

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Hakikat Matematika

Hakikat matematika artinya menguraikan apa sebenarnya matematika itu, baik ditinjau dari segi arti kata, karakteristik matematika sebagai suatu ilmu, maupun peran dan kedudukan matematika diantara cabang ilmu pengetahuan serta manfaatnya. Dalam penelitian ini, hakikat matematika yang akan dibahas adalah ditinjau dari segi arti kata atau definisi matematika dan karakteristik matematika sebagai cabang ilmu. Hal ini dimaksudkan untuk menghindari kesalahpahaman dalam memahami matematika atau salah dalam mengartikan matematika. Berikut dijelaskan mengenai definisi matematika dan karakteristik matematika.

1. Definisi Matematika

Matematika merupakan kata yang sudah tidak asing kita dengar. Bagi sebagian masyarakat, mendengar matematika sudah membayangkan dengan pelajaran yang berisi dengan banyak rumus, soal-soal sulit, hafalan, dan sebagainya. Namun, pada dasarnya mereka belum mengetahui secara pasti apa sebenarnya matematika itu sendiri. Oleh karena itu berikut akan dijelaskan beberapa hal terkait dengan matematika.

Matematika merupakan kata yang berasal dari bahasa Yunani yang memiliki arti mempelajari. Sebagaimana yang diungkapkan oleh Sriyanto bahwa istilah

matematika berasal dari kata Yunani *mathein* atau *mathenein* yang artinya mempelajari. Pengertian tersebut berkaitan erat dengan istilah Sansekerta *medha* atau *widya* yang berarti kepandaian.¹⁸

Matematika juga dapat diartikan sebagai ilmu yang mempelajari tentang bilangan dan operasi yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan tentang bilangan. Pengertian ini menunjukkan bahwa ilmu dalam matematika dapat digunakan dalam menyelesaikan permasalahan kehidupan sehari-hari, terutama yang menyangkut tentang bilangan atau angka. Misalnya pada jual beli atau perdagangan, pengukuran tanah, pembuatan proyek bangunan, dan sebagainya.

Para ahli matematika juga memberikan pengertian yang berbeda terhadap matematika. Seperti yang diungkapkan oleh Ruseffendi bahwa matematika adalah bahasa simbol, ilmu deduktif yang tidak menerima pembuktian secara induktif, ilmu tentang pola keteraturan dan struktur yang terorganisir, mulai dari unsur yang tidak didefinisikan ke aksioma atau postulat dan akhirnya ke dalil.¹⁹ Berbeda dengan yang diungkapkan oleh Reys, dkk., bahwa matematika sebagai analisis suatu pola dan hubungannya, suatu jalan atau pola berpikir, suatu seni, suatu bahasa dan suatu alat.

Selain itu matematika juga dapat diungkapkan sebagai ilmu yang berkaitan dengan suatu konsep yang bersifat abstrak. Definisi ini diperkuat Hudojo yang mengungkapkan bahwa hakikat matematika berkenaan dengan ide-ide, struktur-struktur dan hubungan-hubungan yang diatur menurut urutan yang logis. Sehingga

¹⁸ Sriyanto, *Strategi Sukses....*, hal. 42

¹⁹ Heruman, *Model Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2012), hal. 1

matematika berkenaan dengan konsep abstrak.²⁰ Sedangkan menurut pendapat James, matematika sebagai ilmu logika mengenai bentuk, susunan, besaran dan konsep-konsep yang saling berhubungan satu sama lain dengan jumlah terbagi ke dalam tiga bidang yaitu aljabar, analisis dan geometri.²¹

Berbagai pendapat ahli di atas sebenarnya memiliki makna yang sama terhadap pengertian matematika, yaitu ilmu yang mempelajari tentang bilangan-bilangan dan konsep-konsep yang terusun secara logis dan sistematis, sehingga dapat digunakan sebagai alat pemecah permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Mempelajari matematika akan menumbuhkan sikap yang sistematis, karena secara tidak langsung kita akan memiliki kebiasaan berpikir secara praktis, sistematis, logis dan dapat dipertanggungjawabkan kebenarannya, terutama pada pemecahan masalah dalam kehidupan sehari-hari.

2. Karakteristik Matematika

Matematika juga mempunyai ciri khusus yang membedakannya dengan pelajaran yang lain. Matematika merupakan pelajaran yang dipelajari secara bertahap sehingga memiliki keterkaitan antarmateri. Selain itu kebenaran dalam matematika juga dapat dibuktikan berdasarkan logika, oleh karenanya matematika dapat diterapkan dalam ilmu pengetahuan yang lainnya. Sebagaimana yang diungkapkan oleh Kusri, dkk., bahwa matematika memiliki karakteristik

²⁰ Kusri, dkk., *Strategi Pembelajaran Matematika*, (Tangerang Selatan: Universitas Terbuka Press, 2014), hal. 1.4.

²¹ Raodatul Janah, *Membuat Anak Cinta Matematika dan Eksak Lainnya*, (Jogjakarta: Diva Press, 2011), hal. 26.

sebagai berikut:²² (a) Objek yang dipelajari bersifat abstrak, (b) Kebenarannya berdasarkan logika, (c) Pembelajarannya secara bertingkat dan kontinu, (d) Ada keterkaitan antara materi satu dengan yang lain, (e) Menggunakan bahasa simbol, (f) Diaplikasikan dalam bidang ilmu lain. Adapun penjelasannya adalah sebagai berikut:

a. Objek yang Dipelajari Bersifat Abstrak

Dalam pembelajaran matematika objek dasar yang dipelajari adalah abstrak yang meliputi fakta, konsep, prinsip dan operasi. Raodatul Jannah menjelaskan bahwa fakta dalam matematika merupakan konvensi-konvensi atau kesepakatan yang dapat disajikan dalam bentuk lambang atau simbol, yang umumnya sudah dipahami oleh pengguna matematika.²³ Misalkan untuk satuan berat kita menggunakan gram yang simbolnya (g), jika kita menggunakan simbol ini di seluruh dunia, orang pasti akan mengetahui bahwa satuan berat yang kita gunakan adalah *gram*.

Kemudian operasi yang menjadi objek dalam matematika meliputi pengerjaan hitungan, aljabar dan pengerjaan matematika lainnya seperti penjumlahan, perkalian, gabungan, serta irisan. Penjelasan ini menunjukkan bahwa operasi berhubungan dengan bilangan, variabel-variabel dan juga himpunan. Selain itu, objek dalam matematika juga berupa suatu konsep. Konsep merupakan suatu ide yang digunakan untuk menggolongkan sekumpulan objek

²² Kusriani, *Strategi Pembelajaran Matematika....*, hal. 1.10.

²³ Raodatul Janah, *Membuat Anak Cinta....*, hal. 27

dan menentukan apakah objek tersebut merupakan contoh atau bukan contoh dari ide tersebut.²⁴

Terakhir yang merupakan objek dalam matematika adalah prinsip, prinsip adalah suatu objek matematika yang kompleks. Prinsip dapat memuat rangkaian fakta, konsep, maupun operasi, yang wujudnya berupa aksioma, teorema dan sifat.²⁵ Pada penjelasan tersebut pada dasarnya, fakta, konsep dan juga operasi termasuk ke dalam prinsip sebagai objek dasar dalam matematika. namun karena keempatnya mempunyai definisi yang berbeda akhirnya objek dalam matematika digolongkan menjadi 4 seperti yang sudah dijelaskan di atas.

b. Kebenarannya Berdasarkan Logika

Kebenaran dalam matematika merupakan kebenaran yang dapat dibuktikan secara logika bukan secara empiris. Artinya adalah kebenaran tersebut tidak dapat dibuktikan melalui eksperimen seperti dalam ilmu fisika atau biologi. Misalnya untuk membuktikan luas segitiga, maka kita menggunakan pendekatan luas persegi panjang, bukan dengan melakukan eksperimen terhadap segitiga.

c. Pembelajarannya Secara Bertingkat dan Kontinu

Pemberian atau penyajian materi dalam matematika disesuaikan dengan tingkat pendidikan dan dilakukan secara terus-menerus. Artinya, dalam mempelajari matematika, harus dilakukan secara berulang-ulang dengan memperbanyak mengerjakan latihan soal. Misalnya sebelum mempelajari *volume* suatu bangun, siswa akan diajak untuk mempelajari luas dan keliling bangun datar

²⁴ Kusri, *Strategi Pembelajaran Matematika....*, hal. 1.10.

²⁵ Raodatul Janah, *Membuat Anak Cinta...*, hal. 28

terlebih dahulu, kemudian baru diajarkan bagaimana cara mencari *volume* bangun ruang.

d. Ada Keterkaitan Antara Materi yang Satu dengan yang Lain

Dalam mempelajari matematika pasti ada keterkaitan antara materi yang akan diajarkan dengan materi yang sebelumnya sudah diajarkan. Hal ini dimaksudkan agar siswa memiliki pengetahuan dan ingatan yang kuat, sehingga konsep-konsep baru tidak akan mempengaruhi konsep yang telah didapatkan sebelumnya.

e. Menggunakan Bahasa Simbol

Dalam matematika, penyapaian materi menggunakan simbol-simbol yang telah disepakati dan dipahami secara umum, sehingga tidak terjadi dualisme jawaban atau yang disebut jawaban ganda. Misalnya simbol untuk menyatakan Luas adalah (L) atau l besar sedangkan symbol untuk menyatakan lebar adalah l kecil (l).

f. Diaplikasikan dalam Bidang Ilmu Lain

Materi dalam matematika banyak diaplikasikan dalam bidang ilmu lain, misalnya dalam bidang ekonomi, teknologi dan lain sebagainya. Misalnya dalam bidang ekonomi matematika digunakan dalam hal jual beli dan juga pengaturan harga barang di pasar. Selain itu dalam bidang teknologi matematika juga bisa digunakan dalam hal pembuatan alat bantu hitung seperti kalkulator.

B. Kemampuan Representasi Matematis

Pengajaran matematika selain memperhatikan hasil belajar juga memperhatikan proses belajar siswa, karena hasil belajar siswa ditentukan oleh bagaimana siswa tersebut mampu menyelesaikan permasalahan yang diajukan dengan tepat, menggunakan ide-ide matematika yang telah diajarkan, serta berbagai pengetahuan matematika yang dimilikinya. Dalam hal ini, siswa membutuhkan suatu kemampuan yang dapat digunakan untuk menyampaikan ide-ide mereka dalam penyelesaian soal atau permasalahan matematika.

Kemampuan inilah yang disebut sebagai kemampuan representasi matematis. Dijelaskan dalam NCTM bahwa kemampuan representasi (*representations*) merupakan salah satu standar proses dalam pembelajaran matematika, sehingga penting bagi siswa untuk dapat memiliki kemampuan representasi yang baik, agar guru dapat mengetahui dimana letak pemahaman ataupun kesulitan mereka dalam menemukan solusi permasalahan matematika. Namun, guru terkadang menghiraukan kemampuan representasi siswanya, hal ini dikarenakan kurangnya pemahaman dan juga pengetahuan akan pentingnya representasi matematis. Oleh karena itu, berikut ini akan dijelaskan beberapa hal terkait kemampuan representasi matematis.

1. Pengertian Kemampuan Representasi Matematis

Representasi merupakan gambaran tentang ide-ide siswa dalam menyelesaikan permasalahan dalam matematika. Pendapat ini diperkuat oleh Muhammad Sabirin yang menyatakan bahwa representasi adalah bentuk

interpretasi pemikiran siswa terhadap suatu masalah, yang digunakan sebagai alat bantu untuk menemukan solusi dari masalah tersebut.²⁶ Dengan kata lain representasi dapat digunakan sebagai alat bantu dalam menyelesaikan suatu permasalahan matematika.

Representasi matematis melibatkan cara yang digunakan siswa untuk mengkomunikasikan bagaimana cara siswa memperoleh jawaban. Seperti yang diungkapkan oleh Hiebert & Carpenter bahwa komunikasi dalam matematika memerlukan representasi yang dapat berupa: simbol tertulis, diagram (gambar), tabel ataupun benda/objek.²⁷ Sedangkan menurut pendapat Goldin, representasi adalah suatu konfigurasi (bentuk atau susunan) yang dapat menggambarkan, mewakili, atau melambangkan sesuatu dalam suatu cara.²⁸ Misalnya grafik pada bidang cartesius dapat digunakan sebagai bentuk penyelesaian dari sistem persamaan linear atau pertidaksamaan linear.

Bentuk representasi dapat berupa simbol, persamaan, kata-kata tertulis, gambar, tabel, grafik yang menggambarkan tentang ide matematika. sebagaimana yang diungkapkan oleh Wilda Khairani bahwa representasi meliputi simbol, persamaan, kata-kata, gambar, table, grafik, objek manipulatif dan tindakan serta mental cara internal berpikir tentang ide matematika.²⁹ Pendapat ini hampir sama dengan definisi yang diungkapkan oleh NCTM bahwa representasi membantu menggambarkan, menjelaskan, atau memperluas ide matematika dengan berfokus

²⁶ Muhamad Sabirin, *Representasi Dalam...*, hal 33

²⁷ Karitini Hutagaol, "Pembelajaran Kontekstual...", hal. 87

²⁸ Ahmad Nizar, *Representasi...*, hal. 112

²⁹ Wilda Khairani, "Kemampuan Representasi Matematis Dalam Materi Program Linier" dalam <http://wildakhairany.blogspot.com/2015/11/kemampuan-representasi-matematis.html>, diakses pada 25 Nopember 2016.

pada fitur-fitur pentingnya. Representasi dalam pengertian ini berkaitan dengan penyampaian ide matematika dengan cara fokus pada objek-objek penting pada suatu permasalahan.

Berdasarkan berbagai pendapat mengenai representasi di atas, dapat kita ketahui bahwasanya kemampuan representasi penting dimiliki oleh siswa demi menunjang kemampuan matematika yang dimiliki siswa. Kemampuan matematika yang dimaksud berkaitan dengan kemampuan siswa dalam menyelesaikan suatu permasalahan matematika, yaitu dengan menggambarkan ide-ide matematika yang dimiliki dalam bentuk yang sesuai, misalnya dalam bentuk gambar, tabel, grafik, kata-kata tertulis, persamaan matematika dan juga diagram. Kemampuan ini dapat melatih keterampilan siswa dalam menyelesaikan permasalahan tidak hanya pada pelajaran matematika di sekolah, tetapi juga dalam kehidupan sehari-hari.

2. Jenis-jenis Representasi

Pada dasarnya, ide-ide matematika siswa berasal dari dalam pikirannya. Kemudian ide tersebut digambarkan siswa sebagai solusi pemecahan masalah. Ide matematika yang berada dalam pikiran siswa juga merupakan representasi dari pemikirannya untuk menemukan solusi pemecahan masalah, hanya saja ide tersebut sulit diamati secara langsung oleh guru. Representasi jenis inilah yang disebut dengan representasi internal. Sedangkan untuk dapat melihat representasi internal siswa diperlukan representasi eksternal sebagai alat untuk menyampaikan ide yang ada dalam pikiran siswa, agar orang lain dapat mengetahui solusi

pemecahan masalah yang dipikirkan. Berikut ini akan dijelaskan mengenai representasi internal dan representasi eksternal.

a) Representasi Internal

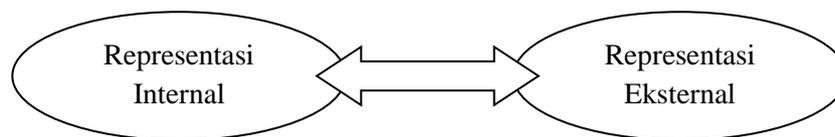
Representasi internal merupakan jenis representasi yang tidak dapat diamati secara kasat mata dan tidak dapat dinilai secara langsung karena merupakan aktivitas mental seseorang di dalam pikirannya.³⁰ Pendapat ini diperkuat oleh Kaput dalam skripsi yang ditulis oleh Muthmainnah bahwa representasi internal merupakan sistem representasi psikologis dari individu-individu itu sendiri.³¹ Sehubungan dengan hal tersebut, dalam belajar matematika seseorang yang melakukan proses representasi internal akan berpikir tentang ide, gagasan atau konsep matematika yang sedang dipelajarinya, agar dapat memaknai dan memahami masalah secara jelas, menghubungkan dan mengaitkan masalah tersebut dengan pengetahuan yang telah dimilikinya dan menyusun strategi penyelesaiannya.

Meskipun sulit untuk diamati dan dinilai secara langsung, representasi siswa dapat disimpulkan atau diduga berdasarkan representasi eksternalnya dalam berbagai kondisi. Sesuai dengan pendapat Santia bahwa, diperlukan representasi eksternal untuk mentransformasikan representasi internal yang ada dalam pikiran siswa agar orang lain/guru dapat mengetahui solusi pemecahan masalah yang

³⁰ Ahmad Nizar, *Representasi...*, hal. 113

³¹ Muthamainnah, *Meningkatkan Kemampuan Representasi Matematis Siswa Melalui Pendekatan Pembelajaran Metaphorical Thinking*, (Jakarta: Skripsi tidak diterbitkan, 2014), hal. 10.

dipikirkan siswa.³² Sehingga, terjadi hubungan timbal balik antara representasi internal dan representasi eksternal seseorang pada saat berhadapan dengan suatu permasalahan, seperti yang tersaji dalam gambar 2.1 berikut:



Gambar 2.1 Hubungan Timbal Balik antara Representasi Internal dan Eksternal

Oleh karena itu peneliti akan menjelaskan lebih lanjut mengenai representasi eksternal tersebut agar tidak terjadi kesalahpahaman dalam membedakan representasi siswa.

b) Representasi Eksternal

Representasi eksternal merupakan perwujudan dari representasi internal seseorang berupa perkataan baik secara lisan atau tulisan, dalam bentuk pernyataan, simbol, gambar, grafik, notasi matematik, gambar, grafik, diagram, tabel, atau melalui objek fisik berupa alat peraga.³³ Hal ini menunjukkan bahwa proses penggambaran ide terjadi dalam pikiran seseorang, kemudian hasil pikirannya dituangkan dalam berbagai bentuk di atas. Sejalan dengan pendapat yang dikemukakan oleh Afgani dan Juandi bahwa proses penggambaran atau pelambangan sesuatu terjadi dalam pikiran seseorang. Kemudian hasil pikirannya dituangkan dalam bentuk pernyataan, visual, atau notasi.³⁴

³² Ika Santia, "Representasi Siswa SMA Dalam Memecahkan Masalah Nilai Optimum Berdasarkan Gaya Kognitif Field Independent dan Field Dependent" dalam *Jurnal Math Educator Nusantara*, Vol. 01, No. 01, Mei 2015, hal. 68

³³ Ahmad Nizar, *Representasi...*, hal. 113-114

³⁴ Jarnawi Afgani dan Dadang Juandi, "Analisis Representasi Matematik Siswa Sekolah Dasar dalam Penyelesaian Masalah Matematika Kontekstual" dalam *Jurnal Pengajaran MIPA*, Vol. 16, No. 1, April 2011, hal. 129.

3. Bentuk-bentuk Kemampuan Representasi Matematis

Pada dasarnya kemampuan representasi matematis meliputi 3 hal, berupa bagaimana membuat, menggunakan dan memilih representasi dalam mengkomunikasikan ide-ide matematika untuk menyelesaikan masalah. Sebagaimana yang ditetapkan oleh NCTM bahwa standar kemampuan representasi matematis adalah sebagai berikut:³⁵

1. *Create and use representation to organize, record, and communicate mathematical ideas.*
2. *Select, apply and translate among mathematical representation to solve problems.*
3. *Use representation to model and interpret physical, social, and mathematical phenomena.*

Standar representasi yang *pertama* yaitu membuat dan menggunakan representasi untuk mengorganisasikan, mencatat, dan mengkomunikasikan ide-ide matematika. Standar *kedua* yaitu memilih, menggunakan dan menerjemahkan antar representasi untuk menyelesaikan masalah. Sedangkan standar *ketiga* yaitu menggunakan representasi untuk memodelkan dan menginterpretasi fenomena matematis, fisik, dan sosial.

Standar representasi yang kedua inilah yang menjadi landasan bahwa representasi yang dihadirkan atau diberikan siswa tidak hanya meliputi satu bentuk, tetapi meliputi beberapa bentuk. Untuk merepresentasikan grafik, maka siswa akan menyelesaikannya dalam bentuk persamaan dan juga sebaliknya. Ada pula siswa yang menggunakan gambar jika ditanya tentang luas atau keliling suatu kebun yang berbentuk persegi panjang. Bahkan ada juga siswa yang

³⁵ National Council of Teacher of Mathematics, *Principles and Standards...*, hal. 380

menggunakan diagram atau tabel untuk menyelesaikan permasalahan matematika yang diberikan.

Representasi yang bermacam-macam ini termasuk dalam kategori representasi eksternal. Alex Friedlander dan Tabach membagi representasi menjadi empat macam, yaitu representasi verbal, representasi numerik, representasi grafik dan representasi aljabar.³⁶ Menurut pendapatnya representasi tersebut berpotensi menjadikan pembelajaran matematika menjadi lebih efektif dan bermakna.

Menurut Lesh Post dan Behr dalam jurnal yang ditulis oleh Syafri, representasi terbagi menjadi lima bagian, yaitu representasi objek dunia nyata, representasi konkret, representasi simbol aritmatika, representasi bahasa lisan atau verbal dan representasi gambar atau grafik.³⁷ Menurutnya kelima representasi tersebut merupakan perluasan dari teori Brunner, dimana representasi dunia nyata dan representasi konkret termasuk dalam kategori enaktif, representasi gambar dan grafik termasuk kategori ikonik dan representasi bahasa lisan atau verbal serta representasi simbol termasuk dalam kategori simbolik.

Sedangkan Mudzakir mengelompokkan representasi matematis menjadi 3 bentuk, yaitu visual (gambar, diagram, grafik, atau tabel), representasi simbolik (persamaan atau ekspresi matematik), dan representasi verbal (kata-kata atau teks tertulis).³⁸ Dalam penelitian ini, bentuk representasi yang digunakan adalah menurut pendapat Mudzakir, alasannya adalah ketiga bentuk representasi tersebut

³⁶ Muthmainnah, *Meningkatkan Kemampuan Representasi...*, hal. 11.

³⁷ Fatrima Santri Syafri, "Kemampuan Representasi Matematis...", hal. 52.

³⁸ Rahayu Utami, *Pengaruh Pembelajaran Berbasis Vark Terhadap Kemampuan Representasi Matematis Siswa*, (Jakarta: Skripsi Tidak Diterbitkan, 2016), hal.15.

sudah mewakili bentuk representasi yang diutarakan oleh Alex Friedlander dan Tabach, yaitu sebagai berikut:

- a. Representasi verbal dan representasi numerik dapat digolongkan dalam bentuk representasi kata-kata atau teks tertulis.
- b. Representasi grafik digolongkan dalam bentuk representasi visual.
- c. representasi aljabar digolongkan dalam bentuk representasi persamaan atau ekspresi matematis.

Ketiga bentuk representasi yang dikemukakan oleh Mudzakir diuraikan ke dalam bentuk-bentuk operasional, sebagaimana mengadopsi dari pendapat Afgani dan Juandi sebagai berikut³⁹:

Tabel 2.1 Bentuk-bentuk Representasi Matematis dan Operasionalnya

No.	Representasi	Bentuk-bentuk Operasional
1	Visual a. Diagram, grafik, atau tabel	Menyajikan kembali data atau informasi dari suatu representasi ke representasi diagram, grafik atau tabel
	b. Gambar	Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah
2	Persamaan atau ekspresi matematika	Membuat gambar pola-pola geometri
		Membuat gambar bangun geometri untuk memperjelas masalah dan memfasilitasi penyelesaiannya
		Membuat persamaan atau model matematika dari representasi lain yang diberikan
3	Kata-kata atau teks tertulis	Penyelesaian masalah yang melibatkan ekspresi matematis
		Membuat situasi masalah berdasarkan data atau representasi yang diberikan
		Menuliskan interpretasi dari suatu representasi
		Menuliskan langkah-langkah penyelesaian masalah matematis dengan kata-kata
		Menyusun cerita yang sesuai dengan suatu representasi yang disajikan
Menjawab soal dengan menggunakan kata-kata atau teks tertulis		

(Sumber: Diadopsi dari Afgani dan Juandi: 2011, 129)

³⁹ Jarnawi Afgani dan Dadang Juandi, "Analisis Representasi Matematik...", hal. 129.

Berdasarkan uraian di atas, serta mengadopsi dari hasil penelitian Astuti tentang representasi matematis pada materi program linear, maka aspek representasi matematis yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut⁴⁰:

Tabel 2.2 Bentuk Kemampuan Representasi Matematis dalam Penelitian

No.	Kemampuan Representasi Matematis	Bentuk Operasional
1	Visual meliputi menyajikan kembali data atau informasi dari suatu representasi ke representasi diagram, grafik, atau tabel	Siswa dapat menyajikan kembali data atau informasi dari suatu representasi ke representasi grafik.
2	Persamaan atau ekspresi matematika meliputi menyatakan masalah dalam bentuk persamaan atau model matematika	Siswa dapat menyatakan masalah dalam bentuk persamaan atau model matematis jika diketahui grafik himpunan penyelesaian
3	Kata-kata atau teks tertulis meliputi menuliskan langkah-langkah penyelesaian masalah matematika dengan kata-kata	Siswa dapat menuliskan langkah-langkah penyelesaian masalah matematika dengan kata-kata

(Sumber: Diadopsi dari Astuti: 2016, 32)

C. Tinjauan Umum Materi Program Linear

Tinjauan umum mengenai materi program linear dalam penelitian ini meliputi: pengertian program linear, grafik himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan linear dan model matematika, penjelasannya adalah sebagai berikut:

1. Pengertian Program Linear

Program linear adalah suatu cara atau metode yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi. Dengan kata lain, program linear merupakan

⁴⁰ Puji Astuti, *Pengaruh Kemampuan Koneksi Dan Representasi Matematis Terhadap Hasil Belajar Matematika Materi Program Linear Siswa Kelas X SMK Negeri Bandung Tulungagung Tahun Ajaran 2015/2016*, (Tulungagung: Skripsi tidak diterbitkan, 2016), hal. 32.

suatu teknik dalam mendapatkan nilai optimum (maksimum atau minimum) suatu objektif dengan kendala-kendala tertentu.⁴¹ Kendala-kendala ini diterjemahkan kedalam bentuk sistem pertidaksamaan linear.

2. Grafik Himpunan Penyelesaian Sistem Pertidaksamaan Linear

Sebuah masalah program linear yang dinyatakan dalam dua variabel dapat diselesaikan dengan grafik yang mempresentasikan kedua variabel tersebut. Penyelesaian masalah dengan grafik sangat membantu terutama dalam melihat dan memahami kendala-kendala dan fenomena yang mungkin terjadi dalam penyelesaian masalah ini. Ada dua macam grafik yang dapat dibuat yaitu grafik pertidaksamaan linear satu variabel, dan grafik pertidaksamaan linear dua variabel.

a) Grafik Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

Sebagaimana diketahui pertidaksamaan merupakan kalimat terbuka yang memuat tanda pertidaksamaan yaitu lebih dari, kurang dari, lebih dari sama dengan, kurang dari sama serta tidak sama dengan ($<$, \leq , $>$, \geq , dan \neq). Untuk memudahkan penyajian pada diagram *cartesius*, variabel dalam pembahasan ini dinyatakan dalam x atau y .

Contoh: Tentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan $x \geq 1$ yang disajikan dalam bentuk gambar pada sistem koordinat *cartesius*! ($x, y \in \mathbb{R}$)

Jawab:

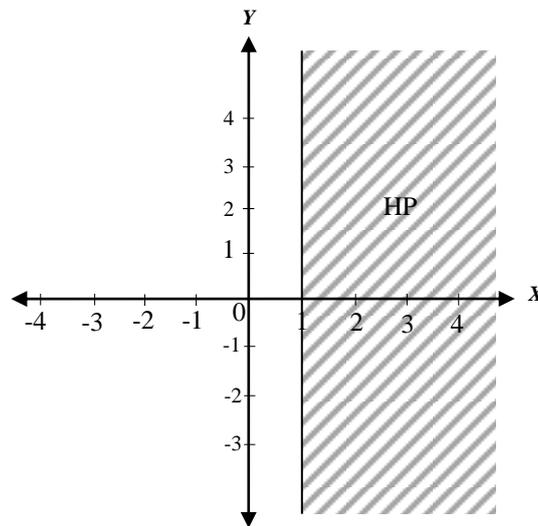
Diketahui pertidaksamaan $x \geq 1$.

⁴¹ Kasmina, dkk, *Matematika Program Keahlian...*, hal. 146.

Langkah 1. Gambar terlebih dahulu garis $x = 1$

Langkah 2. Tentukan daerah himpunan penyelesaian yang memenuhi $x \geq 1$

Hasil penyelesaian soal tampak pada gambar 2.2 di bawah ini.



Gambar 2.2 Grafik Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

b) Grafik Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

Sebagian besar masalah program linear dihadapkan dengan kendala yang berbentuk sistem pertidaksamaan linear dua variabel. Solusi yang tergambar dapat mempresentasikan solusi optimasi yang dicari. Pertidaksamaan linear dua variabel adalah pertidaksamaan yang memuat dua variabel. Misalnya x dan y , dan dapat dinyatakan dalam bentuk:

$ax + by < c$, $ax + by > c$, $ax + by \leq c$, $ax + by \geq c$, $ax + by \neq c$ dengan $a, b, c \in \mathbb{R}$ dan $a, b \neq 0$

Himpunan penyelesaian pertidaksamaan linear dua variabel ini dapat disajikan pada koordinat *cartesius*.

Contoh: Gambarlah himpunan penyelesaian pertidaksamaan $x + 2y - 6 > 0$!

Jawab:

Untuk menentukan himpunan pertidaksamaan linear dua variabel terlebih dahulu pertidaksamaan diubah menjadi bentuk persamaan. Daerah penyelesaian dapat dicari dengan cara menguji salah satu titik yang tidak terletak pada garis

$$x + 2y - 6 > 0.$$

Gambarlah terlebih dahulu garis $x + 2y - 6 > 0$, dengan langkah-langkah sebagai berikut!

- Tentukan titik potong garis $x + 2y - 6 > 0$ dengan sumbu X ($y = 0$) dan sumbu Y ($x = 0$) seperti tabel berikut:

x	0	6
y	10	0
(x,y)	(0,10)	(6,0)

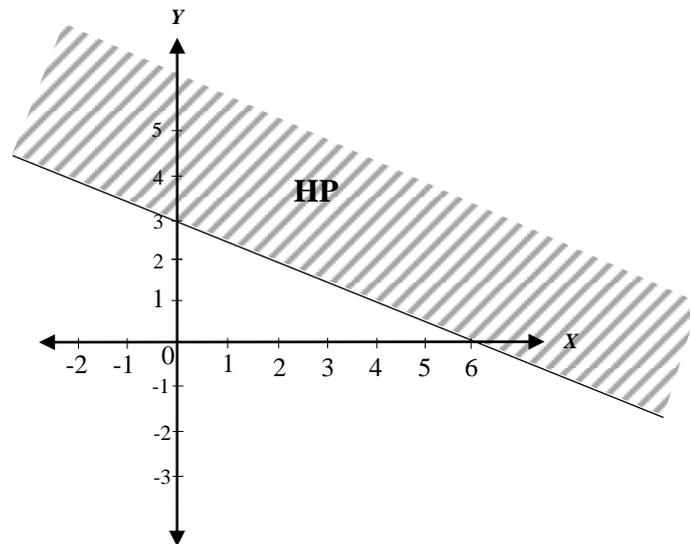
Jadi, titik potong dengan sumbu X adalah $(6, 0)$ dan titik potong sumbu Y adalah $(0, 3)$. Garis yang menghubungkan titik $(6, 0)$ dan $(0, 3)$ merupakan garis $x + 2y - 6 > 0$

- Ambil titik uji yang tidak terletak pada garis, misalnya titik $(0, 0)$. Kemudian perhatikan ketidaksamaan yang diperoleh berikut:

$$0 + 2 \cdot 0 - 6 > 0$$

$$\Leftrightarrow 6 > 0 \text{ (salah)}$$

Ketidaksamaan yang diperoleh merupakan ketidaksamaan yang salah, sehingga daerah yang memuat titik uji $(0, 0)$ bukan merupakan daerah penyelesaian pertidaksamaan $x + 2y - 6 > 0$. Grafik yang terbentuk adalah seperti berikut:



Gambar 2.3 Grafik Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

c) Grafik Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

Sistem pertidaksamaan linear dua variabel terdiri dari satu atau lebih pertidaksamaan linier dua variabel. Untuk menggambarkan himpunan (daerah) penyelesaian sistem pertidaksamaan tersebut, masing-masing pertidaksamaan dibuat penyelesaian dan diletakkan pada satu sistem koordinat *cartesius*. Himpunan penyelesaiannya merupakan irisan dari masing-masing penyelesaian pertidaksamaan tersebut.

Contoh: Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan berikut:

$$x + y \leq 5; 3x + 8y \leq 24; x \geq 0; y \geq 0; x, y \in \mathbb{R}$$

Jawab:

- $x + y \leq 5$

Titik potong garis $x + y = 5$ dengan sumbu koordinat

x	0	5
y	5	0
(x,y)	(0,5)	(5,0)

Ambil titik uji $(0, 0)$ diperoleh $0 + 0 = 0 \leq 5$ (benar). Jadi daerah yang memuat titik $(0, 0)$ merupakan daerah penyelesaian.

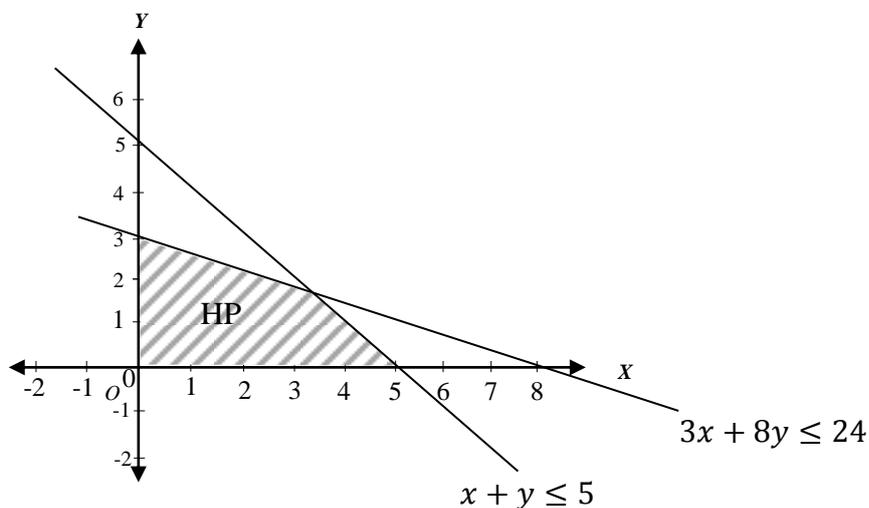
- $3x + 8y \leq 24$

Titik potong garis $3x + 8y = 24$ dengan sumbu koordinat

x	0	8
y	3	0
(x,y)	$(0,3)$	$(8,0)$

Grafik melalui titik $(0,3)$ dan $(8,0)$. Dengan mengambil titik uji $(0,0)$ diperoleh bahwa daerah di bawah garis $3x + 8y \leq 24$ merupakan daerah penyelesaian.

- Untuk $x \geq 0$ dan $y \geq 0$ daerah penyelesaian merupakan daerah di kanan sumbu Y dan diatas sumbu X . grafik kedua persamaan dapat digambarkan dalam satu bidang *cartesius* di bawah ini!



Gambar 2.4 Grafik Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel

3. Model Matematika

Masalah-masalah program linier dalam bidang teknik, perdagangan maupun dalam kegiatan perindustrian akan lebih mudah diselesaikan jika permasalahan

tersebut diterjemahkan terlebih dahulu kedalam pernyataan matematika. Pernyataan matematika ini menggunakan variabel dan notasi matematika. Dengan metode ini akan diperoleh suatu model matematika.

Model matematika merupakan serangkaian pertidaksamaan-pertidaksamaan linear yang diperoleh dari bahasa verbal ke simbol-simbol matematika. pertidaksamaan-pertidaksamaan linear yang berada dalam model matematika disebut kendala atau syarat-syarat yang diperoleh dari batasan-batasan yang ada dalam permasalahan.

Contoh: Seorang petani memerlukan paling sedikit 30 unit zat A dan 24 unit zat B untuk pupuk tanaman di lahannya. Kedua zat kimia dapat diperoleh dari pupuk cair dan pupuk padat. Setiap botol pupuk cair seharga Rp. 20.000,- mengandung 5 unit zat A dan 3 unit zat B. Sedangkan setiap kantong pupuk padat seharga Rp. 16.000,- mengandung 3 unit zat A dan 4 unit zat B. Buatlah pemodelan matematika untuk meminimumkan biaya.

Jawab:

Misalkan: Banyak pupuk cair = x botol

Banyak pupuk padat = y kantong

Pernyataan diatas dapat dibuat dalam table seperti berikut:

Banyak	Jenis pupuk	Zat		Keuntungan
		A	B	
x	Cair	5	3	Rp. 20.000,-
y	Padat	3	4	Rp. 16.000,-
		30	24	

Berdasarkan tabel di atas dapat dibuat model matematikanya sebagai berikut:

$$5x + 3y \geq 30$$

$$3x + 4y \geq 24$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

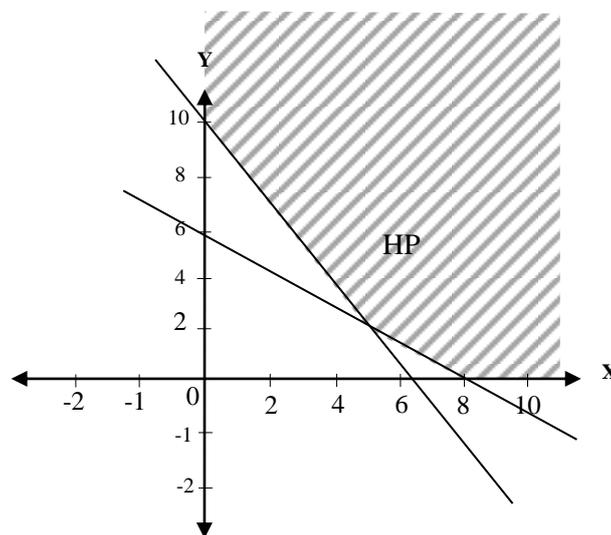
Gambar daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan diatas adalah daerah yang diarsir berikut:

- Untuk $x \geq 0$ dan $y \geq 0$ masing-masing mempunyai penyelesaian di kanan sumbu Y dan diatas sumbu X .
- $5x + 3y \geq 30$, titik potong dengan sumbu koordinat:

x	0	6
y	10	0
(x,y)	(0,10)	(6,0)

- $3x + 4y \geq 24$, titik potong dengan sumbu koordinat:

x	0	8
y	6	0
(x,y)	(0,6)	(8,0)



Gambar 2.5 Grafik Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel pada Model Matematika

Tujuan pemodelan ini adalah meminimumkan biaya, sehingga fungsi objektifnya adalah $f(x, y) = 20.000x + 16.000y$.

D. Penelitian Terdahulu

Studi pendahuluan dilakukan oleh peneliti dalam rangka memperoleh informasi-informasi yang berkaitan dengan masalah yang dipilih sebelum melaksanakan penelitian. Berikut ini beberapa penelitian terdahulu yang berhubungan dengan penelitian yang sekarang, dimana ketiganya sama-sama membahas tentang kemampuan representasi matematis. Adapun persamaan dan perbedaannya adalah sebagai berikut:

Tabel 2.3 Penelitian Terdahulu

Nama Peneliti dan Judul Penelitian	Persamaan	Perbedaan
(1)	(2)	(3)
Alfi Saidah Mailiana, Analisis Kemampuan Representasi Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika Materi Komposisi Fungsi dan Invers Pada kelas XI IPA 3 MAN Rejotangan	<ol style="list-style-type: none"> 1. Penelitian terdahulu dan penelitian sekarang membahas tentang kemampuan representasi matematis 2. Penelitian terdahulu dan penelitian sekarang menggunakan pendekatan penelitian kualitatif 3. Penelitian terdahulu dan penelitian sekarang menggunakan jenis penelitian deskriptif 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Materi yang diujikan pada penelitian terdahulu adalah Komposisi Fungsi dan Invers sedangkan pada penelitian sekarang adalah Program Linear 2. Subjek penelitian terdahulu adalah siswa Kelas XI IPA sedangkan pada penelitian sekarang adalah siswa kelas XI TSM 3. Lokasi penelitian terdahulu yaitu di MAN Rejotangan sedangkan pada penelitian sekarang adalah di SMK Ngunut 4. Waktu penelitian terdahulu tahun 2014 sedangkan pada penelitian sekarang tahun 2017
Muthmainnah, Meningkatkan Kemampuan Representasi Matematis Siswa Melalui Pendekatan Pembelajaran <i>Methaphorical Thinking</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Penelitian terdahulu dan penelitian sekarang membahas tentang kemampuan representasi matematis 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Materi yang diajarkan pada penelitian terdahulu adalah bangun datar segi empat sedangkan pada penelitian sekarang adalah Program Linear

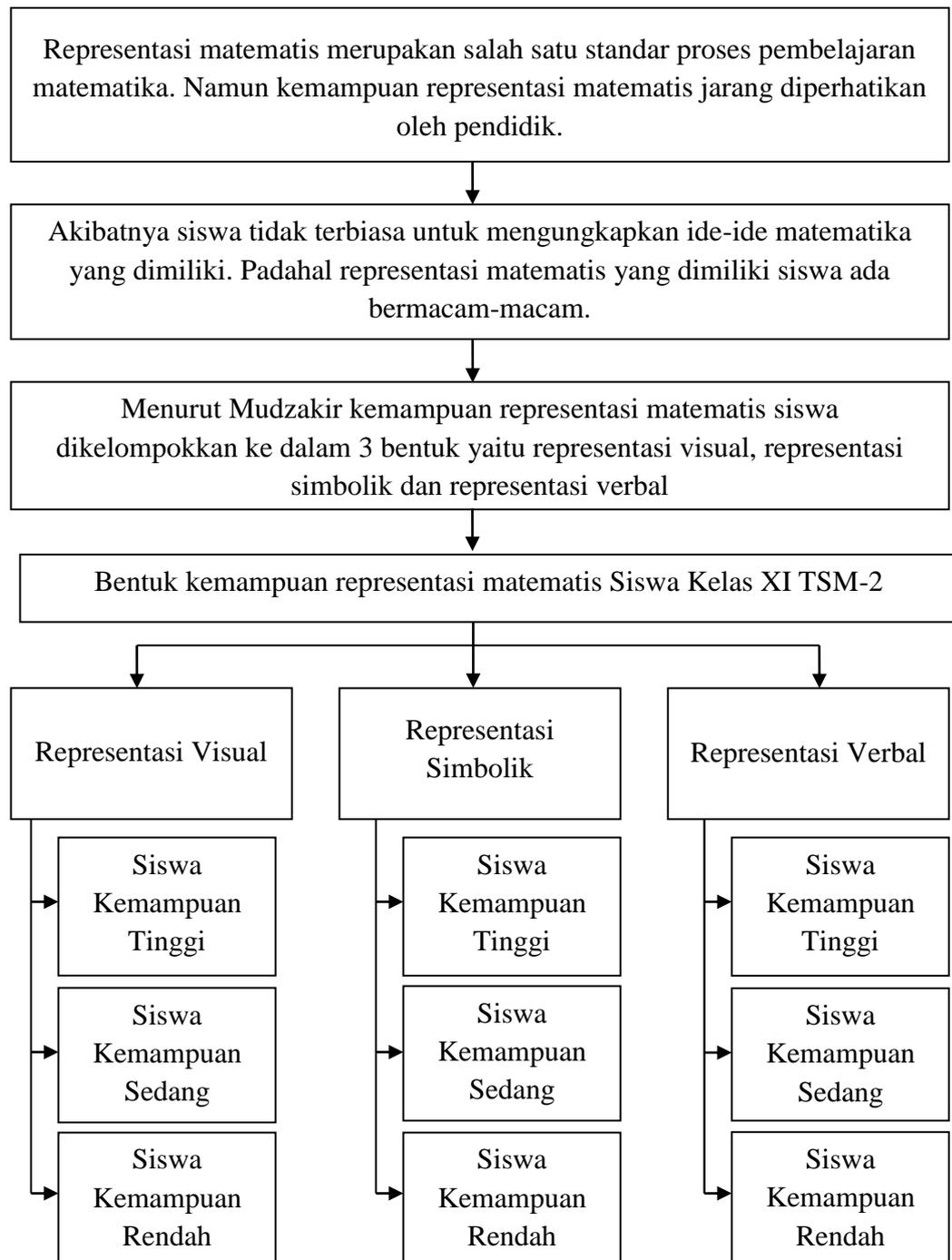
Tabel berlanjut...

Lanjutan tabel 2.3...

(1)	(2)	(3)
	<p>2. Penelitian terdahulu dan penelitian sekarang menggunakan pendekatan penelitian kualitatif</p>	<p>2. Penelitian terdahulu menggunakan pendekatan pembelajaran <i>Methaphorical Thinking</i>, sedangkan pada penelitian sekarang tidak menggunakan pendekatan pembelajaran.</p> <p>3. Subjek pada penelitian terdahulu adalah siswa kelas VII sedangkan pada penelitian sekarang adalah siswa kelas XI TSM</p> <p>4. Lokasi penelitian yaitu di MTsN Tangerang II Pamulang sedangkan pada penelitian sekarang adalah di SMK Ngunut</p> <p>5. Waktu penelitian terdahulu tahun 2014 sedangkan pada penelitian sekarang tahun 2017</p>
<p>Rahayu Utami, Pengaruh Pembelajaran Berbasis <i>Vark</i> terhadap Kemampuan Representasi Matematis Siswa</p>	<p>Penelitian terdahulu dan penelitian sekarang membahas tentang kemampuan representasi matematis</p>	<p>1. Materi yang diajarkan adalah pada penelitian terdahulu adalah bangun datar segi empat dan segitiga sedangkan pada penelitian sekarang adalah Program Linear</p> <p>2. Penelitian terdahulu menggunakan pendekatan penelitian kuantitatif ,penelitian sekarang menggunakan pendekatan penelitian kualitatif</p> <p>3. Subjek penelitian terdahulu adalah siswa kelas VIII , pada penelitian sekarang adalah siswa kelas XI TSM</p> <p>4. Lokasi penelitian terdahulu di SMP Negeri 14 Tangerang Selatan ,pada penelitian sekarang di SMK Ngunut</p> <p>5. Waktu penelitian terdahulu tahun 2016 sedangkan pada penelitian sekarang tahun 2017</p>

E. Paradigma Penelitian

Paradigma penelitian dibuat agar konsep yang dimaksud dalam penelitian lebih jelas dan terarah. Berikut adalah paradigma dalam penelitian ini:



Gambar 2.6 Paradigma Penelitian

