mengalami kebingungan atau keraguan; situasi reflektif yaitu situasi transitif dari situasi pra-reflektif dengan situasi pasca-reflektif atau terjadinya proses reflektif; dan situasi pasca-reflektif yaitu situasi dimana kebingungan atau keraguan tersebut dapat terjawab<sup>39</sup>.

Surbeck, Han, dan Moyer mengidentifikasi tiga tingkat reflektif yaitu: 1) *Reacting*: bereaksi dengan perhatian pribadi terhadap peristiwa/situasi/masalah, 2) *Elaborating/Comparing*: membandingkan reaksi dengan pengalaman yang lain, seperti mengacu pada prinsip umum, suatu teori, 3) *Contemplating*: mengutamakan pengertian pribadi yang mendalam yang bersifat membangun terhadap permasalahan atau berbagai kesulitan<sup>40</sup>.

Roger mengungkapkan kembali pendapat Dewey tentang kriteria berpikir reflektif sebagai berikut<sup>41</sup>:

- a. Refleksi adalah proses bermakna yang memindahkan pembelajar dari suatu pengalaman ke pengalaman selanjutnya dengan pemahaman yang lebih mendalam tentang hubungannya dengan pengalaman dan ide yang lain.
- b. Refleksi adalah cara berpikir yang sistematis, tepat disiplin dengan akar-akarnya dalam penyelidikan ilmiah.
- c. Refleksi pasti terjadi dalam masyarakat, dalam interaksi dengan yang lain.

---

<sup>39</sup> Hery Suharna, dkk., *Berpikir Reflektif Mahasiswa*, hal. 286

<sup>40</sup> Sri Hastuti Noer, *Problem-Based Learning...*, hal. 275

<sup>41</sup> Lia Kurniawati, *Developing Mathematical Reflektif Thing Skills Through Problem Based Learning* (Jurnal), Departement of Mathematics Education Yogyakarta State University, hal. 337

- d. Refleksi memerlukan sikap yang menilai pribadi dan pertumbuhan intelektual dari seseorang dan orang lain.

Dewey juga mengungkapkan tiga sumber asli yang wajib untuk berpikir reflektif, yaitu<sup>42</sup>:

1. *Curiosity* (Keingintahuan)

Hal ini lebih kepada cara-cara siswa merespon masalah. *Curiosity* merupakan keingintahuan seseorang akan penjelasan fenomena-fenomena yang memerlukan jawaban fakta secara jelas serta keinginan untuk mencari jawaban sendiri terhadap soal yang diangkat.

2. *Suggestion* (Saran)

*Suggestion* merupakan ide-ide yang dirancang oleh siswa akibat pengalamannya. Saran haruslah beraneka ragam (agar siswa mempunyai pilihan yang banyak dan luas) serta mendalam (agar siswa dapat memahami inti masalahnya).

3. *Orderlinnes* (Keteraturan)

Dalam hal ini siswa harus mampu merangkum ide-idenya untuk membentuk satu kesatuan.

Terdapat lima komponen yang berkenaan dengan kemampuan berpikir reflektif, diantaranya adalah<sup>43</sup>:

- a. *Recognize or felt difficulty problem*, merasakan dan mengidentifikasi masalah. Masalah mungkin dirasakan siswa setelah siswa membaca data pada soal. Kemudian siswa mencari cara untuk mengetahui apa yang

---

<sup>42</sup> *Ibid...* hal. 340

<sup>43</sup> Maya Kusumaningrum, Abdul Aziz Saefudin, *Mengoptimalkan Kemampuan Berpikir...*, hal. 575

sebenarnya terjadi. Pada langkah ini, siswa merasakan adanya permasalahan dan mengidentifikasinya.

- b. *Location and definition of the problem*, membatasi dan merumuskan masalah. Langkah ini menuntun siswa untuk berpikir kritis. Berdasarkan pengalaman pada langkah pertama tersebut, siswa mempunyai masalah khusus yang merangsang pikirannya, dalam langkah ini siswa mencermati permasalahan tersebut dan timbul upaya mempertajam masalah.
- c. *Suggestion of possible solution*, mengajukan beberapa kemungkinan alternatif solusi pemecahan masalah. Pada langkah ini, siswa mengembangkan berbagai kemungkinan dan solusi untuk memecahkan masalah yang telah dibatasi dan dirumuskan tersebut, siswa berusaha untuk mengadakan penyelesaian masalah.
- d. *Rational elaboration of an idea*, mengembangkan ide untuk memecahkan masalah dengan cara mengumpulkan data yang dibutuhkan. Siswa mencari informasi yang diperlukan untuk memecahkan masalah tersebut, dalam langkah ini siswa memikirkan dan merumuskan penyelesaian masalah dengan mengumpulkan data-data pendukung.
- e. *Test and formation of conclusion*, melakukan tes untuk menguji solusi pemecahan masalah dan menggunakannya sebagai bahan pertimbangan membuat kesimpulan. Siswa menguji kemungkinan dengan jalan menerapkannya untuk memecahkan masalah sehingga siswa menemukan sendiri keabsahan temuannya.

### **E. Masalah Matematika dan Pemecahannya.**

Masalah merupakan suatu hal yang harus dipecahkan. Masalah merupakan suatu situasi atau sejenisnya yang dihadapi seseorang atau kelompok yang menghendaki keputusan dan mencari jalan untuk mendapat pemecahan. Pemecahan masalah merupakan bagian dari kurikulum matematika yang sangat penting karena dalam proses pembelajaran maupun penyelesaiannya, siswa dimungkinkan memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuan serta keterampilan yang sudah dimiliki untuk diterapkan pada pemecahan masalah yang bersifat tidak rutin<sup>44</sup>.

Pemecahan masalah dapat dianggap sebagai metode pembelajaran dimana siswa berlatih memecahkan persoalan. Persoalan tersebut dapat datang dari guru maupun suatu fenomena atau persoalan sehari-hari yang dijumpai siswa. Pemecahan masalah mengacu pada fungsi otak anak, mengembangkan daya pikir secara kreatif untuk mengenali masalah dan mencari alternatif pemecahannya.

Belajar pemecahan masalah pada dasarnya adalah belajar menggunakan metode-metode ilmiah atau berpikir secara sistematis, logis, teratur, dan teliti. Tujuannya ialah untuk memperoleh kemampuan dan kecakapan kognitif untuk memecahkan masalah secara rasional, lugas, dan tuntas. Sehingga kemampuan siswa dalam menguasai konsep-konsep, prinsip-prinsip, dan generalisasi serta insight (tilikan akal) sangat diperlukan<sup>45</sup>.

Dalam pembelajaran matematika, permasalahan matematika sering diartikan sebagai suatu pertanyaan atau soal yang memerlukan solusi atau

---

<sup>44</sup> Erman Suherman, dkk., *Strategi Pembelajaran Matematika....*, hal. 89

<sup>45</sup> Muhibbin Syah, *Psikologi Pendidikan dengan Pendekatan Baru*, hal.123

jawaban. Dimana yang dimaksudkan suatu pertanyaan atau soal yang memerlukan solusi atau jawaban adalah yang memenuhi dua syarat, yaitu<sup>46</sup>:

- a. Pertanyaan yang dihadapkan kepada siswa haruslah dapat dimengerti, namun pertanyaan tersebut harus merupakan tantangan bagi siswa untuk menjawabnya.
- b. Pertanyaan tersebut tak dapat dijawab dengan prosedur rutin yang telah diketahui siswa.

Suatu pertanyaan atau soal yang diajukan kepada siswa merupakan masalah baginya, jika pertanyaan atau soal itu tidak dapat diselesaikan oleh siswa secara langsung sesuai dengan prosedur rutin. Namun, apabila rangsangan dan tantangan itu tidak diterima oleh siswa, maka pertanyaan itu bukan menjadi masalah baginya. Oleh karena itu, pemecahan masalah didefinisikan sebagai proses mencari pemecahan terhadap masalah yang menantang, yang belum atau tidak serta merta pemecahannya diperoleh, dan melibatkan proses berpikir dan penalaran dalam memperoleh pemecahannya<sup>47</sup>.

Disadari atau tidak, setiap hari kita harus menyelesaikan berbagai masalah yang ada. Dalam penyelesaian suatu masalah, seringkali dihadapkan pada suatu hal yang pelik dan terkadang pemecahannya tidak dapat diperoleh dengan segera. Tidak bisa dipungkiri bahwa masalah yang biasa dihadapi sehari-hari tidak selamanya bersifat matematis. Dengan demikian, tugas utama dari guru adalah untuk membantu siswa menyelesaikan berbagai masalah dengan spektrum yang luas yakni membantu mereka untuk dapat memahami makna kata-kata atau istilah

---

<sup>46</sup> Hery Suharna, dkk., *Berpikir Reflektif Mahasiswa...*, hal. 286

<sup>47</sup> *Ibid.* hal. 286

yang muncul dalam suatu masalah<sup>48</sup>. Untuk memperoleh kemampuan dalam pemecahan masalah, seseorang harus memiliki banyak pengalaman dalam memecahkan berbagai masalah. Dari berbagai hasil penelitian menunjukkan bahwa anak yang diberi banyak latihan pemecahan masalah memiliki nilai lebih tinggi dalam tes pemecahan masalah dibandingkan anak yang latihannya lebih sedikit<sup>49</sup>.

Menurut beberapa ahli, pemecahan masalah dianggap sebagai aktivitas dan tujuan yang penting dalam pembelajaran matematika, namun pemecahan masalah masih diakui sebagai tugas yang sulit, hal ini didukung oleh pernyataan Suryadi. Tentu saja diperlukan suatu pembelajaran secara khusus dan latihan yang secara mendalam, mengenai hal tersebut baik oleh siswa maupun oleh seorang guru harus mempelajarinya secara mendalam mengenai pemecahan masalah matematika. Meskipun dalam pembelajaran dan latihan tersebut terdapat kesulitan maupun faktor lain yang menjadi penghabat seorang siswa untuk melatih diri dalam memecahkan permasalahan terutama dalam pembelajaran matematika<sup>50</sup>.

## **F. Kemampuan Berpikir Reflektif dalam Memecahkan Masalah**

### **Matematika.**

Penelitian ini akan mengadaptasi dari tingkat berpikir reflektif menurut Surbeck, Han, dan Moyer yang meliputi tiga fase yaitu *Reacting*, *Comparing*, dan *Contemplating* yang didukung teori John Dewey tentang berpikir reflektif yaitu *Curiosity*, *Suggestion*, dan *Orderliness*.

---

<sup>48</sup> Erman Suherman, dkk., *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, hal. 91

<sup>49</sup> *Ibid*, hal. 93

<sup>50</sup> Erman Suherman, dkk., *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, hal. 89

Diperlukan suatu indikator untuk dapat mengetahui kemampuan berpikir reflektif siswa. Indikator kemampuan berpikir reflektif dalam memecahkan masalah yang digunakan dalam penelitian ini mengadopsi indikator yang pernah digunakan dalam penelitian Lailatun Nisak. Adapun indikatornya akan dijabarkan pada tabel di bawah ini.<sup>51</sup>

**Tabel 2.1 Indikator Kemampuan Berpikir Reflektif**

No	Fase/ Tingkatan
1	<p><i>Reacting</i> (berpikir reflektif untuk aksi), dalam tingkatan ini hal-hal yang harus dilakukan oleh siswa adalah:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Menyebutkan apa saja yang ditanyakan dalam soal.</li> <li>b. Menyebutkan apa yang diketahui.</li> <li>c. Menyebutkan hubungan antara yang ditanya dengan yang diketahui.</li> <li>d. Mampu menjelaskan apa yang diketahui sudah cukup untuk menjawab yang ditanyakan.</li> </ol>
2	<p><i>Comparing</i> (berpikir reflektif untuk evaluasi), pada tingkat ini siswa melakukan beberapa hal sebagai berikut:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Menjelaskan jawaban pada permasalahan yang pernah didapatkan.</li> <li>b. Mengaitkan masalah yang ditanyakan dengan masalah yang pernah dihadapi</li> </ol>
3	<p><i>Contemplating</i> (berpikir reflektif untuk inkuiri kritis), pada fase ini siswa melakukan beberapa hal berikut:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Menentukan maksud dari permasalahan.</li> <li>b. Mendeteksi kesalahan pada penentuan jawaban.</li> <li>c. Memperbaiki dan menjelaskan jika terjadi kesalahan dari jawaban.</li> <li>d. Membuat kesimpulan dengan benar</li> </ol>

Kemampuan berpikir reflektif dikatakan melalui tingkatan *reacting* jika memenuhi minimal tiga indikator, termasuk indikator 1a dan 1b. Dikatakan

<sup>51</sup> Nisak, Lailatun.2013.*Analisis Kemampuan Berpikir Reflektif Siswa dalam Memecahkan Masalah Berbentuk Semantik, Figural, dan Simbolik ....*hal. 32

melalui tingkatan *Comparing* jika memenuhi minimal satu indikator yaitu 2a. Dikatakan melalui tingkatan *Contemplating* jika memenuhi minimal dua indikator yaitu 3a dan 3b.

Tingkatan kemampuan berpikir reflektif siswa dapat diketahui sebagai berikut :

1. T1 : Kurang reflektif

Pada tingkatan ini siswa dikatakan kurang reflektif karena hanya melalui tingkatan *reacting* yaitu bisa melakukan pemahaman terhadap masalah yang dihadapi melalui beberapa indikator di atas. Pada fase ini siswa menggunakan sumber asli *Curiosity* (keingintahuan), karena dengan adanya keingintahuan siswa bisa memahami apa yang ditanyakan.

2. T2 : Cukup reflektif

Pada tingkatan ini siswa dikatakan cukup reflektif karena dapat melalui tingkatan *reacting* dan *Comparing* yaitu bisa memahami masalah sekaligus menjelaskan jawaban dari permasalahan yang pernah didapatkan, mengaitkan masalah yang ada dengan permasalahan lain yang hampir sama dan pernah dihadapi. Pada tingkat ini siswa cenderung menggunakan sumber asli *Curiosity* (keingintahuan) dan *Suggestion* (saran), karena siswa menghubungkan apa yang ditanyakan dengan permasalahan yang hampir sama dan pernah dihadapi.

3. T3 : reflektif

Pada tingkat ini siswa dikatakan reflektif karena dapat melalui tingkatan *Reacting*, *Comparing*, dan *Contemplating* yaitu bisa membuat kesimpulan berdasarkan pemahaman terhadap apa yang ditanyakan, pengaitannya

dengan permasalahan yang pernah dihadapi, menentukan maksud dari permasalahan, dapat memperbaiki dan menjelaskan jika jawaban yang diutarakan salah. Pada tingkat ini siswa cenderung menggunakan sumber asli *Orderlinnes* (keteraturan) berdasarkan *Curiosity* (keingintahuan) *Suggestion* (saran).<sup>52</sup>

### G. Materi Fungsi dalam Matematika

Begitu banyak pembahasan yang ada pada matematika, antara lain ialah tentang relasi antara dua himpunan, relasi khusus yakni pemetaan atau fungsi dan macam-macam fungsi. Materi yang digunakan dalam mengukur kemampuan berpikir reflektif siswa dalam memecahkan masalah matematika adalah materi tentang fungsi. Materi fungsi merupakan lanjutan dari materi relasi, jadi pemahaman tentang materi relasi sangat diperlukan guna memahami materi fungsi. Berikut penjelasan tentang fungsi.

Misalkan A dan B adalah himpunan tak kosong. Suatu cara atau aturan memasangkan atau mengaitkan setiap elemen dari himpunan A dengan *tepat satu* satu elemen dari himpunan B, disebut *fungsi (pemetaan) dari himpunan A ke himpunan B*. Misalkan cara atau aturan yang mengaitkan tersebut diberi simbol f, maka dikatakan bahwa f adalah fungsi dari A ke B dan dilambangkan sebagai<sup>53</sup> :

$$f : A \rightarrow B$$

---

<sup>52</sup> Nisak, Lailatun.2013.*Analisis Kemampuan Berpikir Reflektif Siswa dalam Memecahkan Masalah Berbentuk Semantik, Figural, dan Simbolik ....*hal. 32

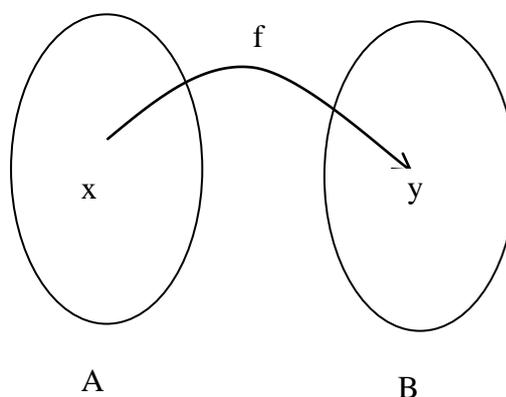
<sup>53</sup> Dra. Suharti Soebagio A & Drs. Sukirman, M.Pd, *Struktur Aljabar* (Jakarta : Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar dan Menengah Bagian Proyek Penataran Guru SLTP Setara D-III, 1993/1994)hlm. 41.

A disebut daerah asal (daerah sumber, domain ) dari fungsi  $f$ , sedangkan B disebut daerah kawan. (daerah jajahan , kodomain) dari fungsi  $f$ . Jika  $x \in A$  oleh fungsi  $f$  dikaitkan (dikawankan) dengan suatu anggota dari B, maka anggota dari B itu disebut "bayangan dari  $x$ " dan disajikan dengan lambang " $f(x)$ ".  $f(x)$  seringkali juga disebut "nilai fungsi" untuk  $x$ .

Secara simbolis matematis, definisi fungsi  $f$  dapat disajikan sebagai berikut.

$$f : A \rightarrow B \text{ bila dan hanya bila } (\forall x \in A). (\exists y \in B) . y = f(x)$$

Suatu fungsi  $f$  dari A ke B dapat diilustrasikan dengan diagram panah sebagai berikut :



**Gambar 2.2**

Himpunan A disebut daerah asal (domain) dari  $f$ , dan B disebut daerah kawan (kodomain) dari  $f$ . Apabila  $x \in A$  maka suatu elemen dari B yang merupakan pasangan dari  $x$  disebut peta (bayangan) dari  $x$  dan dinyatakan dengan simbol  $f(x)$ .<sup>54</sup>

Himpunan semua anggota himpunan B yang merupakan bayangan dari suatu anggota himpunan A disebut daerah hasil (range) dari fungsi  $f$  dan disajikan dengan  $R_f$ . Jadi:  $R_f = \{ y \in B \mid (\exists x \in A). y = f(x) \}$

---

<sup>54</sup> *Ibid.*.hal. 42

Suatu fungsi  $f$  dari  $A$  ke  $B$  adalah suatu relasi yang mempunyai dua sifat khusus, yaitu:

- Setiap anggota himpunan  $A$  (daerah asal) dikawankan dengan anggota himpunan  $B$ .
- Kawan dari anggota-anggota himpunan  $A$  (daerah asal) adalah tunggal.

Sifat ini dapat dinyatakan secara simbolis:

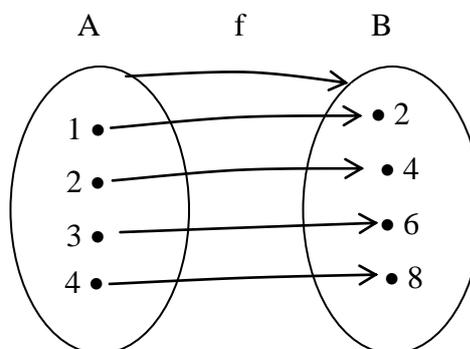
$$(\forall x_1, x_2 \in A). x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2).$$

Perlu ditekankan sekali lagi setiap elemen dari  $A$  (domain) harus dipasangkan tepat satu dengan elemen dari  $B$  (kodomain). Berarti tidak ada elemen dari domain yang tidak dipasangkan dan tidak ada elemen dari domain yang dipasangkan lebih dari satu elemen dari kodomain.<sup>55</sup>

Fungsi dapat dinyatakan dengan 3 cara, yaitu : himpunan pasangan berurutan, diagram panah, diagram cartesius.

Contoh :  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  &  $B = \{2, 4, 6, 8\}$  jika  $f : A \rightarrow B$  &  $f(x) = 2x$ , nyatakan  $f$  dalam himpunan pasangan berurutan, diagram panah, diagram cartesius.

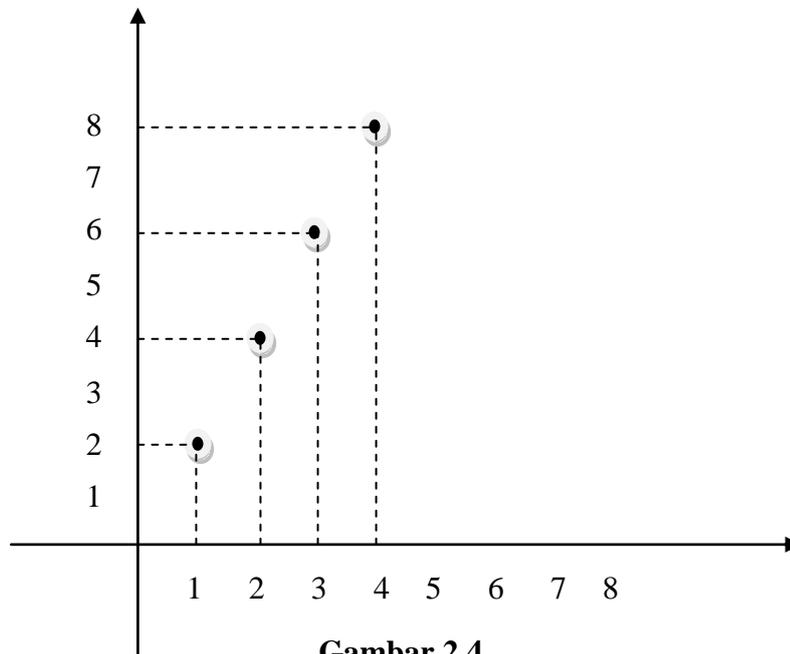
- Himpunan pasangan berurutan .  $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$ .
- Diagram panah:



**Gambar 2.3**

<sup>55</sup> *Ibid* ... hal. 42

c. Diagram cartesius.



**Gambar 2.4**

Beberapa fungsi khusus yang diberi sebutan karena sifat-sifat/ karakteristiknya adalah sebagai berikut.

- a. Suatu fungsi  $f : A \rightarrow B$  disebut fungsi surjektif dari A kepada (onto) B jika setiap anggota B merupakan bayangan dari suatu anggota A. Jadi pada fungsi yang surjektif, daerah hasilnya berimpit dengan daerah kawan (atau daerah kawannya dihabiskan ).

$f : A \rightarrow B$  adalah fungsi surjektif bhb.

$$(\forall y \in B) (\exists x \in A). y = f(x) \text{ bhb } R_f = B \text{ bhb } (\forall y \in B) f^{-1}(y) \neq \emptyset$$

Contoh :

$$A = \{x \mid x = \text{bilangan bulat} \}$$

$$B = \{x \mid x = \text{bilangan cacah} \}$$

$$f : A \rightarrow B \text{ dimana } f(x) = |x|$$

- b. Suatu fungsi  $f : A \rightarrow B$  disebut fungsi injektif bila anggota – anggota dari B yang merupakan bayangan dari A, merupakan bayangan dari tepat satu anggota A. Dengan perkataan lain  $f : A \rightarrow B$  adalah fungsi injektif bbb.  $(\forall x_1, x_2 \in A). x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$  bbb.  $(\forall x_1, x_2 \in A).$

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2 \text{ Contoh:}$$

$$A = \{x \mid x = \text{bilangan asli}\}$$

$$B = \{x \mid x = \text{bilangan nyata}\}$$

Fungsi  $f$  ini adalah fungsi yang injektif, karena jika  $f(x_1) = f(x_2)$ , maka  $x_1 - 1 = x_2 - 1$  sehingga  $x_1 = x_2$ .

Fungsi  $f$  ini tidak surjektif karena ada anggota B yang tidak merupakan bayangan dari suatu anggota A, misalnya  $\frac{1}{2} \in B$ .

- c. Suatu fungsi  $f : A \rightarrow B$  yang sekaligus surjektif dan injektif disebut daerah kawannya merupakan bayangan dari tepat satu anggota dari daerah asalnya. Dengan demikian jika  $f$  adalah fungsi bijektif maka setiap anggota dari daerah asal mempunyai satu kawan di daerah kawan dan sebaliknya setiap anggota dari daerah kawan mempunyai satu kawan di daerah asal. Karena itu fungsi bijektif seringkali disebut juga korespondensi satu-satu.

## **H. Berpikir Reflektif dalam Memecahkan Masalah Matematika pada Materi Fungsi**

Berpikir adalah kegiatan yang dilakukan otak dalam mengolah suatu informasi yang di peroleh dari pancaindra manusia yang kemudian disimpan pada memori. Ada beberapa tingkatan dalam kemampuan berpikir, antara lain adalah kemampuan berpikir tingkat tinggi. Kemampuan berpikir tingkat tinggi mempunyai beberapa macam. Yang termasuk dalam kemampuan berpikir tingkat tinggi adalah kritis, logis, berpikir reflektif, metakognitif, dan berpikir kreatif. Salah satu keterampilan berpikir tingkat tinggi adalah berpikir reflektif.

Berpikir reflektif adalah kemampuan dalam memahami permasalahan, mengaitkan permasalahan dengan pengetahuan yang pernah diperolehnya dan mempertimbangkan dengan seksama dalam menyelesaikan permasalahannya. Memahami suatu permasalahan adalah langkah awal dalam menemukan penyelesaian dan pengetahuan yang pernah diperoleh sebagai alat yang digunakan untuk menganalisis permasalahan yang telah dipahami. Mempertimbangkan dengan seksama merupakan proses akhir untuk menemukan penyelesaian dan kesimpulan yang sesuai dengan masalah yang dipahami dan pengetahuan yang telah dimiliki.

Masalah adalah sesuatu yang harus diselesaikan dan dicari pemecahannya. Pemecahan masalah dianggap sebagai aktivitas dan tujuan yang penting dalam pembelajaran matematika, namun pemecahan masalah masih diakui sebagai tugas yang sulit Untuk memperoleh kemampuan dalam pemecahan masalah, seseorang harus memiliki banyak pengalaman dalam memecahkan berbagai masalah.

Banyaknya pengalaman dalam memecahkan berbagai masalah didapat dari banyaknya latihan pemecahan masalah yang pernah dilakukan. Tentu saja diperlukan suatu pembelajaran secara khusus dan latihan yang secara mendalam, mengenai hal tersebut baik oleh siswa maupun oleh seorang guru harus mempelajarinya secara mendalam mengenai pemecahan masalah matematika. Meskipun dalam pembelajaran dan latihan tersebut terdapat kesulitan maupun faktor lain yang menjadi penghambat seorang siswa untuk melatih diri dalam memecahkan permasalahan terutama dalam pembelajaran matematika. Untuk itu, peserta didik dilatih untuk memecahkan masalah dengan kemampuan berpikir tingkat tinggi. Selama ini kecenderungan siswa dalam mempelajari matematika fokus pada masalah hafalan rumus dalam menyelesaikan masalah. Hal ini menjadikan siswa terbebani dan tidak nyaman dalam mempelajari matematika. Bahkan banyak dari siswa merasa bahwa pelajaran matematika adalah pelajaran yang sangat sulit untuk dipahami.

Matematika adalah suatu ilmu dasar yang mempelajari tentang perhitungan, pengukuran, dan penilaian yang digunakan untuk memperoleh hasil yang akurat dalam setiap kegiatan manusia sehari-hari. Melalui penggunaan penalaran logika dan abstraksi, matematika berkembang dari pencacahan, perhitungan, pengukuran, dan pengkajian sistematis terhadap bangun dan pergerakan benda-benda fisika. Matematika menjadi alat untuk mengembangkan kemajuan ilmu-ilmu yang lain, terutama dalam bidang teknologi yang semakin canggih karena penguasaan ilmu matematika menjadi faktor pendorongnya. Matematika merupakan materi pelajaran yang diajarkan di berbagai jenjang

sekolah, antara lain di sekolah menengah pertama atau madrasah tsanawiah. Matematika memiliki banyak pembahasan, yang salah satunya pembahasan mengenai fungsi.

Fungsi dua himpunan merupakan suatu konsep lanjutan dari materi relasi dua himpunan. Jadi fungsi merupakan relasi khusus yang mempunyai aturan yang lebih rinci dari relasi. Secara definisi, fungsi dalam konteks ilmu matematika adalah suatu relasi yang memasangkan setiap anggota domain (himpunan daerah asal) tepat satu dengan kodomain (himpunan daerah kawan). Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering menjumpai hubungan yang memasangkan satu objek tepat satu dengan objek lain, misalnya negara dengan ibu kota. Masih banyak lagi konsep fungsi yang sering kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari. Setiap materi yang diberikan harus secara cermat dalam mempelajarinya dan cara berpikir siswa yang hanya mementingkan hasil jawaban saja tanpa memikirkan proses dan pemahaman yang mendalam tentu harus dirubah.

Berpikir reflektif dalam memecahkan masalah matematika pada materi fungsi adalah kegiatan yang dilakukan otak berupa kemampuan dalam memahami permasalahan, mengaitkan permasalahan dengan pengetahuan yang pernah diperolehnya dan mempertimbangkan dengan seksama dalam menyelesaikan permasalahannya yang kemudian disimpan pada memorinya. Permasalahan yang dimaksud adalah masalah matematika yaitu terkait materi fungsi. Pengetahuan yang pernah diperoleh yakni materi tentang relasi yang kemudian dijadikan analisis untuk bahan pertimbangan dan memahami materi fungsi. Dengan demikian pengetahuan tentang relasi merupakan pengetahuan yang pernah

diperoleh dan mempertimbangkan dengan seksama dalam menyelesaikan masalah berupa materi fungsi yang kesimpulannya kemudian disimpan dalam memorinya.

### **I. Hasil Penelitian Terdahulu**

Penelitian yang berhubungan dengan berpikir reflektif siswa dalam memecahkan masalah matematika, dilaporkan peneliti sebagai berikut:

1. Penelitian dalam jurnal yang dilakukan oleh Hery Suharna, Toto Nusantara, Subanji dan Santi Irawati pada tahun 2013.<sup>56</sup> Penelitian ini bertujuan mendiskripsikan kemampuan berpikir reflektif mahasiswa dalam menyelesaikan matematika. Dimana pada penelitian ini, lebih banyak menjelaskan tentang pengertian dari berpikir reflektif termasuk macam dari berpikir reflektif, kelebihan dan manfaatnya jika diterapkan dalam bidang pendidikan. Selain itu, penelitian ini mendiskripsikan jawaban siswa mulai dari tahap perencanaan dalam mengerjakan hingga kesimpulan yang benar dan sudah diteliti berulang kali oleh subjek penelitian. Penelitian ini dilakukan pada mahasiswa Universitas Malang. Subjek yang digunakan dalam penelitian ini sebanyak 1 orang, namun dalam menjelaskannya secara terperinci. Masalah yang diberikan berkaitan dengan materi aljabar. Hasil penelitian menunjukkan bahwa subjek sangat berhati-hati dalam menyelesaikan masalah dan menunjukkan bahwa dia memiliki kemampuan berpikir reflektif.

---

<sup>56</sup> Hery Suharna, dkk., *Berpikir Reflektif Mahasiswa*, hal. 1

2. Penelitian dalam jurnal yang dilakukan oleh Sri Hastuti Noer pada tahun 2008<sup>57</sup>. Penelitian ini bertujuan mendiskripsikan tentang berpikir reflektif dari berpikir matematis tingkat tinggi yang melibatkan proses kognitif. Dimana pada penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan kemampuan berpikir matematis dengan suatu strategi, dimana strategi yang digunakan oleh peneliti adalah *Problem Based Learning* (PBL). Penelitian ini berisikan tentang konsep-konsep berpikir reflektif dengan strategi *Problem Based Learning* yang akan diterapkan di sekolah.
3. Penelitian dalam skripsi yang dilakukan oleh Lailatun Nisak pada tahun 2013<sup>58</sup>. Penelitian ini bertujuan mendiskripsikan tentang berpikir reflektif dari dalam Memecahkan Masalah Masalah Berbentuk Semantik, Figural, dan Simbolik Pada Pokok Bahasan Fungsi Kelas XI IPA di MAN Nglawak Kertosono Nganjuk. Dalam penelitian ini penulis mendeskripsikan tingkat berfikir reflektif siswa dalam memecahkan masalah berbentuk semantik, figural dan simbolik matematika. Ada tiga kemampuan yang dikelompokkan oleh peneliti, yaitu :
  - 1) Kemampuan berpikir reflektif siswa dalam memecahkan masalah berbentuk semantik, figural dan simbolik untuk kelompok atas adalah sangat tinggi.

---

<sup>57</sup> Noer, Sri Hastuti.2008.*Problem-Based Learning dan Kemampuan Berpikir Reflektif dalam Pembelajaran Matematika* (Jurnal).Lampung: Semnas Matematika dan Pendidikan Matematika FKIP Universitas Lampung.

<sup>58</sup> Nisak, Lailatun.2013.*Analisis Kemampuan Berpikir Reflektif Siswa dalam Memecahkan Masalah Berbentuk Semantik, Figural, dan Simbolik pada Pkok Bahasan Fungsi Kelas XI IPA di MAN Nglawak Kertosono Nganjuk*.Surabaya: Skripsi di terbitkan.

- 2) Kemampuan berpikir reflektif siswa pada kelompok sedang dalam memecahkan masalah berbentuk semantik adalah tinggi, dalam bentuk figural adalah sangat tinggi dan dalam bentuk simbolik adalah sangat tinggi.
- 3) Kemampuan berpikir reflektif siswa dalam memecahkan masalah berbentuk semantik, figural dan simbolik untuk kelompok bawah adalah tinggi.
4. Penelitian dalam skripsi yang dilakukan oleh Millatul Fadilah pada tahun 2015<sup>59</sup>. Penelitian ini bertujuan mendiskripsikan tentang berpikir reflektif dari dalam Memecahkan Masalah Matematika Materi Garis Singgung Lingkaran Kelas VIII A (Unggulan) MTs Negeri Pagu Tahun Ajaran 2014/2015. Dalam penelitian ini penulis mendeskripsikan tingkat berfikir reflektif siswa dalam memecahkan masalah matematika dilihat dari hasil tes dan wawancara yang dilakukan oleh peneliti.

---

<sup>59</sup> Fadilah Millatul.2015. *Analisis Berpikir Reflektif Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Materi Garis Singgung Lingkaran Kelas VIII A (Unggulan) MTs Negeri Pagu Tahun Ajaran 2014/2015: Skripsi di terbitkan.*