

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Hakikat Matematika

Istilah *mathematics* (Inggris), *mathematik* (Jerman), *mathematique* (Perancis), *matematico* (Itali), *matematiceski* (Rusia), atau *mathematic/wiskunde* (Belanda) berasal dari perkataan *mathematica*, yang mulanya diambil dari perkataan Yunani. *Mathematike*, yang berarti “*relating to learning*”. Perkataan itu mempunyai akar kata *mathema* yang berarti pengetahuan atau ilmu (*knowledge, science*). Perkataan *mathematike* berhubungan sangat erat dengan sebuah kata lainnya yang serupa, yaitu *mathanein* yang mengandung arti belajar (berpikir).¹⁷

Matematika menurut Ruseffendi adalah bahasa simbol, ilmu deduktif yang tidak menerima pembuktian secara induktif, ilmu tentang pola keteraturan, dan struktur yang terorganisasi, mulai dari unsur yang tidak didefinisikan, ke aksioma atau postulat, dan akhirnya ke dalil. Sedangkan hakikat matematika menurut Soedjadi, yaitu memiliki objek tujuan abstrak, bertumpu pada kesepakatan, dan pola pikir yang deduktif.¹⁸

Rumusan hakikat matematika secara terperinci oleh Albert Einstein:¹⁹

1. Matematika adalah cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematis.

¹⁷ Erman Suherman, et.all, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, hal. 15

¹⁸ Heruman, *Model Pembelajaran Matematika Di Sekolah Dasar*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2008), hal. 1

¹⁹ Zaenal Arifin, *Membangun Kompetensi Pedagogis Guru Matematika*, (Surabaya: Lentera Cendekia, 2009), hal. 9

2. Matematika adalah pengetahuan tentang bilangan dan kalkulasi.
3. Matematika adalah pengetahuan tentang penalaran logis dan berhubungan dengan bilangan.
4. Matematika adalah pengetahuan tentang fakta-fakta kuantitatif, masalah ruang dan bentuk.
5. Matematika adalah pengetahuan tentang struktur-struktur logis yang terorganisasikan.
6. Matematika adalah pengetahuan tentang aturan-aturan yang ketat.

Matematika adalah ilmu pengetahuan yang mempelajari tentang bilangan dan bangun (datar dan ruang) lebih menekankan pada materi matematikanya.²⁰ Perlu diketahui bahwa, ilmu matematika itu berbeda dengan disiplin ilmu yang lain. Matematika memiliki bahasa sendiri, yakni bahasa yang terdiri atas simbol-simbol dan angka. Sehingga, jika kita ingin belajar matematika dengan baik, maka langkah yang harus ditempuh adalah kita harus menguasai bahasa pengantar dalam matematika, harus berusaha memahami makna-makna dibalik lambang dan simbol tersebut.²¹

Matematika sebagai ilmu mengenai struktur dan hubungan-hubungannya, simbol-simbol diperlukan. Simbol-simbol itu penting untuk membantu memanipulasi aturan-aturan dengan operasi yang ditetapkan. Simbolisasi menjamin adanya komunikasi dan mampu memberikan keterangan untuk membentuk suatu konsep baru. Konsep baru terbentuk karena adanya pemahaman terhadap konsep sebelumnya sehingga matematika itu konsep-konsepnya tersusun

²⁰ Syahrir, *Metodologi Pembelajaran Matematika*, (Yogyakarta: Naufan Pustaka, 2010), hal. 84

²¹ Moch. Maskur dan Abdul Halim Fathani, *Mathematical Intelligence*, (Jogjakarta: Ar-ruzz Media, 2007), hal. 44

secara hirarkis. Simbolisasi itu barulah berarti bila suatu simbol itu dilandasi suatu ide. Jadi kita harus memahami ide yang terkandung dalam simbol tersebut. Dengan perkataan lain, ide harus dipahami terlebih dahulu sebelum ide tersebut disimbolkan.²²

Pembahasan tentang hakikat matematika telah lama dilakukan. Pembahasan ini lebih ditujukan kepada kepentingan para peminat matematika agar dapat memahami dengan mudah keseluruhan pandangan para ahli matematika. Tidak sedikit ahli matematika yang berhasil merumuskan hakikat matematika. Berbagai rumusan tersebut memiliki ciri khas sesuai dengan pandangan, ketertarikan dan minat tokoh tersebut pada sisi-sisi tertentu matematika. Sehingga sampai saat ini tidak ada satupun definisi matematika yang disepakati oleh seluruh ahli matematika.²³

Dari keseluruhan definisi tentang matematika, belum ada suatu kesepakatan yang bulat tentang makna dari matematika. Para ahli matematika memiliki definisi menurut penafsiran dan pemahaman mereka terkait pengertian matematika. Namun, pada dasarnya matematika merupakan suatu bentuk ilmu atau pengetahuan yang terstruktur dan sistematis.

B. Belajar dan Pembelajaran

1. Pengertian Belajar

Menurut pengertian secara psikologis, belajar merupakan suatu proses perubahan yaitu perubahan tingkah laku sebagai hasil dari interaksi dengan

²² Herman Hudojo, *Mengajar Belajar Matematika*, (Jakarta: Dep Dik Bud Dirjen dikti, 1988), hal. 3

²³ Zaenal Arifin, *Membangun Kompetensi ...*, hal. 9

lingkungannya dalam memenuhi kebutuhan hidupnya. Belajar dapat didefinisikan sebagai suatu proses usaha yang dilakukan seseorang untuk memperoleh perubahan tingkah laku yang baru secara keseluruhan, sebagai hasil pengalamannya sendiri dalam interaksi dengan lingkungannya.²⁴ Belajar merupakan proses internalisasi pengetahuan yang diperoleh dari luar diri dengan sistem indra yang membawa informasi ke otak.²⁵ Terdapat beberapa pengertian menurut para ahli, yaitu:

- a. Cronbach menyatakan bahwa” *learning is shown by a change in behavior as a result of experience*” belajar adalah perubahan tingkah laku yang ditunjukkan sebagai hasil dari pengalaman.²⁶
- b. W.S. Winkel merumuskan pengertian belajar sebagai suatu aktivitas mental/psikis yang berlangsung dalam interaksi aktif dengan lingkungan yang menghasilkan perubahan-perubahan dalam pengetahuan, pemahaman, ketrampilan dan nilai sikap.²⁷
- c. Gagne menyatakan bahwa : Belajar terjadi apabila suatu situasi stimulus bersama dengan isi ingatan mempengaruhi siswa sedemikian rupa sehingga perbuatannya dari waktu sebelum ia mengalami situasi itu ke waktu sesudah ia mengalami situasi tadi.²⁸

Dari uraian diatas dapat disimpulkan bahwa belajar adalah semua aktivitas mental atau psikis yang dilakukan oleh seseorang sehingga menimbulkan

²⁴ Indah Komsiyah, *Belajar dan Pembelajaran*, (Yogyakarta: Teras, 2012), hal. 2

²⁵ Muhammad Irham dan Novan Ardy Wiyani, *Psikologi Pendidikan. . .* , hal. 118

²⁶ *Ibid.*,

²⁷ Zainal Arifin Ahmad, *Perencanaan Pembelajaran dari Desain sampai Implementasi*, (Yogyakarta: Pedagogia, 2012), hal. 6

²⁸ Ngalim Purwanto, *Psikologi Pendidikan*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2011), hal. 84

perubahan tingkah laku yang baru dan berbeda antara sesudah belajar dan sebelum belajar, sebagai hasil pengalaman sendiri dalam interaksi dengan lingkungannya.

2. Pengertian Pembelajaran

Pembelajaran adalah segala upaya yang dilakukan oleh pendidik agar terjadi proses belajar pada diri peserta didik. Kegiatan pembelajaran tidak akan berarti jika tidak menghasilkan kegiatan belajar pada peserta didik.²⁹ Sugihartono, mendefinisikan pembelajaran sebagai upaya yang dilakukan pendidik secara sengaja dengan tujuan menyampaikan ilmu pengetahuan, dengan cara mengorganisasikan dan menciptakan suatu sistem lingkungan belajar dengan berbagai metode sehingga siswa dapat melakukan kegiatan belajar secara lebih optimal.

Gagne dan Briggs mendefinisikan pembelajaran sebagai suatu rangkaian kejadian yang sengaja dirancang untuk mempengaruhi pesertdidik sehingga proses belajar dapat berlangsung dengan mudah. Pembelajaran bukan hanya terbatas pada peristiwa yang dilakukan oleh guru saja, melainkan mencakup semua peristiwa yang mempunyai pengaruh langsung pada proses belajar mengajar.³⁰

Berdasarkan penjelasan diatas, dapat disimpulkan bahwa pembelajaran adalah suatu proses interaksi antara pendidik dan peserta didik dalam suatu kegiatan belajar untuk mencapai suatu tujuan tertentu yang dapat mempengaruhi peserta didik supaya terjadi suatu perubahan tingkah laku menjadi lebih baik.

²⁹ Indah Komsiyah, *Belajar dan . . .*, hal. 4

³⁰ Mulyono, *Strategi Pembelajaran: Menuju Efektivitas Pembelajaran di Abad Global*, (Malang: UIN-Maliki Press, 2012), hal. 7

C. Pembelajaran Matematika

Dalam pembelajaran matematika di tingkat SD, diharapkan terjadi *reinvention* (penemuan kembali). Penemuan kembali adalah menemukan suatu cara penyelesaian secara informal dalam pembelajaran di kelas. Walaupun penemuan tersebut sederhana dan bukan hal baru bagi orang yang telah mengetahui sebelumnya, tetapi bagi siswa SD penemuan tersebut merupakan sesuatu hal yang baru.³¹

Pada pembelajaran matematika harus terdapat keterkaitan antara pengalaman belajar siswa sebelumnya dengan konsep yang diajarkan. Hal ini sesuai dengan pembelajaran spiral sebagai konsekuensi dalil Bruner. Dalam matematika, setiap konsep berkaitan dengan konsep lain, dan suatu konsep menjadi prasyarat bagi konsep yang lain. Oleh karena itu, siswa harus lebih banyak diberi kesempatan untuk melakukan keterkaitan tersebut.³²

Menurut Elea Tinggi, perkataan matematika berarti ilmu pengetahuan yang diperoleh dengan bernalar. Hal ini dimaksudkan bukan berarti ilmu lain diperoleh tidak melalui penalaran, akan tetapi dalam matematika lebih menekankan aktivitas dalam dunia rasional (penalaran), sedangkan dalam ilmu lain lebih menekankan hasil observasi atau eksperimen di samping penalaran.³³

Dalam hirarki pembelajaran matematika, susunan berpikir maupun berargumentasi merupakan suatu yang unik bagi individu yang mengenalnya dewasa ini, namun individu yang mengenalnya sejak dini akan menganggap hal yang wajar dan biasa saja. Begitupun para guru akan pentingnya pemahaman

³¹ Heruman, *Model Pembelajaran ...*, hal. 4

³² *Ibid.*, hal. 4

³³ Erman Suherman, et.all, *Strategi Pembelajaran...*, hal. 16

teori-teori yang berkait dengan bagaimana para siswa belajar dan bagaimana mengaplikasikan teori tersebut di kelasnya masing-masing.³⁴

Menurut Hudojo, dalam proses belajar matematika juga terjadi proses berpikir, sebab seseorang dikatakan berpikir apabila orang itu melakukan kegiatan mental, dan orang yang belajar matematika mesti melakukan kegiatan mental. Dalam berpikir, orang menyusun hubungan-hubungan antara bagian-bagian informasi yang telah direkam dalam pikirannya sebagai pengertian-pengertian. Dari pengertian tersebut, terbentuklah pendapat yang pada akhirnya dapat ditarik kesimpulan. Dan tentunya kemampuan berpikir seseorang dipengaruhi oleh tingkat kecerdasannya. Dengan demikian, terlihat jelas adanya hubungan antara kecerdasan dengan proses dalam belajar matematika.³⁵

Berdasarkan pengertian diatas dapat disimpulkan bahwa pembelajaran matematika adalah proses interaksi antara guru dan siswa melalui serangkaian kegiatan yang terencana menggunakan bahan kajian matematika yang diajarkan secara berjenjang atau bertahap yaitu dimulai dari hal yang konkrit ke hal yang abstrak, dari hal yang sederhana ke hal yang kompleks dengan tujuan membangun pengetahuan matematika dan mengembangkan pola berpikir logis kemudian mampu mempraktekkan hasil belajar matematika dalam kehidupan sehari-hari.

³⁴ Syahrir, *Metodologi Pembelajaran...*, hal. 84

³⁵ Moch. Maskur dan Abdul Halim Fathani, *Mathematical ...*, hal. 43-44

D. Kemampuan Pemecahan Masalah Model Polya

1. Masalah

Lester menyatakan bahwa masalah adalah situasi ketika seseorang atau sekelompok orang diminta untuk mengerjakan sebuah tugas yang tidak mudah mendapatkan penyelesaian dengan prosedur yang rutin.³⁶ Selanjutnya Kantowski menyatakan bahwa seseorang berhadapan dengan suatu masalah ketika ia menghadapi suatu pertanyaan yang tidak bisa dijawabnya atau suatu situasi yang tidak mampu ia pecahkan dengan pengetahuan yang seketika ada untuknya.³⁷

Suatu persoalan merupakan masalah bagi seseorang bila orang itu belum mempunyai prosedur atau algoritma tertentu untuk menyelesaikannya. Selain itu, suatu pertanyaan yang menantang merupakan masalah bagi seseorang jika orang itu menerima tantangan itu. Jika orang itu tidak menerima tantangan tersebut maka pertanyaan tersebut bukan masalah baginya.³⁸

Tidak semua persoalan yang dihadapi dalam kehidupan sehari-hari dapat dikatakan masalah. Menurut Coney, “... *for a question to be a problem, it must present challenge that cannot be resolved by some routine procedure known to the student.*” (Suatu pertanyaan akan menjadi masalah jika pertanyaan tersebut menunjukkan adanya suatu tantangan yang tidak dapat dipecahkan oleh suatu prosedur rutin yang sudah diketahui siswa).³⁹

³⁶Eran Kyas Sumantri, ”Pemecahan Masalah Matematika”, dalam , <http://erankyas.blogspot.co.id/2011/05/pemecahan-masalah-dalam-matematika.html>, diakses tanggal 24 November 2016)

³⁷Muhammad Ilman Nafi’an, *Level Kemampuan Siswa Dalam Memecahkan Masalah Yang Berbentuk Soal Cerita Pada Materi Garis Dan Sudut Di Kelas VII SMP Negeri 4 Surabaya* (Surabaya: UIN Sunan Ampel, Skripsi Tidak diterbitkan, 2010), hal. 7

³⁸Russefendi, E.T. *Pengantar Kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya Dalam Pengajaran Matematika Untuk Meningkatkan CBSA*, (Bandung : Tarsito, 1988), hal. 336

³⁹Fajar Shadiq, M.App.Sc. “Pemecahan Masalah, penalaran Dan Komunikasi”, Makalah Di Sampaikan pada Diklat Instruktur/Pengembang Matematika SMA Jenjang Dasar Tanggal 6 s.d.

Masalah bukanlah latihan-latihan soal rutin yang biasa diberikan dalam kelas, melainkan masalah-masalah non rutin yang belum diketahui prosedur pemecahannya. Masalah non rutin dikategorikan menjadi tiga yaitu *modified translation problems*, *proces problems*, dan *open-ended* dan *project problem*. *Modified translation problems* merupakan translasi masalah dengan informasi yang kurang, *process problem* merupakan masalah non standar yang memerlukan satu atau lebih strategi untuk memecahkannya dan lebih memerlukan kemampuan logika. Masalah yang tergolong *open-ended on project problem* merupakan masalah terbuka dengan banyak kemungkinan jawaban. Jenis-jenis masalah non rutin tersebut memerlukan keterampilan berfikir seperti kemampuan berfikir kritis, kreatif dan befikir divergen.⁴⁰

Suatu pertanyaan akan merupakan suatu masalah hanya jika seseorang tidak mempunyai aturan hukum tertentu yang segera dapat dipergunakan untuk menemukan jawaban pertanyaan tersebut.⁴¹ Suatu pertanyaan yang merupakan masalah bagi seseorang bergantung pada individu dan waktu. Artinya suatu pertanyaan merupakan suatu masalah bagi siswa, tetapi mungkin bukan merupakan suatu masalah bagi siswa lain. Pertanyaan yang dihadapkan kepada siswa haruslah dapat diterima oleh siswa tersebut. Jadi pertanyaan itu harus sesuai dengan struktur kognitif siswa tersebut.

Suatu pertanyaan akan menjadi masalah bagi siswa apabila memenuhi syarat :⁴²

19 Agustus 2004 di PPPG Yogyakarta. (Yogyakarta : Depdiknas Dirjen Pendidikan Dasar dan Menengah PPPG Matematika, 2004), hal. 10

⁴⁰*Ibid.*, hal 11-12

⁴¹ Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum Dan Pembelajaran Matematika*. (Malang: JICA Universitas Negeri Malang, 2001), hal.148

⁴²*Ibid.*,hal. 124

- a. Pertanyaan yang dihadapkan kepada seorang siswa haruslah dapat dimengerti oleh siswa tersebut, namun pertanyaan itu harus merupakan tantangan baginya untuk menjawabnya.
- b. Pertanyaan tersebut tidak dapat dijawab dengan prosedur rutin yang telah diketahui siswa. Karena itu, faktor waktu untuk menyelesaikan masalah janganlah dipandang sebagai hal yang esensial.

Terdapat dua macam masalah dalam matematika, yaitu:⁴³

1. Masalah untuk menemukan.

Tujuan dari masalah untuk menemukan adalah untuk menemukan objek (sasaran) yang pasti atau masalah yang ditanyakan. Bagian prinsip dari masalah untuk menemukan adalah :

- Apakah yang ditanyakan?
- Apa sajakah data yang diketahui?
- Bagaimana syaratnya?

2. Masalah untuk membuktikan

Untuk menunjukkan bahwa suatu pernyataan itu benar atau salah, sehingga perlu dijawab pertanyaan: “apakah pernyataan tersebut benar atau salah?”, menjawab kesimpulan dengan membuktikan benar atau salah. Bagian prinsip dari masalah ini jika masalahnya merupakan masalah matematika adalah hipotesis atau konklusi dari suatu teorema yang harus dibuktikan kebenarannya.

Jadi masalah adalah suatu situasi atau kondisi yang dihadapi oleh seseorang atau kelompok yang memerlukan solusi dalam penyelesaiannya, tetapi tidak tahu secara langsung apa yang harus dikerjakan untuk menyelesaikannya.

⁴³Polya, G. *How To Solve It, A New Aspect Of Mathematical Method*, (New Jersey: Princeton University Press 1973), hal. 173

2. Kemampuan Pemecahan Masalah

Pemecahan masalah penting untuk ditumbuhkan pada siswa dalam pembelajaran matematika agar matematika yang disajikan lebih menarik untuk dipelajari. Krulik dan Rudnick menyatakan pemecahan masalah adalah suatu cara yang dilakukan seseorang dengan menggunakan pengetahuan, keterampilan dan pemahaman untuk memenuhi tuntutan dari siswa yang tidak rutin.⁴⁴

Sumarmo mengartikan pemecahan masalah sebagai kegiatan menyelesaikan soal cerita, menyelesaikan soal yang tidak rutin, mengaplikasikan matematika dalam kehidupan sehari-hari atau keadaan lain, dan membuktikan atau menciptakan atau menguji konjektur.⁴⁵ Berdasarkan pengertian yang dikemukakan Sumarmo tersebut, dalam pemecahan masalah matematika tampak adanya kegiatan pengembangan daya matematika (*mathematical power*) terhadap siswa. Sedangkan Polya menyatakan bahwa pemecahan masalah sebagai usaha mencari jalan keluar dari suatu kesulitan, mencapai tujuan yang tidak dengan segera dapat dicapai. Polya juga mengatakan bahwa pemecahan masalah adalah strategi untuk mentransfer suatu konsep atau keterampilan ke situasi baru pada siswa sehingga siswa berlatih menginterpretasikan konsep-konsep, teorema-teorema dan keterampilan yang telah dipelajari.⁴⁶

⁴⁴Tatag Yuli Eko Siswono dan Whidia Novitasari, "Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa Melalui Pemecahan Masalah Tipe *What's Another Way*", (Jurnal FMIPA Universitas Negeri Surabaya: 2006), dalam https://tatagyes.files.wordpress.com/2009/11/paper07_jurnalpgrivogja, diakses tanggal 26 November 2016.

⁴⁵<https://madfirdaus.wordpress.com/2009/11/23/kemampuan-pemecahan-masalah-matematika>, diakses tanggal 24 November 2016

⁴⁶Herman Hudojo, *Mengajar Belajar Matematika*. (Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Proyek Pengembangan Lembaga Pendidikan Tenaga Pendidikan, 1998), hal. 112

Frederich mengatakan bahwa alasan pemecahan masalah perlu diberikan kepada siswa karena :⁴⁷

1. Pemecahan masalah matematika membantu siswa meningkatkan kemampuan analisisnya dan diterapkan dalam situasi yang berbeda atau masalah yang berbeda.
2. Pemecahan masalah dapat meningkatkan motivasi, karena siswa dihadapkan pada masalah yang menantang dan menarik.

Berdasarkan uraian di atas, maka dapat dikatakan bahwa kemampuan pemecahan masalah adalah usaha mencari solusi penyelesaian dari suatu situasi yang dihadapi sehingga mencapai tujuan yang diinginkan. Kemampuan pemecahan masalah menjadi hal penting yang harus dipelajari oleh siswa. Pemecahan masalah sebagai keterampilan hidup yang penting yang melibatkan berbagai proses termasuk menganalisis, menafsirkan, penalaran, memprediksi, mengevaluasi dan merefleksikan.⁴⁸

Jadi, kemampuan pemecahan masalah dalam matematika merupakan kemampuan siswa dalam mengolah informasi yang diperoleh dengan didukung beberapa kemampuan dasar matematika untuk mencapai suatu hasil pemikiran sebagai respon terhadap masalah yang dihadapi.

⁴⁷ Tatag Yuli Eko Siswono, "Pemecahan Masalah Dalam Pembelajaran Matematika", Makalah (Surabaya: Unesa, 2002), hal. 16

⁴⁸ Anderson, J. 2009. Mathematics Curriculum Development and the Role of Problem Solving. Prosiding Australian Curriculum Studies Association (ACSA) National Biennial Conference. dalam <http://www.acsa.edu.au/pages/page484.asp>, diakses tanggal 16 Januari 2017.

3. Kemampuan Pemecahan Masalah Model Polya

Biografi Polya dalam buku “How To Solve It”⁴⁹ dijelaskan bahwa Geolge Polya lahir di Budapest, Hongaria pada tanggal 13 Desember 1887, Polya merupakan anak keempat dari lima bersaudara, dari pasangan suami istri berdarah Yahudi, Jakab Polya dan Anna Deutsch. Polya layak disebut matematikawan paling berpengaruh pada abad 20. Riset mendasar yang dilakukan pada bidang analisis kompleks, fisika matematikal, teori probabilitas, geometri dan kombinatorik banyak memberi sumbangsih bagi perkembangan matematika. Sebagai seorang guru yang piawai, minat mengajar dan antusiasme tinggi tidak pernah hilang sampai akhir hayatnya.

Buku karangan Polya yang terkenal yaitu buku *How to solve it* yang ditulis dalam bahasa Jerman. Setelah mencoba menawarkan ke berbagai penerbit akhirnya dialihbahasakan ke dalam bahasa Inggris sebelum diterbitkan oleh Princeton. Buku ini ternyata menjadi buku best seller yang terjual lebih dari 1 juta copy dan kelak dialihbahasakan ke dalam 17 bahasa.⁵⁰

Buku ini berisikan metode-metode sistematis guna menemukan solusi atas problem-problem yang dihadapi dan memungkinkan seseorang menemukan pemecahannya sendiri sebab memang sudah ada dan bisa dicari. Jangkauan matematika Polya sangat beragam, namun yang memberi nama besar padanya ialah sistem gagasannya yang menjadi panduan dalam penyelesaian masalah (*problem solving*). Pedoman dalam menyelesaikan problem yang disingkat dengan: *See* (lihat), *Plan* (rencana), *Do* (kerjakan) dan *Check* (periksa kembali)

⁴⁹ G. Polya, *How To Solve It, A New Aspect Of Mathematical Method*, (New Jersey: Princeton University Press 1973), hal. xxi

⁵⁰ *Ibid.*, hal. xix

adalah warisan yang tidak lekang atau lapuk dimakan waktu dan dapat kita manfaatkan dalam kehidupan sehari-hari bukan hanya dalam bidang matematika.⁵¹

Menurut Polya dalam penyelesaian suatu masalah terdapat 4 langkah yang harus di lakukan:⁵²

1. Memahami masalah (*understanding the problem*)

Tanpa adanya pemahaman terhadap masalah yang diberikan siswa tidak mungkin mampu menyelesaikan masalah tersebut dengan benar. Langkah ini dimulai dengan pengenalan apakah apa yang di ketahui serta data apa yang tersedia, kemudian apakah data serta kondisi yang tersedia mencukupi untuk menentukan apa yang didapatkan. Menurutnya ciri bahwa siswa paham terhadap isi soal ialah siswa dapat mengungkapkan pertanyaan-pertanyaan beserta jawabannya seperti berikut:⁵³

- a) Apa yang tidak diketahui (yang ditanyakan)? Apa datanya (yang diketahui)?
Apa syarat-syaratnya?
- b) Apakah datanya cukup untuk memecahkan masalah itu? Atau tidak cukup sehingga perlu pertolongan? Atau bahkan berlebih sehingga harus ada yang diabaikan? Atau bertentangan?
- c) Jika perlu dibuat diagram yang menggambarkan situasinya.

⁵¹<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Polya.html>, diakses tanggal 1 Desember 2016

⁵²Erman Suherman, Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer, (Bandung: Rev. ed. UPI, 2003), hal. 91

⁵³Ilham Rizkianto, "Workshop Kemampuan Pemecahan Masalah Topik Aljabar Bagi Guru SMP di Kabupaten Sleman" Yogyakarta, hal. 5, dalam <http://staff.uny.ac.id/sites/default/files/pengabdian/ilham-rizkianto-spd-msc/workshop-kemampuan-pemecahan-masalah-topik-aljabar-bagi-guru-smp-di-kabupaten-sleman-yogyakarta.pdf>, diakses tanggal 29 November 2016

- d) Pisah-pisahkan syarat-syaratnya jika ada. Dapatkah masalahnya ditulis kembali dengan lebih sederhana sesuai yang diperoleh di atas?

Sasaran penilaian pada tahap pemahaman soal meliputi:⁵⁴

- a. Siswa mampu menganalisis soal. Hal ini dapat terlihat apakah siswa tersebut paham dan mengerti terhadap apa yang diketahui dan yang ditanyakan dalam soal.
- b. Siswa dapat menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam bentuk rumus, simbol, atau kata-kata sederhana.

2. Merencanakan penyelesaian (*devising a plan*)

Dalam menyusun rencana penyelesaian masalah diperlukan kemampuan untuk melihat hubungan antara data serta kondisi apa yang tersedia dengan data apa yang diketahui atau di cari. Selanjutnya menyusun sebuah rencana penyelesaian masalah dengan memperhatikan atau mengingat pengalaman sebelumnya tentang masalah yang berhubungan. Pada langkah ini siswa diharapkan dapat membuat suatu model matematika untuk selanjutnya dapat di selesaikan dengan menggunakan aturan matematika yang ada. Yang harus dilakukan siswa pada tahap ini adalah siswa dapat:⁵⁵

- a) Mencari konsep-konsep atau teori-teori yang saling menunjang.
- b) Mencari rumus-rumus yang diperlukan.

Ciri bahwa siswa mampu menyusun penyelesaian masalah adalah dengan menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut:⁵⁶

⁵⁴Devy Eganinta Tarigan, *Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Berdasarkan Langkah Polya Pada Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel Bagi Siswa Kelas VIII SMP Negeri 9 Surakarta Ditinjau Dari Kemampuan Penalaran Siswa*, (Surakarta: Universitas Sebelas Maret, Tesis Tidak Diterbitkan, 2012), hal. 19

⁵⁵*Ibid.*, hal. 20

⁵⁶Ilham Rizkianto, "Workshop Kemampuan...", hal.5-6

- 1) Pernahkah Anda menghadapi masalah tersebut? Atau yang serupa dengan masalah tersebut
- 2) Tahukah Anda masalah (lain) yang terkait dengan masalah itu? Adakah teorema yang bermanfaat untuk digunakan?
- 3) Jika Anda pernah menghadapi masalah serupa, dapatkah strategi atau bagian cara memecahkannya digunakan di sini? Atau, dapatkah hasilnya digunakan di sini? Dapatkah metodenya yang digunakan?
- 4) Perlukah Anda mengintrodusir elemen baru terkait yang dapat digunakan untuk menyelesaikannya? Dapatkah masalahnya dinyatakan kembali dengan lebih sederhana dan jelas? Dapatkah dinyatakan dengan cara berbeda? Perlukah kembali ke beberapa definisi?
- 5) Jika Anda tidak segera dapat menyelesaikan masalah tersebut, cobalah memecahkan masalah serupa yang lebih sederhana.
- 6) Apakah semua data telah Anda gunakan? Apakah semua syarat telah Anda gunakan? Apakah Anda telah memasukkan sesuatu hal lain yang penting dalam memecahkan masalah itu

Rencana penyelesaian bisa dalam bentuk tertulis maupun tidak. Pembuatan rencana pemecahan masalah dapat meliputi pembuatan sub masalah, menghubungkan informasi yang diberikan dengan informasi yang tidak diketahui, dan mengenali pola soal. Untuk merencanakan pemecahan masalah kita dapat mencari kemungkinan-kemungkinan yang dapat terjadi atau mengingat-ingat kembali masalah yang pernah diselesaikan yang memiliki kemiripan sifat/pola

dengan masalah yang akan dipecahkan. Kemudian barulah menyusun prosedur penyelesaiannya.⁵⁷

Berikut adalah strategi-strategi yang biasanya digunakan dalam pembuatan rencana:⁵⁸

- a. Mencari pola.
 - b. Menguji masalah yang berhubungan serta menentukan apakah teknik yang sama bisa diterapkan atau tidak.
 - c. Menguji kasus khusus atau kasus lebih sederhana dari masalah yang dihadapi untuk memperoleh gambaran lebih baik tentang penyelesaian masalah yang dihadapi.
 - d. Membuat sebuah tabel.
 - e. Membuat sebuah diagram.
 - f. Menulis suatu persamaan.
 - g. Menggunakan strategi tebak-periksa.
 - h. Bekerja mundur.
 - i. Mengidentifikasi bagian dari tujuan keseluruhan
3. Melaksanakan Rencana (*carrying out the plan*)

Rencana penyelesaian yang telah di buat sebelumnya kemudian di laksanakan secara cermat di setiap langkah dalam melaksanakan rencana atau menyelesaikan model matematika yang telah dibuat pada langkah sebelumnya, siswa diharap memperhatikan prinsip-prinsip atau aturan pengerjaan yang ada untuk mendapatkan hasil penyelesaian model yang benar, kesalahan jawaban model dapat mengakibatkan kesalahan dalam menjawab permasalahan masalah.

⁵⁷M. Azhar Muttaqin, *Analisis Kesalahan Siswa...*, hal. 23

⁵⁸*Ibid.*, hal. 23

Untuk itu pengecekan pada setiap langkah penyelesaian harus selalu dilakukan untuk memastikan kebenaran jawaban model tersebut.⁵⁹

Pada langkah melaksanakan rencana, yang harus dilakukan hanyalah menjalankan strategi yang telah dibuat dengan ketekunan dan ketelitian untuk mendapatkan penyelesaian. Lebih rincinya, berikut merupakan langkah-langkah dalam melaksanakan rencana:⁶⁰

- a) Melaksanakan strategi sesuai dengan yang direncanakan pada tahap sebelumnya.
- b) Melakukan pemeriksaan pada setiap langkah yang dikerjakan. Langkah ini bisa merupakan pemeriksaan secara intuitif atau bisa juga berupa pembuktian secara formal.
- c) Upayakan bekerja secara akurat.

4. Memeriksa/meninjau kembali (*looking back*)

Hasil penyelesaian yang didapat harus diperiksa kembali untuk memastikan apakah penyelesaian tersebut sesuai dengan yang diinginkan dalam masalah. Apabila hasil yang didapat tidak sesuai dengan yang diminta maka perlu pemeriksaan kembali atas setiap langkah yang dilakukan untuk mendapat hasil yang sesuai dengan masalahnya dan melihat kemungkinan yang dapat dilakukan untuk menyelesaikan masalah tersebut. Dari pemeriksaan tersebut maka berbagai kesalahan yang tidak perlu dapat terkoreksi kembali, sehingga sampai pada jawaban yang benar sesuai dengan masalah yang diberikan.⁶¹

Berikut adalah langkah-langkah yang biasanya digunakan dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah:⁶²

⁵⁹Muhammad Ilman Nafi'an, *Level Kemampuan Siswa...*, hal. 11

⁶⁰M. Azhar Muttaqin, *Analisis Kesalahan Siswa...*, hal. 23

⁶¹Muhammad Ilman Nafi'an, *Level Kemampuan Siswa...*, hal. 11

⁶²M. Azhar Muttaqin, *Analisis Kesalahan Siswa...*, hal. 24-25

- 1) Periksa hasilnya pada masalah asal (dalam kasus tertentu, hal seperti ini perlu pembuktian).
- 2) Interpretasikan solusi dalam konteks masalah asal. Apakah solusi yang dihasilkan masuk akal?
- 3) Apakah ada cara lain untuk menyelesaikan masalah tersebut?
- 4) Jika memungkinkan, tentukan masalah lain yang berkaitan atau masalah lebih umum lain dimana strategi yang digunakan dapat bekerja.

Berdasarkan langkah-langkah pemecahan masalah Polya, pada penelitian ini indikator yang ingin diketahui oleh peneliti pada waktu siswa mengerjakan pemecahan masalah matematika dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 2.1 Indikator Pemecahan Masalah

Tahap Pemecahan Masalah Model Polya	Indikator
Memahami masalah (<i>Understanding the problem</i>)	Mampu mengungkapkan apa yang diketahui apa dan yang ditanyakan dari soal, dan mampu memahami apakah keterangan yang diberikan cukup untuk mencari apa yang ditanyakan .
Menyusun rencana penyelesaian (<i>Devising the plan</i>)	Mampu menyusun model matematika, meliputi kemampuan merumuskan masalah situasi sehari-hari dalam matematika, serta menentukan alternatif pemecahan masalah .
Melaksanakan rencana penyelesaian (<i>Carrying out the plan</i>)	Mampu memilih dan mengembangkan strategi pemecahan masalah, mampu memunculkan alternatif cara pemecahan masalah serta pengetahuan sebelumnya yang dapat digunakan untuk mendukung kegiatan pemecahan masalah.
Memeriksa kembali (<i>Looking a back</i>)	Mampu mengidentifikasi kesalahan perhitungan, penggunaan rumus, memeriksa kecocokan antara yang telah ditemukan dengan apa yang ditanyakan, dan dapat membuat kesimpulan yang tepat.

E. Soal Cerita

Soal cerita adalah soal yang disajikan dalam bentuk cerita pendek. Cerita yang diungkapkan dapat berupa masalah dalam kehidupan sehari-hari atau

masalah lainnya.⁶³ Dalam matematika soal cerita berkaitan dengan kata-kata atau rangkaian yang mengandung konsep-konsep matematika. Menurut Swedra, Sandra dan Japa soal cerita adalah soal yang diungkapkan dalam bentuk cerita yang diambil dari pengalaman pengalaman siswa yang berkaitan dengan konsep-konsep matematika. Sedangkan menurut Muhseto soal cerita merupakan soal matematika yang dinyatakan dengan serangkaian kalimat.

Soal cerita merupakan bentuk soal mencari jawaban (*problem to find*), yaitu mencari, menentukan atau mendapatkan nilai atau objek tertentu yang tidak diketahui dalam soal dan memenuhi kondisi atau prasyarat yang sesuai dengan soal.⁶⁴ Pada umumnya masalah matematika dapat berupa soal cerita, meskipun tidak setiap soal cerita adalah masalah matematika.

Berdasarkan pengertian diatas dapat disimpulkan bahwa soal cerita adalah soal matematika yang diungkapkan atau dinyatakan dengan kata-kata atau kalimat-kalimat dalam bentuk cerita yang dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari.

Langkah-langkah dalam menyelesaikan soal cerita adalah sebagai berikut.⁶⁵

- 1) Sedapat mungkin siswa membaca soal cerita
- 2) Memberi pertanyaan untuk mengetahui bahwa soal cerita sudah dimengerti oleh siswa. Pertanyaan-pertanyaan itu misalnya:
 - a) “Apa yang diketahui dari soal itu?”

⁶³ Adtya Dharma, “Analisis Kemampuan Menyelesaikan Soal Cerita Pada Siswa Kelas IV Tahun Ajaran 2015/2016 di SD Negeri 1 Banjaran Bali”, dalam e-Journal PGSD Universitas Ganesha Jurusan PGSD Vol.4 No. 1 tahun 2016, hal. 6

⁶⁴ Malida, “Menilai Penyelesaian Soal Cerita dengan Kriteria Penilaian (Rubrik)”, dalam <http://makmunhidayat.wordpress.com/2010/10/19/menilai-penyelesaian-soal-cerita-dengan-kriteria-penilaian-rubrik/>, diakses 24 april 2017.

⁶⁵ Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. (Malang: UMPRESS, 2005), hal. 198

- b) “Apa saja yang dapat diperoleh dari soal itu?”
 - c) “Apa yang akan dicari?”
 - d) “Bagaimana cara menyelesaikan soal itu?”
- 3) Rencana metode penyelesaian dengan meminta siswa untuk memilih operasi dan menjelaskan mengapa operasi itu dapat dipergunakan menyelesaikan soal yang dimaksud.
 - 4) Menyelesaikan soal cerita.
 - 5) Mendiskusikan jawaban yang diperoleh dan menginterpretasikan hasil tersebut dalam konteks soal cerita itu.

F. Materi SPLDV

1. Pengertian Persamaan Linear Dua Variabel (PLDV)

Persamaan linear dua variabel adalah sebuah persamaan yang mempunyai dua variabel, dengan masing-masing variabel memiliki pangkat tertinggi satu dan tidak ada perkalian di antara kedua variabel tersebut.⁶⁶

Contoh:

a. $2x + y - 1 = 9$

b. $2x + 3y = 13$

2. Pengertian Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

Sistem persamaan linear adalah himpunan beberapa persamaan linear yang saling terkait, dengan koefisien-koefisien persamaannya adalah bilangan

⁶⁶Dris J, Matematika Untuk SMP dan MTs Kelas VIII, (Jakarta:Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kementerian Pendidikan Nasional Tahun, 2011), hal. 80

real. Sedangkan sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV) adalah sebuah persamaan yang mempunyai dua variabel, dengan masing-masing variabel memiliki pangkat tertinggi satu dan tidak ada perkalian di antara kedua variabel tersebut. Bentuk umum sistem persamaan linear dengan dua variabel x dan y adalah :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \dots \dots \dots (persamaan - 1) \\ a_2x + b_2y = c_2 \dots \dots \dots (persamaan - 2) \end{cases}$$

Dengan a_1, a_2, b_1, b_2, c_1 , dan c_2 bilangan real ; a_1 dan b_1 tidak keduanya 0; a_2 dan b_2 tidak keduanya 0. Dimana:

x, y : variabel

a_1, b_1 : koefisien variabel x

a_2, b_2 : koefisien variabel y

c_1, c_2 : konstanta persamaan

Penyelesaian dari suatu sistem persamaan linear merupakan himpunan pasangan terurut (x_0, y_0) yang memenuhi kedua persamaan tersebut.

3. Cara Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Cara menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel ada 4 cara

1. Metode Grafik

Persamaan Linear Dua Variabel secara grafik ditunjukkan oleh sebuah garis lurus, sehingga grafik Sistem Persamaan Linear Dua Variabel ditunjukkan dengan dua garis lurus. Penyelesaian secara grafik ini berupa titik potong kedua garis lurus tersebut, nilai absis (x) dan ordinat (y) merupakan titik potong yang memenuhi kedua persamaan itu.

2. Metode Eliminasi

Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Dua Variabel menggunakan metode eliminasi dilakukan dengan cara menghilangkan salah satu variabel dari sistem persamaan tersebut. Sehingga, koefisien salah satu variabel yang akan dihilangkan haruslah sama atau dibuat sama.

Dalam penggunaan metode eliminasi salah satu dari dua variabel akan dieliminasi atau dihilangkan, dan akan diperoleh persamaan dengan satu variabel yang dapat diselesaikan dengan teknik sebelumnya.

Tahap Metode Eliminasi dapat dilakukan sebagai berikut.

- a) Tuliskan masing-masing persamaan dalam bentuk $ax + by = c$.
- b) Pilih variabel mana yang akan dihilangkan, jika dibutuhkan kalikan masing-masing persamaan pada sistem dengan konstanta yang sesuai untuk membuat koefisien yang sama pada masing-masing persamaan, kecuali kemungkinan tanda.
- c) Jumlahkan atau kurangkan, pilih yang sesuai untuk menghilangkan satu variabel dan memperoleh sebuah persamaan tunggal pada variabel yang tersisa.
- d) Selesaikan persamaan tunggal pada variabel yang tersisa.
- e) Ulangi langkah a sampai dengan d untuk variabel yang lain
- f) Penyelesaian masing-masing persamaan tunggal tersebut mempunyai solusi dari sistem persamaan linear yang dimaksud.

3. Metode Substitusi

Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Dua Variabel menggunakan metode substitusi dilakukan dengan cara menyatakan salah satu variabel dalam bentuk variabel yang lain, kemudian nilai variabel tersebut menggantikan variabel yang

sama dalam persamaan yang lain. Hal ini menunjukkan bahwa metode substitusi merupakan cara untuk mengganti satu variabel ke variabel lainnya dengan cara mengubah variabel yang akan dimasukkan menjadi persamaan yang variabelnya

4. Metode Campuran

Metode ini merupakan gabungan dari penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode eliminasi dan substitusi.

G. Penelitian Terdahulu.

1. Penelitian yang dilakukan oleh Muhammad Ilman Nafi'an pada tahun 2010. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui level kemampuan siswa dalam memecahkan masalah yang berbentuk soal cerita pada materi Garis dan Sudut. Peneliti mendeskripsikan level kemampuan siswa dalam memecahkan masalah yang berbentuk soal cerita menggunakan kriteria level yang diadaptasi dari Zanzali dan Nam dan Departemen Pendidikan Vermont subjek. Subyek penelitian ini adalah 40 siswa dengan mengambil 10 siswa berdasarkan level sebagai subjek wawancara, dengan rincian masing-masing 2 subyek per level. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa level kemampuan siswa VII E SMP Negeri 4 Surabaya dalam memecahkan masalah yang berbentuk soal cerita cenderung berada dalam level 1 (siswa tidak mengerjakan, atau tidak bisa menyelesaikan masalah karena tidak bisa memodelkan, atau tidak bisa menyelesaikan masalah karena tidak memahami konsep), dan level 3 (Menyelesaikan masalah dengan menggunakan satu cara, dengan: dapat memodelkan, memahami konsep, perhitungannya benar).

2. Penelitian yang dilakukan oleh Masrurotullaily dkk pada tahun 2013. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui persentase tingkat kemampuan pemecahan masalah matematika keuangan berdasarkan model Polya siswa SMK Negeri 6 Jember. Subjek penelitian ini adalah 63 siswa. Hasil penelitian secara umum adalah 52,97% siswa berkemampuan tinggi, 15,87% siswa berkemampuan sedang dan 30,16% siswa berkemampuan rendah. Berdasarkan tingkat kemampuan pemecahan masalah siswa, persentase terendah adalah pada tahap membuat rencana penyelesaian dan menelaah kembali.
3. Penelitian yang dilakukan oleh Devy Eganinta Tarigan pada tahun 2012. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui kemampuan pemecahan masalah matematika siswa berdasarkan langkah-langkah Polya ditinjau dari kemampuan penalaran siswa yang tergolong rendah, sedang, dan tinggi pada siswa kelas VIII SMP Negeri 9 Surakarta . subyek penelitian ini adalah 34 siswa dengan mengambil 5 siswa sebagai subyek wawancara. Hasil penelitian secara umum adalah kemampuan pemecahan masalah berdasarkan langkah-langkah Polya pada siswa dengan kemampuan penalaran tinggi dan sedang relatif sama yaitu, mampu menentukan syarat cukup dan syarat perlu untuk dapat menyelesaikan pemecahan masalah. Dapat menjelaskan hubungan antara yang diketahui dengan yang ditanyakan pada soal secara tepat walaupun belum begitu rinci. Mampu menyelesaikan dengan langkah-langkah yang benar dan tepat. Mampu untuk memeriksa kembali jawaban mereka dengan menggunakan unsur-unsur yang diketahui pada soal. Sedangkan siswa dengan kemampuan penalaran rendah tidak mampu menentukan syarat cukup dan syarat perlu untuk dapat menyelesaikan pemecahan masalah. Tidak dapat

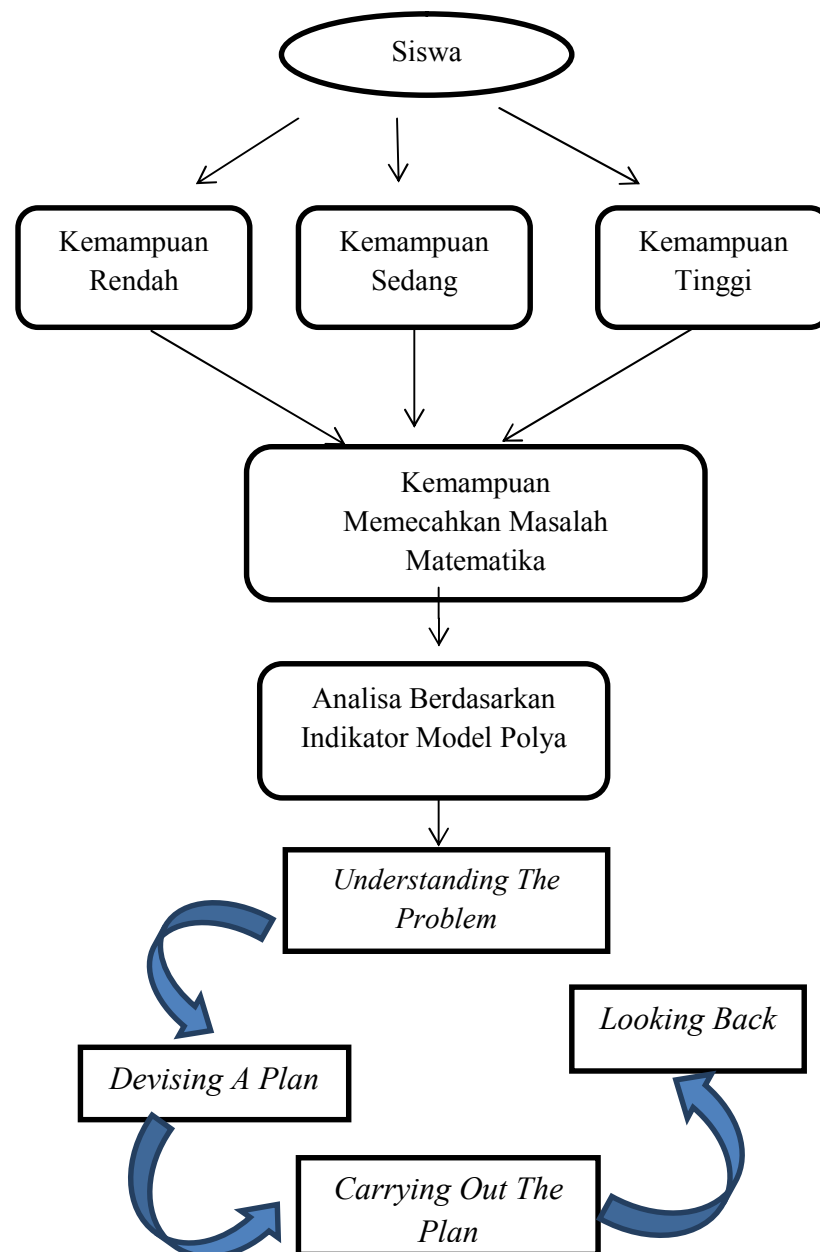
menjelaskan hubungan antara yang diketahui dengan yang ditanyakan pada soal secara tepat walaupun belum begitu rinci. Tidak mampu menyelesaikan dengan langkah-langkah yang benar dan tepat. Tidak mampu untuk memeriksa kembali jawaban mereka dengan menggunakan unsur-unsur yang diketahui pada soal.

H. Kerangka Berfikir

Salah satu hal yang penting dalam matematika sekolah adalah pemecahan masalah. Pemecahan masalah menjadi penting dalam tujuan pendidikan matematika disebabkan karena dalam kehidupan sehari-hari tidak terlepas dari berbagai masalah yang memerlukan suatu pemecahan masalah. Dalam penelitian ini peneliti mengacu pada pemecahan masalah model Polya. Secara garis besar tahap-tahap pemecahan masalah model Polya yaitu pemahaman masalah (*understanding the problem*), perencanaan cara penyelesaian (*devising a plan*), pelaksanaan rencana (*carrying out the plan*), dan peninjauan kembali (*looking back*).

Kegiatan pemecahan masalah yang dilakukan siswa selalu terkait dengan kemampuan matematis siswa. Oleh karena itu siswa dengan kemampuan matematis yang tinggi akan menghasilkan pola pemecahan masalah yang baik dan terarah. Begitu juga siswa dengan kemampuan matematika yang sedang atau cukup akan menghasilkan pola pemecahan masalah yang baik. Sedangkan pada siswa dengan kemampuan matematika yang rendah akan menghasilkan pola pemecahan masalah yang kurang baik atau bahkan siswa tidak mampu untuk memecahkan masalah.

Pada penelitian ini diharapkan mampu memberikan deskripsi mengenai tingkat kemampuan pemecahan masalah siswa kelas VIII MTs Sunan Ampel Pare Kediri dalam menyelesaikan soal matematika berbentuk soal cerita khususnya pada materi SPLDV. Kerangka berpikir pada penelitian ini disajikan secara singkat pada skema berikut ini:



Gambar 2.1 Kerangka Berpikir Penelitian