

## BAB II

### KAJIAN PUSTAKA

#### A. Hakekat Matematika

##### 1. Definisi Matematika

Matematika adalah mata pelajaran yang diajarkan pada siswa di semua jenjang sekolah, yaitu sejak TK, SD, SMP, SMA, bahkan sampai perguruan tinggi. Semua siswa pasti sudah tidak asing lagi dengan mata pelajaran matematika, namun sampai saat ini belum ada kesepakatan yang pasti dikalangan para ilmuwan tentang definisi matematika. Para ahli yang mengemukakan pendapat tentang definisi matematika seringkali memiliki deskripsi yang berbeda tentang matematika itu sendiri. Oleh sebab itu matematika tidak akan pernah selesai untuk didiskusikan, dibahas, maupun diperdebatkan.<sup>1</sup>

Untuk dapat memahami definisi matematika, kita dapat memperhatikan beberapa definisi matematika menurut para ahli. Sujono mengemukakan beberapa pengertian matematika.<sup>2</sup> Diantaranya, matematika diartikan sebagai cabang ilmu pengetahuan yang eksak dan terorganisasi secara sistematis. Selain itu matematika juga merupakan ilmu pengetahuan tentang penalaran yang logis dan masalah yang berhubungan dengan bilangan. Bahkan dia mengartikan matematika sebagai ilmu bantu dalam menginterpretasikan berbagai ide dan

---

<sup>1</sup> Halim Fathani Abdul, *Matematika: Hakikat & logika*, (Jogjakarta: AR-Ruzz Media, 2012) hal. 17

<sup>2</sup> Ibid., hal. 19

kesimpulan. Dari sisi abstraksi matematika, Newman melihat tiga ciri utama matematika, yaitu: 1) matematika disajikan dalam pola yang lebih ketat, 2) matematika berkembang dan digunakan lebih luas daripada ilmu-ilmu lain, dan 3) matematika lebih terkonsentrasi pada konsep.<sup>3</sup>

Di Indonesia sendiri, orang-orang menyebut matematika sebagai ilmu hitung yang selalu berhubungan dengan angka-angka dan operasi dasar: kali, bagi, tambah dan kurang. Sebenarnya matematika adalah ilmu yang lebih luas daripada sekedar angka dan operasi kali, bagi, tambah, dan kurang. Matematika dapat menyajikan konsep-konsep yang abstrak, konsep-konsep yang mengejutkan, bisa diartikan sebagai alat, dan juga dapat dipandang sebagai cara bernalar, sehingga secara umum, matematika membahas fakta-fakta dan hubungan-hubungannya, serta membahas problem ruang dan waktu.<sup>4</sup>

Berdasarkan definisi matematika menurut para ahli, dapat dikatakan bahwa matematika adalah ilmu yang tidak hanya mempelajari tentang angka dan operasi kali, bagi, tambah, kurang, serta ilmu yang mempelajari cara bernalar. Matematika adalah ilmu yang bisa menyajikan konsep-konsep abstrak dan konsep-konsep yang mengejutkan. Matematika juga bisa mempunyai bahasan yang bersifat umum maupun bersifat khusus sehingga matematika adalah pokok dari ilmu pengetahuan.

---

<sup>3</sup> Ibid., hal. 20

<sup>4</sup> Ibid., hal. 24

## B. Pembelajaran Matematika

Belajar merupakan perubahan tingkah laku sebagai akibat dari pengalaman atau latihan. Belajar menurut Morgan diartikan sebagai setiap perubahan yang relatif menetap dalam tingkah laku yang terjadi sebagai suatu hasil dari latihan atau pengalaman.<sup>5</sup> Perubahan yang diharapkan dari proses belajar ini adalah perubahan ke arah yang lebih baik.

Beberapa orang beranggapan bahwa belajar hanya berkaitan dengan proses yang terjadi di dunia akademis, padahal konteks dari belajar bisa lebih daripada itu. Belajar bisa berhubungan dengan pekerjaan, bisa berhubungan dengan pengalaman, atau bisa juga berhubungan dengan hobi. Beberapa orang kadang melupakan bahwa inti dari proses belajar sebenarnya adalah sebuah perubahan ke arah yang lebih baik, yang tidak hanya berhubungan dengan akademis, tetapi juga tentang hobi, pekerjaan atau yang lainnya.

Adapun fakto-faktor yang mempengaruhi pembelajaran adalah sebagai berikut:<sup>6</sup>

### a. Siswa

Siswa merupakan subjek dari pendidikan, sehingga siswa merupakan kunci dari semua pelaksanaan pendidikan. Tiada pendidikan tanpa ada yang disebut siswa.

---

<sup>5</sup> Purwanto Ngalim, *Psikologi Pendidikan*, (Bandung:PT Remaja Rosdakarya, 2010), hal. 85

<sup>6</sup> Hendyat Soetopo, dkk, *Psikologi Pendidikan*, (Malang: PHK S1 PGSDA, 2010), hal.76

b. Guru

Guru bertugas melaksanakan kegiatan mengajar sehingga proses belajar diharapkan bisa berjalan dengan efektif. Guru adalah suatu profesi. Oleh sebab itu, pelaksanaan tugas guru harus profesional. Disini seorang guru harus dapat menguasai seperangkat kemampuan yang disebut kompetensi guru. Seorang guru memiliki peranan ganda yaitu sebagai pengajar dan pendidik. Kedua peranan ini tidak dapat dipisahkan tetapi dapat dilihat bedanya.

c. Sarana dan prasarana

Penyediaan sumber belajar yang lain seperti majalah tentang pelajaran matematika, laboratorium matematika, alat-alat pelajaran penunjang dalam pembelajaran dan lain-lain yang dapat meningkatkan kualitas belajar peserta didik.

d. Penilaian

Penilaian digunakan untuk memperoleh informasi mengenai sejauh mana perolehan hasil belajar. Selain itu juga penilaian dapat digunakan untuk memperoleh informasi secara objektif, berkelanjutan, dan menyeluruh tentang proses dan hasil belajar yang dicapai peserta didik.

Dahulu, kegiatan pembelajaran berpusat pada guru.<sup>7</sup> Guru adalah pemeran utama dalam proses pembelajaran dan bersifat aktif dalam pembelajaran, sedangkan siswa hanya menerima dan bersifat pasif. Bisa dikatakan bahwa guru adalah penentu dari keberhasilan siswa dalam suatu

---

<sup>7</sup> Harsanto Ratno, *Pengelolaan Kelas yang Dinami*, (Yogyakarta: Kanisius, 2007), hal.86

mata pelajaran. Guru menyampaikan materi dalam mata pelajaran kemudian siswa menerima sebagai ilmu pengetahuan yang mereka dapatkan selain dari buku. Begitu juga dengan pembelajaran matematika.

Sekarang, proses pembelajaran lebih berpusat pada siswa. Di kelas, guru bukan lagi sebagai sat-satunya sumber ilmu pengetahuan, melainkan sebagai fasilitator. Guru memberikan stimulus-stimulus kepada siswa untuk kemudian siswa dapat menemukan sendiri ilmu pengetahuan mereka. Dengan cara seperti ini, pembelajaran lebih efektif, tidak terkesan membosankan bagi siswa dan ilmu pengetahuan yang didapatkan siswa bisa lebih maksimal.

### **C. Pemahaman Siswa**

Pemahaman erat kaitannya dengan pembelajaran. Pemahaman berasal dari kata paham yang artinya adalah menjelaskan kembali sesuatu yang dibaca atau didengarnya dengan menggunakan kalimatnya sendiri, memberi contoh lain dari yang telah dicontohkan atau menggunakan petunjuk penerapan pada kasus lain.<sup>8</sup> Dalam proses pembelajaran perlu ditekankan tentang pemahaman. Pemahaman seseorang bisa dilihat atau diketahui sejauh mana ketika dilakukan evaluasi. Ketika seseorang mendapatkan pengetahuan dan dia mampu menyampaikan kembali isi pengetahuan tersebut dengan caranya sendiri, berarti dia telah benar-benar memahami apa yang dia dapatkan.

---

<sup>8</sup> Sudjana Nana, *Penilaian Hasil Proses Belajar Mengajar*, (Bandung; PT Remaja Rosdakarya, 2005), hal.24

Pemahaman dapat dibedakan kedalam tiga kategori:<sup>9</sup>

1. Tingkat terendah adalah pemahaman terjemahan, mulai dari terjemahan dalam arti yang sebenarnya, misalnya dari bahasa Inggris ke dalam bahasa Indonesia, mengartika Bhineka Tunggal Ika, mengartikan Merah Putih, dll.
2. Tingkat kedua adalah pemahaman penafisran, yakni menghubungkan bagian terdahulu dengan yang diketahui berikutnya.
3. Tingkat ketiga atau yang tertinggi adalah pemahaman ekstrapolasi. Dengan ekstrapolasi diharapkan seseorang mampu melihat dibalik yang tertulis, dapat membuat ramalan tentang konsekuensi atau dapat memperluas presepsi dalam arti waktu, dimensi, kasus, ataupun masalahnya.

Setelah melakukan pembelajaran, guru biasanya akan melakukan evaluasi. Dari evaluasi tersebut nantinya akan diketahui sejauh mana pemahaman siswa untuk bekal melanjutkan ke materi selanjutnya. Jadi seorang siswa dikatakan paham dengan apa yang telah mereka pelajari ketika siswa tersebut bisa menjelaskan kembali apa yang sudah mereka pelajari dengan bahasa atau dengan cara mereka sendiri.

#### **D. Kemampuan Matematika**

Kondalkar menyatakan bahwa kemampuan adalah kapasitas seorang individu untuk melakukan beragam tugas dalam suatu pekerjaan.<sup>10</sup> Pada umumnya kemampuan matematika adalah kemampuan yang dimiliki

---

<sup>9</sup> Ibid., Hal.24

<sup>10</sup> Arif Widarti , “Kemampuan Koneksi Matematis Dalam Menyelesaikan Masalah Kontekstual Ditinjau Dari Kemampuan Matematis Siswa” dalam <http://ejurnal.stkipjb./index/php/AS.html>. Diakses 27 April 2017

siswa dalam pelajaran matematika. Kemampuan matematika siswa dibedakan dalam tiga kategori:<sup>11</sup>

### **Kemampuan Tinggi**

- a. Memahami soal, dalam memahami soal siswa mampu menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan, mampu memahami soal dengan baik serta mampu menjelaskan kembali maksud dari soal.
- b. Merencanakan penyelesaian, dalam merencanakan penyelesaian siswa mampu menggunakan beberapa informasi untuk merencanakan penyelesaian serta mampu merencanakan langkah-langkah penyelesaian.
- c. Melaksanakan penyelesaian, dalam melaksanakan penyelesaian siswa mampu menggunakan beberapa informasi yang ada untuk menyelesaikan soal dan memberikan jawaban yang benar.
- d. Memeriksa kembali hasil yang diperoleh, dalam memeriksa kembali hasil yang diperoleh siswa melakukan pengecekan kembali pada proses dan hasil serta membuat sebuah kesimpulan.

### **Kemampuan Sedang**

- a. Memahami soal, dalam memahami soal siswa mampu menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan, tidak mampu memahami soal dengan baik.
- b. Merencanakan penyelesaian, dalam merencanakan penyelesaian siswa mampu menggunakan beberapa informasi untuk merencanakan

---

<sup>11</sup> Dian Septi N. A, *Identifikasi Kemampuan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Aritmatika Sosila Ditinjau Dari Perbedaan Kemampuan Matematika*, (Jurnal Pendidikan Matematika STKIP PGRI Sidoarjo, Volume 01, nomor 01, 2013) hal.104-105

penyelesaian tetapi kurang mampu merencanakan langkah-langkah penyelesaian.

- c. Melaksanakan penyelesaian, dalam melaksanakan penyelesaian siswa mampu menggunakan beberapa informasi yang ada untuk menyelesaikan soal dan memberikan jawaban yang kurang tepat.
- d. Memeriksa kembali hasil yang diperoleh, dalam memeriksa kembali hasil yang diperoleh siswa melakukan pengecekan kembali pada proses dan hasil serta membuat sebuah kesimpulan

#### **Kemampuan Rendah**

- a. Memahami soal, dalam memahami soal siswa mampu menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan, tidak mampu memahami soal dengan baik.
- b. Merencanakan penyelesaian, dalam merencanakan penyelesaian siswa menggunakan beberapa informasi untuk merencanakan penyelesaian serta kurang mampu merencanakan langkah-langkah penyelesaian.
- c. Melaksanakan penyelesaian, dalam melaksanakan penyelesaian siswa mampu menggunakan satu penggal informasi yang ada untuk menyelesaikan soal serta memberikan jawaban yang tidak tepat.
- d. Memeriksa kembali hasil yang diperoleh, dalam memeriksa hasil yang diperoleh siswa tidak melakukan pengecekan kembali pada proses dan jawaban serta tidak membuat sebuah kesimpulan.

Mengacu pada skala penilaian yang ditetapkan oleh Ratumanan dan Laurens, maka kategori tingkat kemampuan matematika siswa

dikategorikan kemampuan rendah jika  $0 \leq \text{nilai tes} < 65$ , dikategorikan kemampuan sedang jika  $65 \leq \text{nilai tes} < 80$ , dikategorikan kemampuan tinggi jika  $80 \leq \text{nilai tes} \leq 100$ .

#### **E. Teori Taksonomi SOLO**

Taksonomi SOLO (*Structure Of Observed Learning Outcomes*) dikembangkan oleh Biggs dan Collis. Taksonomi SOLO dapat digunakan sebagai alat untuk menentukan kualitas jawaban siswa.<sup>12</sup> Taksonomi SOLO mempunyai kelebihan-kelebihan sebagai berikut:<sup>13</sup>

- a. Taksonomi SOLO merupakan alat yang mudah dan sederhana untuk menentukan level respon siswa terhadap suatu pertanyaan matematika.
- b. Taksonomi SOLO merupakan alat yang mudah dan sederhana untuk untuk pengkategorian kesalahan dalam menyelesaikan soal atau pertanyaan matematika.
- c. Taksonomi SOLO merupakan alat yang mudah dan sederhana untuk menyusun dan menentukan tingkat kesulitan atau kompleksitas suatu soal atau pertanyaan matematika. Dari kelebihan di atas Taksonomi SOLO sangat tepat jika digunakan untuk mengetahui tingkat pemahaman siswa terhadap suatu materi.

---

<sup>12</sup> Sriyati,dkk, *Respon Siswa Kelas Ix Berdasarkan Taksonomi Solo Dalam Menyelesaikansoal Bangun Ruang Sisi Lengkung Yang Disusun Sesuai Dengan Taksonomi Bloom Di Smp Negeri 1 Margomulyo Bojonegoro*, 2016, hal.698, diakses pada 13 Desember 2016 pkl.10:56

<sup>13</sup> Lipianto Danang,dkk, *Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal yang Berhubungan dengan Persegi dan Persegi Panjang Berdasarkan Taksonomi SOLO Plus pada Siswa Kelas VII*, diakses pada 13 Desember 2016, pkl 10:50

Ada lima tahapan respon berpikir berdasarkan teori Taksonomi SOLO, yaitu:<sup>14</sup>

1) Tahap prastruktural

Pada tahap ini siswa hanya memiliki sedikit informasi yang tidak saling berhubungan sehingga tidak memiliki makna. Biasanya jika siswa diberikan masalah siswa tidak memiliki upaya untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Hal ini berarti siswa tersebut tidak memahami pertanyaan atau tugas yang harus dia selesaikan. Dia melakukan sesuatu yang tidak relevan, tidak melakukan identifikasi terhadap konsep-konsep yang terkait dan sering menuliskan fakta-fakta yang tidak ada kaitannya.

Misal diberikan sebuah soal. Nilai dari  $540^\circ = \dots$ . Ketika diberikan soal, siswa hanya mampu menemukan sedikit informasi dan tidak bisa menghubungkan informasi yang diperoleh dari soal tersebut sehingga dia sama sekali tidak bisa menyelesaikan soal yang diberikan. Pada kasus seperti ini bisa jadi siswa tidak memahami soal yang diberikan.

2. Tahap unistruktural

Pada tahap ini siswa hanya menggunakan satu perintah tunggal dan ia tidak dapat memberikan penalaran terhadap respon yang diberikan atau terlihat adanya hubungan yang jelas dan sederhana antara satu konsep dengan konsep lainnya tetapi inti konsep tersebut secara luas belum bisa dipahami. Pada tahap ini jika diberikan masalah siswa tidak memberikan

---

<sup>14</sup> Istiklaliah Ulul, *Analisis Pemahaman Siswa Tuna Rungu pada Materi Lambang Bilangan Romawi berdasarkan Teori Taksonomi SOLO di SLB B,C,D Ngudi Hyu Togogan Srengat Blitar (Tulungagung: Skripsi tidak diterbitkan, 2015) hal. 28*

penalaran atau respon karena inti konsep belum dipahami sehingga hanya memberikan satu solusi dan dia menyatakan solusinya “hanya itu”.

Misalnya siswa diberikan soal matematika. Jika diketahui segitiga ABC dengan ukuran panjang  $b = 20$ ,  $\angle b = 45^\circ$ , dan  $\angle c = 105^\circ$ , tentukan panjang sisi  $a$ . Pada tahap ini, siswa hanya menggunakan satu perintah tunggal dan tidak dapat memberikan penalaran, sehingga bisa dikatakan inti dari konsep materi yang disampaikan oleh guru secara luas belum bisa dipahami oleh siswa.

### 3. Tahap multistruktural

Pada tahap ini siswa sudah memahami beberapa komponen, namun hal ini masih bersifat terpisah satu sama lain sehingga belum membentuk pemahaman secara komprehensif. Siswa pada level ini menggunakan dua atau lebih penggal informasi, namun urutan informasi tersebut sering gagal diberikan penjelasan mengapa atau apa hubungan diantara sekumpulan data tersebut.

Misal diberikan soal  $\cos \theta = -\frac{4}{5}$  dengan  $90^\circ < \theta < 180^\circ$ . Tentukan nilai  $\operatorname{cosec} \theta$  dan  $\operatorname{cotan} \theta$ . Ketika tingkat pemahaman siswa mencapai tahap multistruktural, maka ketika menemukan soal seperti ini siswa akan menggunakan dua penggal informasi, namun informasi yang didapatkan siswa tersebut seringkali tidak dapat dijelaskan oleh siswa apa hubungannya.

### 4. Tahap relasional

Pada tahap ini siswa dapat menghubungkan antara fakta dengan teori serta tindakan dan tujuan. Pada tahap ini siswa dapat menunjukkan pemahaman beberapa komponen dari satu kesatuan konsep. Memahami peran bagian-bagian bagi keseluruhan serta telah dapat mengaplikasikan sebuah konsep pada keadaan-keadaan yang serupa.

Contoh diberikan sebuah soal  $\frac{(\cos x + \sin x)^2}{(\cos x - \sin x)^2} = \dots$ . Berdasarkan soal tersebut jika pemahaman siswa sudah mencapai tahap relasional, siswa bisa menghubungkan fakta-fakta yang ada. Siswa bisa memahami peran dari setiap aturan yang diberikan pada soal tersebut. Misalkan ada tanda kuadrat, berarti sebelum dikerjakan lebih lanjut, hal pertama yang harus dilakukan siswa adalah menyelesaikan pengkuadratan dari soal tersebut.

#### 5. Tahap abstrak diperluas

Pada tahap ini siswa melakukan koneksi tidak hanya pada konsep-konsep yang sudah diberikan saja melainkan dengan konsep-konsep diluar itu. dapat membuat generalisasi serta dapat melakukan sebuah perumpamaan-perumpamaan pada situasi-situasi spesifik.

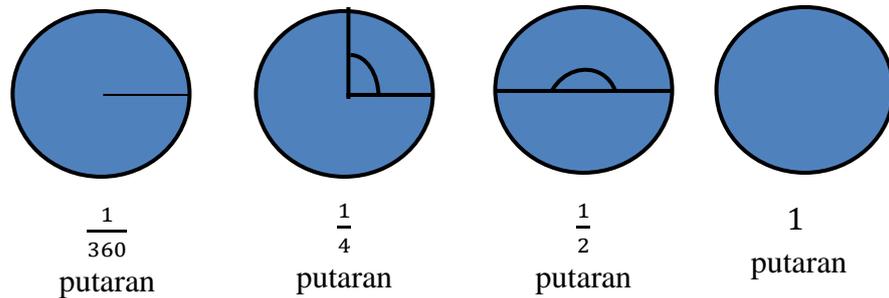
Misal diberikan soal kepada siswa materi trigonometri. Diketahui segitiga ABC adalah segitiga sama kaki. Jika diambil garis TC yang merupakan garis tinggi dari segitiga ABC dan membagi dua sama besar garis AB, siswa diminta untuk menentukan nilai  $\sin A$  dan  $\sin C$ , jika nilai  $\angle C = 120^\circ$  dan panjang  $AB=6$ . Jika pemahman siswa sudah mencapai tahap ini, maka siswa dapat menemukan nilai  $\sin A$  dan  $\sin C$ . Selain itu

siswa juga bisa menemukan panjang sisi AB, karena nilai sin A dan sin C sudah diketahui.

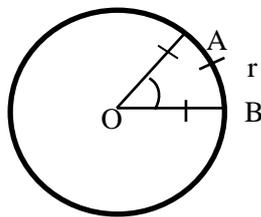
## F. Materi Trigonometri

### 1. Ukuran Sudut (Derajat dan Radian)

Pada umumnya ada 2 ukuran yang digunakan untuk menentukan besar suatu sudut, yaitu derajat dan radian. Tanda "°" dan "rad" berturut-turut menyatakan simbol derajat dan radian. Singkatnya 1 putaran penuh =  $360^\circ$  atau  $1^\circ$  didefinisikan sebagai besar sudut yang dibentuk oleh  $\frac{1}{360}$  putaran penuh.



**Gambar 2.1 Besar Putaran atau Rotasi**



**Gambar 2.2 Sudut dalam Lingkaran**

Satu radian diartikan sebagai ukuran sudut pusat  $\alpha$  suatu lingkaran yang panjang busurnya sama dengan jari-jari.

Perhatikan Gambar 1.2

Jika besar  $\angle AOB = \alpha$ , maka  $\overline{AB} = OA = OB$ , maka  $\alpha = \frac{\overline{AB}}{r} = 1 \text{ radian}$

### Sifat 1

$$\angle AOB = \frac{\overline{AB}}{r} \text{ rad}$$

**Sifat 2**

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad} \text{ atau } 1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad} \text{ atau } 1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \cong 57,3^\circ.$$

Dari Sifat 2 dapat disimpulkan sebagai berikut:

- Konversi  $x$  ke derajat *radian* dengan mengalikan  $x \times \frac{\pi}{180^\circ}$ .
- Konversi  $x$  *radian* ke derajat dengan mengalikan  $x \times \frac{180^\circ}{\pi}$ .

Dalam pembahasan topik selanjutnya terdapat beberapa sudut (sudut istimewa) yang sering digunakan yang disajikan dalam tabel 1.1 berikut ini:

**Tabel 2.1 Sudut Istimewa**

| Derajat     | Radian                       | Derajat     | Radian                        |
|-------------|------------------------------|-------------|-------------------------------|
| $0^\circ$   | $0 \text{ rad}$              | $90^\circ$  | $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$   |
| $30^\circ$  | $\frac{\pi}{6} \text{ rad}$  | $120^\circ$ | $\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$  |
| $45^\circ$  | $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$  | $135^\circ$ | $\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$  |
| $60^\circ$  | $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$  | $150^\circ$ | $\frac{5\pi}{6} \text{ rad}$  |
| $180^\circ$ | $\pi \text{ rad}$            | $270^\circ$ | $\frac{3\pi}{2} \text{ rad}$  |
| $210^\circ$ | $\frac{7\pi}{6} \text{ rad}$ | $300^\circ$ | $\frac{5\pi}{3} \text{ rad}$  |
| $225^\circ$ | $\frac{5\pi}{4} \text{ rad}$ | $315^\circ$ | $\frac{7\pi}{4} \text{ rad}$  |
| $240^\circ$ | $\frac{4\pi}{3} \text{ rad}$ | $330^\circ$ | $\frac{11\pi}{6} \text{ rad}$ |

## 2. Konsep Dasar Sudut

Dalam kajian geometris, sudut didefinisikan sebagai hasil rotasi dari sisi awal ke sisi akhir. Selain itu arah putaran memiliki makna dalam sudut. Suatu sudut bertanda “**positif**” jika arah putarannya berlawanan dengan arah jarum jam, dan bertanda “**negatif**” jika arah putarannya searah dengan arah putaran jarum jam. Untuk memudahkannya mari kita cermati deskripsi di bawah ini.

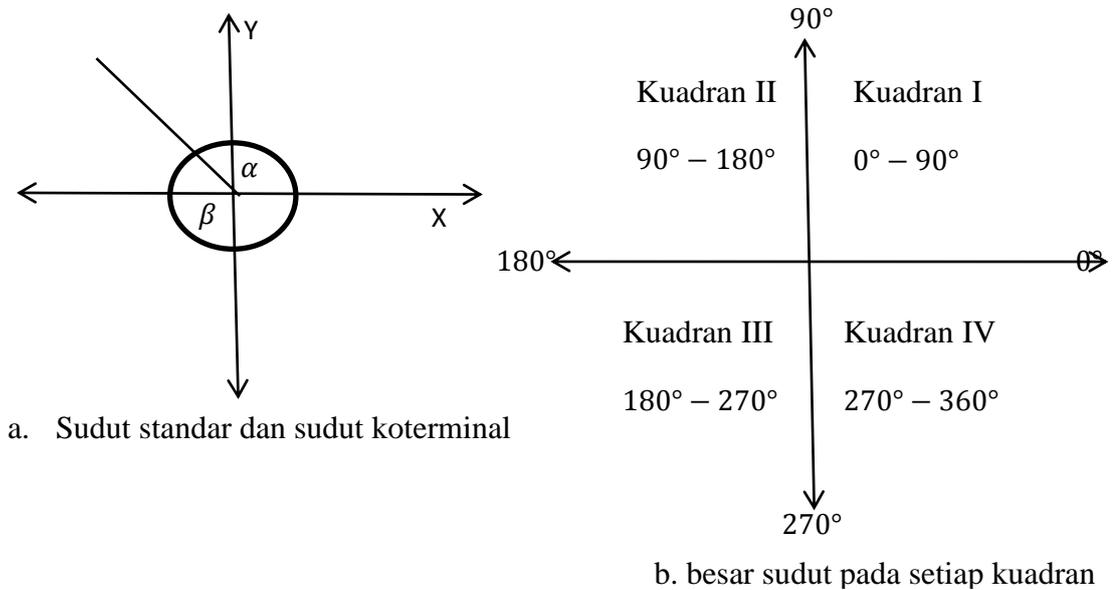


a. Sudut bertanda positif

b. sudut bertanda negatif

### Gambar 2.3 Sudut Berdasarkan Arah Putar

Dalam bidang koordinat kartesius, jika sisi awal suatu garis berimpit dengan sumbu  $x$  dan sisi terminalnya terletak pada salah satu kuadran pada koordinat kartesius itu, disebut sudut *standar* (baku). Jika sisi akhir berada pada salah satu sumbu pada koordinat tersebut, sudut yang seperti ini disebut pembatas kuadran, yaitu  $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ . Jika sudut yang dihasilkan sebesar  $\alpha$  (sudut standar), maka sudut  $\beta$  disebut sebagai sudut koterminial, sehingga  $\alpha + \beta = 360^\circ$ , seperti gambar berikut.

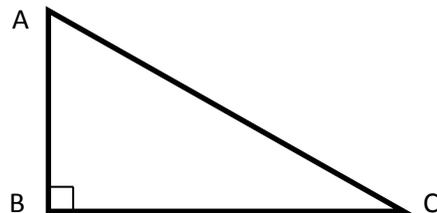


**Gambar 2.4 Sudut Secara Geometri dan Pembatas Kuadran**

**Sifat 3**

Sudut-sudut koterminal adalah dua sudut standar, memiliki sisi-sisi akhir (terminal side) yang berimpit.

**Sifat 4**



**Gambar 2.5 Segitiga Siku-siku**

a) Sinus suatu sudut didefinisikan sebagai perbandingan panjang sisi didepan

sudut dengan sisi miring, ditulis  $\sin C = \frac{\text{sisi di depan sudut}}{\text{sisi miring segitiga}}$

b) cosinus suatu sudut didefinisikan sebagai perbandingan panjang sisi

disamping sudut dengan sisi miring, ditulis  $\cos C = \frac{\text{sisi di samping sudut}}{\text{sisi miring segitiga}}$

- c) tangen suatu sudut didefinisikan sebagai perbandingan panjang sisi didepan sudut dengan sisi di samping sudut, ditulis
- $$\tan C = \frac{\text{sisi di depan sudut}}{\text{sisi di samping sudut}}$$
- d) cosecan suatu sudut didefinisikan sebagai panjang sisi miring dengan sisi di depan sudut, ditulis  $\operatorname{cosec} C = \frac{\text{sisi miring segitiga}}{\text{sisi di samping sudut segitiga}}$  atau
- $$\operatorname{cosec} C = \frac{1}{\cos C}$$
- e) secan suatu sudut didefinisikan sebagai perbandingan panjang sisi miring dengan sisi di samping sudut, ditulis  $\sec C = \frac{\text{sisi miring segitiga}}{\text{sisi di samping sudut segitiga}}$  atau
- $$\sec C = \frac{1}{\cos C}$$
- f) cotangen suatu sudut didefinisikan sebagai perbandingan sisi di samping sudut dengan sisi di depan sudut, ditulis  $\operatorname{cotan} C = \frac{\text{sisi samping sudut}}{\text{sisi depan sudut}}$  atau
- $$\operatorname{cotan} C = \frac{1}{\tan C}$$

Jika diperhatikan aturan perbandingan di atas, prinsip matematika lain yang perlu diingat kembali adalah teorema Pythagoras. Perlu diketahui juga bahwa yang disebut sisi pada suatu segitiga siku-siku tidak selalu miring, tetapi sisi miring selalu di hadapan sudut siku-siku.

### 3. Nilai Perbandingan Trigometri di Berbagai Kuadran

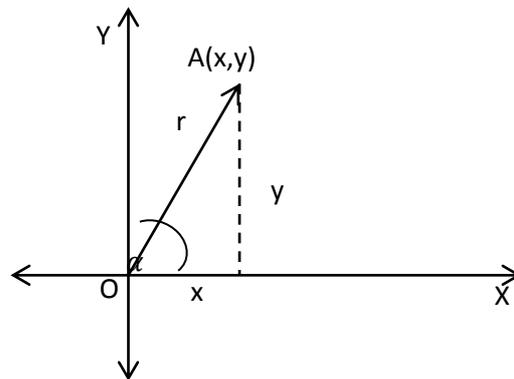
Pada awal subbab ini, akan dikaji nilai sinus, cosinus, tangen dan kebalikannya untuk domain sudut dalam satuan derajat atau radian. Selain itu, nilai semua perbandingan tersebut juga akan kita pelajari pada setiap kuadran dalam koordinat Kartesius. Mari kita pahami melalui

pembahasan berikut ini. Misalkan titik A (x, y), panjang OA= r dan sudut AOX=  $\alpha$ . Mari kita perhatikan gambar di samping, dari segitiga siku-siku yang terdapat di kuadran I, berlaku:

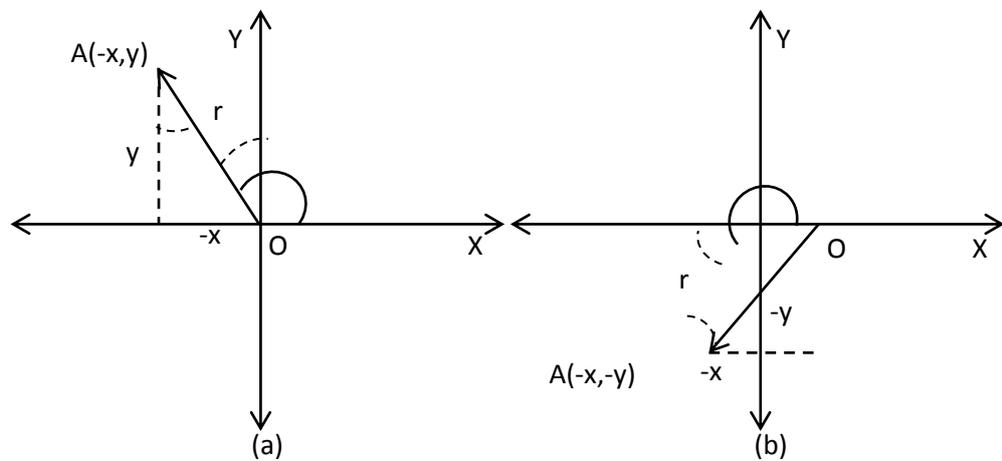
$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

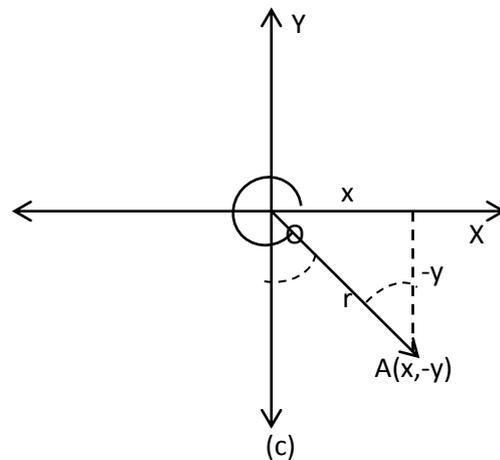
$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$



**Gambar 2.6 Segitiga Siku-Siku AOX yang Berada di Kudaran I**





**Gambar 2.7 Kombinasi Sudut pada Koordinat Kartesius**

Garis putus-putus pada gambar menyatakan proyeksi OA ke setiap sumbu, misalnya pada Gambar 8.15(a), garis putus-putus adalah proyeksi sumbu Y di kuadran II. Sedangkan garis putus-putus melengkung menyatakan besar sudut yang besarnya sama, misalnya, pada Gambar 8.15 (b), garis putus-putus melengkung menyatakan dua sudut yang besarnya sama. Nilai sudut perbandingan trigonometri, dapat bernilai positif juga negatif, tergantung pada letak koordinat titik yang diberikan.

Kita dapat merumuskan nilai perbandingan trigonometri di setiap kuadran, yaitu:

**Sifat 5**

- a) Jika  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , maka nilai sinus, cosinus, dan tangen bernilai positif.
- b) Jika  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ , maka nilai sinus bertanda positif, dan nilai cosinus dan tangen bernilai negatif.
- c) Jika  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ , maka nilai tangen bertanda positif dan nilai sinus dan cosinus bertanda negatif.

- d) Jika  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$  maka nilai cosinus bertanda positif dan nilai sinus dan tangen bertanda negatif.

Dalam kajian trigonometri ada istilah sudut istimewa, yang artinya sudut-sudut yang nilai perbandingan trigonometri dapat ditentukan secara eksak. Misalnya,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ , dan  $90^\circ$  merupakan sudut istimewa di kuadran I. Selanjutnya ( $120^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $150^\circ$ ,  $180^\circ$ ), ( $210^\circ$ ,  $225^\circ$ ,  $240^\circ$ ,  $270^\circ$ ), dan ( $300^\circ$ ,  $315^\circ$ ,  $330^\circ$ ,  $360^\circ$ ) berturut-turut adalah sudut-sudut istimewa di kuadran II, III, dan IV. Pada beberapa referensi yang lain, sudut-sudut istimewa tersebut dinyatakan dalam satuan radian.

#### 4. Perbandingan Trigonometri

**Tabel 2.2 Tabel Lengkap Nilai Perbandingan Trigonometri Pada Kuadran I, II, III, IV**

| Sudut       | Sin                   | Cos                    | Tan                    | Cosec                 | Secan                  | Cotangen               |
|-------------|-----------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|
| $0^\circ$   | 0                     | 1                      | 0                      | ~                     | 1                      | ~                      |
| $30^\circ$  | $\frac{1}{2}$         | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$  | $\frac{1}{3}\sqrt{3}$  | 2                     | $\frac{2}{3}\sqrt{3}$  | $\sqrt{3}$             |
| $45^\circ$  | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$  | 1                      | $\sqrt{2}$            | $\sqrt{2}$             | 1                      |
| $60^\circ$  | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $\frac{1}{2}$          | $\sqrt{3}$             | $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ | 2                      | $\frac{1}{3}\sqrt{3}$  |
| $90^\circ$  | 1                     | 0                      | ~                      | 1                     | ~                      | 0                      |
| $120^\circ$ | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $-\frac{1}{2}$         | $-\sqrt{3}$            | $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ | -2                     | $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$ |
| $135^\circ$ | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | -1                     | $\sqrt{2}$            | $-\sqrt{2}$            | -1                     |
| $150^\circ$ | $\frac{1}{2}$         | $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$ | 2                     | $-\frac{2}{3}\sqrt{3}$ | $-\sqrt{3}$            |
| $180^\circ$ | 0                     | -1                     | 0                      | ~                     | -1                     | ~                      |
| $210^\circ$ | $-\frac{1}{2}$        | $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $\frac{1}{3}\sqrt{3}$  | -2                    | $-\frac{2}{3}\sqrt{3}$ | $\sqrt{3}$             |

Lanjutan tabel...

|      |                        |                        |                        |                        |                       |                        |
|------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|
| 225° | $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | 1                      | $-\sqrt{2}$            | $-\sqrt{2}$           | 1                      |
| 240° | $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $-\frac{1}{2}$         | $\sqrt{3}$             | $-\frac{2}{3}\sqrt{3}$ | -2                    | $\frac{1}{3}\sqrt{3}$  |
| 270° | -1                     | 0                      | ~                      | -1                     | ~                     | 0                      |
| 300° | $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $\frac{1}{2}$          | $-\sqrt{3}$            | $-\frac{2}{3}\sqrt{3}$ | 2                     | $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$ |
| 315° | $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$  | -1                     | $-\sqrt{2}$            | $\sqrt{2}$            | -1                     |
| 330° | $-\frac{1}{2}$         | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$  | $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$ | -2                     | $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ | $-\sqrt{3}$            |
| 360° | 0                      | 1                      | 0                      | ~                      | 1                     | ~                      |

### Sifat 6

Sifat perbandingan trigonometri sudut dalam segitiga siku-siku.

Jika  $\triangle ABC$  adalah segitiga siku-siku dengan siku-siku di  $B$ ,  $AB = x$ ,  $BC = y$ ,  $AC = r$ , dan  $\angle BAC = \alpha$ , maka:

a)  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

b)  $\cotan \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

c)  $(\sin \alpha)^2 = \sin^2 \alpha$  dan  $(\cos \alpha)^2 = \cos^2 \alpha$

d)  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  (identitas trigonometri)

$$\tan^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha$$

$$1 + \cotan^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha$$

5. Aturan sinus dan cosinus

**Sifat 7****Aturan sinus**

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C}$$

**Aturan cosinus**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \angle A \text{ atau } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \angle B \text{ atau } \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \angle C \text{ atau } \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$$

**G. Kerangka Berpikir**

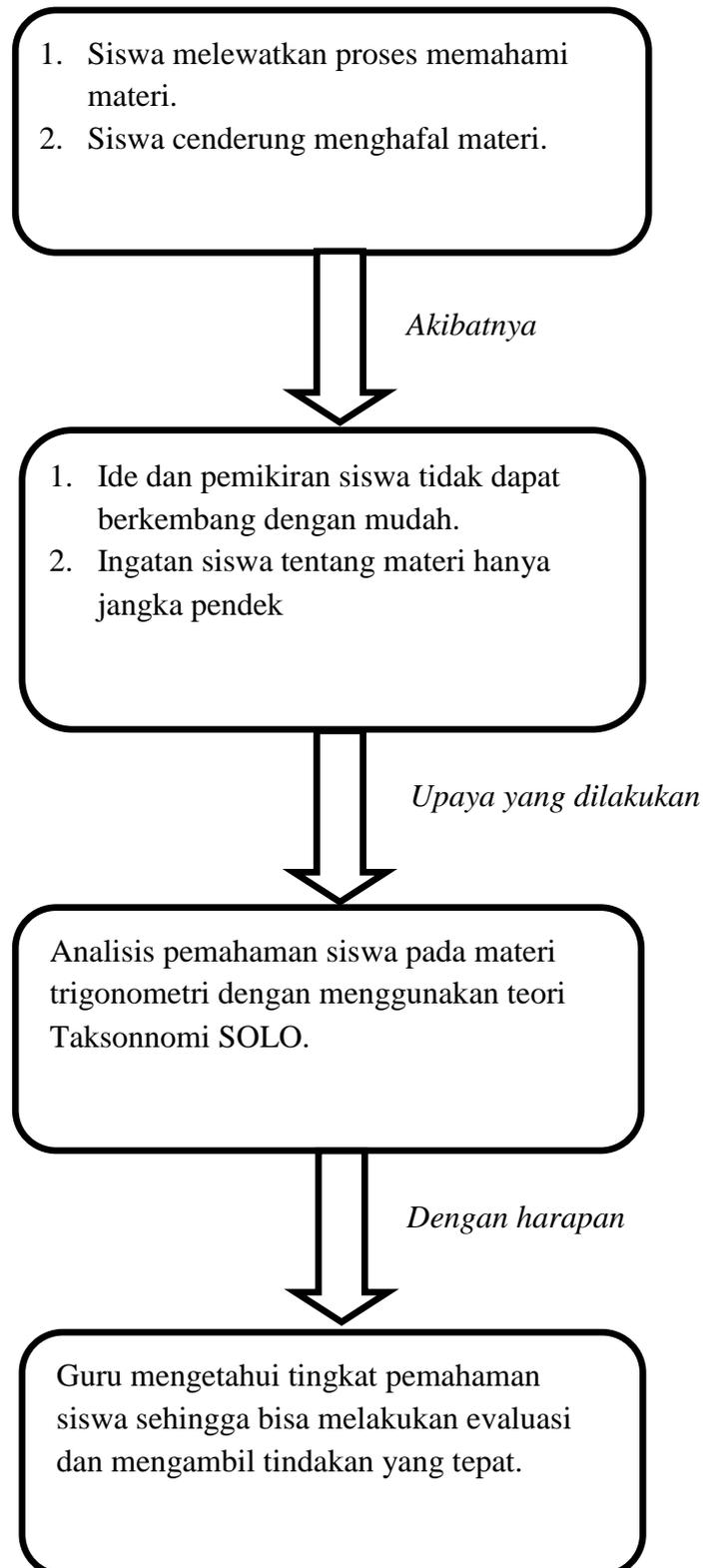
Proses pembelajaran erat kaitannya dengan pemahaman. Salah satu tujuan dari pembelajaran adalah menjadikan siswa paham dengan materi yang dipelajari. Di sekolah-sekolah, khususnya di SMAN 1 Campurdarat pembelajaran dilakukan semaksimal mungkin guna memberikan pemahaman kepada siswa, karena pemahaman sangat penting dimiliki oleh siswa. Banyak cara yang dilakukan oleh guru untuk memantu siswa mencapai pemahaman. Mulai dengan model pembelajaran yang menarik, membangun kedekatan dengan siswa sehingga siswa tidak malu untuk bertanya ketika mereka belum paham dengan materi yang diajarkan, hingga memberikan penghargaan kepada siswa yang bisa menyelesaikan soal yang diberikan dengan memberikan nilai-nilai tambahan.

Pemahaman yang dimiliki siswa akan sangat membantu siswa dalam menyelesaikan persoalan-persoalan yang disajikan. Namun pada kenyataannya masih ada beberapa siswa yang mengabaikan pemahaman

tersebut. Siswa lebih senang menerima materi kemudian menghafalkannya. Hal itu menjadikan siswa malas memahami materi dan cenderung menghafalkannya supaya mereka bisa menyelesaikan soal yang diberikan.

Apabila siswa hanya menghafal, kebanyakan siswa hanya dapat menyelesaikan persoalan yang diberikan dengan satu cara. Siswa cenderung belum bisa mengembangkan ide-idenya. Dalam hal ini, perlu adanya analisa tentang pemahaman siswa guna mengetahui secara pasti sampai dimana tingkat pemahaman siswa pada materi yang disampaikan oleh guru. Hal ini bisa dijadikan bahan evaluasi, utamanya untuk guru, bagaimana menentukan tindakan. Apabila tingkat pemahaman siswa telah diketahui, maka akan lebih mudah untuk mengatasi persoalan siswa tentang pemahaman. Berdasarkan hal tersebut perlu dilakukan analisis pemahaman siswa dengan menggunakan teori taksonomi SOLO, dimana teori ini mempunyai 5 tingkat pemahaman, yaitu prestruktural, unistruktural multistruktural, relasional, dan extended abstrak, sehingga guru dapat mengetahui tingkat pemahaman siswa untuk melakukan tindakan selanjutnya. Untuk lebih jelasnya, perhatikan bagan di bawah ini:

### **Bagan 1.1 Kerangka Berpikir**



## H. Kajian Penelitian Terdahulu

Penelitian yang menggunakan Teori Taksonomi SOLO sudah banyak dilakukan. Pada subbab ini peneliti akan membahas beberapa penelitian terdahulu yang menggunakan Teori Taksonomi SOLO.

1. Penelitian yang dilakukan oleh Danang Lipianto dan Mega Teguh Budiarto dari jurusan matematika FMIPA Universitas Negeri Surabaya yang berjudul Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal yang Berhubungan dengan Persegi dan Persegi Panjang berdasarkan Taksonomi SOLO Plus pada Siswa Kelas VIII. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa level Taksonomi SOLO Plus subjek menemukan 2 level, yaitu multistruktural dan multirasional.
2. Penelitian yang dilakukan oleh Miskatun Nuroniah, Rochmad, dan Kristina Wijayanti dari jurusan matematika FMIPA Universitas Negeri Semarang yang berjudul Analisis Kesalahan dalam Menyelesaikan Soal Pemecahan Masalah dengan Taksonomi SOLO. Hasil penelitian yang didapatkan adalah kecenderungan kesalahan yang dilakukan peserta didik hampir merata untuk setiap soal yang diberikan, dan kecenderungan kesalahan yang paling sering dilakukan yaitu kesalahan data tidak tepat, prosedur tidak tetap, dan hierarki keterampilan. Secara umum, kesalahan terjadi karena siswa belum memahami konsep materi pokok yang disajikan, belum memiliki keterampilan menyelesaikan masalah matematika, serta belum terlihatnya keterampilan manipulasi numerik, serta kemampuan pemecahan masalah oleh siswa masih rendah.

3. Penelitian yang dilakukan oleh Dyta Aprilia Kurnia Putri dari jurusan Teknik Sipil Universitas Negeri Surabaya yang berjudul Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal yang Berhubungan dengan Konstruksi Statis Tertentu Berdasarkan Taksonomi SOLO Plus pada Kelas X TGB SMKN 3 Surabaya. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa faktor penyebab kesalahan siswa adalah konsep, prinsip, operasi, dan acak.
4. Penelitian yang dilakukan oleh Ulul Istiklaliah yang berjudul Analisis Pemahaman Siswa Tuna Rungu pada Materi Lambang Bilangan Romawi berdasarkan Teori Taksonomi SOLO di SLB B,C,D Ngudi Hayu Togogan Srengat Blitar. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa tingkat pemahaman siswa tuna rungu di SLB B,C,D Ngudi Hayu Togogan Srengat Blitar mencapai level prastruktural, unistruktural, dan multi struktural.

**Tabel 2.3 Perbandingan Penelitian**

| No | Penelitian Terdahulu  | Persamaan                                       | Perbedaan  | Penelitian yang dilakukan               |
|----|---|---|--|---|
| 1. | Penelitian yang dilakukan oleh Danang Lipianto dan Mega Teguh Budiarto yang | 1. Menggunakan pendekatan penelitian kualitatif | 1. Materi yang dibahas pada penelitian.<br>2. Siswa yang | Analisis Pemahaman Siswa Kelas X SMAN 1 |

Lanjutan tabel....

|   |   |  |   |   |
|---|---|--|---|---|
|   | berjudul Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal yang Berhubungan dengan Persegi dan Persegi Panjang berdasarkan Taksonomi SOLO   | 2. Beracuan pada Teori Taksonomi SOLO.   | Diteliti.<br>3. Lokasi penelitian.  | Campurdarat Materi Trigonometri dengan Menggunakan Teori Taksonomi SOLO.  |
| 2 | Penelitian yang dilakukan oleh Miskatun Nuroniah, Rochmad, dan Kristina Wijayanti yang berjudul Analisis Kesalahan dalam Menyelesaikan Soal Pemecahan Masalah dengan Taksonomi SOLO.  | 1. Menggunakan pendekatan penelitian kualitatif.<br>2. Beracuan pada Teori Taksonomi SOLO. | 1. Materi yang dibahas pada penelitian.<br>2. Siswa yang diteliti.<br>3. Lokasi penelitian. | Analisis Pemahaman Siswa Kelas X SMAN 1 Campurdarat Materi Trigonometri dengan Menggunakan Teori Taksonomi SOLO |
| 3 | Penelitian yang dilakukan oleh Dyta Aprilia Kurnia Putri yang berjudul Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal yang Berhubungan dengan Konstruksi Statis Tertentu Berdasarkan Taksonomi SOLO Plus pada Kelas X TGB SMKN 3 Surabaya. | 1. Menggunakan pendekatan penelitian kualitatif.<br>2. Beracuan pada Teori Taksonomi SOLO  | 1. Materi yang dibahas pada penelitian.<br>2. Siswa yang diteliti.<br>3. Lokasi penelitian. | Analisis Pemahaman Siswa Kelas X SMAN 1 Campurdarat Materi Trigonometri dengan Menggunakan Teori Taksonomi SOLO |

*Lanjutan tabel....*

|   |  |  |   |  |
|---|--|--|---|--|
| 4 | <p>Penelitian yang dilakukan oleh Ulul Istiklaliah yang berjudul Analisis Pemahaman Siswa Tuna Rungu pada materi lambang bilangan romawi berdasarkan Teori Taksonomi SOLO di SLB B,C,D Ngudi Hayu Togogan Srengat Blitar</p> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Menggunakan pendekatan penelitian kualitatif.</li> <li>2. Beracuan pada Teori Taksonomi SOLO.</li> </ol> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Materi yang dibahas pada penelitian.</li> <li>2. Siswa yang diteliti.</li> <li>3. Lokasi penelitian.</li> </ol> | <p>Analisis Pemahaman Siswa Kelas X SMAN 1 Campurdarat Materi Trigonometri dengan menggunakan Teori Taksonomi SOLO</p> |
|---|--|--|---|--|