

BAB II

KAJIAN TEORI

A. Hakikat Matematika

Dalam pembahasan tentang hakikat matematika peneliti membahas tentang pengertian, fungsi dan karakteristik matematika sebagai berikut:

1. Pengertian Matematika

Salah satu mata pelajaran yang wajib dipelajari dari tingkat dasar sampai tingkat lanjut bahkan perguruan tinggi dan sangat bermanfaat dalam kehidupan sehari-hari adalah matematika. Seperti halnya Tukiran dalam bukunya menyatakan matematika berasal bahasa latin yaitu *mathema* yang artinya pengetahuan dan *mathenein* yang artinya berpikir atau belajar.¹ Matematika dapat dikatakan pengetahuan yang melibatkan bilangan dan penghitungan. Seperti dalam kamus bahasa Indonesia diartikan matematika adalah ilmu tentang bilangan hubungan antara bilangan dan prosedural operasional yang digunakan dalam penyelesaian masalah mengenai bilangan.²

Selain pengertian dari segi bahasa, banyak yang mendefinisikan arti dari matematika. Pengertian matematika tidak didefinisikan secara mudah dan tepat. Definisi matematika bersifat tentatif yaitu tergantung semua

¹ Tukiran Taniredja et.all, *Penelitian Tindakan Kelas untuk Pengembangan Profesi Praktik, Praktis dan Mudah*, (Bandung : ALFABETA, 2012), hal.93

² Kamus Pusat Bahasa, *Kamus Bahasa ...*, hal.927

orang yang mendefinisikannya. Berikut beberapa definisi tentang matematika:³

- a. Matematika adalah cabang pengetahuan eksak dan terorganisasi.
- b. Matematika adalah ilmu tentang keluasan atau pengukuran dan letak.
- c. Matematika adalah ilmu tentang bilangan-bilangan dan hubungan-hubungannya.
- d. Matematika berkenaan dengan ide-ide, struktur-struktur, dan hubungannya yang diatur menurut urutan yang logis. Matematika adalah ilmu deduktif yang tidak menerima generalisasi pada observasi (induktif) tapi diterima generalisasi yang didasarkan kepada pembuktian secara deduktif.
- e. Matematika adalah ilmu tentang struktur yang terorganisasi mulai dari unsur yang tidak didefinisikan, ke aksioma atau postulat akhirnya ke dalil dan teorema.
- f. Matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan besaran, dan konsep-konsep hubungan lainnya yang jumlahnya banyak dan terbagi kedalam tiga bidang, yaitu : aljabar, analisis dan geometri.

Pengertian-pengertian diatas dapat diambil garis besarnya, yaitu matematika sebagai ilmu yang terstruktur, sistematis dan pasti yang didalamnya melibatkan bilangan-bilangan ataupun pengukuran dan sebagainya yang itu semua didasarkan pada pembuktian.

³ Ali Hamzah dan Muhlisrarini, *Perencanaan dan Strategi ...*, hal. 47-48

Untuk lebih memahami bagaimana hakikat matematika itu, kita dapat memperhatikan pengertian istilah matematika dan beberapa deskripsi yang diuraikan para ahli sebagai berikut:⁴

- a. Romberg mengarahkan hasil penelaahannya tentang matematika kepada beberapa sasaran utama, yaitu yang pertama para sosiolog, psikologi, pelaksana admistrasi sekolah dan penyusun kurikulum memandang bahwa matematika merupakan ilmu yang statis dan disiplin ketat. Yang kedua, selama kurun waktu dua dekade matematika dipandang sebagai suatu usaha atau kajian ulang terhadap matematika itu sendiri. Selain itu matematika juga dipandang sebagai suatu bahasa, struktur logika, batang tubuh dari bilangan dan ruang, rangkaian metode untuk menarik kesimpulan, esensi ilmu terhadap dunia fisik dan aktivitas intelektual.
- b. Ernest melihat matematika sebagai konstruktivisme sosial yang memenuhi tiga premis sebagai berikut:
 - 1) *The basic of mathematical knowledge is linguistic language, conventions and rules, and language is social constructions.*
 - 2) *Interpersonal socialprocesses are required to turn an individual's subjective mathematical knowledge, after publication, into accepted objective mathematical knowledge.*
 - 3) *Objectivity it self will be uderstood to be social.*
- c. Bourne mamahami matematika sebagai konstruktivisme sosial dengan penekanannya pada *knowing how*, yaitu pelajar dipandang sebagai makhluk yang aktif dalam mengkonstruksi ilmu pengetahuannya dengan cara berinteraksi dengan lingkungan.

⁴ Abdul Halim Fathani, *Mateamtika Hakikat & Logika*, (Jogjakarta : Ar-Ruzz Media, 2012), hal.17-22

d. Kitcher lebih memfokuskan perhatiannya kepada komponen dalam kegiatan matematika. Dia mengklaim bahwa matematika mempunyai komponen-komponen yaitu:

- 1) Bahasa yang dijalankan oleh matematikawan
- 2) Pernyataan yang digunakan oleh matematikawan
- 3) Pertanyaan penting yang hingga saat ini belum terpecahkan
- 4) Alasan yang digunakan untuk menjelaskan pernyataan
- 5) Ide matematika itu sendiri.

Bahkan secara luas matematika sebagai *the science of pattern*.

e. Sujono berpendapat bahwa matematika diartikan sebagai cabang ilmu pengetahuan yang eksak dan terorganisasi secara sistematis. Selain itu matematika merupakan ilmu pengetahuan tentang penalaran yang logis dan masalah yang berhubungan dengan bilangan. Bahkan dia mengartikan matematika sebagai ilmu bantu dalam menginterpretasikan berbagai ide dan kesimpulan.

f. Plato berpendapat bahwa matematika adalah identik dengan filsafat untuk ahli pikir, walaupun mereka mengatakan bahwa matematika harus dipelajari untuk keperluan lain. Objek matematika ada di dunia nyata, tetapi terpisah dari akal. Dengan demikian, matematika ditingkatkan menjadi mental aktivitas dan mental abstrak pada objek-objek yang ada secara lahiriah, tetapi yang ada hanya mempunyai representasi yang bermakna.

- g. Aristoteles mempunyai pendapat yang lain. Dia memandang matematika sebagai salah satu dari tiga dasar yang membagi ilmu pengetahuan menjadi ilmu pengetahuan fisik, matematika, dan teologi. Matematika didasarkan atas kenyataan yang dialami, yaitu pengetahuan yang diperoleh dari eksperimen, observasi, dan abstraksi.
- h. Orang Arab menyebut matematika dengan ilmu *alhisab* yang berarti ilmu berhitung. Di Indonesia, matematika disebut dengan ilmu pasti dan ilmu hitung. Pada umumnya, orang awam hanya akrab dengan satu cabang matematika elementer yang disebut aritmatika atau ilmu hitung yang secara informal dapat didefinisikan sebagai ilmu tentang berbagai bilangan yang langsung diperoleh dari bilangan-bilangan bulat 0,1,-1,2,-2.... dst, melalui beberapa operasi dasar: tambah, kurang, kali dan bagi.

Dari sekian banyak definisi menurut para ahli, peneliti menarik kesimpulan bahwa matematika adalah ilmu pasti yang didalamnya membahas bilangan-bilangan, penghitungan dan pengukuran yang dapat diimplementasikan di kehidupan sehari-hari. Pengertian tersebut sesuai dengan materi yang peneliti ambil untuk mengukur kemampuan representasi matematis peserta didik yaitu melibatkan penghitungan dan pengukuran pada materi kubus dan balok.

2. Fungsi Matematika

Adapun beberapa macam fungsi dari matematika menurut Ali Hamzah dan Muhlisrarini dalam bukunya, yaitu:⁵

a. Sebagai suatu struktur

Matematika sebagai suatu struktur atau bentuk jelas. Matematika disusun atau dibentuk dari hasil pemikiran manusia seperti ide, proses, dan penalaran. Berawal dari ide-ide lalu disimbolisasi, kemudian dari simbol-simbol dikomunikasikan. Dari komunikasi diperoleh informasi dan dari informasi-informasi itu dapat dibentuk konsep-konsep baru.

Pengembangan produk berbentuk konsep baru melahirkan matematik, yaitu suatu ilmu yang tersusun secara hierarkis, logis, dan sistematis dari konsep yang sederhana sampai kepada konsep yang kompleks. Dalam prosesnya, ide yang menjadi simbol harus dipahami lebih dahulu sebelum ide tersebut disimbolkan, sehingga penggunaan simbol tidak mengalami kekeliruan. Kekeliruan pengguna simbol dalam matematika sangat berbahaya karena akan mengalami kekeliruan dalam memanipulasi aturan-aturan atau rumus-rumus pada tahap berikutnya.

b. Kumpulan sistem

Matematika sebagai kumpulan sistem mengandung arti bahwa dalam satu formula matematika terdapat beberapa sistem didalamnya. Disamping sebagai sistem, matematika dibagi lima cabang yaitu: aritmatika, geometri, aljabar, analisis dan dasar matematika.

⁵Ali Hamzah dan Muhlisrarini, *Perencanaan dan Strategi ...*hal.49-51

Matematika dapat digambarkan sebagai pohon yang bercabang. Walau berurai menjadi beberapa macam, matematika bersifat konsisten dalam arti bebas dari kontradiksi yang didalamnya disamping mempunyai sistem deduktif.

c. Sebagai sistem deduktif

Dafinisi-definis yang memuat beberapa definisi, sekumpulan asumsi, banyak postulat dan aksioma serta sekumpulan teorema atau dalil. Adapun tidak dapat didefinisikan, akan tetapi sebagai suatu kebenaran, konkretnya titik, garis, elemen atau unsur dalam matematika tidak didefinisikan, akan menjadi konsep yang bersifat deduktif.

d. Ratunya Ilmu dan Pelayan Ilmu

Jika melihat matematika sebagai bahasa simbol dan sebagai alat yakni perangkat yang diperlukan dalam suatu aktivitas maka akan banyak yang menggunakannya terutama bidang sains dan sosial. Matematika dapat melayani ilmu-ilmu lain karena rumus, aksioma dan model pembuktian yang dipunyainya dapat membantu ilmu-ilmu tersebut. Peran sebagai ratunya ilmu tergantung pada bagaimana seseorang menggunakannya. Ketika ada peran yang berkembang maka kita dapat mengatakan bahwa matematika memberikan dampak yang cukup berarti terhadap perkembangan ilmu dan matematika itu sendiri, sehingga kedepan akan senantiasa melakukan penemuan-penemuan baru. Inilah umpan balik dalam bentuk dorongan perkembangan iptek kepada matematika.

Matematika sebagai alat untuk menyelesaikan masalah dengan menerjemahkan masalah-masalah ke dalam simbol-simbol matematika. Adapun menurut Sumardjono dalam buku Abdul Halim yang sejalan dengan pendapat diatas bahwa:⁶

- a. Matematika sebagai struktur yang terorganisasi, yang terdiri dari beberapa komponen, yang meliputi aksioma/postulat, pengertian pangkal/primitif, dan dalil/teorema dan *corolly*/sifat
- b. Matematika sebagai alat, dalam mencari solusi berbagai masalah dalam kehidupan sehari-hari.
- c. Matematika sebagai pola pikir deduktif, artinya suatu teori atau pernyataan dalam matematika dapat diterima kebenarannya apabila telah dibuktikan secara deduktif (umum).
- d. Matematika sebagai cara bernalar (*the way of thinking*), tidak karena beberapa hal, seperti matematika memuat cara pembuktian yang shahih, rumus-rumus atau aturan yang umum, atau sifat penalaran matematika yang sistematis.
- e. Matematika sebagai bahasa artifisial. Bahasa matematika merupakan bahasa simbol yang bersifat artifisial, yang baru memiliki arti bila dikenakan pada suatu konteks.
- f. Matematika sebagai seni yang kreatif. Khususnya pada seni berpikir kreatif karena terdapat penalaran yang logis dan efisien serta perbendaharaan ide-ide dan pola-pola yang kreatif dan menakjubkan.

⁶ Abdul Halim Fathani, *Matematika Hakikat ...*, hal.23-24

Hal ini sejalan dengan pernyataan Dienes bahwa matematika adalah ilmu seni kreatif, oleh karena itu, matematika harus dipelajari dan diajarkan sebagai ilmu seni.⁷

Jadi dari penjelasan diatas bahwasanya sangatlah penting ilmu matematika dipelajari karena ibaratnya matematika sebagai ibunya ilmu yang lainnya. Matematika dapat digunakan sebagai alat penyelesaian masalah atau persoalan dalam kehidupan sehari-hari dan mengasah pikiran-pikiran yang menjadikan kreatif, berfikir kritis dan sistematis.

3. Karakteristik Matematika

Pembelajaran suatu pelajaran akan bermakna bagi peserta didik apabila guru mengetahui tentang objek yang akan diajarkannya sehingga dapat mengajarkan materi tersebut dengan penuh dinamika. Demikian halnya dengan pembelajaran matematika di tingkat SD/MI.

Menurut Soejadi ciri khusus atau karakteristik yang dimiliki matematika secara umum adalah sebagai berikut: ⁸

a. Memiliki objek kajian abstrak

Matematika memiliki objek kajian yang bersifat abstrak. Namun sebaliknya, beberapa matematikawan menganggap bahwa objek matematika bersifat konkret, sehingga dalam hal ini disimpulkan seperti

⁷ *Ibid*; hal. 18

⁸ Soejadi, *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*, (Jakarta: Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi, 1999), hal. 13

pernyataan Abdul Halim dalam bukunya bahwa kita dapat menyebut objek matematika lebih tepatnya sebagai objek mental atau pikiran.⁹

b. Bertumpu pada kesepakatan

Untuk memudahkan dalam mengoperasikan dalam matematika itu sendiri. Hal ini sesuai pernyataan Abdul Halim pada bukunya bahwa kesepakatan dalam hal ini yaitu menentukan simbol-simbol maupun istilah-istilah yang digunakan yang bertujuan agar lebih mudah melakukan atau mengkomunikasikan suatu pembahasan dalam matematika.¹⁰

c. Berpola pikir deduktif

Pola pikir deduktif secara sederhana dapat dikatakan pemikiran yang berpangkal dari hal yang bersifat umum diterapkan atau diarahkan kepada hal yang bersifat khusus.

d. Memiliki simbol yang kosong dan arti

Simbol yang membentuk suatu kalimat pada matematika yaitu model matematika. Hal ini sesuai dengan Abdul Halim pada bukunya yang menyatakan bahwa model matematika dapat berupa persamaan, pertidaksamaan, maupun fungsi. Selain itu ada pula model matematika yang berupa gambar seperti bangun-bangun geometrik, grafik maupun diagram.¹¹

⁹ Abdul Halim Fathani, *Matematika Hakikat ...*, hal.59

¹⁰ *Ibid.*, hal.66

¹¹ *Ibid.*, hal.70

e. Memperhatikan semesta pembicaraan

Lingkup pembicaraan dalam matematika sangatlah menentukan simbol-simbol yang digunakan. Misalnya, bila kita berbicara tentang bilangan-bilangan, maka simbol-simbol tersebut menunjukkan bilangan-bilangan pula. Begitu pula bila kita berbicara tentang transformasi geometris, maka simbol-simbol matematikanya menunjukkan suatu transformasi pula. Benar salahnya atau ada tidaknya penyelesaiannya suatu soal atau masalah ditentukan oleh semesta pembicaraan yang digunakan.¹²

f. Konsisten dalam sistemnya.

Dalam matematika terdapat berbagai macam sistem yang dibentuk dari beberapa aksioma dan memuat beberapa teorema. Ada sistem-sistem yang berkaitan dan ada pula sistem-sistem yang dapat dipandang lepas satu dengan yang lainnya.

B. Uraian Materi Pokok Bahasan Kubus dan Balok

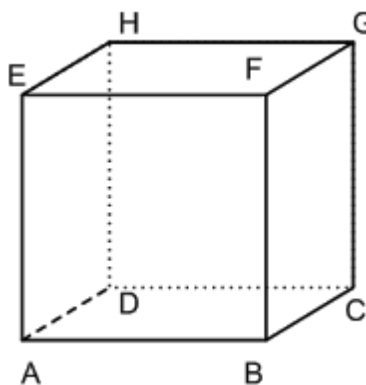
Kemampuan representasi dapat diaplikasikan ke dalam semua materi. Salah satu materi yang akan digunakan oleh peneliti adalah materi kubus dan balok. Adapun penjelasan materi kubus dan balok sebagai berikut:

1. Kubus

Kubus adalah sebuah bangun ruang yang dibatasi oleh enam bidang datar berupa persegi yang kongruen. Kubus yang memiliki unsur-unsur sebagai

¹² *Ibid.*, hal.71

berikut:¹³ Perhatikan gambar yang menunjukkan kubus ABCD.EFGH yang memiliki sifat-sifat sebagai berikut:



Gambar 2.1 Kubus

- a. Semua sisi kubus berbentuk persegi.

Jika diperhatikan, sisi ABCD, EFGH, ABFE dan seterusnya memiliki bentuk persegi dan memiliki luas yang sama.

- b. Semua rusuk kubus berukuran sama panjang.

Rusuk-rusuk kubus AB, BC, CD, dan seterusnya memiliki ukuran yang sama panjang.

- c. Setiap diagonal bidang pada kubus memiliki ukuran yang sama panjang.

Perhatikan ruas garis BG dan CF pada Gambar 2.1. Kedua garis tersebut merupakan diagonal bidang kubus ABCD.EFGH yang memiliki ukuran sama panjang.

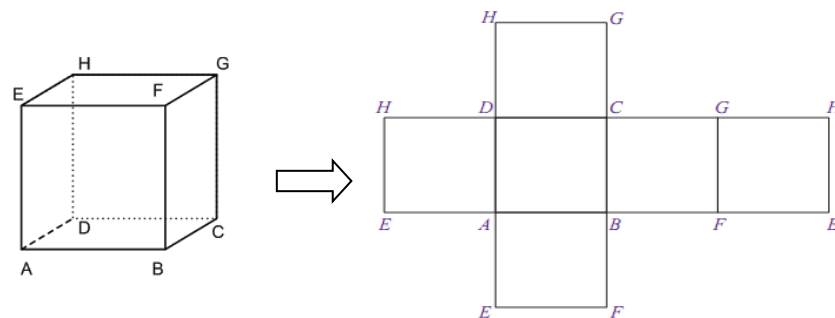
- d. Setiap diagonal ruang pada kubus memiliki ukuran sama panjang.

Dari kubus ABCD.EFGH pada Gambar 2.1, terdapat dua diagonal ruang, yaitu HB dan DF yang keduanya berukuran sama panjang.

¹³ Nurina, *Materi Kubus dan Balok*, dalam <http://nurinakurniasari.blogspot.co.id/2012/03/materi.html>, diakses 23 Desember 2016

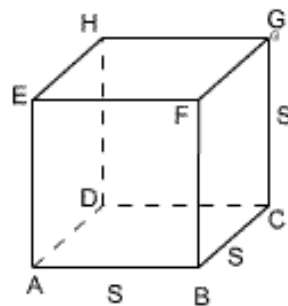
- e. Setiap bidang diagonal pada kubus memiliki bentuk persegi panjang. Perhatikan bidang diagonal ACGE pada Gambar 2.1. Terlihat dengan jelas bahwa bidang diagonal tersebut memiliki bentuk persegi panjang.

Kubus mempunyai banyak bentuk jaring-jaring seperti salah satu bentuk jaring-jaring pada gambar dibawah ini:



Gambar 2.2 Jaring-jaring kubus

Kubus mempunyai luas permukaan dan volume sebagaimana rumus di bawah ini:



$$\begin{aligned}\text{Luas BCGF} &= s \times s \\ &= s^2\end{aligned}$$

Luas Permukaan Kubus

$$\begin{aligned}\text{ABCD.EFGH} &= 6 \times \text{Luas BCGF} \\ &= 6.s\end{aligned}$$

Gambar 2.3 Sisi-sisi kubus

$$\text{Luas Alas ABCD} = \text{sisi} \times \text{sisi}$$

$$= s \times s$$

$$= s^2$$

$$\text{Volum Kubus} = \text{Luas Alas ABCD} \times \text{tinggi}$$

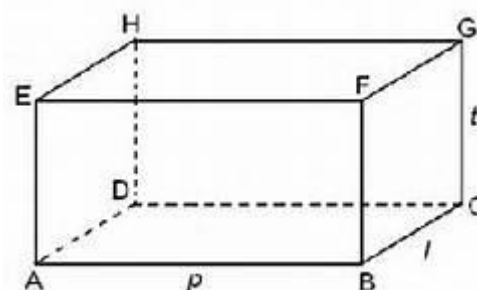
$$= s^2 \times s$$

$$= s^3$$

2. Balok

Balok adalah bangun ruang tiga dimensi yang terbentuk oleh enam buah persegi panjang yang saling tegak lurus. Contoh bangun balok sering kita dapati dalam kehidupan kita sehari-hari lemari, kulkas dan lain-lain.

Perhatikan gambar di bawah ini :¹⁴



Gambar 2.4 Balok

Setelah memperhatikan gambar bangun ruang balok di atas dapat dijelaskan bahwa balok mempunyai ciri-ciri sebagai berikut:

- a. Mempunyai 12 rusuk, yaitu AB, BC, CD, AD, AE, BF, EF, EH, FG, GH, CG dan DH.

¹⁴ Martiar Lutfi, *Materi Matematika Kelas 6 SD Kubus dan Balok* dalam <http://duniamatematika.com/matematika-sd/materi-matematika-sd-kelas-6-volume-kubus-dan-balok/>, diakses 28 Desember 2016

b. Mempunyai 6 bidang sisi, yaitu:

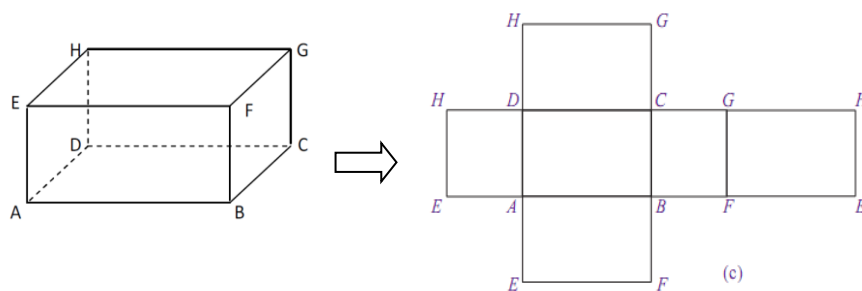
- 1) Sisi Depan dan Sisi Belakang = ABFE dan DCGH
- 2) Sisi Atas dan Sisi Bawah = ABCD dan EFGH
- 3) Sisi Kiri dan Sisi Kanan = BCGF dan ADHG

c. Mempunyai 8 titik sudut, yaitu A, B, C, D, E, F, G dan H

d. Seluruh sudut pada balok berbentuk siku-siku.

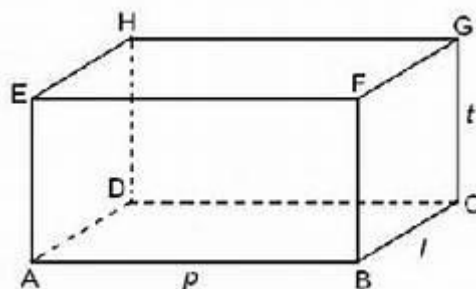
e. Mempunyai 4 diagonal ruang dan 12 diagonal bidang.

Balok mempunyai banyak bentuk jaring-jaring seperti salah satu bentuk jaring-jaring pada gambar dibawah ini:



Gambar 2.5 Jaring-jaring balok

Adapun rumus luas permukaan dan volume pada balok, yaitu:



Gambar 2.6 Menunjukkan panjang lebar dan tinggi balok

$$\text{Luas permukaan balok} = 2 \times [(p \times l) + (t \times l) + (p \times t)]$$

$$\text{Volume balok} = p \times l \times t$$

C. Kemampuan Representasi Matematis

Sebelum membahas pengertian kemampuan representasi peneliti membahas tentang berfikir tingkat tinggi. Berfikir tingkat tinggi pada peserta didik dilihat dari kemampuan matematisnya, yang merupakan bagian dari kemampuan primer dari inteligensi itu sendiri. Hal ini sesuai teori Primary Mental Ability (*thurstone*) dalam teori inteligensi, menyatakan bahwa “bagian dari inteligensi adalah kemampuan primer yang meliputi kemampuan matematis, verbal atau bahasa, abstraksi, berupa visualisasi atau berpikir....”¹⁵

Kemampuan matematis adalah kemampuan untuk menghadapi permasalahan matematika maupun dunia nyata. Berdasarkan tujuan pembelajaran matematika di Indonesia kemampuan matematis meliputi: : Kemampuan pemecahan masalah (*problem solving*), kemampuan berargumentasi (*reasoning*), kemampuan berkomunikasi (*communication*), kemampuan membuat koneksi (*connection*), dan kemampuan representasi (*representation*).¹⁶

Peneliti membahas definisi kemampuan representasi matematis meliputi: pengertian, jenis, peranan dan indikator sebagaimana yang dijelaskan dibawah ini:

1. Pengertian Kemampuan Representasi Matematis

Kemampuan representasi matematis adalah kemampuan menyajikan kembali notasi, simbol, tabel, gambar, grafik, diagram, persamaan atau

¹⁵ Djaali, *Psikologi Pendidikan*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2007), hal.73

¹⁶ Ibnu Fajar, *Kemampuan Representasi...*

ekspresi matematis lainnya ke dalam bentuk lain. Adapun pengertian yang dijelaskan para ahli tentang kemampuan representasi matematis :¹⁷

- a. Vergnaud menyatakan representasi merupakan unsur penting dalam teori belajar-mengajar matematika, tidak hanya karena pemakaian sistem simbol yang penting dalam matematika, tetapi juga karena matematika mempunyai peran sangat penting dalam mengkonseptualisasi dunia nyata. Matematika merupakan gagasan-gagasan abstrak, maka untuk mempermudah dan memperjelas dalam penyelesaian masalah matematika, representasi sangat berperan, yaitu untuk mengubah ide atau gagasan abstrak menjadi konsep yang nyata.
- b. Menurut Jones & Knuth, representasi adalah model atau bentuk pengganti dari suatu situasi masalah atau aspek dari suatu situasi masalah yang digunakan untuk menemukan solusi. Suatu masalah dapat direpresentasikan dengan obyek, gambar, kata-kata, atau simbol matematika.
- c. Goldin berpendapat bahwa representasi merupakan konfigurasi atau bentuk atau susunan yang dapat menggambarkan, mewakili atau melambangkan sesuatu dalam suatu cara.
- d. Cai, Lane & Jacabsin memandang bahwa representasi merupakan cara yang digunakan oleh seseorang untuk mengemukakan jawaban atau gagasan matematika.

¹⁷ Mustangin, *Representasi Konsep dan Peranannya dalam Pembelajaran Matematika di Sekolah*, Jurnal Pendidikan, (Malang: FKIP Universitas Islam Malang, 2015), vol.1, No.1, hal.16

Sependapat dengan ahli diatas Fadillah juga mengungkapkan bahwa representasi adalah ungkapan-ungkapan dari ide matematis yang ditampilkan peserta didik sebagai bentuk pengganti dari suatu situasi masalah yang bertujuan untuk menemukan solusi dari suatu masalah yang sedang dihadapinya sebagai hasil dari interpretasi pikirannya.¹⁸

Berdasarkan pendapat para tokoh diatas menjelaskan bahwa representasi adalah suatau hal yang manggambarkan sesuatu. Seperti halnya menurut Janvier representasi merupakan salah satu konsep psikologi yang digunakan dalam pendidikan matematika yang digunakan untuk menggambarkan fenomena atau cara berfikir peserta didik.¹⁹ Kemudian menurut Hwang *et.al* bahwa “*mathematics representation means the process of modeling concrete things in the real world into abstract concepts or symbols*” yang berarti representasi matematis merupakan proses pemodelan sesuatu dari dunia nyata ke dalam konsep dan simbol yang abstrak.²⁰

Semua pendapat diatas dipertegas oleh NCTM yang mengungkapkan bahwa representasi yang dimunculkan oleh peserta didik merupakan ungkapan-ungkapan dari gagasan-gagasan atau ide-ide matematika yang

¹⁸ Devi Aryanti, et.all, *Kemampuan Representasi Matematis Menurut Tingkat Kemampuan Siswa pada Materi Segi Empat di SMP*, Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Untan, tidak diterbitkan, diakses dalam <http://jurnal.untan.ac.id> pada 26 Nopember 2016

¹⁹ Rima Aksan Cahdriyana,et.all, *Representasi Matematis Siswa Kelas VII di SMPN 9 Yogyakarta dalam Membangun Konsep Sistem Persamaan Linear Dua Variabel*,(Jurnal Elektronik Pembelajaran Matematika, 2014), Vol.2, No.6

²⁰ Wahyu Handining Tyas, et.all, *Representasi Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika pada Materi Aritmatika Sosial dan Perbandingan Ditinjau dari Gaya Kognitif Siswa Kelas VII SMP Negeri 15 Surakarta Tahun Ajaran 2014/2015*, (Jurnal Elektronik Pembelajaran Matematika, 2016),Vol.4, No.8

ditampilkan peserta didik dalam upayanya untuk mencari suatu solusi dari masalah yang sedang dihadapinya.²¹

Definisi para ahli yang sudah dijelaskan diatas, peneliti mengambil kesimpulan bahwa kemampuan representasi matematis adalah kemampuan dalam mengungkapkan kembali gagasan atau ide yang sudah diterima dari sebuah pernyataan, persoalan, masalah maupun solusi dengan menggunakan atau mengganti gagasan atau ide tersebut menjadi berbagai bentuk seperti simbol, gambar atau yang lainnya. Dari representasi itu mampu melatih peserta didik mengkomunikasikan matematika dengan baik dan juga mendalami pemahamannya.

2. Jenis- Jenis Representasi Matematis

Secara umum representasi dapat dibedakan menjadi dua jenis, yaitu representasi internal dan representasi eksternal. Hal ini sesuai dengan Goldin dan Steinghold yang juga membedakan representasi menjadi dua bagian, yaitu representasi eksternal dan representasi internal.²² Pada dasarnya, representasi internal tidak dapat dilihat secara kasat mata, hanya bisa dipertanyakan pada individu-individu yang bersangkutan. Representasi eksternal merupakan representasi fisik dalam bentuk bahasa lisan, bahasa tertulis, simbol, gambar, atau objek fisik. Sejalan dengan pernyataan diatas, Albert mengatakan :

²¹ NCTM, *Principles and Standars for School Mathematics*, (United States of America,2000), hal.67

²² Fatrima Santri Syafri, *Kemampuan Representasi Matematis dan Kemampuan Pembuktian Matematika*, Jurnal Edumath Fakultas Tarbiyah dan Tadris IAIN Bengkulu Vol. 3 No. 1, Januari 2017, hal. 51

*“External representations are the representations we can easily communicate to other people; they are the marks on the paper, the drawings, the geometry sketches, and the equation. Internal representations are the image we create in our minds for mathematical objects and processes”*²³

Pernyataan Albert diatas dapat diartikan bahwa representasi eksternal adalah sebuah bentuk perwakilan yang memudahkan kita untuk berkomunikasi kepada orang lain berupa tanda diatas kertas, gambaran, sketsa geometri, maupun persamaan. Sedangkan representasi internal adalah gambaran yang kita ciptakan dalam pikiran kita tentang objek dan proses matematika.

Selanjutnya Irene T. Miura membagi representasi menjadi dua macam, yaitu (1) representasi instruksional (yang bersifat pelajaran), seperti definisi, contoh, dan model, yang digunakan guru untuk menanamkan pengetahuan kepada peserta didik; (2) representasi kognitif yang dibangun oleh peserta didik itu sendiri sambil mereka mencoba membuat konsep matematika dapat dimengerti atau mencoba untuk menemukan solusi dari suatu masalah.²⁴

Sedangkan Village, Castro dan Guitierrez juga membagi representasi eksternal menjadi tiga tipe : (1) representasi verbal, yaitu masalah yang dinyatakan baik berupa kata dalam tulisan ataupun ucapan; (2) representasi

²³ Rahayu Utami, *Pengaruh Pembelajaran Berbasis Vark Terhadap Kemampuan Representasi Matematis Siswa*, Skripsi UIN Syarif Hidayatullah, (Jakarta : Tidak Diterbitkan, 2016), hal.14

²⁴ Muthmainnah, *Meningkatkan Kemampuan Representasi Matematis Siswa Melalui Pendekatan Pembelajaran Metaphorical Thinking*, Skripsi Uin Syarif Hidayatullah, (Jakarta: tidak diterbitkan, 2014), hal 10

gambar yang meliputi gambar, diagram atau grafik dst; (3) representasi simbolik yang meliputi angka, operasi dan tanda hubung dsb.²⁵

Sedangkan Alex Friedlander dan Michal Tabach membagi representasi menjadi empat macam, yaitu representasi verbal, representasi numerik, representasi grafik dan representasi aljabar.²⁶ Menurutnya keempat representasi tersebut berpotensi menjadikan pembelajaran aljabar menjadi efektif dan bermakna.

Teori lain yaitu Lesh, Post dan Behr membagi representasi yang digunakan dalam pendidikan matematika dalam lima jenis, meliputi representasi objek dunia nyata, representasi konkret, representasi simbol aritmetika, representasi bahasa lisan atau verbal dan representasi gambar atau grafik.²⁷ Jika diperhatikan lebih lanjut, kelima representasi tersebut merupakan perluasan dari teori Brunner, dimana representasi dunia nyata dan representasi konkret termasuk dalam kategori enaktif, representasi gambar dan grafik termasuk dalam kategori ikonik, dan representasi bahasa lisan atau verbal serta representasi simbol termasuk dalam kategori simbolik.

Sedangkan Mudzakkir mengelompokkan representasi matematika dalam tiga bentuk, yaitu representasi visual (gambar, diagram, grafik atau tabel), representasi simbolik (persamaan atau ekspresi matematik), dan

²⁵ Utami, *Pengaruh Pembelajaran...*, hal.15

²⁶ Muthmainnah, *Meningkatkan Kemampuan ...* hal 11

²⁷ Muhamad Sabirin, *Representasi Dalam Pembelajaran Matematika*, JPM IAIN Antasari Vol. 01 No. 2, 2014, hal. 35

representasi verbal (kata-kata atau teks tertulis).²⁸ Menurut peneliti ketiga bentuk representasi ini sudah mewakili dari semua bentuk representasi menurut teori-teori yang sudah dipaparkan diatas. Oleh karena itu peneliti memakai teori Mudzakkir dengan dilengkapi indikator-indikator yang dijabarkan.

3. Indikator Kemampuan Representasi Matematis

Representasi matematis terdiri atas representasi visual, simbolik, dan verbal. Adapun indikator kemampuan representasi matematis menurut Mudzakkir disajikan sebagai berikut: ²⁹

Tabel 2.1. Indikator kemampuan representasi matematis

No.	Aspek	Indikator
1.	Representasi Visual	<ol style="list-style-type: none"> 1. Menyajikan kembali data atau informasi dari suatu representasi ke representasi diagram, grafik, atau tabel. 2. Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah.
	Representasi Gambar	<ol style="list-style-type: none"> 1. Membuat gambar pola-pola geometri. 2. Membuat gambar bangun geometri untuk memperjelas masalah dan memfasilitasi penyelesaian.
2.	Simbolik (Representasi Persamaan atau Ekspresi Matematis)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Membuat persamaan atau model matematis dari representasi lain yang diberikan. 2. Membuat konjektur dari suatu pola bilangan. 3. Penyelesaian masalah dengan melibatkan ekspresi matematis.

²⁸Utami, *Pengaruh Pembelajaran...*, hal.15

²⁹ Karunia Eka lestari & Mokhammad Ridwan Yudhanegara, *Penelitian Pendidikan ...*, hal.84

No.	Aspek	Indikator
3.	Verbal (Representasi Kata atau Teks Tertulis)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Membuat situasi masalah berdasarkan data atau representasi yang diberikan. 2. Menulis interpretasi dari suatu representasi. 3. Menulis langkah-langkah penyelesaian masalah matematis dengan kata-kata. 4. Menjawab soal dengan menggunakan kata-kata atau teks tertulis.

Indikator-indikator yang sudah dijelaskan oleh mudzakkir diatas, peneliti memfokuskan satu bentuk dan indikator dari masing-masing aspek (visual, simbolik dan verbal). Dalam hal ini dikarenakan peneliti menyesuaikan materi yang akan menjadi tes guna mengetahui kemampuan representasi matematis peserta didik.

Peneliti memfokuskan bentuk representasi gambar dalam aspek visual. Karena representasi yang sesuai dengan materi kubus dan balok adalah representasi gambar. Dalam aspek simbolik, peneliti memfokuskan pada bentuk ekspresi matematika seperti penggunaan operasi hitung dasar penjumlahan, pengurangan, pembagian dan perkalian. Sedangkan dalam aspek verbal, peneliti memfokuskan pada bentuk representasi teks tertulis dalam menyelesaikan soal. Jenis teks tertulis yang peneliti gunakan adalah teks tertulis diskriptif. Hal ini sesuai pernyataan Kusuma bahwa tulisan berjenis deskripsi ialah tulisan yang berisi gambaran suatu objek sebagai hasil pengamatan penulisnya dan dijelaskan secara objektif agar pembaca dapat

merasakan citraan terhadap objek sebagaimana penulisnya.³⁰ Dalam pernyataan ini dimaksudkan peserta didik akan menuliskan teks tertulis untuk mendiskripsikan suatu bangun ruang yaitu kubus dan balok mengenai persamaan atau perbedaannya sesuai mereka ketahui.

D. Bentuk Representasi Matematis pada Materi

Bentuk representasi matematis pada materi kubus dan balok ini mampu mengimplementasikan indikator yang terdapat pada indikator representasi. Seperti halnya indikator dalam bentuk gambar yang termasuk aspek representasi visual, peserta didik dapat menggambar bangun ruang yaitu salah satunya adalah bangun ruang kubus dan balok. Jadi bentuk representasi dalam hal ini adalah menggambar untuk menyelesaikan masalahnya. Adapun dalam menyelesaikan soal peserta didik diketahui dengan bagaimana peserta didik menggunakan ekspresi matematika. Peserta didik juga dilihat dari segi bagaimana ketika menjawab soal dengan teks tertulis.

Tabel 2.2. Bentuk Representasi dalam Penyelesaian soal Matematika

Aspek	Indikator	Nomor Soal
Representasi Visual	Peserta didik mampu menggambar bangun ruang kubus dan balok untuk memperjelas dan memfasilitasi penyelesaian.	1 dan 2
Representasi Simbolik	Peserta didik mampu penyelesaian masalah dengan melibatkan ekspresi matematis	3 dan 4
Representasi Verbal	Peserta didik mampu menjawab soal dengan menggunakan teks tertulis.	1

³⁰ Jan Philos Kusuma, *Mengidentifikasi Jenis-Jenis Teks Tertulis*, 2012, dalam <http://bahasaindonesiayh.blogspot.co.id/2012/05/mengidentifikasi-jenis-teks-tertulis.html>, diakses 04 februari 2017

E. Kemampuan Representasi Matematis dalam Menyelesaikan Soal

Mendalami suatu pemahaman perlu adanya suatu latihan soal dan dilihat dalam tahap penyelesaiannya. Untuk penyelesaian soal diperlukan representasi agar terlihat bagaimana proses berpikirnya dalam mengimplementasikan pemahamannya. Dan itu juga termasuk kategori belajar dalam mendapatkan pengetahuan seperti halnya pernyataan dalam buku Ali Hamzah dan Muhlisarini bahwa belajar merupakan suatu proses mendapatkan pengetahuan melalui membaca dan latihan penyelesaian soal.³¹

Menguasai matematika tidak hanya dilihat pada unitnya saja seperti aritmatika, akan tetapi ada yang lebih luas yaitu menguasai dan terampil menyelesaikan soal dengan tahapan-tahapan tertentu. Paling sederhana peserta didik dapat menguraikan langkah-langkah menyelesaikan masalah sekurang-kurangnya tiga langkah penyelesaian soal.

Penguasaan langkah-langkah penyelesaian soal inilah akhirnya menjadi target berhasil atau tidaknya seorang guru mengajar matematika. Kalau substansial matematika berisi fakta, konsep, prinsip, *skill* dan keterampilan serta *problem solving* maka *procedural* menyelesaikan soal itulah yang menjadi tujuan belajar matematika.³²

Dari paparan diatas maka dapat ditarik kesimpulan bahwa dalam matematika sangatlah penting dan harus diperhatikan ketika peserta didik merepresentasikan suatu masalah dan solusi dalam menyelesaikan soal. Karena

³¹ Ali Hamzah dan Muhlisarini, *Perencanaan dan Strategi ...*, hal.11

³² *Ibid*; hal.49

dengan merepresentasikan pendidik mengetahui bagaimana proses berfikir peserta didik.

F. Penelitian Terdahulu

Studi pendahuluan dimaksudkan untuk mencari informasi-informasi yang berhubungan dengan masalah yang dipilih sebelum melaksanakan penelitian. Berikut ini beberapa hasil penelitian terdahulu yang berhubungan dengan penelitian sekarang:

1. Peneliti terdahulu yang bernama Alfi Saidah mahasiswa STAIN Tulungagung, melaksanakan penelitian yang berjudul “Analisis Kemampuan Representasi Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika Materi Komposisi Fungsi dan Invers pada Siswa Kelas XI IPA 3 MAN Rejotangan”. Bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan representasi matematis siswa dalam menyelesaikan soal materi fungsi dan invers di MAN Rejotangan. Peneliti spesifik mendeskripsikan kemampuan representasi dilihat dari representasi visual peserta didik, representasi persamaan atau ekspresi matematika peserta didik dan representasi kata-kata atau teks tulis peserta didik dalam menyelesaikan soal. Subyek penelitiannya adalah pada kelas XI IPA 3 MAN Rejotangan pada semester genap tahun ajaran 2013/2014. Pendekatan penelitian yang digunakan adalah pendekatan kualitatif deskriptif dan menggunakan teknik pengumpulan data berupa tes dan wawancara.
2. Peneliti terdahulu yang bernama Puji Syafitri Rahmawati, seorang mahasiswa Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah Jakarta

melaksanakan penelitian yang berjudul “Pengaruh Pendekatan Problem Solving terhadap Kemampuan Representasi Matematis Siswa”. Penelitian tersebut bertujuan untuk menganalisis perbedaan kemampuan representasi matematis peserta didik yang diajarkan dengan pendekatan *problem solving* dan pendekatan konvensional serta menganalisis kemampuan representasi matematis peserta didik yang diajarkan pendekatan *problem solving*. Subyek penelitian yang dilaksanakan kepada kelas VIII SMP Negeri 32 Bekasi pada tahun ajaran 2014/2015. Penelitian tersebut menggunakan pendekatan penelitian kuantitatif eksperimen yang dimana terdapat kelas kontrol dan kelas eksperimen. Peneliti menggunakan tes uraian soal untuk mengetahui kemampuan representasi peserta didik.

4. Penelitian yang terdahulu yang bernama Puji Astuti, seorang mahasiswa IAIN Tulungagung, melaksanakan penelitian yang berjudul “Pengaruh Kemampuan Koneksi dan Representasi Matematis terhadap Hasil Belajar Matematika Materi Program Linier Siswa kelas X SMK Negeri Tulungagung Tahun ajaran 2015/2016. Penelitian tersebut bertujuan untuk mengetahui pengaruh kemampuan koneksi dan representasi matematis terhadap hasil belajar matematika program linier peserta didik. Subyek penelitian yaitu kelas X SMK Megeri Bandung Tulungagung. Peneliti terdahulu ini menggunakan pendekatan penelitian Kuantitaif dan menggunakan tes dalam mengetahui kemampuan peserta didik.

Tabel 2.3. Persamaan atau Perbedaan Penelitian Ini dengan Penelitian Terdahulu:

No.	Nama Peneliti	Judul	Persamaan	Perbedaan
1.	Alfi Saidah Mailiana	Analisis Kemampuan Representasi Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika Materi Komposisi Fungsi dan Invers pada Siswa Kelas XI IPA 3 MAN Rejotangan	<ul style="list-style-type: none"> - Membahas kemampuan representasi matematis dalam menyelesaikan soal - Menggunakan pendekatan kualitatif - Mata pelajaran 	<ul style="list-style-type: none"> - Lokasi dan waktu penelitian - Materi yang digunakan - Subyek penelitian
2.	Puji Syafitri Rahmawati	Pengaruh Pendekatan <i>Problem Solving</i> terhadap Kemampuan Representasi Matematis Siswa	<ul style="list-style-type: none"> - Membahas kemampuan representasi - Mata pelajaran 	<ul style="list-style-type: none"> - Lokasi dan waktu penelitian - Materi yang digunakan - Subyek peneliti - Peneliti menggunakan pendekatan pembelajaran problem solving - Menggunakan pendekatan penelitian Kuantitatif
3.	Puji Astuti	Pengaruh Kemampuan Koneksi dan Representasi Matematis Terhadap Hasil Belajar Matematika Materi Program Linear Siswa Kelas X SMK Negeri Bandung Tulungagung Tahun	<ul style="list-style-type: none"> - Membahas kemampuan representasi - Mata pelajaran 	<ul style="list-style-type: none"> - Peneliti selain membahas kemampuan representasi juga membahas kemampuan koneksi matematis - Lokasi dan waktu penelitian - Materi yang

No.	Nama Peneliti	Judul	Persamaan	Perbedaan
		Ajaran 2015/2016		digunakan - Menggunakan pendekatan penelitian kuantitatif

G. Paradigma Penelitian

Paradigma penelitian adalah konsep yang mengarahkan cara berpikir atau penelitian ini. Hal ini sesuai dengan pendapat Bogdan dan Biklen. Menurut mereka paradigma sebagai kumpulan longgar dari sejumlah asumsi yang dipegang bersama, konsep atau proporsi yang mengarahkan cara berpikir dan penelitian.³³

Menurut Guba dan Lincoln sebuah paradigma harus memiliki tiga unsur yaitu ontologi, epistemologi dan metodologi. Ontologi dimaksudkan gambaran bagaimana hakikat fenomena, sedangkan epistemologi berisis tentang bagaimana kita mengetahui dunia dan hubungan peneliti dan yang diteliti dan untuk metodologi bertanya tentang bagaimana kita mendapatkan pengetahuan tentang itu.³⁴ Dari penjelasan yang sudah dipaparkan peneliti akan memberikan gambaran cara berpikir atau penelitian ini sebagai berikut:

Melihat kemampuan representasi pada saat ini tidak terlalu diperhatikan dengan adanya peserta didik terkadang sulit mengungkapkan gagasan atau ide yang ia terima, namun mampu menyelesaikan masalah hanya dengan mengikuti apa yang sudah diajarkan tanpa dengan pemahaman yang mendalam

³³ Moh. Kasiram, *Metodologi Penelitian Kualitatif dan Kuantitatif*, (Malang: UIN Maliki Press, 2010), hal. 147

³⁴ *Ibid*; hal. 148

dan sistematis. Sehingga peneliti ingin mengetahui seberapa besar kemampuan representasi matematis peserta didik di MIN Tunggangri yang meliputi aspek visual, simbolik dan representasi verbal.

Peneliti melihat kemampuan representasi matematis berdasarkan pengelompokan kemampuan akademiknya (akademik tinggi, akademik sedang dan akademik rendah). Dalam mengetahui seberapa kemampuan representasi matematis peserta didik, peneliti melakukan tes berupa soal. Dari situ peneliti mengerti kemampuan representasi peserta didik dalam menyelesaikan soal tersebut. Berikut bagan sesuai penjelasan diatas:

Bagan 2.1 Paradigma Penelitian

