# BAB II
# KAJIAN PUSTAKA

## A. Pembelajaran Matematika

### 1. Hakikat Matematika

Matematika merupakan salah satu bidang studi yang wajib diajarkan pada anak. Mulai dari pendidikan dini, anak pasti sudah diajarkan untuk mengenal angka yang merupakan simbol dari matematika. Bila mendengar istilah matematika pasti yang ada dibenak kita adalah rumus-rumus, bilangan, angka-angka dan berbagai operasi seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian dan lain sebagainya. Sejauh kita mengenal bidang studi matematika namun belum ada kesepakatan definisi oleh para ahli matematika mengenai pengertian matematika.

Kata matematika berasal dari bahasa Latin "*mathematika"* yang mulanya diambil dari perkataan Yunani "*mathematike"* yang berarti mempelajari.[13] Kata mempelajari mempunyai dasar kata belajar atau proses berpikir. Jika matematika mempunyai arti belajar, maka ini sejalan dengan kata dari Yunani *" mathein"* yang artinya juga belajar. Sehingga matematika dapat diartikan sebagai proses berpikir atau belajar untuk mendapatkan suatu pengetahuan. Artinya seseorang yang mendalami ilmu matematika akan

[13] Heruman ," Hakikat Matematika Dan Pembelajaran Matematika di SD" (on-line) dalam *http://file.upi.edu/Direktori/DUALMODES/MODEL_PEMBELAJARAN_MATEMATIKA/HAKIKAT_MATEMATIKA. Pdf*, diakses 22 Desember 2016

melakukan penalaran mengenai pembelajaran matematika sehingga dapat diterapkan sesuai kebutuhannya.

Menurut Russefendi matematika terorganisasikan dari unsur-unsur yang tidak didefinisikan, definisi-definisi, aksioma-aksioma, dan dalil-dalil.[14] Dimana di dalam matematika dalil-dalil tersebut telah dibuktikan kebenarannya sehingga dapat berlaku secara umum, karena itulah matematika sering disebut ilmu deduktif. Artinya matematika merupakan ilmu di mana pengerjaannya menggunakan metode pemikiran yang dimulai dari hal umum menuju hal khusus. Dari sini kita dapat melihat bahwasanya matematika terbentuk dari pengalaman manusia dalam dunianya berdasarkan percobaan atau pengalaman. Kemudian pengalaman itu diproses di dalam pikiran manusia melalui penalaran sampai terbentuk hasil yang mudah dipahami dan diterapkan secara tepat.

Abdul Halim Fathani berpendapat matematika adalah sebuah ilmu pasti yang memang selama ini menjadi induk dari segala ilmu pengetahuan di dunia ini.[15] Matematika merupakan aspek dari segala bentuk segi ilmu. Di dunia pendidikan segala aspek pasti membutuhkan perhitungan sehingga tidak dapat dipungkiri bahwa kehidupan kita tidak akan jauh dari konsep matematika. Tidak hanya di dunia pendidikan di dalam kehidupan sehari-hari kita pasti berhubungan dengan konsep matematika.

Sering kita dapati dalam ilmu lain adalah menggunakan huruf alfabet yang dibentuk dalam kalimat sebagai penjelasan materi namun sedikit berbeda di dalam matematika. Matematika memiliki bahasa sendiri, yakni bahasa yang terdiri atas

---

[14] *Ibid*

[15] Abdul Halim Fathoni, *Matematika hakikat dan Logika*, (Jogjakarta: AR-RUZZ MEDIA, 2009), hal.5

simbol-simbol dan angka.[16] Simbol-simbol tersebut dapat berupa huruf alfabet, simbol operasi bilangan bulat, simbol operasi himpunan, sudut, dan masih banyak lagi. Uniknya matematika bukan hanya angka saja yang memiliki nilai namun simbol-simbol juga mempunyai nilai atau skor di dalamnya.

Matematika sangat diperlukan baik untuk kehidupan sehari-hari tanpa kecuali dalam menghadapi kemajuan IPTEK. Oleh karena itu, banyak disiplin ilmu lain yang menggunakan matematika sebagai ilmu penunjang yang menjadi pijakan berkembangnya disiplin-disiplin ilmu tersebut. Ilmu Pengetahuan Alam dan Ilmu Pengetahuan Sosial adalah contoh dari disiplin ilmu yang menggunakan ilmu matematika sebagai ilmu penunjang. Fungsi yang dominan dari matematika membuat matematika tidak hanya diterapkan dalam kehidupan seorang ahli matematika, namun matematika juga kerap digunakan oleh para ahli di luar bidang matematika.

**2. Pembelajaran Matematika**

Setiap interaksi yang dialami oleh manusia akan memberikan sebuah pengalaman baik itu negatif maupun positif, dan hal tersebut terkait dengan proses pembelajaran pada setiap individu. Pembelajaran adalah proses interaksi peserta didik dengan pendidik dan sumber belajar pada suatu lingkungan belajar yang meliputi guru dan siswa yang saling bertukar informasi.[17] Berdasarkan pengertian tersebut, maka komponen utama dalam pembelajaran adalah kegiatan belajar dan mengajar.

---

[16]Moch. Masykur, *Mathematical Intelegence*. (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2007), hal. 44

[17] Haryanto, "Pengertian dan Tujuan Pembelajaran", dalam *http://belajarpsikologi.com/pengertian-dan-tujuan-pembelajaran/* , diakses 26 september 2016

Menurut Mc.Geoch belajar adalah kegiatan yang membawa perubahan dalam kinerja dan perubahan itu sebagai akibat dari usaha dari individu itu sendiri.[18] Dari pengertian menurut Mc.Geoch seseorang dikatakan belajar bilamana individu tersebut melakukan usaha yang mampu merubah tingkat pencapaian hasil sebagai akibat dari usaha yang dilakukan individu itu sendiri. Dapat dikatakan keberhasilan seseorang berasal dari usaha yang dilakukannya. Berhasil atau tidaknya seseorang bergantung pada usaha yang dapat dilakukan individu itu sendiri.

Menurut Skinner belajar merupakan proses adaptasi perilaku yang bersifat progresif.[19] Artinya belajar dapat dikatakan sebagai proses seseorang dalam proses beradaptasi dengan apa yang dipelajari yang sifatnya selalu menuju kearah yang lebih. Dari pengertian ini seseorang dikatakan belajar bilamana seseorang tersebut selalu mendapat hasil yang meningkat dari yang sebelumnya.

Pendapat mengenai belajar di atas dapat dikatakan belajar adalah suatu aktivitas atau suatu proses untuk memperoleh pengetahuan, meningkatkan keterampilan, memperbaiki perilaku, sikap dan memperkokoh kepribadian. [20] Belajar dikatakan berhasil bila mana hasilnya mengalami peningkatan dan relatif bersifat permanen, yang berarti perubahan tersebut akan bertahan dalam kurun waktu yang relatif lama. Perubahan tersebut didapatkan dari bimbingan seseorang atau berasal dari pengetahuan atau pengalaman yang dilakukannya. Hal yang mendasari seseorang itu belajar adalah rasa ingin tahu dan kebetuhan seseorang

---

[18]Bimo Walgito, *Pengantar Psikologi Umum*,(Yogyakarta:Andi Offset,2010), hal. 184

[19]*Ibid....*,hal.185

[20]Suryono & Haryanto, *Belajar Dan Pembelajaran*, (Bandung: PT.Remaja Rosdakarya Offset,2014), hal.9

tersebut. Karena kebutuhan dan rasa ingin tahulah yang membuat seseorang ini ingin lebih maju dari sebelumnya. Di dunia ini banyak ilmu yang harus dipelajari oleh seseorang untuk meningkatkan pengetahuannya. Seperti halnya belajar matematika dan ilmu lainnya.

Menurut Piaget, perkembangan intelektual terjadi secara pasti dan spontan.[21] Belajar matematika dipandang sebagai suatu proses yang terbatas. Ini disebabkan adanya struktur kognitif siswa secara normal yang tergantung pada tingkat usianya. Sehingga unsur kognitif ini juga menjadi sorotan penting di dalam belajar matematika. Bahan pelajaran matematika yang dipelajari harus bermakna, yaitu bahan pelajaran harus sesuai dengan kemampuan dan struktur kognitif yang dimiliki siswa. Dapat diambil kesimpulan dengan bahan pelajaran matematika yang sesuai dengan tingkat kognitif siswa akan mampu membuat siswa menjadi paham dan tidak terlalu membebani siswa dalam berfikir.

Pendapat Piaget mengenai belajar matematika ini sejalan dengan yang dikemukakan oleh Ausubel. Menurut Ausubel struktur kognitif anak berhubungan dengan struktur ingatan yang secara tetap terbentuk dari apa yang sudah dibentuk sebelumnya.[22]Hal ini berhubungan dengan pembentukan pelajaran matematika yang baru perlu dikaitkan dengan konsep-konsep yang sudah ada sehingga konsep-konsep baru tersebut benar-benar terserap dengan baik. Dapat dikatakan dengan materi yang berurutan dan sesuai jenjang pola pikir siswa maka pembelajaran matematika tidak dianggap sulit dan mudah dipahami.

---

[21]Hamzah B.Uno, *Model pembelajaran menciptakan proses belajar mengajar yang kreatif dan efektif,* (jakarta :PT.Bumi Aksara,2011),hal. 131

[22]*Ibid ...,*hal.132

Proses pembelajaran tidak akan lengkap bila hanya ada proses belajar dari siswa. Siswa akan lebih paham bila mana mereka diarahkan untuk memahami sesuatu. Peran sebagai pengarah pembelajaran itulah yang diambil oleh seorang pengajar. Bila dilingkup pendidikan peran pengajar diambil oleh profesi guru. Sebagai pengajar, guru harus mampu menguasai keahlian sesuai dengan profesinya di dalam pembelajaran.

Mengajar adalah proses memberikan bimbingan atau bentuan kepada anak didik dalam melakukan proses belajar.[23]Kegiatan mengajar seperti mengorganisasi pengalaman belajar, mengelola kegiatan belajar mengajar, menilai proses, dan hasil belajar, semuanya termasuk dalam cakupan tanggung jawab guru. Pengajaran yang diberikan oleh guru harus mampu mencakup dan memenuhi aspek-aspek dalam kegiatan mengajar tersebut untuk dapat mencapai tujuan mengajar yang telah diharapkan.

Mengajar matematika adalah kegiatan yang dilakukan seorang guru mata pelajaran matematika guna tercapainya pemahaman konsep matematika pada siswanya. Sebagai guru matematika juga harus mengetahui kapan materi itu diajarkan.[24] Artinya, seorang guru harus pintar menyesuaikan suasana pembelajaran dengan waktu pembelajaran matematika. Terkadang waktu juga mempengaruhi otak siswa untuk berfikir. Contohnya bila pelaksanaan pembelajaran matematika pada pagi hari pasti berbeda dengan pelaksanaan pembelajaran matematika pada siang hari ketika siswa mulai jenuh untuk berfikir.

---

[23]Syaiful Bahri Djamarah dan Aswan Zain, *Strategi Belajar-Mengajar*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2010),hal. 39

[24]Moch.Masykur Ag dan Abdul Halim Fathani,*Mathematical Intelligence: cara cerdas melatih otak dan menanggulangi kesulitan belajar*,(Jojakarta: Ar-Ruzz media,2007), hal.54

Dengan keadaan tersebut guru harus pintar-pintar mengolah suasana pembelajaran semenarik mungkin sehingga siswa tertarik untuk memperhatikan.

Berdasarkan pengertian belajar dan mengajar di atas dapat disimpulkan Proses pembelajaran disebut juga proses belajar mengajar. Belajar mengajar adalah suatu kegiatan yang bernilai edukatif. Nilai edukatif mewarnai interaksi yang terjadi antara guru dan anak didik.[25]Artinya setiap kegiatan belajar mengajar tidak akan pernah lepas dari unsur-unsur pendidikan atau unsur edukatif itu sendiri. Karena pada dasarnya setiap aspek kehidupan diperoleh dari pendidikan baik secara formal maupun non-formal. Sudah pasti secara langsung kegiatan belajar mengajar akan kental dengan nilai edukatif untuk membentuk karakter anak didik dan memberikan ilmu pengetahuan yang berguna untuk kehidupan mereka kelak.

Proses pembelajaran semua perencanaan ditentukan oleh guru, disampaikan kepada siswa, dan siswa menerima pelajaran mengubah perilaku sesuai dengan pelajaran yang baru.[26]Guru berperan aktif didalam pembelajaran untuk meningkatkan pemahaman siswa terhadap pembelajaran sebagai mana terlihat dilingkup sekolah. Seorang guru harus mampu menciptakan suasana belajar yang mampu meningkatkan minat peserta didik untuk belajar. Namun hal fungsi guru didalam pembelajaran tidak boleh lepas dari fungsi guru berdasarkan kurikulum 2013 dimana guru berperan sebagai fasilitator. Siswa dituntut untuk meningkatkan kemampuan pemahaman melalui guru dan menggali pengetahuan dari siswa sendiri.

---

[25] Syaiful Bahri Djamarah dan Aswan Zain, *Strategi Belajar-Mengajar*,...,hal. 1

[26] Suryono & Haryanto, *Belajar dan Pembelajaran teori dan konsep dasar*, (Bandung: PT.Remaja Rosdakarya Offset,2014), hal.10

Dikatakan sebagai pembelajaran bilamana mencangkup ciri- ciri sebagai berikut :[27]

a. Pembelajaran memiliki tujuan, yakni membentuk anak didik dalam suatu perkembangan tertentu
b. Ada suatu prosedur yang terencana, didesain untuk mencapai tujuan yang telah ditetapkan. Supaya dapat mencapai tujuan secara optimal, maka dalam melakukan interaksi perlu adanya prosedur, atau langkah-langkah sistematik dan relevan.
c. Kegiatan pembelajaran ditandai dengan satu penggarapan materi yang khusus.
d. Ditandai dengan aktivitas anak didik.

   Sebagai konsekuensi, bahwa anak didik merupakan syarat mutlak bagi berlangsungnya kegiatan pembelajaran.
e. Dalam kegiatan pembelajaran, guru berperan sebagai pembimbing.
f. Dalam kegiatan pembelajaran membutuhkan disiplin.

   Disiplin dalam kegiatan pembelajaran ini diartikan sebagai suatu pola tingkah laku yang diatur sedemikian rupa menurut ketentuan yang sudah ditaati olek pihak guru maupun anak didik dengan sadar.
g. Ada batas waktu.

   Untuk mencapai tujuan pembelajaran tertentu dalam sistem berkelas, batas waktu menjadi salah satu ciri yang tidak bisa ditanggalkan.

---

[27]Syaiful Bahri Djamarah dan Aswan Zain, *Strategi Belajar Mengajar*,... hal. 40-41

h. Evaluasi

Evaluasi merupakan bagian penting yang tidak bisa diabaikan, setelah guru melaksanakan kegiatan pembelajaran.

Berdasarkan ciri-ciri pembelajaran kita dapat mengetahui bagaiamana pembelajaran yang baik. Namun pembelajaran juga tidak lepas dari strategi, pembelajaran tanpa strategi yang tepat maka pembelajaran itu tidak akan tercapai dengan baik kepada sasaran. Strategi pembelajaran harus mengandung metode pembelajaran yang tepat dan teknik pembelajaran yang tepat. Strategi pembelajaran dikatakan tepat bila bisa mencapai tujuan pembelajaran itu sendiri.

Strategi pembelajaran adalah cara-cara yang akan digunakan oleh pengajar untuk memilih kegiatan belajar yang akan digunakan selama proses pembelajaran.[28]Guru dalam memilih strategi pembelajaran harus mempertimbangkan situasi dan kondisi, sumber belajar, kebutuhan dan karakteristik peserta didik yang dihadapi dalam rangka mencapai tujuan pembelajaran. Starategi pembelajaran yang dilakukan oleh seorang guru pastinya memiliki dasar agar dapat sesuai dengan target pembelajaran atau sesuai dengan diadakan pembelajaran yang dilakukan.

Ada 4 strategi dasar dalam pembelajaran yang meliputi:[29]

a. Mengidentifikasi serta menetapkan spesifikasi dan kualifikasi perubahan tingkah laku dan kepribadian anak didik sebagaimana yang diharapkan.

Guru harus melakukan spesifikasi dan kualifikasi perubahan tingkah laku yang diinginkan supaya lebih jelas dan terarah pada anak didik. Oleh

[28] Hamzah B.Uno, *Model pembelajaran menciptakan*.....,hal.03
[29] Syaiful Bahri Djamarah dan Aswan Zain, *Strategi Belajar Mengajar*,... hal. 6

karena itu tujuan pengajaran harus jelas dan konkret, sehingga mudah dipahami anak didik.

b. Memilih pendekatan

Memilih cara pendekatan pembelajaran yang dianggap paling tepat dan efektif untuk mencapai sasaran.

c. Memilih prosedur, metode, dan teknik

Memilih dan menetapkan prosedur, metode, dan teknik pembelajaran yang dianggap paling tepat dan efektif. Metode atau teknik penyajian untuk memotovasi anak didik agar mampu menerapkan pengetahuan dan pengalamannya untuk memecahkan masalah, berbeda dengan cara atau metode supaya anak didik terdorong dan mampu berpikir bebas dan cukup keberanian untuk mengemukakan pendapatnya sendiri.

d. Menerapkan norma-norma atau kriteria keberhasilan sehingga guru mempunyai pegangan yang dapat dijadikan ukuran untuk menilai sampai sejauh mana keberhasilan tugas-tugas yang telah dilakukannya. Sehingga dapat dijadikan pedoman oleh guru dalam melakukan evaluasi hasil kegiatan pembelajaran yang selanjutnya akan dijadikan unpan balik untuk penyempurnaan sistem intruksional yang bersangkutan secara keseluruhan.

Selain strategi yang tepat dalam pembelajaran seorang guru juga dapat menggunakan berbagai teori yang dikeluarkan oleh para ahli sebagai sarana pembantu memahamkan siswanya dalam pembelajaran.

## B. Pemahaman

Sasaran kegiatan pembelajaran salah satunya adalah adanya pemahaman dari siswa. Pemahaman adalah kemampuan untuk menangkap makna dari bahan yang dipelajari.[30]Pemahaman adalah kemampuan seseorang untuk mengerti atau memahami sesuatu setelah sesuatu itu diketahui atau diingat. [31]Siswa dikatakan paham apabila siswa tersebut mampu mengingat apa yang telah dipelajari dan memberikan penjelasan atau memberikan uraian yang lebih terperinci tentang apa yang dipahami menggunakan bahasanya sendiri. Biasanya siswa terlihat paham bila mampu menguasai pelajaran kedalaman kognitif, dan afektif yang dimiliki oleh siswa.

Menurut Poerwodarminto " pemahaman merupakan proses berfikir dan belajar".[32] Dikatakan demikian karena untuk menuju ke arah pemahaman perlu diikuti dengan belajar dan berfikir. Berikut siswa dikatakan paham bila siswa mampu bagaimana mempertahankan, membedakan, menduga, menerangkan, memperluas, menyimpulkan, memberikan contoh, menuliskan kembali, dan memperkirakan materi pembelajaran. Dengan pemahaman, siswa diminta untuk membuktikan bahwa ia memahami hubungan yang sederhana di antara fakta-fakta atau konsep.

---

[30]Ummu Sholihah dan Dziki Ari Mubarok, " Analisis Pemahaman Integral Taktentu Berdasarkan Teori APOS (Action,Process, Object, Scheme) Pada Mahasiswa Tadris Matematika (TMT) IAIN Tulungagung" ,Cendekia,Vol.14,No.1,Januari 2016,hal.129

[31]Anas Sudijono, *Pengantar Evaluasi Pendidikan*, (Jakarta : PT.Raja Grafindo Persada,1996), hlm.50

[32] Abd. Rizal Suleman, et. All., *upaya meningkatkan pemahaman konsep penjumlahan di SDN 3 tapa kabupaten bone bolango, 2013,* hal. 4 ,(on line) *http://kim.ung.ac.id/index.php/KIMFIP/article/.../4174TranslatethispagebyABDRSULEMAN*, diakses: 12 September 2016

Menurut Kurniawan pemahaman matematis dapat dipandang sebagai proses dan tujuan dari suatu pembelajaran matematika.[33] Berdasarkan pernyataan Kurniawan, peningkatan pemahaman siswa terhadap soal cerita memerlukan strategi pembelajaran matematika yang dapat mendororng siswa untuk terwujudnya peningkatan pemahaman siswa. Di dalam mengerjakan soal cerita pastilah memiliki tujuan agar siswa mau dan mampu memahami isi dari soal cerita tersebut. Sehingga pemahaman dari siswa dapat terlihat bila mana siswa mampu menyebutkan apa yang diketahui dan dapat menunjukan langkah apa yang akan dilakukan untuk mengerjakan soal tersebut. Hal ini dapat menjadi masukan untuk mengetahui seberapa jauh siswa memahami materi yang telah disampaikan oleh guru.

Berdasarkan beberapa pengertian pemahaman di atas dapat disimpulkan pemahaman adalah hasil proses kemampuan seseorang untuk menangkap, mengingat, dan mengerti apa yang sedang dipelajarinya. Pemahaman seseorang dapat diketahui bilamana seseorang tersebut mampu menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan apa yang sedang dipelajari. Selain itu, seseorang dikatakan memiliki pemahaman bila seseorang itu mampu menjabarkan dan menceritakan kembali apa yang sedang dipelajari.

Menurut Hudojo seseorang dapat dikatakan memiliki pemahaman terhadap materi yang disampaikan bila mana seseorang tersebut memiliki indikator sebagai berikut:[34]

---

[33]Ferry Ferdianto dan Ghanny, "Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Matematis Siswa Melalui Problem Posing*", Jurnal Euclid*, Vol.1,No.1, hal.48

[34] Ummu Sholihah dan Dziki Ari Mubarok, " *Analisis Pemahaman....*,hal. 130-131

1. Mampu menerangkan secara verbal mengenai apa yang telah dicapainya.
2. Mampu menyajikan situasi matematika kedalam berbagai cara serta mengetahui perbedaan.
3. Mampu mengklasifikasikan objek-objek berdasarkan dipenuhi atau tidaknya persyaratan yang membentuk konsep tersebut.
4. Mampu menerapkan hubungan antara konsep dan prosedur.
5. Mampu memberikan contoh dan contoh kontra dari konsep yang telah dipelajari.
6. Mampu menerapkan konsep secara algoritma.
7. Mampu mengembangkan konsep yang telah dipelajari.

Dubinsky menyatakan pemahaman tentang konsep matematika merupakan hasil konstruksi dan rekonstruksi dari objek-objek matematika yang dilakukan melalui aktivitas aksi, proses, dan objek yang dikoordinasi dalam suatu skema.[35]Seseorang dikatakan paham terhadap sesuatu jika orang tersebut mengerti benar sesuatu itu, dalam arti seseorang itu mampu menjelaskan konsep yang dipelajari kepada orang lain. Pemahaman ini dapat dilalui melalui beberapa tahapan dianataranya aktivitas aksi kemudian proses, dari proses dituangkan dalam bentuk objek, dari gabungan ke tiga tahapan tersebut baru tebentuklah skema.

Skema adalah suatu totalitas pemahaman individu terhadap suatu konsep yang sejenis.[36] Sedangkan Bartlett menyatakan bahwa skema merupakan

---

[35] Ed. Dubinsky, "Using A Theory of Learning in College Mathematics Courses" , hal. 11 dalam *http://edd@mcs.ket.edu.ac.id*, Diakses 02 Februari 2017

[36]Elah Nurlaelah dan Utari Sumarmo, "Implementasi Model Pembelajaran APOS dan Modifikasi- APOS Pada Mata Kuliah Struktur Al Jabar", hal. 04 (on-line) dalam,

penuntun dalam melakukan pengorganisasian informasi (pengetahuan) yang masuk ke dalam sistem memori pada suatu kumpulan pengetahuan.[37] Skema adalah suatu proses atau cara mengorganisasikan dan merespon berbagai pengalaman belajar. [38]Secara sederhana, skema diibaratkan sebagai konsep-konsep yang didapat dan dipahami dari pengetahuan dan informasi yang datang dari luar. Tahapan skema dikatakan telah tercapai jika siswa mampu memahami konsep sebenarnya dari pembelajaran bukan asal-asalan melainkan berdasarkan arti, definisi, konsep yang dibentuk oleh materi tersebut. Siswa dapat mencapai ke dalam tahapan skema hal ini tidak lepas dari peran kognitif dan pengetahuan sebelumnya siswa dalam memahami pembelajaran.

Berdasarkan teori perkembangan kognitif, Piaget memandang bahwa proses berpikir merupakan aktivitas yang berangsur-angsur dari fungsi intelektual, yaitu berpikir dari kongkret menuju abstrak.[39] Dikatakan konkret bila siswa mampu mengklasifikasi, mengelompokkan, mengatasi masalah tetapi ia belum memahami adanya prinsip-prinsip yang terkandung di dalam masalah tersebut. Dikatakan mampu melakukan aktivitas abstrak bila siswa mampu menarik kesimpulan, menafsirkan dan mengembangkan hipotesis atau dugaan sementara. Dapat dikatakan proses ini dicapai agar siswa dapat mendalami hal baru yang didapatkannya. Mulai dari ia memecahkan permasalahan hingga ia mampu mengambil makna dari pemecahan masalah tersebut. Jika seseorang dalam

---

*http://file.upi.edu/Direktori/FPMIPA/JUR_PEND_MATEMATIKA/196411231991032-ELAH_NURLAELAH/MK_Elah_13.pdf*, Diakses: 02 Februari 2017

[37]Davis, G.E., *Tall. What is A Schema*?,(online). Dalam *http://www.crme.soton.ac.uk/publications/gdpops/schemes.htm* , diakses 15 Januari 2017

[38] Suyono& Hriyanto, *Belajar Dan Pembelajara*, (Bandung:PT.Remaja Rosdakarya, 2014), hal.78

[39]Djaali, *Psikologi Pendidikan*. (Jakarta: Bumi Aksara, 2011), hal. 76

kondisi sekarang dapat mengatasi situasi baru, keseimbangan mereka tidak akan terganggu.

Selain itu pemahaman seseorang juga bisa didapat dari pengetahuan sebelumnya atau pengalaman untuk membangun pengetahuan baru, dikarenakan pengalaman seseorang tertancap ke dalam memori individu tersebut jika pengalaman baru disusun berdasarkan pengalaman individu tersebut secara berkesinambungan maka dapat diharapkan individu mampu memahami pengetahuan baru yang didapat. Jadi belajar dalam rangka mendapatkan suatu pemahaman matematika, seseorang akan berusaha melakukan penggabungan pengetahuan dengan hal baru yang didapat.

Berdasarkan kajian teori di atas, maka pemahaman pada penelitian ini diartikan sebagai kemampuan siswa untuk mengkonstruksi dan merekonstruksi kembali aksi, proses, dan objek matematika serta mengorganisasikannya dalam skema (struktur kognitif) yang digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan tentang konsep matematika .

## C. Teori APOS

Kerap kali kita mendengar kalimat teori pembelajaran, namun tidak sedikit yang tidak tahu pengertian dari teori sendiri. Teori dapat diartikan sebagai berikut:[40]

a. Sebuah penjelasan umum tentang berbagai pengamatan yang dibuat seiring dengan berjalannya waktu.
b. Teori menjelaskan dan meramalkan timbulnya perilaku.

[40] Suyono& Hriyanto, *Belajar Dan Pembelajaran* ...,hal.27

c. Suatu teori tidak dapat dibangun di atas keragu-raguan.

d. Suatu teori dapat diubah atau dimodifikasi.

Sedangkan teori APOS adalah suatu teori kontruktivisme tentang bagaimana suatu konsep matematika dipelajari.[41] Teori belajar ini muncul dikalangan Research in Undergraduate Mathematic Education Community (RUMEC). Teori APOS merupakan teori belajar yang lahir dari hipotesis bahwa pengetahuan matematika seseorang adalah kecenderungan untuk memahami situasi masalah matematik dengan mengkonstruksi mental melalui aksi, proses, objek dan mengorganisasikan ketiganya dalam skema untuk membuat pengertian dari situasi tersebut dan menyelesaikan masalah matematik.[42]

Teori APOS yang dikembangkan oleh Dubinsky tersebut merupakan hasil penggarapan secara tekun dan cermat dari abstraksi reflektif yang memfokuskan ide tentang aksi dan operasi menjadi objek tematik pada pemikiran yang diperkenalkan oleh Piaget dalam menjelaskan perkembangan berpikir logis pada anak-anak.[43] Dubinsky memperluas ide ini untuk menjelaskan perkembangan berpikir konsep matematika. Teori APOS mengasumsikan bahwa pengetahuan matematika yang dimiliki oleh seseorang merupakan hasil interaksi dengan orang lain dan hasil konstruksi-konstruksi mental orang tersebut dalam

---

[41] Husnul Khotimah, et.all., "pengembangan lembar kerja siswa berdasarkan teori APOS (Action, Process, object, Scheme) untuk meningkatkan Efektivitas pembelajaran matematika", *Edu-sains*, Vol.IV.No.2, Juli 2015, hal.26

[42] Ed. Dubinsky & McDonal, M.A., APOS: A Contructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research", *jurnal Georgia State University, USA (on-Line)* *http:// www.math.wisc.edu/-wilson/courses/math903/ICMIPAPE.PDF*, diakses : 21Nopember 2016

[43] Husnul Khotimah, et.all., "pengembangan lembar kerja siswa ....,hal.26

memahami ide-ide matematika. Konstruksi-konstruksi mental tersebut adalah Aksi (*Actio*n), Proses (*Process*), Objek (*Object*), dan Skema (*Schema*) yang disingkat dengan APOS. Sering sejumlah konstruksi merupakan rekonstruksi dari sesuatu yang sudah ada, tetapi rekonstruksinya tidak sama persis seperti yang sudah ada sebelumnya. Artinya suatu pengetahuan yang dibangun hampir serupa dengan pengetahuan yang didapat sebelumnya, namun dengan penambahan yang lebih berkembang sesuai dengan situasi.

Teori APOS dapat digunakan untuk membandingkan kemampuan individu dalam mengkonstruksi mental yang telah terbentuk untuk suatu konsep matematika. Misalkan, ada dua individu yang kelihatannya sama-sama memiliki prestasi yang setingkat. Dengan Teori APOS dapat dideteksi lebih lanjut siapa yang konsep matematikanya lebih baik, berarti jika salah satu di antara keduanya mampu menjelaskan lebih lanjut suatu konsep sedangkan yang satunya tidak mampu, maka secara otomatis ia berada pada tingkat pemahaman yang lebih baik dari pada yang satunya. Sehingga, dapat dikatakan bahwa teori APOS ini merupakan tahapan-tahapan individu dalam memahami konsep pelajaran.

APOS adalah bentuk akronim dari *action, process, object,* dan *schema*. Menurut Dubinsky definisi teori APOS adalah sebagai berikut.

> *APOS Theory is our elaboration of the mental constructions of actions, processes, objects, and schemas. In studying how students might learn a particular mathematical concept, an essential ingredient which the researcher must provide is an analysis of the concept in terms of these specific constructs.*[44]

[44]Ed. Dubinsky, *Using a Theory of Learning…,* hal. 11

Teori APOS adalah suatu teori konstruktivis tentang bagaimana kemungkinan berlangsungnya pencapaian/pembelajaran suatu konsep atau prinsip matematika yang dapat digunakan sebagai suatu elaborasi tentang konstruksi mental dari Aksi (*Actions*), Proses (*Processes*), Objek (*Objects),* Skema (*Schema*). Di bawah ini akan diberikan deskripsi yang lebih lengkap untuk masing-masing tahapan konstruksi mental tersebut.

**1. Aksi (*Action*)**

Aksi didefinisikan oleh Ed. Dubinsky sebagai berikut.

> *An action is a transformation of objects perceived by the individual as essentially external and as requiring, either explicitly or from memory, step by step instructions on how to perform the operation*.[45]

Aksi (*action)* adalah transformasi objek-objek yang dirasakan individu sebagai sesuai yang diperlukan, serta instruksi tahap demi tahap bagaimana melakukan operasi.[46]Aksi tersebut dialami oleh individu pada saat menghadapi suatu permasalahan serta berusaha menghubungkannya dengan pengetahuan yang telah dimiliki sebelumnya.[47]Seseorang dikatakan mengalami suatu aksi, apabila orang tersebut memfokuskan proses mentalnya pada upaya untuk memahami suatu konsep yang diberikan.

Transformasi yang terjadi pada tahap aksi merupakan suatu reaksi eksternal yang diberikan secara rinci pada tahap-tahap yang harus dilakukan, jadi

---

[45] Ed. Dubinsky & McDonald, *M.A. APOS: A Constructivist Theory…,* hal.02

[46] Karunia Eka Lestari, " Penerapan Model Pembelajaran M-APOS Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa SMP",*Jurnal Pendidikan UNSIKA,* Vol.3 No.1, Maret 2015, Hal.47

[47] Vera Febriani, "pengaruh penerapan pembelajaran berbasis teori APOS (Aksi, Proses, Objek, Skema) terhadap hasil belajar matematika di SMP negeri 2 kota jambi", (on-line) dalam *www.e-campus.fkip.unja.ac.id/eskripsi/data/pdf/jurnal_mhs/.../RRA1c209070.pdf* , diakses 02 Januari 2017

kinerja pada tahap aksi berupa aktifitas prosedural. Pada tahap ini siswa masih membutuhkan bimbingan untuk melakukan transformasi, baik secara fisik ataupun secara mental . Contohnya, siswa membutuhkan pemahaman awal tentang tentang operasi bentuka lajabar, kemudian ditransformasikan untuk memikirkan tentang konsep persamaan linier satu variabel.

**2. Proses (*Process*)**

Proses didefinisikan oleh Ed. Dubinsky sebagai berikut.

> *When an action is repeated and the individual reflects upon it, he or she can make an internal metal construction called a process which the individual can think of as performing the same kind of action, but no longer with the need of external stimuli*.[48]

Proses (*Process*) adalah suatu fase dimana setelah suatu aksi diulang dan kemudian terjadi refleksi atas aksi tersebut.[49]Ketika tindakan-tindakan transformasi diulang, maka siswa paham bahwasanya proses transformasi yang seluruhnya berada dalam pikiran siswa tersebut dapat dilakukan tanpa membutuhkan rangsangan eksternal.[50] Berbeda dengan aksi, yang mungkin terjadi melalui bantuan manipulasi benda atau sesuatu yang bersifat kongkrit, proses terjadi secara internal di bawah kontrol individu yang melakukannya. Seseorang dikatakan mengalami suatu proses tentang sebuah konsep yang tercangkup dalam masalah yang dihadapi, apabila berpikirnya terbatas pada ide matematik yang dihadapi serta ditandai dengan munculnya kemampuan untuk membicarakan atau melakukan refleksi atas ide matematika tersebut. Contohnya, bila siswa dihadapkan dengan soal materi persamaan linier satu variabel siswa

---

[48]Ed. Dubinsky & McDonald, "*M.A. APOS: A Constructivist Theory…* , hal. 03
[49] Vera Febriani, "*pengaruh penerapan pembelajaran...* , hal. 14
[50] Ed. Dubinsky & McDonald, *M.A. APOS: A Constructivist Theory*…, hal.03

akan mengenal apa saja komponen yang berada dalam soal dan mampu mengimajinasikan apa yang ada pada soal berdasarkan konsep yang diberikan pada persamaan linier satu variabel. seperti siswa mulai mengimajinasikan apa yang diketahui dengan mengubahnya menjadi suatu variabel.

### 3. Objek (*Object*)

Objek didefinisikan oleh Ed. Dubinsky sebagai berikut.

> *An object is constructed from a process when the individual becomes aware of the process as a totality and realizes that transformations can act on it.*[51]

Objek (*Object*) adalah suatu yang dihasilkan dari pengkonstruksian mental yang telah dilakukan pada tahap proses.[52]Proses-proses baru dapat juga dikonstruksi (dibentuk) dengan cara mengkoordinasi proses-proses yang sudah ada. Bila hal tersebut menjadi suatu proses sendiri untuk ditransformasikan oleh suatu aksi, maka dikatakan proses itu telah dienkapsulasikan menjadi suatu objek.[53] Seseorang melakukan refleksi atas operasi yang digunakan dalam proses tertentu dapat berlaku pada proses tersebut, serta mampu melakukan transformasi yang dimaksud, maka dapat dinyatakan bahwa indivisu tersebut telah melakukan konstruksi proses menjadi sebuah objek kognitif. Dalam hal ini dapat dinyatakan bahwa proses-proses yang dilakukan telah terangkum (*encapsulated*) menjadi sebuah objek kognitif. Seseorang dikatakan telah memiliki sebuah konsepsi objek dari suatu konsep matematika manakala dia telah mampu memperlakukan ide atau konsep tersebut sebagai

---

[51] Ed. Dubinsky & McDonald, *M.A. APOS: A Constructivist Theory*…, hal. 03
[52] Karunia Eka Lestari, " *Penerapan Model Pembelajaran*..., hal.47
[53] Dubinsky, Ed. *Using A Theory of…,* hal.03

sebuah objek kognitif yang mencangup kemampuan untuk melakukan aksi atas objek tersebut serta memberikan alasan atau penjelasan tentang sifat-sifatnya. Selain itu, individu tersebut juga telah mampu melakukan penguraian kembali (*de-encapsulate*) suatu objek menjadi proses sebagai asalnya pada saat sifat-sifat dari objek yang dimaksud akan digunakan. Contohnya, siswa mampu untuk mencari menyelesaikan permasalahan dari materi persamaan linier satu variabel dan mampu membedakan mana yang termasuk kedalam persamaan linier satu variabel dan bukan persamaan linier satu variabel berdasarkan pengertiannya. Selain menyelesaikan permasalahan tersebut pada tahap ini siswa mampu membuat model matematika sesuai dengan penyelesaian masalah dan berdasarkan pada konsep persamaan linier satu variabel.

**4. Skema (*Schema*)**

Skema didefinisikan oleh Ed. Dubinsky sebagai berikut.

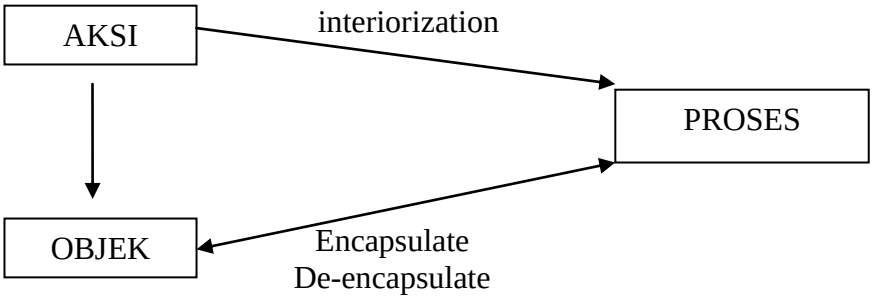
> *A schema for a certain mathematical concept in an individual"s collection of actions, processes, objects, and other schemas which are linked by some general principles to form a framework in the individual"s mind that may be brought to bear upon a problem situation involving that concept.*[54]

Skema (*Schema*) adalah kumpulan aksi, proses, objek yang telah digabungkan sehingga membentuk totalitas pemahaman individu terhadap suatu konsep matematika yang sedang dipelajari.[55] Konstruksi yang mengaitkan aksi, proses, objek yang terpisah untuk objek tertentu sehingga menghasilkan suatu skema tertentu disebut tematisasi.[56]Contohnya, siswa mampu mencari

[54] Ed. Dubinsky & McDonald, *M.A. APOS: A Constructivist Theory*…, hal.03
[55] Elah Nurlaelah dan Utari Sumarmo, *"Implementasi Model Pembelajara*..., hal.04
[56] Ed. Dubinsky, *Using A Theory of*..., hal.

pemecahan dan menggali pengetahuan tentang konsep persamaan linier satu variabel yang telah mereka dapat dari tahap sebelumnya.

Keempat tahap tersebut tersusun secara hierarkis, artinya siswa harus melewati tahap tertentu untuk naik ke tahap selanjutnya. Hal ini disebabkan setiap pembahasan satu komponen saling berkaitan dengan komponen lainnya secara berurutan. Namun pada kenyataannya, ketika seseorang mengembangkan pemahamannya terhadap suatu konsep matematika, tidaklah selamanya dilakukan secara linear. Misalnya, ketika seseorang dihadapkan pada suatu soal persamaan linier satu variabel, maka kemungkinan dia tidak mulai dari tahap aksi tetapi mulai dari tahap objek kemudian baru tahap lainnya. Jadi tidak menutup kemungkinan bahwa, jika siswa sudah berada dalam tahap objek atau bahkan skema, maka siswa tersebut mungkin tidak perlu melewati tahap proses. Ini dikarenakan proses-proses transformasi telah terinteriorisasi sempurna ke dalam pikiran siswa.




**Gambar 2.1 Alur APOS**

Menurut Asiala, et al menyatakan bahwa tujuan yang ingin dicapai dari teori APOS adalah terbentuknya konstruksi mental pelajar. Yang dimaksud konstruksi mental dalam konteks ini adalah terbentuknya aksi (*action*), yang direnungkan (*interiorization*) menadi proses (*process*), selanjutnya dirangkum (*encapsulate*) menjadi objek (*object*), kemudian objek dapat diuraikan kembali (*de-encapsulated*) menjadi

proses. Aksi, proses dan objek dapat diorganisasikan menjadi suatu skema (*schema*), yang selanjutnya disingkat menajadi APOS. [57]

Skema mempunyai peranan yang signifikan dalam Teori APOS untuk mengetahui tingkat pemahaman siswa dalam proses belajar mengajar. Menurut Baker et. al, skema yang baik merupakan koleksi yang koheren dari aksi, proses, objek, dan konstruksi skema sebelumnya yang dikoordinasi dan digabungkan oleh seseorang untuk membentuk susunan yang dipakai dalam suatu masalah.[58]

Seseorang dapat menunjukkan koherensi atau keterpaduan skema dengan mempertajam apa yang termuat dalam skema dan apa yang tidak. Misalnya, siswa memikirkan suatu skema dan merubahnya menjadi suatu objek untuk mewujudkan tindakan-tindakan baru. Melalui transformasi ini, skema bisa berubah menjadi objek. Objek dapat diubah melalui tindakan yang lebih tinggi yang mengarah pada proses, objek, dan skema baru untuk menyusun konsep-konsep baru. Oleh karena itu, perkembangan aksi, proses, dan objek dapat terus dikonstruksi dalam skema yang ada.

Seorang tokoh psikologi perkembangan yaitu Piaget, tertarik untuk mengadakan studi tentang bagaimana individu beradaptasi dengan lingkungannya. Menurutnya, kemampuan individu beradaptasi dengan lingkungannya sangat dipengaruhi oleh struktur mental dan kognitif yang disebut skema. Kemampuan individu beradaptasi itulah yang akan mempermudah

---

[57] Sri Wiji Lestari, "Penerapan Model Pembelajaran M-APOS Dalam Meningkatkan Pemahaman Konsep Dan Motivasi Belajar Kalkulus II", *Jurnal Pendidikan Dan Keguruan,*Vol.I No.1,2014,hal.03

[58] B Baker et. al, *A Calculus Graphing Schema. Journal For Research in Mathematics Education*. 2000. p.31(5), 557 – 558

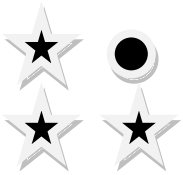
perkembangan kognitif seseorang. Berdasarkan ide Piaget tersebut, Dubinsky mengadaptasi menjadi suatu teori perkembangan skema seseorang yang berpusat pada pikiran secara matematis, berupa kerangka kerangka Teori APOS (Aksi,Proses,Objek,Skema).

## D. Materi Persamaan Linier Satu Variabel

### 1. Pengertian Bentuk Aljabar

Untuk memahami pengertian bentuk aljabar dan suku, perhatikan contoh berikut!

a. Ada dua bola, jika bola disimbolkan dengan a, maka dapat ditulis 2a.

b.  Ada sebuah bola dan tiga bintang, jika bintang disimbolkan dengan $p$, maka dapat ditulis a dan 3p atau $1a + 3p$.

Untuk selanjutnya jika jumlah bendanya hanya satu, maka cukup dituliskan simbolnya saja, seperti contoh b cukup ditulis $a + 3p$. Contoh a dan b disebut bentuk aljabar.

- Bentuk aljabar $2a$ memiliki satu suku yaitu $2a$
- Bentul aljabar $a + 3p$ memiliki dua suku yaitu $a$ dan $3p$.

**2. Pengertian Koefisien, Variabel, Konstanta, Suku Sejenis, Dan Suku Tidak Sejenis.**

**a. Koefisien, Variabel, Dan Konstanta.**

Perhatikan bentuk aljabar berikut ini :$5a - b + 7$.

- Pada suku $5a$ yang merupakan perkalian dari 5 dan $a$, maka bilangan 5 disebut *koefisien* dan huruf $a$ disebut variabel atau peubah.
- Pada $-b$ yang merupakan perkalian $-1$ dan $b$, maka koefisennya adalah $-1$ dan variabelnya adalah $b$.
- Pada suku 7 tidak ada variabel yang menyertainya, maka bilangan 7 yang merupakan suku tunggal *konstanta.*

**b. Suku sejenis dan tidak sejenis.**

Perhatikan bentuk aljabar berikut : $2p + 4q - 3p + q$.

- Bentul aljabar tersebut mempunyai empat suku yaitu $2p, 4q, -3p, q$.
- Dimana $2p$ dan $-3p$ merupakan suku sejenis, begitu juga dengan $4q$ dan $q$ merupakan suku sejenis.
- Sedangkan $2p$ dan $4q$ atau $-3p$ dan $q$ merupakan suku tidak sejenis.

**3. Operasi Bentuk Aljabar**

**a. Penjumlahan dan penurangan bentuk aljabar**

Untuk memahami operasi penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar, perhatikan situasi berikut : $10b + 7p + 2b - 3p$

Penyelesaian

$= 10b + 2b + 7p - 3p$

$= 12b + 4p$

Berdasarkan situasi di atas dapat dimengerti bahwa penjumlahan dan pengurangan dua bentu aljabar hanya dapat dikerjakan pada suku-suku yang sejenis dengan menjumlahan atau mengurangi koefisien pada suku-suku sejenis.

**b. Perkalian dan pembagian bentuk aljabar**

Pada himpunan bilangan bulat berlaku, sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan, yaitu $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ dan sifat distributif perkalian terhadap pengurangan yaitu $a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$. Sifat ini akan dipakai untuk menyelesaikan perkalian suatu konstanta dengan bentuk aljabar suku dua.

Sedangkan pada pembagian bentuk aljabar dapat diperoleh dengan menentukan terlebih dahulu faktor sekutu masing-masing bentuk aljabar tersebut, kemudian melakukan pembagian pada pembilang dan penyebutnya.

Contoh : a) 4 $(3x + 5y)$

b)$3xy : 2y$

Penyelesaian

a) $4(3x + 5y)$
$= (4 \times 3x) + (4 \times 5y)$
$= 12x + 20y$

b) $\frac{3xy}{2y} = \frac{3}{2}x$
Faktor sekutu y

**4. Kalimat Pernyataan dan Terbuka**

**a. Kalimat pernyataan**

Kalimat pernyataan adalah kalimat yang sudah diketahui nilai kebenarannya atau salahnya.

Contoh :

- Warna bendera Indonesia adalah merah dan putih.
- Tabung adalah bangun ruang

**b. Kalimat terbuka**

Kalimat terbuka dalah kalimat yang belum bisa ditentukan benar atau salahnya. Perhatikan kalimat berikut : “10 ditambah suatu bilangan hasilnya adalah 15”. Pada kata “ suatu bilangan “ pada kalimat berikut belum diketahui nilainya. Dalam matematika sesuatu kyang belum diketahui nilainya dinamakan variabel atau peubah. Biasanya disimbolkan dengan huruf kecil misalnya $a, x, y, z$ dan sebagainya.

Sesuai kalimat terbuka di atas dapat ditulis menjadi model matematika sebagai berikut $10 + x = 15$, dengan mengubah “suatu bilangan” menjadi $x$.

**5. Pengertian Persamaan Linier Satu Variabel**

Sebelum pembahasan tentang persamaan linier satu variabel (PLSV), perhatikan kalimat matematika berikut ini !

- $4 + 5 = 9$
- $12 - 5 = 3 + 4$

Masing-masing kalimat di atas merupakan kalimat yang bernilai benar yang menggunakan tanda sama dengan kalimat demikian disebut *persamaan*.

Sedangkan persamaan linier adalah suatu persamaan yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah satu atau berderajat satu. Perhatikan beberapa contoh di bawah.

- $x + 7 = 15$
- $10y = 5$

Berdasarkan contoh dan penjelasan di atas dapat dijelaskan persamaan linier satu variabel adalah kalimat terbuka yang kedua ruasnya memiliki nilai yang sama yang memiliki satu variabel sejenis dan variabelnya berpangkat satu.

**6. Penyelesaian Persamaan Linier Satu Variabel .**

Berikut akan dikemukakan 2 cara menentukan penyelesaian persamaan linier satu variabel:

**a. Cara Subtitusi**

Menyelesaikan PLSV dengan cara subtitusi adalah mengganti nilai variabel dengan nilai tertentu sehingga persamaan menjadi nilai yang benar.

Contoh : tentukan himpunan penyelesaian dari $5x + 2 = 22$

Penyelesaian :

$5x + 2 = 22$

Jika $x = 3$, maka $(5 \times 3) + 2 = 22$, kalimat bernilai salah

Jika $x = 4$, maka $(5 \times 4) + 2 = 22$, kalimat bernilai benar

Jika $x = 5$, maka $(5 \times 5) + 2 = 22$, kalimat bernilai salah

Dengan demikian penyelesaian dari $5x + 2 = 22$ adalah $x = 4$, jadi himpunan penyelesaiannya adalah {4)

**b. Cara Membentuk Persamaan Ekuivalen**

Dua PLSV dikatakan ekuivalen,jika mempunyai penyelesaian yang sama.

Contoh :

- $2x + 2 = 10$ maka $x = 4$
- $2x = 8$ maka $x = 4$

Kedua persamaan memiliki himpunan penyelesaian yang sama yaitu 4 sehingga Penyelesaian PLSV dengan membentuk persamaan yang ekuivalen akan tetap ekuivalen jika :

- Kedua ruas ditambah atau dikurang dengan bilangan yang sama.
- Kedua ruas dikali atau dibagai dengan bilangan yang sama.

Contoh :

$2y + 3 \quad = 13$

$2y + 3 - 3 = 13 - 3$

$2y = 10$

$2y : 2 = 10 : 2$

$y = 5$

Jadi, penyelesaian PLSV $2y + 3 = 13$ adalah $y =$

**c. Cara Menyelesaikan Soal Cerita**

Langkah 1 : pahami maksud soal cerita, kemudian nyatakan dalam model matematika

Langkah 2 : selesaikan model matematika dengan metode yang telah dipelajari.

Contoh : Nina diberikan jeruk 5 oleh ibunya. Kemudian adek Nina meminta jeruk yang dimiliki Nina. Sekarang jeruk nina tinggal 2. Berapakah jeruk yang diminta oleh adik Nina ?

Penyelesaian :

Langkah 1 : $5 - y = 2$

Langkah 2 : $(5 - 5) - y = 2 - 5$ kedua ruas dikurangi 5

$-y = -3$ , jadi $y = 3$

## E. Aplikasi Teori APOS Dalam Materi Persamaan Linier Satu Variabel.

Teori APOS mengasumsikan bahwa pengetahuan matematika yang dimiliki oleh seseorang merupakan hasil interaksi dengan orang lain dan hasil konstruksi-konstruksi mental orang tersebut dalam memahami ide-ide matematika. Konstruksi-konstruksi mental tersebut adalah: aksi (action), proses (process), objek (object), dan skema (schema) yang disingkat dengan APOS. Sebagai gamabaran proses teori APOS dapat dijabarkan seperti dibawah ini bila diberikan soal sebagai berikut.

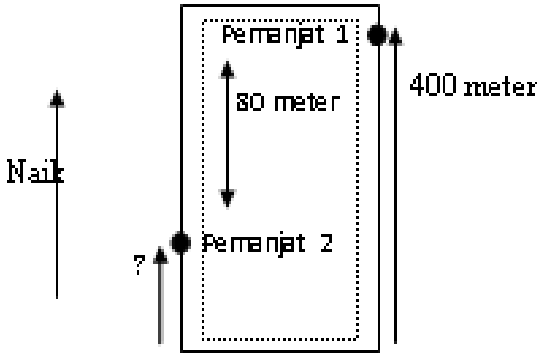
Dua orang pemanjat tebing sedang memanjat tebing yang sama. Pemanjat pertama telah dapat naik sejauh 80 meter lebih jauh dari pada pemanjat kedua. Jika pemanjat pertama telah naik sejauh 400 meter dari permukaan tanah, berapa meterkah panjang tebing yang telah dipanjat oleh pemanjat kedua?

### 1. Aksi

Transformsi objek-objek yang dirasakan individu sebagai sesuatu yang diperlukan, serta instruksi tahap demi tahap bagaimana melakukan operasi.[59] Siswa dikatakan dapat mencapai tahap aksi jika siswa melakukan operasi dari memori atau dari apa yang telah dijelaskan padanya. Pada tahap ini, siswa biasanya akan memahami ide-ide yang paling dasar dibalik konsep persamaan linier satu variabel. Siswa harus melakukan perhitungan *step by step*, serta siswa hanya dapat menjelaskan pengertian persamaan linier satu variabel sebagai suatu persamaan yang memiliki satu variabel.

[59]Karunia Eka Lestari, " Penerapan Model Pembelajaran.... Hal.47

Pemecahan pada tahap aksi sesuai soal cerita di atas. Siswa akan memulai memahami isi soal dan mulai menggambarkan maksud dari soal. pemanjat pertama dapat naik sejauh 80 meter lebih jauh dari pada pemanjat kedua. Pemanjat pertama naik sejauh 400 meter.




**Gambar 2.1 Penyelesaian Tahap Aksi**

**2. Proses**

Tahap proses adalah suatu kontruksi mental yang terjadi secara internal yang diperoleh ketika seseorang sudah bisa melakukan tingkat aksi secara berulang kali.[60] Dalam kontruksi mental tingkat proses individu tersebut tidak terlalu banyak memerlukan stimuli dari luar karena dia merasa bahwa suatu konsep tertentu sudah berada dalam ingatannya. Pada tingkat ini dia dapat menelusuri kebalikan dan mengkomposisikan dengan proses lainnya. Dengan kata lain, apabila aksi dilakukan secara berulang dan dilakukan refleksi atas aksi itu, maka aksi-aksi tersebut telah diinteriorisasikan menjadi suatu proses. Siswa dapat melihat, menjelaskan, dan mengimajinasikan pertanyaan dengan memuat konsep satu variabel sebagai pemisalan dan peubah di dalam menjawab pertanyaan.

[60] *Ibid...* , hal.47

Lanjutan dari tahap aksi adalah tahap proses. Pada tahap ini aktivitas yang dilakukan siswa hanya dilakukan dalam pikiran tanpa benar-benar mengerjakan semua tahapan-tahapan pekerja. Siswa mulai mengimajinasikan bahwa penjelajah kedua adalah sebagai *"$p$"*. Disini siswa mulai menyadari dalam mengerjakan siswa membutuhkan variabel sebagai pengubah dan mencari nilai dari variabel tersebut.

**3. Objek**

Objek dikonstruksi dari proses ketika individu telah mengetahui bahwa proses sebagai suatu totalitas dan menyadari bahwa transformasi dapat dilakukan pada proses tersebut.[61] Siswa dikatakan dapat mencapai tahap objek jika siswa dapat menggabungkan antara pengertian persamaan linier dan satu variabel sebagai satu konsep matematika. Dimaksudkan dengan menggabungkan persamaan linier satu variabel agar siswa mudah dalam membentuk model matematika yang sesuai dengan soal.

Lanjutan dari tahap proses adalah tahap objek. Pada tahap ini siswa memasukkan variabel dan mengubah dalam bentuk model matematika. Dengan cara jarak kedua pemanjat tebing tersebut yaitu 80 meter ditambah dengan "$p$" (pemanjat kedua) sama dengan jarak naik pemanjat pertama yaitu 400 meter. Memiliki model matematika $80 + p = 400$.

[61] *Ibid...* , hal.47

**4. Skema**

Skema untuk suatu konsep matematika tertentu adalah kumpulan aksi, proses, dan objek.[62]Jadi skema adalah suatu totalitas pemahaman individu terhadap suatu konsep yang sejenis. Pada tingkat skema individu sudah dapat membedakan mana yang termasuk ke dalam suatu fenomena dan mana yang tidak. Siswa dapat dikatakan sudah mencapai suatu skema jika siswa dapat merancang dan menyelesaikan model matematika yang telah terbentuk dengan menggunakan aksi, proses, objek dari suatu permasalahan yang berkaitan dengan persamaan linier satu variabel serta siswa mampu merefleksi tentang cara-cara yang telah digunakan.

Puncak pemahaman berdasarkan teori APOS adalah pada tahap skema. Pada tahap ini siswa mampu membentuk model matematika serta menjawab model matematika tersebut. Untuk mencari sejauh mana pemanjat kedua dapat memanjat tebing tersebut.

$$80 + p = 400$$

$$(80 - 80) + p = 433 - 80 \qquad \text{semua ruas dikurangi 80}$$

$$p = 356\, meter$$

Berdasarkan tahap skema sebagai tahap akhir dan puncak dari teori APOS dari sini siswa akan terlihat pemahaman siswa terhadap materi persamaan linier satu variabel. Dari sini siswa dapat menjawab berbagai komponen yang terdapat di dalam persamaan linier satu variabel.

[62] *Ibid...*

Keempat komponen dari teori APOS, yaitu aksi, proses, objek, dan skema telah dibahas pengertiannya secara berurutan. Hal ini disebabkan setiap pembahasan satu komponen saling berkaitan dengan komponen lainnya secara berurutan. Namun pada kenyataannya, ketika seseorang mengembangkan pemahamannya terdahap suatu konsep matematika, konstruksi tersebut tidaklah selamanya dilakukan secara berurutan. Ada kalanya siswa dapat menemukan jawaban dengan melakukan tahap aksi saja, namun bila siswa berhenti pada tahap tersebut siswa mengerjakan soal tidak berdasarkan pemahaman terhadap konsep dari persamaan linier satu variabel. Ada kalanya juga siswa mengerjakan dimulai bisa dari tahap objek. Sehingga siswa tersebut langsung merujuk pada tahap objek dan skema saja tanpa melalui tahap sebelumnya.

## F. Penelitian terdahulu

Pada penelitian ini, peneliti juga mempunyai tujuan untuk melengkapi atau sebagai pembanding penelitian terdahulu berikut ini.

**Tabel. 2.1 Penelitian Terdahulu**

| No | Nama | Tahun | Judul | Persamaan | Perbedaan |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Vera Febriani | 2014 | Pengaruh Penerapan Pembelajaran Berbasis Teori APOS (Aksi, Proses, Objek, Skema) Terhadap Hasil Belajar Matematika Di SMP Negeri 2 Jambi | Pada penelitian kali ini sama-sama menggunakan teori APOS. Sama-sama menggunakan mata pelajaran matematika Dengan acuan tes akhir pembelajaran sebagai data penelitan. | Jenis penelitian kuantitatif. Teori APOS digunakan untuk mengetahui hasil belajar matematika. |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | Sri Wiji Lestari | 2014 | Penerapan Model Pembelajaran M-APOS Dalam Meningkatkan Pemahaman Konsep Dan Motivasi Belajar Kalkulus II | Sama-sama mengacu pada teori APOS untuk melihat pemahaman konsep matematika. | Jenis penelitian yang diambil adalah kuantitatif. Pengambilan data berdasarkan hasil tes awal dan hasil tes akhir. Selain pemahaman teori ini digunakan untuk melihat motivasi belajar. pada penelitian kali ini karena teori APOS dimasukkan ke model pembelajaran peneliti menggunakan M-APOS. |
| 3 | Karunia Eka Lestari | 2015 | Penerapan Model Pembelajaran M-Apos Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematka Siswa Smp | Sama-sama memiliki dasar teori APOS. Mata pelajaran matematika. | Peneliti menggunakan jenis penelitian kuantitatif. Peneliti menggunakan M-APOS sebagai model pembelajaran. Teori ini digunakan untuk menelaah kemampuan pemecahan masalah matematika. |

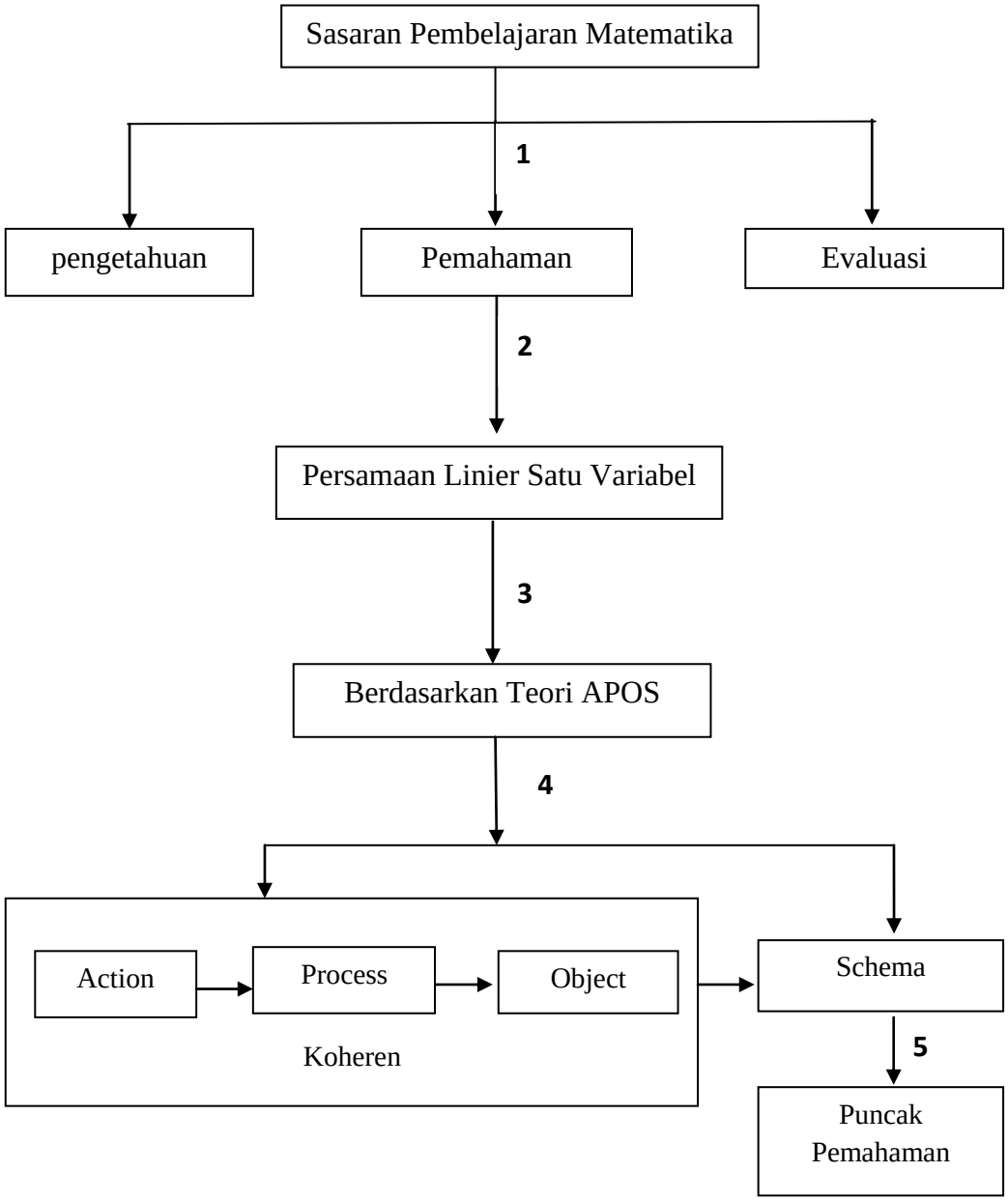
| No | Nama | Tahun | Judul | Persamaan | Perbedaan |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | Husnul Khatimah | 2015 | Pengembangan Lembar Kerja Siswa Berdasarkan Teori APOS Action, Process, Object, Schema) Untuk Meningkatkan Efektivitas Pembelajaran Matematika. | Sama-sama menggunakan acuan teori APOS pada mata pelajaran matematika. | Jenis penelitian adalah pengembangan. Dengan media penelitian LKS untuk meningkatkan efektifitas pembehlajaran matematika. |
| 5 | Ferry Ferdianto | - | Meningkatkan kemampuan pemahaman matematis siswa melalui problem posing. | Sama-sama mengacu pada pemahaman siswa. | Jenis penelitian PTK. Melihat pemahaman siswa melalui problem posing. |

Berdasarkan penelitian terdahulu yang pernah dilakukan oleh peneliti sebelumnya peneliti mengambil penelitian yang berjudul analisis pemahaman siswa berdasarkan teori APOS (*Action, Process, Object* dan *Schema)* pada materi persamaan linier satu variabel di kelas VII MTs Al – Ma'arif Tulungagung semester II tahun ajaran 2016/2017.

## G. Kerangka Berpikir

Dalam penelitian yang berjudul " Analisis Pemahaman Siswa Berdasrkan Teori APOS (*Action, Process, Object* dan *Schema*) Pada Materi Persamaan Linier Satu Variabel Di Kelas VII Mts Al Ma'arif Tulungagung Semester II Tahun Ajaran 2016/2017". Penelitian bermaksud ingin mengetahui langkah-langkah

pemahaman siswa berdasarkan Teori APOS (*Action, Process, Object* dan *Schema* ).




**Gambar 2.2 Bagan Kerangka Berpikir**

Keterangan kerangka berfikir :

1. Peneliti mengambil sasaran pembelajaran matematika adalah pemahaman dari siswa.
2. Penelitian ini untuk melihat pemahaman siswa terhadap materi persamaan linier satu variabel. Sehingga materi yang digunakan oleh peneliti adalah persamaan linier satu variabel.
3. Peneliti menganilisis pemahaman siswa terhadap materi persamaan linier satu variabel berdasarkan pada teori APOS.
4. Di dalam teori APOS terdiri dari beberapa tahap diantaranya ada aksi, proses, objek, dan skema. Peneliti menganilisis pemahaman siswa dengan urutan dimana aksi sebagai tahap awal. Aksi tersebut selanjutnya di-interiorization (direnungkan dan diresapi) ke dalam sebuah Proses yang kemudian di-encapsulate (dikristalkan) untuk membentuk objek. Objek akan di De-encapsulate (diuraikan kembali menjadi proses) apabila diperlukan hingga membentuk penjabaran akhir yaitu skema. Dari tahap aksi, proses, objek ini dilakukan secara berurutan sehingga menghasilkan skema.
5. Tahap skema adalah indikator suksesnya siswa dalam memahami materi persamaan linier satu variabel.