BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Hakekat Matematika

Berikut akan diuraikan beberapa hal yang berkaitan dengan matematika, yang dapat dijadikan sebagai landasan dalam pelaksanaan pembelajaran matematika. Sehingga dengan mengetahui dan memahami hakekat matematika, diharapkan proses pembelajaran matematika akan dapat berlangsung lebih manusiawi (humanis). 15

1. Definisi Matematika

Istilah matematika berasal dari kata Yunani "mathein" atau "manthenein", yang artinya "mempelajari". Mungkin juga, kata tersebut erat hubungannya dengan kata Sansekerta "medha" atau "widya" yang artinya "kepandaian", "ketahuan", atau "intelegensi". 16

Matematika adalah suatu alat untuk mengembangkan cara berpikir. Karena itu matematika sangat diperlukan baik untuk kehidupan sehari-hari maupun dalam menghadapi kemajuan IPTEK sehingga matematika perlu dibekalkan kepada setiap siswa sejak SD, bahkan sejak TK.¹⁷

Menurut Soedjadi beberapa definisi atau pengertian tentang matematika adalah sebagai berikut:

¹⁵Moch. Masykur dan Abdul Halim Fathani, *Mathematical Intellegence: Cara Cerdas Melatih Otak dan Menanggulangi Kesulitan Belajar...*, hal. 42

¹⁶*Ibid.*, hal. 42

 $^{^{17} \}mathrm{Herman}$ Hudojo, Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika, (Malang: JICA, 2001), hal. 45

- Matematika adalah cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematik.
- b. Matematika adalah pengetahuan tentang bilangan dan kalkulasi.
- Matematika adalah pengetahuan tentang penalaran logik dan berhubungan dengan bilangan.
- d. Matematika adalah pengetahuan tentang fakta-fakta kuantitatif dan masalah tentang ruang dan bentuk.
- e. Matematika adalah pengetahuan tentang struktur-struktur yang logik.
- f. Matematika adalah pengetahuan tentang aturan-aturan yang ketat. 18

James dan James dalam kamus matematikanya mengatakan bahwa matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan lainnya dengan jumlah yang banyak yang terbagi ke dalam tiga bidang, yaitu aljabar, analisis, dan geometri. ¹⁹

Menurut Hudojo, sampai saat ini belum ada definisi tunggal tentang matematika. Hal ini terbukti adanya puluhan definisi matematika yang belum mendapat kesepakatan di antara para matematikawan.²⁰ Masih banyak lagi definisi-definisi tentang matematika, tetapi tidak satupun perumusan yang dapat diterima umum, atau sekurang-kurangnya dapat diterima dari berbagai sudut pandang.²¹

¹⁸R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika Di Indonesia*, (Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional, 1999/2000), hal. 11

¹⁹Erman Suherman, et.all., *Strategi pembelajaran Matematika Kontemporer...*, hal. 16

²⁰Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*..., hal. 45

²¹Erman Suherman, et. all., *Strategi pembelajaran Matematika Kontemporer...*, hal. 17

Oleh karena itu, berdasarkan uraian diatas dapat disimpulkan bahwa sampai saat ini definisi mengenai apa itu matematika masih mengalami perkembangan belum menemui kesepakatan dan para matematikawan masih terus mendiskusikan mengenai definisi matematika. Diskusi tentang matematika akan terus berlangsung seiring dengan perubahan dan perkembangan zaman.

B. Belajar Matematika

Definisi belajar sebenarnya sangat beragam, definisi tersebut dikarenakan oleh masing-masing orang yang memaknai belajar dengan perspektif yang berbeda. Berikut ini terdapat beberapa tokoh yang mengungkapkan definisi belajar yaitu:

- 1. Hilgard dan Bower, dalam buku Theories of Learning mengemukakan bahwa belajar berhubungan dengan perubahan tingkah laku seseorang terhadap sesuatu situasi tertentu yang disebabkan oleh pengalamannya yang berulangulang dalam situasi itu, dimana perubahan tingkah laku itu tidak dapat dijelaskan atau dasar kecenderungan respon pembawaan, kematangan, atau keadaan-keadaan sesaat seseorang.
- 2. Gagne, dalam buku The Conditions of Learning menyatakan bahwa belajar terjadi apabila suatu situasi stimulus bersama dengan isi ingatan mempengaruhi siswa sedemikian rupa sehingga perbuatannya berubah dari waktu sebelum ia mengalami situasi itu ke waktu sesudah ia mengalami situasi tadi.

- 3. *Morgan*, dalam buku *Introductions to Psychology* mengemukakan bahwa belajar adalah setiap perubahan yang relatif menetap dalam tingkah laku yang terjadi sebagai suatu hasil dari latihan atau pengalaman.
- 4. Witherington, dalam buku Educational Psychology mengemukakan bahwa belajar adalah suatu perubahan di dalam kepribadian yang menyatakan diri sebagai suatu pola baru dari pada reaksi yang berupa kecakapan, sikap, kebiasaan, kepandaian, atau suatu pengertian.²²

Berdasarkan definisi-definisi yang dikemukakan para ahli di atas dapat disimpulkan beberapa hal penting berkaitan dengan pengertian belajar, antara lain:

- 1. Belajar adalah tingkah laku sebagai akibat dari pengalaman atau latihan.
- Perubahan tingkah laku yang timbul akibat belajar dapat berupa tingkah laku positif atau dapat berupa tingkah laku negatif.
- Tingkah laku mengalami perubahan akibat belajar menyangkut semua aspek kepribadian atau tingkah laku, menyangkut kemampuan kognitif, afektif dan psikomotorik.
- 4. Belajar dapat dilakukan di sekolah atau di luar sekolah.

Berdasarkan definisi di atas, maka dapat diterangkan bahwa belajar itu senantiasa merupakan perubahan tingkah laku atau penampilan, dengan serangkaian kegiatan misalnya dengan membaca, mengamati, mendengarkan, meniru dan lain sebagainya. Sehingga dapat dikatakan bahwa belajar itu sebagai rangkaian kegiatan jiwa raga, psiko-fisik untuk menuju ke perkembangan pribadi manusia seutuhnya, yang berarti menyangkut unsur cipta, rasa dan karsa, ranah

²²Ngalim Purwanto, *Psikologi Pendidikan* ..., hal. 84

kognitif, afektif, dan psikomotorik.²³ Mengacu pada ketiga ranah tersebut, maka pembelajaran matematika harus didesain sedemikian hingga agar menarik minat siswa dan mendorong untuk belajar sehingga mereka ikut aktif dalam proses pembelajaran matematika.

Pada proses pembelajaran matematika terdapat kegiatan belajar matematika. Belajar matematika merupakan kegiatan mental yang tinggi. Mempelajari matematika haruslah bertahap dan berurutan serta mendasarkan kepada pengalaman belajar yang lalu. Guna mempelajari suatu materi matematika yang baru, pengalaman belajar yang lalu dari seseorang itu akan mempengaruhi terjadinya proses belajar materi matematika tersebut.²⁴

Menurut Suherman, belajar matematika merupakan proses dimana siswa secara aktif mengkonstruksi pengetahuan matematika. Belajar matematika melibatkan manipulasi aktif dari pemaknaan bukan hanya bilangan dan rumusrumus saja. Sedangkan menurut paham konstruktivis bahwa secara substansif, belajar matematika adalah proses pemecahan masalah. Memecahkan suatu masalah matematika malibatkan kemampuan berpikir seseorang. Sehingga dapat dikatakan bahwa di dalam proses belajar matematika terjadi juga proses berpikir, sebab seseorang dikatakan berpikir bila orang itu melakukan kegiatan mental dan orang yang belajar matematika pasti melakukan kegiatan mental.

²³Sardiman A.M, *Interaksi Dan Motivasi Belajar-Mengajar*, (Jakarta: PT Raja Grafindo Persada, 2004), hal. 20-21

²⁴Herman Hudojo, *Strategi Mengajar Belajar Matematika...*, hal. 4

²⁵Erman Suherman, et. all., *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer...*, hal. 76

²⁶*Ibid.*, hal. 77

Hal ini mencerminkan bahwa matematika hanyalah sebagai alat untuk berpikir, fokus utama belajar matematika adalah memberdayakan siswa untuk berpikir mengkonstruksi pengetahuan matematika yang pernah ditemukan oleh ahli-ahli sebelumnya. Pada poin selanjutnya akan dijelaskan lebih mendalam lagi tentang berpikir.

C. Berpikir dan Proses Berpikir

1. Pengertian Berpikir

Hakekat berpikir dapat dipandang dari segala segi baik secara logis, ilmiah, filsafati, dan theologis. Galotti dalam Martin mengemukakan bahwa berpikir didefinisikan sebagai tindakan yang melebihi informasi yang diberikan. Sedangkan menurut Suriasumantri bahwa berpikir adalah suatu kegiatan untuk menemukan pengetahuan yang benar. Pada pembelajaran matematika dikenal adanya kemampuan berpikir matematis. Berpikir matematis apabila dikaitkan dengan konsep berpikir dapat dipandang sebagai cara untuk meningkatkan pengertian terhadap matematika dengan menyusun data dan informasi yang diperoleh melalui penelitian atau pengkajian terhadap objek-objek matematika.²⁷

Berpikir adalah satu keaktifan pribadi manusia yang mengakibatkan penemuan yang terarah kepada suatu tujuan. Kita berpikir untuk menemukan pemahaman/pengertian yang kita kehendaki. Ciri-ciri utama dari berpikir adalah adanya *abstraksi*. Abstraksi dalam hal ini berarti anggapan lepasnya kualitas atau

²⁷Maya Kusumaningrum, *Mengoptimalkan Kemampuan Berpikir Matematika Melalui Pemecahan Masalah Matematika*, (Yogyakarta: tidak diterbitkan), hal. 3

relasi dari benda-benda, kejadian-kejadian dan situasi-situasi yang mula-mula dihadapi sebagai kenyataan.²⁸ Selain itu dapat diuraikan juga tentang beberapa macam-macam berpikir, diantaranya:

a) Berpikir Deduktif

Deduktif merupakan sifat deduksi. Deduksi merupakan proses berpikir (penalaran) yang bertolak dari proposisi yang sudah ada, menuju proposisi baru yang berbentuk suatu kesimpulan.

b) Berpikir Induktif

Induktif artinya bersifat induksi. Berpikir induksi ialah menarik suatu kesimpulan umum dari berbagai kejadian (data) yang ada di sekitarnya. Pemikiran semacam ini mendekatkan manusia pada ilmu pengetahuan.

c) Berpikir Evaluatif

Berpikir evaluatif adalah berpikir kritis, menilai baik buruknya, tepat atau tidaknya suatu gagasan. Berpikir evaluatif itu tidak menambah atau mengurangi gagasan. Kita menilai menurut kriteria tertentu.²⁹

Menurut beberapa pendapat para ahli tentang berpikir adalah sebagai berikut. Berpikir adalah daya jiwa yang dapat meletakkan hubungan-hubungan antar pengetahuan kita. Berpikir itu merupakan proses yang "dialektif" artinya selama kita berpikir, pikiran kita dalam keadaan tanya jawab, untuk dapat

²⁹Uswah Wardiana, *Psikologi Umum...*, hal. 137-138

²⁸Ngalim Purwanto, *Psikologi Pendidikan...*, hal. 43

meletakkan hubungan pengetahuan kita. Berpikir itu memerlukan alat yaitu akal (ratio). Hasil berpikir dapat diwujudkan dengan bahasa.³⁰

Berpikir sebenarnya adalah berbicara dengan batin dan berbicara adalah berpikir yang diucapkan.³¹ Menurut Fauzi dalam bukunya mengatakan bahwa berpikir adalah tingkah laku yang menggunakan ide, yaitu suatu proses simbolik.³² Sedangkan pendapat lainnya mengatakan bahwa berpikir adalah proses dinamis dimana individu bertindak aktif dalam proses berpikir menghadapi hal-hal yang bersifat abstrak.³³

Pengertian tersebut bukanlah satu-satunya pengertian mengenai berpikir, karena sudut pandang lain akan memberikan pengertian berpikir yang lain. Sudut pandang behaviorisme khususnya fungsionalis akan memandang berpikir itu sebagai penguatan antara stimulus dan respons. Demikian juga sudut pandang kaum asosiasionis memandang berpikir hanya sebagai asosiasi antara tanggapan atau bayangan satu dengan yang lainnya yang saling kait mengait.

Salah satu sifat dari berpikir adalah *goal directed* yaitu berpikir tentang sesuatu, untuk memperoleh pemecahan masalah atau untuk mendapatkan sesuatu yang baru. Berpikir juga dapat dipandang sebagai pemrosesan informasi dari stimulus yang ada *(starting position)*, sampai pemecahan masalah *(finishing*

³⁰Abu Ahmadi dan Widodo Supriyono, *Psikologi Belajar...*, hal. 31

³¹Agus Sujanto, *Psikologi Umum*, (Jakarta: PT Bumi Aksara, 2009), hal. 64

³²Ahmad Fauzi, *Psikologi Umum*, (Bandung: CV Pustaka Setia, 2004), hal. 47

³³http://www.slideshare.net/diandradevikha/definisi-berpikir

position) atau goal state. Sehingga dapat dikemukakan bahwa berpikir itu merupakan proses kognitif yang berlangsung antara stimulus dan respons.³⁴

Perkembangan kognitif manusia merupakan proses psikologis yang di dalamnya melibatkan proses memperoleh, menyusun, dan menggunakan pengetahuan, serta kegiatan mental seperti berpikir, menimbang, mengamati, mengingat, menganalisis, mensintesis, mengevaluasi, dan memecahkan persoalan yang berlangsung melalui interaksi dengan lingkungan.³⁵

Sedangkan menurut Wardiana, berpikir adalah suatu kegiatan mental yang melibatkan kerja otak. Akan tetapi pikiran manusia walaupun tidak bisa dipisahkan dari aktivitas kerja otak, lebih dari sekedar kerja organ tubuh yang disebut otak. Seperti yang dikemukakan oleh Pierce, dalam berpikir ada dinamika gerak dari adanya gangguan suatu keraguan atas kepercayaan atau keyakinan yang selama ini dipegang, lalu terangsang untuk melakukan penyelidikan, kemudian diakhiri dalam pencapaian suatu keyakinan baru. ³⁶

Hal ini berkaitan dengan kemampuan berpikir siswa pada tahap berpikir operasional formal, selama tahap operasi formal (11-15 tahun), struktur kognitif menjadi matang secara kualitas, anak mulai dapat menerapkan operasi secara konkret untuk semua masalah yang dihadapi di dalam kelas.³⁷

Berdasarkan beberapa teori di atas dapat disimpulkan bahwa setiap individu itu memiliki pola pikir yang berbeda dilihat dari intelegensinya, baik dalam

³⁷Djaali, *Psikologi Pendidikan*, (Jakarta: PT Bumi Aksar, 2012), hal. 71

³⁴Bimo Walgito, *Pengantar Psikologi Umum*, (Yogyakarta: ANDI, 2004), hal. 177

³⁵Mohammad Ali dan Asrori, *Psikologi Remaja Perkembangan Peserta Didik*, (Jakarta: PT Bumi Aksara, 2011), hal. 26

³⁶Uswah Wardiana, *Psikologi Umum...*, hal. 123

menyelesaikan soal matematika maupun dalam berbagai masalah kehidupan sehari-hari. Cara berpikir yang digunakan selayaknya disesuaikan dengan aspek pelajaran yang diterima. Hubungan antara bahasa dan berpikir itu mutlak, sebab berpikir itu sebenarnya berbicara dengan batin, dan berbicara adalah berpikir yang dilisankan.

2. Proses Berpikir

Proses berpikir adalah kecakapan menggunakan akal menjalankan proses pemikiran/kemahiran berpikir. Simbol-simbol yang digunakan dalam berpikir pada umumnya berupa kata-kata atau bahasa (language), karena itu sering dikemukakan bahwa bahasa dan berpikir mempunyai kaitan yang erat. Melalui bahasa manusia dapat menciptakan ratusan, ribuan simbol-simbol yang memungkinkan manusia dapat berpikir begitu sempurna apabila dibandingkan dengan makhluk lain. Sekalipun bahasa merupakan alat yang cukup ampuh (powerful) dalam proses berpikir, namun bahasa bukan satu-satunya alat yang digunakan dalam proses berpikir, sebab masih ada lagi yang dapat digunakan yaitu bayangan atau gambaran (image).

Walaupun berpikir dapat menggunakan gambaran-gambaran atau bayangan-bayangan atau *image*, namun sebagian terbesar dalam berpikir orang menggunakan bahasa atau verbal, yaitu berpikir dengan menggunakan simbol-simbol bahasa dengan segala ketentuan-ketentuannya. Bahasa merupakan alat

³⁸ http://gurufikir.blogspot.com

yang penting dalam berpikir maka sering dikemukakan bila seseorang itu berpikir, orang itu bicara dengan dirinya sendiri.³⁹

Menurut analisis berpikir, proses berpikir itu terdiri dari keaslian, kritik, dan penerimaan atau penolakan hipotesis. Pada pemecahan problem yang bersifat nonsimbolis (misalnya memecahkan teka-teki), sasaran atau kritik terhadap hipotesis dilaksanakan bersama-sama, dalam perbuatan *trial and eror* yang bersifat terbuka. Responnya berwujud gerakan-gerakan otot besar.

Pada pemecahan problem yang bersifat simbolis, sasaran hipotesis berbeda dari kritiknya. Sasaran-sasaran itu selalu dilambangkan sedangkan kritik bisa dilambangkan. Sasaran dan kritik itu dilambangkan oleh respon-respon yang bersifat tertutup, seperti sensasi, fantasi, bahasa, atau gerakan-gerakan kecil.

Kesimpulannya seseorang berpikir bukan saja dengan otaknya, tetapi juga dengan seluruh tubuhnya. Meskipun sistem syaraf itu mempunyai peranan yang penting dalam berpikir karena mengintegrasikan semua bagian tubuh, alat indera, otot dan kelenjar juga memegang peranan yang tidak kalah penting. ⁴⁰

Berdasarkan beberapa pendapat tentang proses berpikir di atas, menurut peneliti bahwa proses berpikir adalah suatu rangkaian atau tahapan kognitif seseorang dalam mencapai suatu tujuan tertentu. Sehingga jika dikaitkan dengan pelajaran matematika pada materi Teorema Pythagoras dapat dikatakan bahwa proses berpikir itu adalah suatu kegiatan mental seseorang yang berkaitan dengan

³⁹Bimo Walgito, *Pengantar Psikologi Umum...*, hal. 178

⁴⁰Ahmad Fauzi, *Psikologi Umum...*, hal. 50

kerja otak dalam memahami materi Teorema Pythagoras kemudian diungkapkan dalam suatu bentuk penyelesaian soal.

Proses-proses yang dilalui selama berpikir adalah (1) pembentukan pengertian, artinya dari satu masalah, pikiran kita membuang ciri-ciri tambahan, sehingga tinggal ciri-ciri yang tipis (yang tidak boleh ada) pada masalah itu. (2) pembentukan pendapat artinya pikiran kita menggabungkan atau menceraikan beberapa pengertian yang menjadi tanda khas dari masalah itu. (3) pembentukan keputusan artinya pikiran kita menggabungkan pendapat-pendapat tersebut. (4) pembentukan kesimpulan artinya pikiran kita menarik keputusan dari keputusankeputusan yang lain.⁴¹

Sedangkan ilmu jiwa berpikir berpendapat bahwa berpikir ialah bergaul dengan pengertian-pengertian, di dalam proses berpikir:

- Arah pikiran ditentukan oleh soal yang dihadapi. a.
- Berpikir itu menggunakan sejumlah besar pengertian-pengertian, yang b. kemudian menjadi komplek.
- Berpikir, menggunakan bagan berpikir.
- Berpikir ialah soal menggunakan metode-metode berpikir. 42 d.

Berpikir bertitik tolak pada masalah yang dihadapi oleh seseorang. Hal-hal atau fakta-fakta dapat dijadikan titik tolak dalam pemecahan masalahnya. Proses berpikir tidak selalu berlangsung dengan begitu mudah, sering orang menghadapi hambatan-hambatan dalam proses berpikirnya. Sederhana tidaknya dalam

⁴¹ *Ibid.*, hal. 57 ⁴² *Ibid.*, hal. 65

memecahkan masalah bergantung pada masalah yang dihadapinya. Memecahkan masalah hitungan 6 x 7 akan jauh lebih mudah apabila dibandingkan dengan memecahkan soal-soal statistika misalnya. Hambatan-hambatan yang mungkin timbul dalam proses berpikir dapat disebabkan antara lain karena (1) data yang kurang sempurna, sehingga masih banyak lagi data yang harus diperoleh, (2) data yang ada dalam keadaan *confuse*, data yang satu bertentangan dengan data yang lain, sehingga hal ini akan membingungkan dalam proses berpikir.

Kekurangan data dan kurang jelasnya data akan menjadikan hambatan dalam proses berpikir seseorang, lebih-lebih kalau datanya bertentangan satu dengan yang lain, misalnya dalam cerita-cerita detektif. Sehingga rumit tidaknya sesuatu masalah, lengkap tidaknya data akan dapat membawa sulit tidaknya dalam proses berpikir seseorang.⁴³

Menurut peneliti jika dikaitkan dengan data di lapangan bahwa proses berpikir yang dilalui siswa saat memahami Teorema Pythagoras terdiri dari 4 langkah proses berpikir sesuai dengan teori di atas. Langkah pertama yaitu pembentukan pengertian, dalam hal ini siswa mencoba memahami masalah/soal yang diberikan dengan mengkaitkan konsep-konsep Teorema Pythagoras yang sudah diperoleh. Langkah kedua yaitu setelah siswa paham dengan masalah/soalnya kemudian membentuk suatu pendapat. Hal itu dengan mencari solusi yang tepat atau memilih rumus Teorema Pythagoras disesuaikan dengan masalah tersebut. Langkah ketiga yaitu pembentukan keputusan dimana siswa memutuskan rumus mana yang sesuai dengan masalah tersebut dan mencari

⁴³Bimo Walgito, *Pengantar Psikologi Umum...*, hal. 191

penyelesainnya. Kemudian langkah terakhir adalah pembentukan kesimpulan yaitu menyimpulkan hasil penyelesaian soal melalui perolehan himpunan penyelesaian.

Proses berpikir siswa saat memahami Teorema Pythagoras dimana terdapat hambatan-hambatan proses berpikir yang sering terjadi di kelas adalah kesalahan siswa dalam memahami konsep pelajaran, kesalahpahaman atau miskonsepsi siswa dalam memahami konsep yang diberikan oleh guru dan juga minimnya pengetahuan yang diperoleh siswa dalam belajar konsep-konsep tersebut. Sehingga hal ini berdampak pada mampu tidaknya siswa dalam mengerjakan soal dan juga hasil belajar yang diperoleh.

D. Teori Bruner

Bruner telah mempelopori aliran psikologi kognitif yang memberi dorongan agar pendidikan memberikan perhatian pada pentingnya pengembangan berpikir. Haruner mengusulkan teorinya yang disebut *free discovery learning*. Menurut teori ini, proses belajar akan berjalan dengan baik dan kreatif jika guru memberi kesempatan kepada siswa untuk menemukan suatu aturan (termasuk konsep, teori, definisi, dan sebagainya) melalui contoh-contoh yang menggambarkan (mewakili) aturan yang menjadi sumbernya. Harungan memberi kesempatan kepada siswa untuk menemukan suatu aturan (termasuk konsep, teori, definisi, dan sebagainya) melalui contoh-contoh yang menggambarkan (mewakili) aturan yang menjadi sumbernya.

Sedangkan menurut Dalyono, yang menjadi dasar ide Bruner ialah pendapat dari Peaget yang menyatakan bahwa anak harus berperan secara aktif di dalam

⁴⁴Siti Hawa, Pengembangan Pembelajaran Matematika, UNIT-1-0-.Pdf

⁴⁵Hamzah B. Uno, *Orientasi Baru Dalam Psikologi Pembelajaran*, (Jakarta: PT Bumi Aksara, 2006), hal. 11

belajar di kelas. Sehingga Bruner memakai cara dengan apa yang disebutnya "discovery learning", yaitu dimana siswa mengorganisasi bahan yang dipelajari dengan suatu bentuk akhir, prosedur ini berbeda dengan reception learning atau exspository teaching, dimana guru menerangkan semua informal dan siswa harus mempelajari semua bahan/informasi itu. 46 Menurut pandangan Bruner bahwa teori belajar itu bersifat deskriptif, sedangkan teori pembelajaran itu bersifat preskriptif. Misalnya, teori belajar memprediksikan berapa usia maksimum seorang anak untuk belajar penjumlahan, sedangkan teori pembelajaran menguraikan bagaimana cara-cara mengajarkan penjumlahan. 47

Menurut Bruner, ada tiga proses kognitif yang terjadi dalam belajar, yakni 1) proses perolehan informasi baru (*informasi*), 2) proses mentransformasikan informasi yang diterima (*transformasi*), 3) menguji relevansi dan ketepatan pengetahuan (*evaluasi*). 48 Fase informasi (*information*), dalam fase ini seorang siswa yang sedang belajar memperoleh sejumlah keterangan mengenai materi yang sedang dipelajari. Fase transformasi (*transformation*), dalam fase ini informasi yang telah diperoleh itu dianalisis, diubah atau ditransformasikan menjadi bentuk yang abstrak atau konseptual supaya pada gilirannya dapat dimanfaatkan bagi hal-hal yang lebih luas. Fase evaluasi (*evaluation*) dimana seorang siswa akan menilai sendiri sampai sejauh mana pengetahuan (informasi

⁴⁶M. Dalyono, *Psikologi Pendidikan*, (Jakarta: PT Rineka Cipta, 2007), hal. 41

⁴⁷Hamzah B. Uno, *Orientasi Baru Dalam Psikologi Pembelajaran...*, hal. 12

⁴⁸http://8tunas8.wordpress.com/teori-belajar-mengajar-menurut-jerome-s-bruner/

yang telah ditransformasikan tadi) dapat dimanfaatkan untuk memahami gejalagejala lain atau pemecahan masalah yang dihadapi.⁴⁹

Perolehan informasi baru dapat terjadi melalui kegiatan membaca, mendengarkan penjelasan guru mengenai materi yang diajarkan atau mendengarkan audio visual dan lain-lain. Proses transformasi pengetahuan merupakan suatu proses bagaimana kita memperlakukan pengetahuan yang sudah diterima atau sesuai dengan kebutuhan. Informasi yang diterima dianalisis, diproses atau diubah menjadi konsep yang lebih abstrak agar suatu saat dapat dimanfaatkan.

Menurut Suherman bahwa Bruner dalam teorinya menyatakan bahwa belajar matematika akan lebih berhasil jika proses pengajaran diarahkan kepada konsep-konsep dan struktur-struktur yang terbuat dalam pokok bahasan yang diajarkan, disamping hubungan yang terkait antara konsep-konsep dan struktur-struktur.⁵⁰

Sedangkan Bruner berpendapat bahwa belajar matematika ialah belajar tentang konsep-konsep dan struktur-struktur matematika yang terdapat di dalam materi yang dipelajari serta mencari hubungan-hubungan antara konsep-konsep dan struktur-struktur matematika itu. Kegiatan belajar pada teori Bruner hampir selalu memulai dengan memusatkan manipulasi material. Siswa harus

⁴⁹Muhibbin Syah, *Psikologi Pendidikan*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2011), hal. 92

⁵⁰Erman Suherman, et.all, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer...*, hal. 43

menemukan keteraturan dengan cara pertama-tama memanipulasi material yang berhubungan dengan keteraturan intuitif yang sudah dimiliki siswa itu.⁵¹

Pemahaman terhadap konsep dan struktur sesuatu materi itu dipahami secara lebih komprehensif. Selain itu siswa lebih mudah mengingat materi/konsep bila yang dipelajari merupakan pola yang terstruktur. Melalui pemahaman konsep dan struktur akan mempermudah terjadinya internalisasi pengetahuan (transfer informasi) ke dalam jaringan kognitif siswa.

Bruner mengemukakan bahwa dalam proses belajarnya anak melewati 3 tahap, yaitu:

a. Tahap enaktif

Dalam tahap ini anak secara langsung terlihat dalam memanipulasi (mengotak-atik) objek.

b. Tahap ikonik

Dalam tahap ini kegiatan yang dilakukan anak berhubungan dengan mental, yang merupakan gambaran dari objek-objek yang dimanipulasi.

c. Tahap simbolik

Dalam tahap ini anak memanipulasi simbol-simbol atau lambang-lambang objek tertentu. Anak tidak lagi terikat dengan objek-objek pada tahap sebelumnya. Siswa pada tahap ini sudah mampu menggunakan notasi tanpa ketergantungan terhadap objek riil. 52

⁵¹Herman Hudojo, *Mengajar Belajar Matematika*, (Jakarta: Diktat Tidak Diterbitkan, 1988), hal. 56

⁵²Erman Suherman, et.all., Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer..., hal. 43-44

Urutan tahapan perkembangan mental yang dikemukakan Bruner mirip dengan teori perkembangan intelektual Peaget. Perbedaannya Bruner tidak seperti Peaget, urutan tahap berpikir tidak dikaitkan usia siswa. Ketiga tahapan belajar di atas memperjelas bahwa untuk memudahkan pemahaman dan keberhasilan anak dalam pembelajaran matematika, haruslah pembelajaran tersebut dilakukan secara bertahap.

Selain ketiga tahapan di atas, Bruner juga melahirkan beberapa dalil diantaranya dalil-dalil penyusunan (construction theorem), dalil notasi (notation theorem), dalil kekontrasan dan dalil keanekaragaman (contras and variation theorem), dalil pengaitan (connectivity theorem). Selanjutnya akan dijelaskan lebih terperinci sebagai berikut.

1. Dalil Penyusunan (*konstruksi*)

Dalil ini menyatakan bahwa jika anak ingin mempunyai kemampuan dalam hal menguasai konsep, teorema, definisi dan semacamnya, anak harus dilatih untuk melakukan penyusunan representasinya. Tujuannya untuk melekatkan ide atau definisi tertentu dalam pikiran, anak-anak harus menguasai konsep dengan mencoba dan melakukannya sendiri. Sehingga dengan demikian, jika anak aktif dalam kegiatan mempelajari konsep yang dilakukan dengan jalan memperlihatkan representasi konsep tersebut, maka anak akan lebih memahaminya.

2. Dalil Notasi

Dalil notasi mengungkapkan bahwa dalam penyajian konsep, notasi memegang peranan penting. Notasi yang digunakan dalam menyatakan

sebuah konsep tertentu harus disesuaikan dengan tahap perkembangan mental anak. Ini berarti untuk menyatakan sebuah rumus misalnya, maka notasinya harus dapat dipahami oleh anak, tidak rumit dan mudah dimengerti.

3. Dalil Pengkontrasan dan Keanekaragaman

Dalam dalil ini dinyatakan bahwa pengontrasan dan keanekaragaman sangat penting dalam melakukan pengubahan konsep dipahami dengan mendalam, diperlukan contoh-contoh yang banyak, sehingga anak mampu mengetahui karakteristik konsep tersebut. Anak perlu diberi contoh yang memenuhi rumusan atau teorema yang diberikan. Selain itu mereka perlu juga diberi contoh-contoh yang tidak memenuhi rumusan, sifat atau teorema, sehingga diharapkan anak tidak mengalami salah pengertian terhadap konsep yang sedang dipelajari.

4. Dalil Pengaitan (*konektivitas*)

Dalil ini menyatakan bahwa dalam matematika antara satu konsep dengan konsep lainnya terdapat hubungan yang erat, bukan saja dari segi isi, namun juga dari segi rumus-rumus yang digunakan. Materi yang satu mungkin merupakan prasyarat bagi yang lainnya, atau suatu konsep tertentu diperlukan untuk menjelaskan konsep lainnya. Misalnya konsep dalil *Pythagoras* diperlukan untuk menentukan tripel *Pythagoras* atau pembuktian rumus kuadratis dalam trigonometri.

Pada penelitian ini akan mengamati proses berpikir siswa dalam mengkonstruksi teorema Pythagoras berdasarkan teori Bruner. Hal ini juga berkaitan dengan salah satu dalil Bruner yaitu dalil pengaitan (konektivitas).

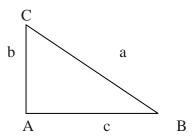
Dimana nanti akan dilihat berada pada tahap apakah cara berpikir siswa dalam penyelesaian soal teorema Pythagoras. Sehingga hasil data yang diperoleh nanti akan berbeda-beda setiap subjeknya.

E. Konsep Dasar Tentang Teorema Phythagoras

1. Pengertian Teorema Pythagoras

Luas daerah persegi yang panjang sisinya adalah sisi miring suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah luas daerah persegi yang panjang sisinya adalah sisi siku-siku segitiga tersebut.

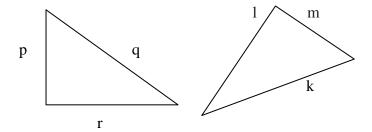
Kesimpulan tersebut selanjutnya dikenal dengan teorema *Pythagoras*. Teorema Pythagoras tersebut selanjutnya dapat dirumuskan seperti berikut. Untuk setiap segitiga siku-siku, berlaku kuadrat panjang sisi miring sama dengan jumlah kuadrat panjang sisi siku-sikunya.



Jika ABC adalah segitiga siku-siku dengan a panjang sisi miring, sedangkan b dan c panjang sisi siku-sikunya maka berlaku $a^2 = b^2 + c^2$. Pernyataan di atas jika diubah ke bentuk pengurangan menjadi $b^2 = a^2 - c^2$ atau $c^2 = a^2 - b^2$.

Contoh:

Nyatakan hubungan yang berlaku mengenai sisi-sisi segitiga pada gambar dibawah ini.



Penyelesaian:

Karena kedua segitiga di samping adalah segitiga siku-siku, maka berlaku teorema Pythagoras, yaitu kuadrat panjang sisi miring = jumlah kuadrat sisi siku-sikunya, sehingga berlaku

a.
$$q^2 = p^2 + r^2$$
 atau $p^2 = q^2 - r^2$

$$r^2 = q^2 - p^2$$

b.
$$k^2 = l^2 + m^2$$
 atau $l^2 = k^2 - m^2$

$$m^2 = k^2 - l^2$$

2. Kebalikan Teorema Pythagoras untuk Menentukan Suatu Jenis Segitiga

Kebalikan teorema Pythagoras menyatakan bahwa untuk setiap segitiga jika jumlah kuadrat panjang dua sisi yang saling tegak lurus sama dengan kuadrat panjang sisi miring maka segitiga tersebut merupakan segitiga siku-siku.

Pada suatu segitiga berlaku:

- a. Jika kuadrat sisi miring = jumlah kuadrat sisi yang lain maka segitiga tersebut siku siku.
- b. Jika kuadrat sisi miring < jumlah kuadrat sisi yang lain maka segitiga tersebut lancip.
- c. Jika kuadrat sisi miring > jumlah kuadrat sisi yang lain maka segitiga tersebut tumpul

Contoh:

Tentukan jenis segitiga dengan panjang sisi-sisi 3 cm, 5 cm, 4 cm.

Penyelesaian:

Misalkan a = panjang sisi miring, sedangkan b dan c panjang sisi yang lain, maka diperoleh

$$a = 5$$
 cm, $b = 3$ cm, $c = 4$ cm

$$a^2 = 5^2 = 25$$

$$b^2 + c2 = 3^2 + 42 = 9 + 16 = 25$$

Karena $5^2 = 3^2 + 4^2$, maka segitiga ini termasuk jenis segitiga siku-siku.

3. Tripel Pythagoras

Perhatikan kelompok tiga bilangan berikut:

- a. 6, 8, 10
- b. 5, 12, 13

Misalkan bilangan-bilangan di atas merupakan panjang sisi-sisi suatu segitiga, dapatkah kalian menentukan manakah yang termasuk jenis segitiga siku-siku?

a. 6, 8, 10

$$10^2 = 100$$

 $6^2+8^2=36+64=100$. Karena 102=62+82, maka segitiga ini termasuk segitiga siku-siku.

b. 5, 12, 13

$$13^2 = 169$$

 $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$. Karena $13^2 = 5^2 + 12^2$, maka segitiga ini termasuk jenis segitiga siku-siku.

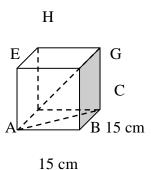
Dari uraian di atas tampak bahwa kelompok tiga bilangan 6, 8, 10 dan 5, 12, 13 merupakan sisi-sisi segitiga siku-siku, karena memenuhi teorema Pythagoras. Selanjutnya, kelompok tiga bilangan tersebut disebut *Tripel Pythagoras*. Tripel Pythagoras adalah kelompok tiga bilangan bulat positif yang memenuhi kuadrat bilangan terbesar sama dengan jumlah kuadrat dua bilangan lainnya.

4. Penggunaan Tripel Pythagoras pada Bangun Ruang dan Bangun Datar

Selain dimanfaatkan pada segitiga siku-siku, teorema Pythagoras juga dapat digunakan pada bangun datar dan bangun ruang matematika yang lain untuk mencari panjang sisi-sisi yang belum diketahui.

Contoh: Diketahui kubus ABCD. EFGH dengan panjang AB = 15 cm. Hitunglah panjang diagonal ruang AG.

Penyelesaian:



Perhatikan \triangle ACG. Karena \triangle ACG siku-siku di titik C, maka panjang diagonal ruang AG dapat dicari dengan rumus berikut:

$$\overline{AG}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CG}^2$$

Panjang diagonal sisi AC adalah

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$$

$$= 15^2 + 15^2$$

$$= 225 + 225$$

$$= 450$$

$$\overline{AC} = \sqrt{450} = 15 \sqrt{2} \text{ cm}$$

Jadi panjang diagonal ruang AG adalah

$$\overline{AG}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CG}^2$$

$$= (15\sqrt{2})^2 + 15^2$$

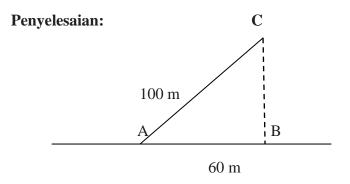
$$= 450 + 225$$

$$= 675$$

$$= 15\sqrt{3} \text{ cm}$$

5. Menyelesaikan Masalah Sehari-hari dengan Menggunakan Teorema Pythagoras.

Contoh: Seorang anak menaikkan layang-layang denganbenang yang panjangnya 100 meter. Jarak anak di tanah dengan titik yang tepat berada di bawah layang-layang adalah 60 meter. Hitunglah ketinggian layang-layang.



Tinggi layang-layang = BC

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$$

$$BC = \sqrt{100^2 - 60^2}$$

$$BC = \sqrt{10000 - 3600}$$

$$BC = \sqrt{6400}$$

$$BC = 80 \text{ m}$$

Jadi tinggi layang-layang adalah 80 m.

F. Hasil Penelitian Terdahulu

Secara umum, telah ada beberapa tulisan dan penelitian yang meneliti tentang Teori Belajar Bruner dan dikaitkan dengan pemahaman siswa. Namun tidak ada yang sama persis dengan penelitian yang akan dilakukan oleh peneliti. Berikut ini beberapa penelitian yang relevan dengan penelitian yang akan peneliti lakukan:

1. Akhmad Syam'un, 2009, *Implementasi Teori Bruner untuk Meningkatkan Pemahaman Siswa Kelas V MI Hidayatul Mubtadi'in pada Operasi Hitung Bilangan Bulat*, penelitian ini bersifat PTK (Penelitian Tindakan Kelas), rumusan masalahnya adalah bagaimana implementasi Teori Bruner sebagai upaya pemahaman siswa terhadap materi operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, bagaimana pemahaman siswa terhadap materi operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat melalui implementasi Teori Bruner, bagaimana hasil yang dicapai berdasarkan pemahaman siswa terhadap materi operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat melalui implementasi Teori Bruner. Kesimpulan dari penelitian tersebut adalah

pembelajaran melalui Teori Bruner lebih dapat memahamkan siswa terhadap materi operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, dengan keseluruhan siswa mampu mencapai batas ketuntasan belajar nilai 60 tanpa melalui pembelajaran remedial. Persamaan dari penelitian ini adalah samasama menggunakan teori Bruner yang dikaitkan dengan pemahaman siswa. Perbedaan penelitian ini adalah menggunakan penelitian PTK, materi dan lokasi penelitiannya berbeda.

2. Pujut Tri Wahono, 2011, Penerapan Teori Bruner Berbasis ICT Pada Operasi Hitung Bilangan Bulat Untuk Meningkatkan Pemahaman Siswa Kelas VII MTs Muhammadiyah Watuliwo Tahun Ajaran 2010/2011, penelitian ini bersifat PTK (Penelitian Tindakan Kelas), rumusan masalahnya adalah bagaimana upaya penerapan teori Bruner berbasis ICT terhadap operasi hitung bilangan bulat untuk meningkatkan pemahaman siswa kelas VII MTs Muhammadiyah Watulimo tahun 2010/2011. Kesimpulan dari penelitian tersebut adalah pembelajaran melalui Teori Bruner Berbasis ICT lebih dapat memahamkan siswa terhadap materi operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, dengan keseluruhan siswa mampu mencapai batas ketuntasan belajar nilai 75 tanpa melalui pembelajaran remedial. Persamaan dari penelitian ini adalah sama-sama menggunakan teori Bruner yang dikaitkan dengan pemahaman siswa. Perbedaan penelitian ini adalah menggunakan penelitian PTK, berbasis ICT, materi dan lokasi penelitiannya berbeda.

Fadliati, 2012, Pola Berpikir Siswa Berdasarkan Teori Bruner Pada Tahapan Simbolik Terkait Materi Bangun Ruang Kelas V-A MI Miftahul Huda Tawangrejo Wonodadi Blitar Tahun Ajaran 2011/2012, penelitian ini bersifat kualitatif, rumusan masalahnya adalah bagaimana pola berpikir siswa berdasarkan Teori Bruner pada tahapan simbolik terkait materi bangun ruang kelas V-A MI Miftahul Huda Tawangrejo Wonodadi Blitar tahun ajaran 2011/2012, bagaimana analisis pemahaman siswa terhadap materi bangun ruang terhadap tahapan simbolik belajar Bruner pada materi bangun ruang kelas V-A MI Miftahul Huda Tawangrejo Wonodadi Blitar. Kesimpulan dari penelitian tersebut adalah ada 9 siswa MI Miftahul Huda Tawangrejo Wonodadi Blitar Kelas V-A telah sesuai pada pola berpikir Teori Bruner pada tahapan simbolik, dan ada 6 siswa pola berpikirnya belum sesuai dengan pola berpikir Bruner pada tahapan simbolik artinya mereka belum bisa memanipulasi simbol-simbol secara langsung dan tidak ada kaitannya dengan objek-objek. Persamaan dari penelitian ini adalah sama-sama meneliti tentang proses berpikir siswa, menggunakan Teori Bruner dan mengaitkannya dengan pemahaman siswa. Perbedaan penelitian ini adalah materi dan lokasi penelitiannya berbeda.

Beberapa hasil penelitian yang sudah peneliti sebutkan di atas menjelaskan tentang pola berpikir siswa, penggunaan Teori Bruner dan ICT dalam meningkatkan pemahaman siswa.

Jadi beberapa hasil penelitian di atas berfungsi sebagai bahan pustaka dalam penelitian ini. Selain itu, juga sebagai petunjuk bahwa banyak penelitian yang

serupa dengan penelitian ini, akan tetapi tidak sama. Artinya, skripsi yang peneliti ajukan ini benar-benar baru dan murni hasil karya peneliti sendiri.