

BAB II

KAJIAN TEORI

A. Belajar Matematika

1. Hakekat Belajar

Manusia sebagai makhluk yang berakal memiliki kewajiban untuk belajar mengenai semua hal yang berguna bagi kehidupan dan kualitas iman mereka. Semuanya sudah dijelaskan dalam Al Qur'an dan hadits Nabi Muhammad SAW. Dalil dalam Al Qur'an tersebut diantaranya sebagai berikut:

يُؤْتِي الْحِكْمَةَ مَنْ يَشَاءُ وَمَنْ يُؤْتَ الْحِكْمَةَ فَقَدْ أُوتِيَ خَيْرًا كَثِيرًا وَمَا يَذَّكَّرُ إِلَّا أُولُو الْأَلْبَابِ^{٢٦٩}

Artinya: “Dia memberikan hikmah kepada siapa yang Dia kehendaki. Barang siapa diberi hikmah, sesungguhnya dia telah diberi kebaikan yang banyak. Dan tidak ada yang dapat mengambil pelajaran kecuali orang-orang yang mempunyai akal sehat.” (QS. Al Baqoroh : 269)

Belajar merupakan kegiatan bagi setiap orang. Pengetahuan ketrampilan, kebiasaan, kegemaran dan sikap seseorang terbentuk, dimodifikasi dan berkembang disebabkan belajar¹⁰. Menurut Winkel, belajar adalah aktivitas mental/psikis yang berlangsung dalam interaksi aktif dengan lingkungan yang menghasilkan perubahan-perubahan dalam pengetahuan, ketrampilan dan sikap. Perubahan diperoleh melalui usaha (bukan karena kematangan), menetap dalam waktu yang relatif lama dan merupakan hasil pengalaman.¹¹

¹⁰ Herman Hudojo, *Mengajar Belajar Matematika*, (Jakarta: DEPDIBUD Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, 2000)., hal. 1

¹¹ Sardiman, *Interaksi & Motivasi Belajar Mengajar*, (Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada,2000).,hal.22

Dalam teori belajar kognitif, seseorang hanya dapat dikatakan belajar apabila telah memahami keseluruhan persoalan secara mendalam (*insightful*). Memahami itu berkaitan dengan proses mental: bagaimana impresi indera dicatat dan disimpan dalam otak dan bagaimana impresi-impresi itu digunakan untuk memecahkan masalah.¹² Pendapat lain mengenai belajar yaitu belajar merupakan proses dalam diri individu yang berinteraksi dengan lingkungannya untuk mendapatkan perubahan dalam perilakunya. Dalam hal ini, terkandung suatu maksud bahwa proses berinteraksi itu adalah : a) proses internalisasi dari sesuatu ke dalam diri yang belajar, dan b) dilakukan secara aktif, dengan segenap panca indera ikut berperan.¹³

Agar lebih memahami akan pengertian belajar, berikut akan dikemukakan beberapa elemen penting yang mencirikan tentang pengertian belajar, yaitu antara lain :

1. Belajar merupakan suatu perubahan dalam tingkah laku, dimana perubahan itu dapat mengarah kepada tingkah laku yang lebih baik, tetapi juga ada kemungkinan mengarah kepada tingkah laku yang lebih buruk.
2. Belajar merupakan suatu perubahan yang terjadi melalui latihan atau pengalaman; dalam arti perubahan yang disebabkan oleh pertumbuhan atau kematangan.
3. Untuk dapat disebut belajar, maka itu harus relatif mantap; harus merupakan akhir daripada suatu periode waktu yang cukup panjang.

¹² Purwanto, *Evaluasi Hasil belajar*. (Yogyakarta:Pustaka Pelajar,2001).,hal.41

¹³ Sardiman, *Interaksi & Motivasi*, hal.20

4. Tingkah laku yang mengalami perubahan karena belajar menyangkut sebagai aspek kepribadian, baik fisik maupun psikis.¹⁴

Berdasarkan uraian diatas, dapat disimpulkan bahwa belajar merupakan proses untuk membuat perubahan dalam diri individu dengan cara berinteraksi dengan lingkungannya untuk mendapatkan perubahan dalam aspek kognitif, afektif dan psikomotorik.

2. Hakekat Matematika

Istilah matematika berasal dari kata Yunani "*mathein*" atau "*manthenein*" yang artinya "mempelajari". Kata ini memiliki hubungan yang erat dengan kata Sanskerta, "medha" atau "widya" yang artinya "kepandaian, ketahuan, atau intelegensia". Dalam bukunya Landasan Matematika, Andi Hakim N. Mengemukakan bahwa matematika dalam bahasa Belanda disebut dengan kata "*wiskunde*" yang berarti ilmu tentang belajar (hal ini sesuai dengan arti kata *mathein* pada matematika).¹⁵

Menurut Aristoteles, matematika merupakan salah satu dari tiga dasar yang membagi ilmu pengetahuan fisik, matematika dan teologi. Matematika didasarkan atas kenyataan yang dialami, yaitu pengetahuan yang diperoleh dari eksperimen, observasi, dan abstraksi.¹⁶

Sedangkan Plato berpendapat bahwa matematika adalah identik dengan filsafat untuk ahli pikir, walaupun mereka mengatakan bahwa matematika harus dipelajari untuk keperluan lain. Objek matematika ada di dunia nyata,

¹⁴ Ngalim Purwanto, *Psikologi Pendidikan*. (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2011), hal 85

¹⁵ Moch Masykur Ag dan Abdul Halim Fathani, *Mathematical Intelegence*. (Jogjakarta : Ar-Ruzz Media), hal: 42

¹⁶ Abdul halim fathani, *Matematika Hakikat & Logika*.(Jogjakarta; Ar-Ruzz Media), hal.21

tetapi terpisah dari akal. Ia mengadakan perbedaan antara aritmetika (teori bilangan) dan logistik (teknik berhitung) yang diperlukan orang.¹⁷

Pendapat lain dikemukakan oleh Kicher bahwasannya matematika terdiri atas komponen-komponen antara lain : 1) bahasa (*language*) yang dijalankan oleh para matematikawan, 2) pernyataan (*statements*) yang digunakan oleh para matematikawan, 3) pernyataan (*quetions*) penting yang hingga saat ini belum terpecahkan, 4) alasan (*reasonings*) yang digunakan untuk menjelaskan pernyataan, dan 5) ide matematika itu sendiri. Bahkan secara luas matematika dipandang sebaga "*the science of pattern*".¹⁸

Sedangkan orang Arab menyebut matematika dengan "*ilmu al-hisab*" yang berarti ilmu berhitung. Ada yang berpendapat lain tentang matematika yakni pengetahuan mengenai kuantitas dan ruang, salah satu cabang dari sekian banyak cabang ilmu yang sistematis, teratur dan eksak. Matematika adalah angka-angka dan perhitungan yang merupakan bagian dari hidup manusia. Dimana matematika memiliki bahasa sendiri yang terdiri atas simbol-simbol dan membahas fakta-fakta dan hubungan-hubungannya serta problem ruang dan waktu.¹⁹

Berdasarkan uraian diatas, dapat disimpulkan bahwasanya matematika merupakan ilmu tentang logika, pola berpikir dan merupakan cabang ilmu pengetahuan yang eksak dan terorganisir secara sistematis serta dapat memasuki kehidupan manusia.

¹⁷ Ibid., hal.22

¹⁸ Abdul halim fathani, *Matematika*hal 19

¹⁹ Ibid.,hal.23

3. Belajar Matematika

Belajar merupakan proses untuk membuat perubahan dalam diri individu dengan cara berinteraksi dengan lingkungannya untuk mendapatkan perubahan dalam aspek kognitif, afektif dan psikomotorik. Sedangkan matematika adalah suatu ilmu tentang logika, pola berpikir dan merupakan cabang ilmu pengetahuan yang eksak dan terorganisir secara sistematis serta dapat memasuki kehidupan manusia

Sehingga, belajar matematika adalah suatu proses yang ditandai dengan adanya perubahan diri seseorang yang kemudian diaplikasikan ke dalam matematika ketika menyelesaikan masalah matematik. Belajar matematika yang terputus-putus akan mengganggu terjadinya proses belajar. Ini berarti proses belajar matematika akan terjadi dengan lancar bila belajar itu sendiri dilakukan secara kontinyu. Hal tersebut didukung dengan dalil pengaitan (konektivitas) dari Bruner yang mengemukakan bahwa “matematika antara satu konsep dengan konsep lainnya terdapat hubungan yang erat”.²⁰ Oleh karena itu dalam belajar matematika, siswa harus belajar secara berkelanjutan dan selalu mengingat materi yang sudah diajarkan sebab materi tersebut akan tetap digunakan untuk mempelajari materi selanjutnya.

²⁰ Tim MKKB Jurusan Pendidikan Matematika, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. (Bandung : JICA Universitas Pendidikan Indonesia, 2001) hal 48

4. Kemampuan Matematika

Kondalkar menyatakan bahwa kemampuan adalah kapasitas seseorang individu untuk melakukan beragam tugas dalam suatu pekerjaan.²¹ Kemampuan matematika adalah kemampuan yang dibutuhkan untuk melakukan berbagai aktifitas mental, berfikir, menelaah, memecahkan masalah siswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika. Mengacu pada skala penilaian yang ditetapkan oleh Ratumanan dan Laurens, maka kategori tingkat kemampuan matematika siswa dikategorikan kemampuan rendah jika $0 \leq \text{nilai tes} < 65$, dikategorikan kemampuan sedang jika $65 \leq \text{nilai tes} < 80$, dikategorikan kemampuan tinggi jika $80 \leq \text{nilai tes} \leq 100$.²² Berdasarkan hal tersebut maka peneliti mengkategorikan kemampuan matematika siswa kelas VIII B SMP 1 Ngunut ke dalam 3 kategori kemampuan, siswa berkemampuan rendah jika $0 \leq \text{nilai UAS} < 65$, siswa berkemampuan sedang jika $65 \leq \text{nilai UAS} < 80$, siswa berkemampuan tinggi $80 \leq \text{nilai UAS} \leq 100$.

B. Kemampuan Koneksi Matematis

1. Pengertian Koneksi Matematis

Koneksi berasal dari kata connection dalam bahasa Inggris yang diartikan sebagai hubungan. Koneksi secara umum adalah suatu hubungan atau keterkaitan. Sedangkan yang berkaitan dengan matematika disebut dengan koneksi matematis.²³ Adapun, Koneksi matematik merupakan dua kata yang

²¹ Arif Widarti, *Kemampuan Koneksi Matematis Dalam Menyelesaikan Masalah Kontekstual Ditinjau dari Kemampuan Matematis Siswa*. (Jurnal STIKP Jombang 2012), hal. 6

²² Nugrahwati, *Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Sistem Persamaan Linier Dua Variabel Berdasarkan Kemampuan Matematis*, (Jurnal Matematika Vol. 01 No. 003 2013), hal 3

²³ Srirayani, "Kemampuan Koneksi Matematika dalam Pembelajaran Matematika" dalam

berasal dari *Mathematical Connection* yang dipopulerkan oleh NCTM dan dijadikan sebagai standart kurikulum pembelajaran matematika sekolah dasar dan pertama. Untuk dapat melakukan koneksi terlebih dahulu harus mengerti dengan permasalahannya dan untuk dapat mengerti permasalahannya harus mampu membuat koneksi dengan topik – topik tertentu.²⁴

Marsall menjelaskan bahwasannya koneksi matematika juga dapat digambarkan sebagai komponen dari skema atau kelompok terhubung dari skema dalam jaringan mental. Skema adalah struktur memori yang berkembang dari pengalaman individu dan panduan respon individu terhadap lingkungan.²⁵

Pendapat lain menjelaskan bahwa koneksi matematis merupakan pengaitan matematika dengan pelajaran lain atau topik lain. Koneksi matematis (Mathematical Connetion) merupakan kegiatan yang meliputi :

1. Mencari hubungan antara berbagai representasi konsep dan prosedur.
2. Memahami matematika dalam bidang studi lain atau kehidupan sehari – hari.
3. Memahami representasi ekuivalen konsep yang sama.
4. Mencari koneksi satu prosedur lain dalam representasi yang ekuivalen
5. Menggunakan koneksi antar topik matematika dan antar topik matematika dengan topik lain.²⁶

<https://sriyani.wordpress.com>, diakses pada 2 Januari 2017 pukul 21.00 wib

²⁴ Arif Widarti, *Kemampuan Koneksi Matematis*hal. 3

²⁵ Elly Susanti, *Proses Koneksi Produktif dalam Penyelesaian Masalah Matematika*. (Surabaya: Pendidikan Tinggi Islam), hal. 14

²⁶ Bambang Sarbani, “Standar Proses Pembelajaran Matematika”, <http://blogspot.com/2008/standar-proses-pembelajaran-matematika.html> diakses 25 Januari 2017

Pengertian yang sama juga dijelaskan oleh Sumarmo yang menyatakan bahwa koneksi matematis (*Mathematical Connections*) merupakan kegiatan yang meliputi :²⁷

- (1) mencari hubungan antara berbagai representasi konsep dan prosedur, (2) memahami hubungan antar topik matematika, (3) menggunakan matematika dalam bidang studi lain atau kehidupan sehari-hari, (4) memahami representasi ekuivalen konsep yang sama, (5) mencari representasi satu prosedur lain dalam representasi yang ekuivalen, (6) menggunakan koneksi antar topik matematika, dan antar topik matematika dengan topik lain.

Koneksi matematika adalah bagian dari jaringan yang saling berhubungan dari paket pengetahuan yang saling berhubungan dari paket pengetahuan yang terdiri dari konsep-konsep kunci untuk memahami dan mengembangkan hubungan antara ide-ide matematika, konsep, dan prosedur. Hubungan antar konsep dalam matematika tersebut merupakan hubungan bersama-sama konsep-konsep kunci yang mendasari ide matematika matematika tertentu.²⁸

Sehingga dapat disimpulkan bahwasannya koneksi matematis adalah pengaitan atau menghubungkan konsep – konsep matematika baik antar konsep maupun dengan bidang lain.

2. Proses Koneksi Matematika

Haylock menjelaskan bahwa proses koneksi matematis adalah proses berpikir dalam mengkontruksi pengetahuan dari ide- ide matematika melalui

²⁷ Ibid., hal 5

²⁸ Elli Susanti, *Proses Koneksi*hal.14

pertumbuhan kesadaran dari hubungan antara pengalaman konkrit, bahasa, gambar, dan simbol matematika.²⁹

Ponte menjelaskan bahwasannya seseorang yang berhasil proses koneksi matematikanya antara lain:

- 1) Suka melihat bagaimana ide – ide matematika yang terkait.
- 2) Menghubungkan pengetahuan lama dengan pengetahuan baru
- 3) Suka melihat bagaimana ide – ide atau konsep matematika yang terhubung ke mata pelajaran lain dengan dunia nyata
- 4) Suka mengetahui ketika orang lain memikirkan strategi solusi dengan cara yang berbeda.

Adapun Nordheimer menjelaskan bahwasannya proses koneksi matematika merupakan proses berpikir dalam mengenali dan menggunakan hubungan antar ide – ide matematika.³⁰

Dari penjelasan diatas, dapat disimpulkan bahwasannya proses koneksi matematis adalah proses berpikir dalam mengorganisasikan ide – ide matematika dari masalah ke masalah selanjutnya mencari keterkaitan antar ide – ide matematika tersebut sampai menemukan pengetahuan baru.

3. Manfaat dan Tujuan Koneksi Matematis

Manfaat koneksi matematis menurut NCTM ada tiga aspek antara lain:³¹

- 1) Suatu topik dapat diciptakan dengan topik lain dengan cara

²⁹ Ibid.,hal.23

³⁰ Ibid., hal. 28

³¹ Herdian, “Model Pembelajaran Mind Mapping” dalam <http://herdy07.wordpress.com/2010/05/27/kemampuan-koneksi-matematis-siswa/>, diakses 20 Februari 2017

mengembangkan lebih lanjut atau menggunakan pada topik lain, misalnya :
bilangan dapat digunakan dalam pengukuran panjang sehingga panjang dua
benda atau lebih dapat dijumlahkan.

- 2) Topik – topik pada bidang lain dapat disusun berdasarkan teori matematika tertentu, misalnya : matematika ekonomi atau matematika terkait.
- 3) Koneksi atau keterkaitan matematika dalam kehidupan sehari – hari dapat berbentuk pemecahan masalah sehari – hari matematika. Contoh sederhana yaitu seorang pekeja ingin mengikat sebuah pipa dengan tali seminimal mungkin, pekerja tersebut dapat menggunakan konsep garis singgung lingkaran.

Contoh lain yaitu tugas polisi diperempatan jalan sangat membantu polisi dengan hadirnya lampu stopan diperempatan jalan, lampu tersebut menggunakan teori logika matematika.

Adapun Tujuan dari koneksi matematis menurut NCTM bahwasanya melalui koneksi matematis maka pengetahuan siswa akan diperluas, siswa akan memandang matematika sebagai suatu kesatuan yang utuh bukan sebagai materi yang berdiri sendiri serta siswa akan menyadari kegunaan dan manfaat matematika baik disekolah maupun di luar sekolah.³²Dengan demikian, siswa tidak hanya bertumpu pada salah satu konsep atau materi matematika yang sedang dipelajari, tetapi secara tidak langsung siswa memperoleh berbagai konsep/area pengetahuan yang berbeda, baik di dalam matematika maupun di

³² Setiawan, *Implementasi Pembelajaran Conceptual Understanding Procedure (CUPs) sebagai Upaya Meningkatkan Kemampuan Koneksi Matematik Siswa*, (Bandung: UPI tidak diterbitkan., 2009), hal.32

luar matematika.

4. Pengertian Kemampuan Koneksi Matematis

Kemampuan koneksi matematis adalah kemampuan siswa dalam mencari hubungan suatu representasi konsep dan prosedur, memahami antar topik matematika, mengaitkan ide – ide matematika dan kemampuan siswa mengaplikasikan konsep matematika dalam bidang lain atau kehidupan sehari – hari. Berdasarkan hal tersebut, koneksi matematika tidak hanya menghubungkan matematika dengan berbagai ilmu lain dan kehidupan. Menurut Kusuma kemampuan koneksi matematika adalah kemampuan seseorang dalam memperlihatkan hubungan internal dan eksternal matematika, yang meliputi koneksi antar topik matematika, koneksi dengan disiplin ilmu lain dan koneksi dengan kehidupan sehari – hari.³³

Kemampuan koneksi matematis diperlukan oleh siswa dalam mempelajari beberapa topik matematika yang terkait satu sama lain. Menurut Ruspianai, jika topik diberikan secara tersendiri maka pembelajaran akan kehilangan momen yang sangat berharga dalam usaha meningkatkan prestasi belajar matematika secara umum. Tanpa koneksi matematika, siswa akan mengalami kesulitan dalam mempelajari matematika.³⁴

Dengan demikian kemampuan koneksi matematis perlu dilatihkan kepada siswa sekolah. Apabila siswa mampu mengaitkan ide – ide matematika maka koneksi matematikannya semakin dalam dan bertahan lama karena mereka

³³ Arif Widarti, *Kemampuan*, hal. 2

³⁴ Roslaina Harahap, *Perbedaan peningkatan kemampuan komunikasi dan kemampuan koneksi matematis siswa melalui pembelajaran kontekstual dengan koopertaif tipe STAD di SMP AL- Washliyah 8 Medan*. (Jurnal Universitas Negeri Medan, 2012), hal. 3

mampu melihat keterkaitan antar topik dalam matematika dengan konteks selain matematika dan pengalaman hidup sehari – hari. Hal ini sesuai dengan NCTM yang menyatakan bahwa melalui koneksi matematis maka pengetahuan siswa akan diperluas, siswa akan memandang matematika sebagai suatu kesatuan yang utuh bukan sebagai materi yang berdiri sendiri serta siswa akan menyadari kegunaan dan manfaat matematika baik di sekolah maupun diluar sekolah.

Sehingga dapat disimpulkan bahwasanya kemampuan koneksi matematis merupakan kemampuan menghubungkan konsep – konsep matematika, baik antar konsep dalam matematika maupun dengan bidang lainnya.

5. Indikator Kemampuan Koneksi matematis

Kemampuan koneksi matematis dapat diartikan sebagai kemampuan untuk menghubungkan ide-ide matematika (baik internal maupun eksternal). NCTM menguraikan indikator koneksi matematis, antara lain siswa mampu:³⁵

- a. Mengenali dan menggunakan hubungan antar ide – ide dalam matematika.

Dalam hal ini, koneksi dapat membantu siswa untuk memanfaatkan konsep – konsep yang telah mereka pelajari dengan konteks baru yang akan dipelajari oleh siswa dengan cara menghubungkan satu konsep dengan konsep lainnya sehingga siswa dapat mengingat kembali tentang konsep sebelumnya yang telah siswa pelajari dan siswa dapat memandang gagasan – gagasan baru tersebut sebagai perluasan dari konsep matematika yang telah dipelajari sebelumnya. Siswa mengenali gagasan dengan menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dalam menjawab soal dan

³⁵ NCTM, *Curriculum and Evaluation...*, Hal. 64 - 65

siswa memanfaatkan gagasan dengan menuliskan gagasan-gagasan tersebut untuk membuat model matematika yang digunakan dalam menjawab soal.

- b. Memahami bagaimana gagasan – gagasan dalam matematika saling berhubungan dan mendasari satu sama lain untuk menghasilkan suatu keutuhan yang koheren. Pada tahap ini siswa dapat melihat struktur matematika yang sama dalam *setting* yang berbeda, sehingga terjadi peningkatan pemahaman tentang hubungan antar konsep dengan konsep lainnya
- c. Mengenali dan menerapkan matematika di dalam konteks diluar matematika. Konteks – konteks eksternal matematika pada tahap ini berkaitan dengan hubungan matematika dengan kehidupan sehari – hari, sehingga siswa mampu mengneksikan antara kejadian yang ada pada kehidupan sehari – hari (dunia nyata ke dalam model matematika).

Menurut Ulep, indikator kemampuan koneksi matematis antara lain, siswa mampu:³⁶

- a. Menyelesaikan masalah dengan menggunakan grafik, hitungan numerik, aljbar dan representasi verbal,
- b. Menerapkan konsep dan prosedur yang telah diperoleh pada situasi baru,
- c. Menyadari hubungan antar topik dalam matematika,
- d. Memperluas ide – ide matematika.

³⁶ Arif Widarti, "Kemampuan.....", Hal. 5

Sedangkan menurut Sumarmo indikator untuk kemampuan koneksi matematika siswa antara lain:³⁷

1. Mengenali representasi hubungan yang ekuivalen dari konsep yang sama.
2. Mengenali hubungan prosedur satu representasi ke prosedur representasi yang ekuivalen
3. Menggunakan dan menilai koneksi beberapa topik matematika
4. Menggunakan dan menilai koneksi matematika dan disiplin ilmu lain.

Dari beberapa pendapat diatas, indikator – indikator yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

Tabel 2. 2 Indikator Kemampuan Koneksi Matematis

No	Aspek Kemampuan Koneksi Matematis	Indikator
1.	Mengenali dan menggunakan hubungan antar ide – ide dalam matematika	Siswa mampu menggunakan konsep yang mendasari jawaban guna memahami keterkaitan antar konsep yang digunakan (K1)
2.	Memahami bagaimana gagasan – gagasan dalam matematika saling berhubungan dan mendasari satu sama lain untuk menghasilkan suatu keutuhan yang koheren.	Siswa mampu menggunakan hubungan antar konsep matematika yang digunakan dalam menjawab soal yang telah diberikan. (K2)
3.	Mengenali dan menerapkan matematika di dalam konteks diluar matematika.	Siswa mampu menggunakan matematika dalam kehidupan sehari – hari. (K3)

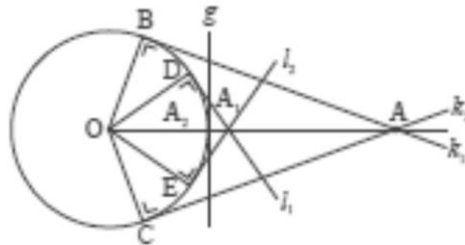
³⁷ Arifin muslim, *Kemampuan Koneksi Matematik*, dalam <http://arifinmuslim.wordpress.com/2014/02/21/kemampuan-koneksimatematik/>, diakses pada 29 Februari 2017

C. Materi Pokok Garis Singgung Lingkaran

1. Pengertian Garis Singgung Lingkaran dan Sifat - Sifatnya

Garis singgung lingkaran adalah garis yang memotong suatu lingkaran di satu titik dan berpotongan tegak lurus dengan jari – jari di titik singgungnya.

Adapun sifat dari garis singgung lingkaran yaitu melalui satu titik pada lingkaran hanya dapat dibuat satu garis singgung pada lingkaran tersebut. Perhatikan gambar dibawah ini.

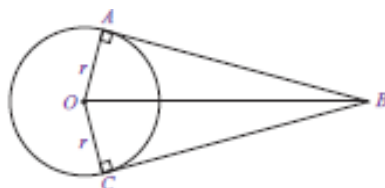


Pada gambar diatas garis k_1 dan k_2 adalah garis singgung lingkaran yang melalui titik A di luar lingkaran dan menyinggung lingkaran di titik B dan C. Apabila titik A digeser ke A_1 maka garis k_1 dan k_2 akan bergeser sehingga menjadi garis l_1 dan l_2 yang menyinggung lingkaran di titik D dan E. Apabila titik A_1 digeser ke A_2 tepat pada keliling lingkaran maka garis l_1 dan l_2 bergeser dan saling berimpit menjadi garis g .

Jadi, hanya terdapat satu garis singgung lingkaran yang melalui suatu titik pada lingkaran.

2. Panjang Garis Singgung Lingkaran

Perhatikan gambar berikut.



Gambar AB dan BC adalah garis singgung lingkaran yang berpusat di titik O . Panjang $OA =$ panjang $OC = r =$ jari – jari lingkaran. Oleh karena itu garis singgung selalu tegak lurus terhadap jari – jari lingkaran, maka panjang garis singgung AB dan BC dapat dihitung dengan menggunakan teorema Pythagoras.

Perhatikan ΔOAB pada gambar diatas, pada ΔOAB berlaku teorema Pythagoras yaitu :

$$\begin{aligned} OA^2 + AB^2 &= OB^2 \\ AB^2 &= OB^2 - OA^2 \\ AB &= \sqrt{OB^2 - OA^2} \\ AB &= \sqrt{OB^2 - r^2} \end{aligned}$$

Pada ΔOCB juga berlaku teorema Pythagoras, yaitu :

$$\begin{aligned} OC^2 + BC^2 &= OB^2 \\ BC^2 &= OB^2 - OC^2 \\ BC &= \sqrt{OB^2 - OC^2} \\ BC &= \sqrt{OB^2 - r^2} \end{aligned}$$

Ternyata $AB = BC = \sqrt{OB^2 - r^2}$, sehingga uraian tersebut menggamabrkan definisi yaitu

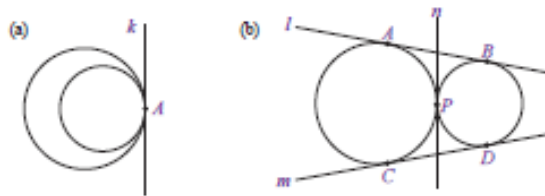
Kedua garis singgung lingkaran yang ditarik dari sebuah titik di luar lingkaran mempunyaoi panjang yang sama.

3. Garis Singgung Dua Lingkaran

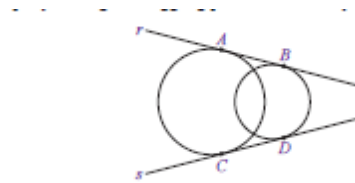
a. Kedudukan Dua Lingkaran

Secara umum kedudukan dua lingkaran dapat dikelompokkan menjadi tiga jenis, yaitu dua lingkaran bersinggungan, berpotongan dan saling lepas.

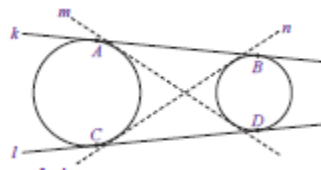
1) Dua Lingkaran Bersinggungan



2) Dua Lingkaran Berpotongan



3) Dua Lingkaran Saling Lepas



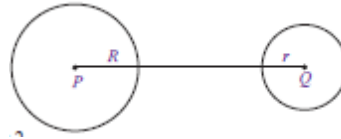
b. Garis Singgung Persekutuan Luar

➤ Melukis Garis Singgung Persekutuan Luar

Adapun langkah – langkah dalam melukis garis inggung persekutuan luar adalah sebagai berikut :

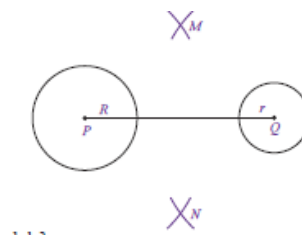
1) Langkah 1

Membuat dua lingkaran dengan pusat P dan Q serta jari – jari R dan r , kemudian menghubungkan kedua titik pusatnya.



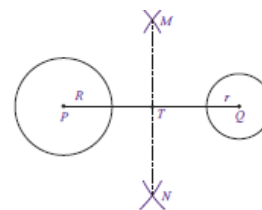
2) Langkah 2

Membuat busur lingkaran sebarang yang berpusat di P dan Q dengan jari – jari yang sama dan panjangnya harus lebih besar dari PQ , sehingga berpotongan di titik M dan N .



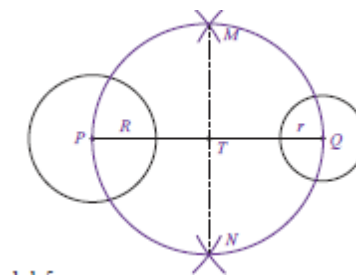
3) Langkah 3

Menghubungkan M dan N sehingga memotong PQ di titik T .



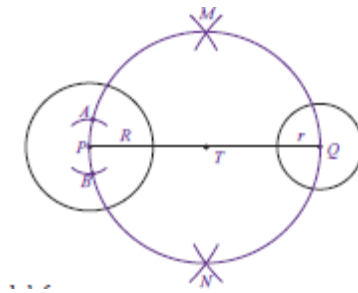
4) Langkah 4

Menggambar lingkaran yang berpusat di titik T dengan jari – jari PT



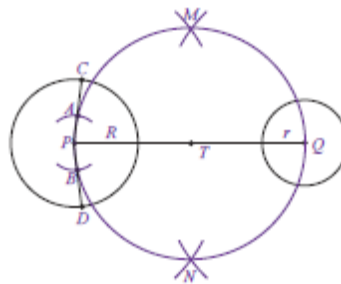
5) Langkah 5

Melukis busur lingkaran yang berpusat di titik P dengan jari – jari $R - r$ sehingga memotong lingkaran yang berpusat di T pada titik A dan B .



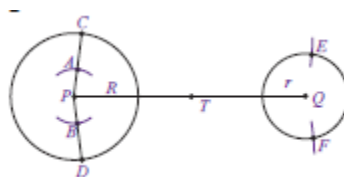
6) Langkah 6

Menghubungkan P dengan A dan P dengan B , kemudian perpanjang kedua garis tersebut sehingga memotong lingkaran yang berpusat di P pada titik C dan D .



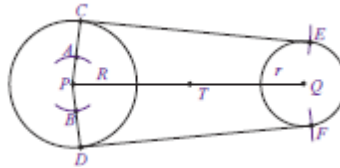
7) Langkah 7

Melukis busur lingkaran dengan pusat di C dan jari – jari AQ sehingga memotong lingkaran yang berpusat di Q di titik E . Melukis busur lingkaran dengan pusat di D dan jari – jari AQ sehingga memotong lingkaran yang berpusat di Q di titik F .



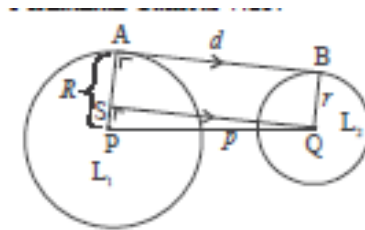
8) Langkah 8

Menghubungkan C dengan E dan D dengan F . Garis CE dan DF adalah garis singgung persekutuan luar dua lingkaran yang berpusat di P dan Q .



➤ Menghitung Panjang Garis Singgung Persekutuan Luar

Perhatikan gambar berikut.



R = Jari – jari lingkaran yang berpusat di P

r = Jari – jari lingkaran yang berpusat di Q

d = Panjang garis singgung persekutuan luar

p = Jarak titik pusat kedua lingkaran

Jika garis AB digeser kebawah sejauh BQ maka diperoleh garis SQ .

$AB \parallel SQ$, $AS \parallel BQ$, dan $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$

$\triangle PQS$ siku – siku di S , sehingga,

$$QS^2 = PQ^2 - PS^2$$

$$QS = \sqrt{PQ^2 - PS^2}$$

$$QS = \sqrt{PQ^2 - (R - r)^2}$$

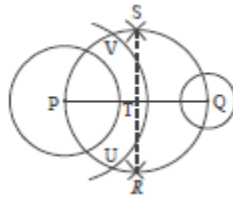
Karena $QS = AB = d$ maka panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran adalah $d = \sqrt{p^2 - (R - r)^2}$

c. Garis Singgung Persekutuan Dalam

➤ Melukis Garis Singgung Persekutuan Dalam

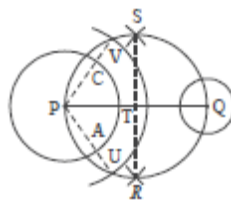
- 1) Langkah 1 – 4 seperti menggambar persekutuan luar lingkaran.
- 2) Langkah 5

Melukis busur lingkaran yang berpusat di titik P dengan jari – jari $R + r$ sehingga memotong lingkaran yang berpusat di T pada titik A dan B



- 3) Langkah 6

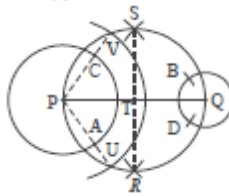
Menghubungkan titik pusat P dengan A dan P dengan B sehingga memotong lingkaran dengan pusat P di titik C dan D .



- 4) Langkah 7

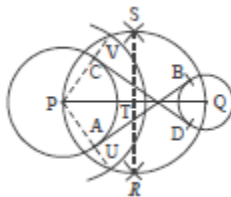
Melukis busur lingkaran dari C dengan jari – jari AQ sehingga memotong lingkaran yang berpusat di Q pada titik E ., serta melukis

busur lingkaran dari D dengan jari – jari AQ sehingga memotong lingkaran yang berpusat di Q pada titik F .



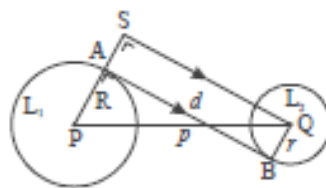
5) Langkah 8

Menghubungkan C dengan E dan D dengan F . Garis CE dan DF adalah garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran yang berpusat di P dan Q .



➤ Menghitung Panjang Garis Singgung Persekutuan Dalam

Perhatikan gambar berikut.



R = Jari – jari lingkaran yang berpusat di P

r = Jari – jari lingkaran yang berpusat di Q

d = Panjang garis singgung persekutuan dalam

p = Jarak titik pusat kedua lingkaran

Jika garis AB digeser ke atas sejauh BQ maka diperoleh garis SQ .

$AB \parallel SQ$, $AS \parallel BQ$, dan $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$

ΔPQS siku – siku di S , sehingga,

$$QS^2 = PQ^2 - PS^2$$

$$QS = \sqrt{PQ^2 - PS^2}$$

$$QS = \sqrt{PQ^2 - (R + r)^2}$$

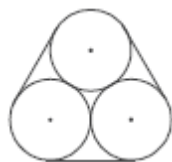
Karena $QS = AB = d$ maka panjang garis singgung persekutuan luar

dua lingkaran adalah $d = \sqrt{p^2 - (R + r)^2}$

d. Panjang Sabuk Lilitan Minimal yang Menghubungkan Dua Lingkaran

Dalam kehidupan sehari – hari sering dijumpai seorang tukang bangunan mengikat beberapa pipa air untuk memudahkan mengangkatnya. Aplikasi tersebut dapat memanfaatkan panjang sabuk lilitan minimal yang menghubungkan dua lingkaran.

Perhatikan contoh berikut :



Gambar diatas menunjukkan penampang tiga buah pipa air berebentuk lingkaran yang masing – masing berjari – jari 7 cm dan diikat menjadi satu. Hitunglah panjang sabuk lilitan minimal yang diperlukan untuk mengikat tiga pipa tersebut.

Penyelesaian :

Hubungkan titik pusat ketiga lingkaran dan titik pusat dengan tali yang melingkarinya, sehingga diperoleh panjang $DE = BFG = HI = AB = AC = BC = 2 \times \text{jari} - \text{jari} = 14 \text{ cm}$.

$\triangle ABC$ merupakan segitiga sama sisi, sehingga

$$\angle ABC = \angle BAC = \angle ACB = 60^\circ$$

$$\angle CBF = \angle ABE = 90^\circ$$

$$\angle FBE = \angle GCH = \angle DAI = 360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$$

Ingat kembali materi pada bab sebelumnya yaitu lingkaran, bahwa panjang

busur lingkaran = $\frac{\text{sudut pusat}}{360^\circ} \times \text{keliling lingkaran}$, sehingga

$$\begin{aligned} \text{Panjang } \widehat{EF} = \text{panjang } \widehat{GH} = \text{panjang } \widehat{DI} &= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \\ &= \frac{1}{3} \times 44 \\ &= \frac{44}{3} \end{aligned}$$

Panjang sabuk lilitan

$$\begin{aligned} &= DE + FG + HI + \text{Panjang } \widehat{EF} + \text{panjang } \widehat{GH} + \text{panjang } \widehat{DI} \\ &= (3 \times \text{panjang } DE) + (3 \times \text{panjang } \widehat{EF}) \\ &= 3 \times 14 + 3 \times \frac{44}{3} \\ &= 42 + 44 \\ &= 86 \text{ cm.}^{38} \end{aligned}$$

³⁸ Dewi Nuhariyani & Tri Wahyuni, *Matematika konsep*, hal. 170-185

D. Penelitian Terdahulu

Ada beberapa penelitian terdahulu terkait koneksi matematis, misalnya penelitian yang dilakukan oleh Arif Widarti yang berjudul “Kemampuan Koneksi Matematis Dalam Menyelesaikan Masalah Kontekstual Ditinjau dari Kemampuan Matematis Siswa”. Misalnya lagi penelitian yang dilakukan oleh Nurfitriya, Bambang Hudjono, Asep Nursaji yang berjudul “Kemampuan Koneksi Matematik Siswa Ditinjau dari Kemampuan Dasar Matematika di SMP”. Selain itu ada juga penelitian lain yaitu dilakukan oleh Ahmad Ribaid yang berjudul “Kemampuan Koneksi Matematik dalam Menyelesaikan Soal Bangun Ruang Sisi Datar Siswa kelas IX SMP Islam Sunan Gunung Jati Ngunut Tulungagung Tahun Ajaran 2015/2016”.

Persamaan dan perbedaan ketiga penelitian tersebut adalah sama-sama meneliti tentang kemampuan koneksi matematik secara umum dengan tiga aspeknya yakni koneksi matematika dengan pokok bahasan lain dalam matematika, koneksi matematika dengan bidang lain, koneksi matematika dengan kehidupan sehari-hari. Sementara itu, perbedaannya ialah jika pada penelitian Arif Widarti menggunakan subjek penelitian siswa sekolah menengah secara umum, sementara pada penelitian Asep dkk serta Ahmad memilih subjek penelitian siswa sekolah menengah pertama dan mengkategorikan subjeknya kedalam 3 tingkatan kemampuan, yakni berkemampuan tinggi, sedang, rendah. Serta materi yang digunakan untuk instrumen penelitiannya pun juga berbeda.