

BAB II

LANDASAN TEORI

A. Hakikat Matematika

1. Pengertian Matematika

Istilah matematika dalam bahasa asing berasal dari kata *mathematics* (Inggris), *mathematik* (Jerman), *mathematique* (Perancis), *matematico* (Italia), *matematically* (Rusia), atau *mathemack/wiskunde* (Belanda) berasal dari kata latin *mathematica*, yang mulanya diambil dari perkataan Yunani, *mathematike* yang berarti “*relating to learning*”. Perkataan itu mempunyai akar kata *mathema* yang berarti pengetahuan atau ilmu (*knowledge, science*). Perkataan *mathematike* berhubungan sangat erat dengan sebuah kata lainnya yang serupa, yaitu *mathanein* yang mengandung arti belajar (berpikir).¹³

Matematika terbentuk sebagai hasil pemikiran manusia yang berhubungan dengan ide, proses, dan penalaran.¹⁴ Menurut Johnson dan Rising, matematika diartikan sebagai pola berpikir, pola mengorganisasi, pembuktian yang logik, bahasa yang menggunakan istilah yang didefinisikan dengan cermat, jelas, dan akurat representasinya dengan simbol.¹⁵ Sedangkan menurut Johnson dan Myklebust, matematika adalah bahasa simbolis yang fungsi praktisnya untuk

¹³ Erman Suherman, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Bandung: UPI, 2003), hal. 18

¹⁴ *Ibid.*, hal. 16

¹⁵ *Ibid.*, hal. 19

mengekspresikan hubungan-hubungan kuantitatif dan keruangan sedangkan fungsi teoritisnya adalah memudahkan berpikir.¹⁶

Lebih lanjut, matematika adalah ilmu tentang bilangan, hubungan antar bilangan, dan prosedur operasional yang digunakan dalam menyelesaikan masalah mengenai bilangan.¹⁷ Hamzah B. Uno mendefinisikan matematika sebagai suatu bidang ilmu yang merupakan alat pikir, berkomunikasi, alat untuk memecahkan berbagai persoalan praktis, yang unsur-unsurnya logika dan intuisi, analisis dan konstruksi, generalitas dan individualitas, serta mempunyai cabang-cabang antara lain aritmatika, aljabar, geometri, dan analisis.¹⁸ Sementara Herman Hudojo dalam bukunya menyatakan bahwa:

Matematika sebagai ilmu mengenai struktur dan hubungan-hubungannya, simbol-simbol diperlukan. Simbol-simbol itu penting untuk memanipulasi aturan-aturan dengan operasi yang ditetapkan. Simbolisasi menjamin adanya komunikasi dan mampu memberikan keterangan untuk membentuk suatu konsep baru. Konsep baru terbentuk karena adanya pemahaman terhadap konsep sebelumnya sehingga matematika itu konsep-konsepnya tersusun secara hierarkis. Simbolisasi itu akan berarti bila suatu simbol itu dilandasi suatu ide. Jadi kita harus memahami ide yang terkandung dalam simbol tersebut. Dengan perkataan lain, ide harus dipahami terlebih dahulu sebelum ide tersebut disimpulkan.¹⁹

Dari pendapat-pendapat di atas dapat disimpulkan bahwa matematika adalah ilmu yang mengkaji tentang suatu hal yang berhubungan dengan bahasa simbol, yang di dalamnya terdapat konsep-konsep yang saling berhubungan yang digunakan sebagai alat berpikir, mengkomunikasikan pemahaman, serta untuk

¹⁶ Mulyono Abdurrahman, *Pendidikan bagi Anak Berkesulitan Belajar*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2006), hal. 252

¹⁷ Tim Penyusun Kamus Pusat Bahasa, *Kamus Bahasa Indonesia...*, hal.997

¹⁸ Hamzah B. Uno, *Model Pembelajaran: Menciptakan Proses Belajar Mengajar yang Kreatif dan Efektif*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2007), hal. 129

¹⁹ Herman Hudojo, *Strategi Belajar Mengajar Matematika*, (Malang: IKIP Malang, 1990), hal. 4

menyelesaikan berbagai persoalan praktis yang didefinisikan dengan cermat dan jelas untuk memecahkan masalah yang berhubungan dengan bilangan.

Dalam peraturan Menteri Pendidikan Nasional RI Nomor 22 Tahun 2006, dijelaskan bahwa tujuan pembelajaran matematika di sekolah adalah agar peserta didik memiliki kemampuan sebagai berikut:²⁰

- a. Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antara konsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, efisien dan tepat dalam pemecahan masalah.
- b. Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika.
- c. Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh.
- d. Mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.
- e. Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian dan minat dalam mempelajari matematika, serta ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.

²⁰ Moch. Masykur dan Abdul Halim Fathani, *Mathematical Intelligence Cara Cerdas Melatih Otak dan Menanggulangi Kesulitan Belajar*, (Jakarta: Ar-Ruzz Media, 2012), hal. 52-53

2. Karakteristik Matematika

Dalam setiap pandangan matematika terdapat beberapa ciri atau karakteristik matematika yang secara umum disepakati bersama, diantaranya:

a. Memiliki Objek Kajian Abstrak

Matematika mempunyai objek kajian yang bersifat abstrak, walaupun tidak setiap yang abstrak adalah matematika karena beberapa matematikawan menganggap bahwa objek matematika itu konkret dalam pikiran mereka. Ada empat objek kajian matematika, yaitu fakta, operasi atau relasi, konsep dan prinsip.²¹

b. Bertumpu pada Kesepakatan

Simbol-simbol dan istilah-istilah dalam matematika merupakan kesepakatan atau konvensi yang penting. Dengan simbol dan istilah yang telah disepakati dalam matematika maka pembahasan selanjutnya akan menjadi mudah dilakukan dan dikomunikasikan. Kesepakatan yang amat mendasar adalah aksioma (postulat, pernyataan pangkal yang tidak perlu pembuktian) dan konsep primitif (pengertian pangkal yang tidak perlu didefinisikan, *undefined term*).²² Aksioma diperlukan untuk menghindari proses berputar-putar dalam pembuktian (*circulus in probando*). Sedangkan konsep primitif diperlukan untuk menghindari proses berputar-putar dalam pendefinisian (*circulus in defienindo*).²³ Beberapa aksioma dapat membentuk suatu sistem aksioma, yang selanjutnya dapat menurunkan berbagai teorema.

²¹ Abdul Halim Fathani, *Matematika: Hakikat & Logika*, (Yogyakarta: Ar-Ruzz Media, 2009), hal. 59

²² R Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*, (Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional, 2000), hal. 16

²³ Abdul Halim Fathani, *Matematika: Hakikat...*, hal. 67

Dalam aksioma tentu terdapat konsep primitif tertentu. Dari satu atau lebih konsep primitif dapat dibentuk konsep baru melalui pendefinisian.²⁴

c. Berpola Pikir Deduktif

Matematika dikenal sebagai ilmu deduktif.²⁵ Ini berarti proses pengerjaan matematika harus bersifat deduktif. Matematika tidak menerima generalisasi berdasarkan pengamatan (induktif), tetapi harus berdasarkan pembuktian deduktif. Pola pikir deduktif secara sederhana dapat dikatakan pemikiran yang berpangkal dari hal yang bersifat umum diterapkan atau diarahkan kepada hal yang bersifat khusus.²⁶ Pola pikir deduktif ini dapat terwujud dalam bentuk yang amat sederhana, tetapi juga dapat terwujud dalam bentuk tidak sederhana.²⁷

d. Memiliki Simbol yang Kosong dari Arti

Dalam matematika terdapat banyak sekali simbol, baik yang berupa huruf latin, Yunani maupun simbol-simbol khusus lainnya. Rangkaian simbol-simbol dalam matematika dapat membentuk suatu model matematika. Model matematika dapat berupa persamaan, pertidaksamaan, maupun fungsi. Selain itu ada pula model matematika yang berupa gambar (*pictoral*) seperti bangun-bangun geometrik, grafik maupun diagram.²⁸ Huruf-huruf yang digunakan dalam model persamaan, misalnya " $x + y = z$ " belum tentu bermakna atau berarti bilangan, demikian juga dengan tanda "+" belum tentu berarti operasi tambah untuk dua bilangan. Jadi, secara umum huruf dan tanda

²⁴ R Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika...*, hal. 16

²⁵ Erman Suherman, *Strategi Pembelajaran...*, hal. 18

²⁶ Abdul Halim Fathani, *Matematika: Hakikat...*, hal. 68

²⁷ R Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika...*, hal. 16

²⁸ Abdul Halim Fathani, *Matematika: Hakikat...*, hal. 70

dalam model “ $x + y = z$ ” masih kosong dari arti, terserah kepada yang akan memanfaatkan model itu. Kosongnya arti ini memungkinkan matematika memasuki medan garapan dari ilmu bahasa (*linguistik*).²⁹

e. Memperhatikan Semesta Pembicaraan

Sehubungan dengan kosongnya arti dari simbol-simbol matematika, menunjukkan dengan jelas bahwa dalam penggunaan matematika diperlukan kejelasan dalam lingkup apa model itu dipakai. Bila lingkup pembicaraannya bilangan, maka simbol-simbol diartikan bilangan. Bila lingkup pembicaraannya transformasi, maka simbol-simbol itu diartikan suatu transformasi. Lingkup pembicaraan itulah yang disebut dengan semesta pembicaraan. Benar salahnya atau ada tidaknya penyelesaiannya suatu soal atau masalah, juga ditentukan oleh semesta pembicaraan yang digunakan.³⁰

f. Konsisten dalam Sistemnya

Dalam matematika terdapat berbagai macam sistem yang dibentuk dari beberapa aksioma dan memuat beberapa teorema. Ada sistem-sistem yang berkaitan dan ada pula sistem-sistem yang dapat dipandang lepas satu dengan lainnya. Sistem-sistem aljabar dengan sistem-sistem geometri dapat dipandang lepas satu dengan lainnya. Di dalam sistem aljabar, terdapat pula beberapa sistem yang lain yang lebih kecil yang berkaitan satu dengan yang lainnya. Demikian pula di dalam sistem geometri.³¹

²⁹ R Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika...*, hal. 17

³⁰ Abdul Halim Fathani, *Matematika: Hakikat...*, hal. 71

³¹ *Ibid.*, hal. 69

B. Komunikasi

Komunikasi pada hakekatnya adalah suatu proses sosial, yaitu sesuatu yang berlangsung antar manusia, sehingga dalam komunikasi terjadi interaksi individu dengan lingkungannya. Inilah yang akhirnya menyebabkan terjadinya proses perubahan perilaku dari tidak tahu, dari tidak paham menjadi paham dan dari yang sebelumnya tidak mengacuhkan situasi masa depan menjadi berantusias sekali akan harapan-harapan positif pada masa yang akan datang.³²

Secara etimologis, “komunikasi” berasal dari kata latin “*communicatio*” yang diturunkan dari kata *Communis* yang berarti membuat kebersamaan atau membangun kebersamaan antara dua orang atau lebih. Akar dari kata *Communis* adalah *Communico* yang artinya berbagi. Dalam hal ini, yang berbagi adalah pemahaman bersama melalui pertukaran pesan.³³

Definisi komunikasi oleh kelompok sarjana komunikasi yang mengkhususkan diri pada studi komunikasi antar manusia (*human communication*) bahwa: “Komunikasi adalah suatu transaksi, proses simbolik yang menghendaki orang-orang mengatur lingkungannya dengan (1) membangun hubungan antar sesama manusia; (2) melalui pertukaran informasi; (3) untuk menguatkan sikap dan tingkah laku orang lain; serta (4) berusaha mengubah sikap dan tingkah laku”.³⁴

³² Nurul Huda dan Agus Purwowododo, *Komunikasi Pendidikan*, (Surabaya: Acima Publishing, 2013), hal. 1

³³ Dani Vardiansyah, *Filsafat Ilmu Komunikasi*, (Jakarta: PT Indeks, 2008), hal. 24

³⁴ Hovland (1953: 188) dalam H. Hafied Cangara, *Pengantar Ilmu Komunikasi*, (Jakarta: PT Raja Grafindo Persada, 2008), hal. 19-20

Onong Uchjana berpendapat bahwa komunikasi adalah suatu proses penyampaian pernyataan oleh seseorang kepada orang lain.³⁵ Hovland dalam bukunya Hafied Cangara, proses komunikasi diartikan: “Suatu proses dimana seseorang menyampaikan lambang-lambang dalam bentuk kata-kata, dengan maksud untuk mengubah tingkah laku orang lain”.³⁶ Melalui proses komunikasi diharapkan terjadi kegiatan tukar menukar informasi yang akan berdampak pada perubahan sikap dan perilaku.

Pada dasarnya, ada dua bentuk dasar komunikasi tersebut yaitu komunikasi verbal dan komunikasi nonverbal. Komunikasi verbal adalah bentuk komunikasi yang penyampaian pesan-pesannya menggunakan kata-kata dan tulisan-tulisan. Sedangkan komunikasi nonverbal adalah proses komunikasi dimana pesan disampaikan tidak menggunakan kata-kata melainkan dengan menggunakan gerak isyarat, bahasa tubuh, ekspresi wajah dan kontak mata.³⁷ Kedua bentuk komunikasi tersebut berlangsung secara bersama-sama, dimana komunikasi nonverbal menjadi komplemen atau pelengkap dari bahasa verbal. Namun komunikasi yang akan dibahas dalam penelitian ini bukanlah komunikasi secara umum, melainkan komunikasi matematis yang secara khusus terjadi dalam proses pembelajaran matematika.

³⁵ Onong Uchjana Effendy, *Dinamika Komunikasi*. (Bandung: PT Rosdakarya Offset, 2004), hal. 4

³⁶ Hovland (1953: 188) dalam H. Hafied Cangara, *Pengantar Ilmu Komunikasi...*, hal.20

³⁷ Ines Novianti, *Persepsi Siswa Terhadap Komunikasi Guru Pembimbing dalam Pelaksanaan Layanan Informasi Di SMP 26 Padang*, (Jurnal Ilmiah Konseling, 2013) dalam <http://ejournal.unp.ac.id/index.php/konselor> diakses 09 Desember 2016

Ada beberapa faktor yang dapat mempengaruhi kelancaran seseorang dalam berkomunikasi, diantaranya:³⁸

1. Faktor pengetahuan, semakin luas pengetahuan yang dimiliki seseorang, semakin banyak pembendaharaan kata yang dimiliki sehingga mempermudah berkomunikasi dengan lancar.
2. Faktor pengalaman, semakin banyak pengalaman yang dimiliki seseorang menyebabkan terbiasa untuk menghadapi sesuatu.
3. Faktor inteligensi, orang yang inteligensinya tinggi biasanya lebih lancar dalam berbicara karena memiliki pembendaharaan kata dan bahasa yang baik.
4. Faktor kepribadian, orang yang mempunyai sifat pemalu dan kurang bergaul, biasanya kurang lancar berbicara dibandingkan dengan orang yang pandai bergaul.
5. Faktor biologis, antara lain disebabkan karena gangguan orang-orang berbicara sehingga menimbulkan gagasan dalam berkomunikasi.

Komunikasi antar manusia akan terjadi jika terdapat unsur-unsur komunikasi, diantaranya:³⁹

1. Komunikator, seseorang atau beberapa orang yang menyampaikan informasi (pesan) kepada komunikan.
2. Komunikan, seseorang atau beberapa orang yang menerima informasi dari komunikator.

³⁸ Bambang Warsita, *Teknologi Pembelajaran (Landasan dan Aplikasinya)*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2008), hal. 99

³⁹ Ahmad Mohyi, *Teori dan Perilaku Organisasi*, (Malang: UMM Press, 1999), hal. 112-113

3. Informasi, sesuatu yang ingin disampaikan kepada komunikan. Informasi ini terbagi menjadi dua, yaitu informasi yang dikirimkan dan informasi yang diterima.
4. Media, sarana yang digunakan untuk menyalurkan informasi dari komunikator kepada komunikan.
5. Umpan balik atau *feedback*, tanggapan (respon) atau reaksi dari komunikan ketika menerima informasi dari komunikator.

C. Kemampuan Komunikasi Matematis

Dalam dunia matematika dikenal adanya komunikasi matematis. Komunikasi matematis adalah suatu peristiwa dialog atau saling hubungan yang terjadi di lingkungan kelas, dimana terjadi pengalihan pesan, dan pesan yang di alihkan berisi tentang materi matematika yang dipelajari siswa, misalnya berupa konsep, rumus, strategi penyelesaian suatu masalah.⁴⁰ Komunikasi matematis merupakan suatu cara siswa untuk mengungkapkan ide-ide matematis mereka baik secara lisan, tertulis, gambar, diagram, mengungkapkan benda, menyajikan dalam bentuk aljabar, atau menggunakan simbol matematika.⁴¹

Ketika siswa berpikir tentang matematika dan mengkomunikasikan hasil pikiran mereka secara lisan atau dalam bentuk tulisan, berarti mereka sedang belajar menjelaskan dan menyakinkan apa yang ada di dalam benak mereka. Siswa memperoleh informasi berupa konsep matematika yang diberikan guru

⁴⁰ Ahmad Susanto, *Teori Belajar dan Pembelajaran*, (Jakarta: Prenadamedia Group, 2013), hal. 210

⁴¹ NCTM, *Principles and Standards for School Mathematics* (2000), Reston: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., hal. 60

maupun yang diperoleh dari bacaan, maka saat itu terjadi transformasi informasi matematika dari sumber kepada siswa tersebut. Siswa akan memberikan respon berdasarkan interpretasinya atau pengertian dan pemahamannya terhadap informasi itu. Masalah yang sering timbul adalah respon yang diberikan siswa atas informasi yang diterimanya tidak sesuai dengan apa yang diharapkan. Hal ini mungkin terjadi karena karakteristik matematika yang sarat dengan istilah, lambang, dan simbol, sehingga tidak jarang terdapat siswa yang mampu menyelesaikan soal matematika dengan baik, tetapi tidak mengerti apa yang sedang dikerjakannya.

Menurut Armiami, komunikasi matematis adalah suatu keterampilan penting dalam matematika yaitu kemampuan untuk mengekspresikan ide-ide matematika secara koheren kepada teman, guru, dan lainnya melalui bahasa lisan dan tulisan.⁴² Dengan menggunakan bahasa matematika yang benar untuk berbicara dan menulis tentang permasalahan matematika yang dihadapi, mereka akan mampu mengklarifikasi ide-ide mereka dan belajar bagaimana membuat argumen yang meyakinkan dan mempresentasikan ide-ide matematika tersebut. Dengan berkomunikasi siswa dapat meningkatkan kosa kata, mengembangkan kemampuan berbicara, menulis ide-ide secara sistematis, dan memiliki kemampuan belajar yang lebih baik.⁴³ Kemampuan komunikasi matematis merupakan salah satu penentu apakah siswa sudah paham terhadap konsep-konsep matematika yang telah dipelajari selama proses pembelajaran.⁴⁴

⁴²Purnama Ramellan, dkk., *Kemampuan Komunikasi Matematis dan Pembelajaran Interaktif*, Jurnal Pendidikan Matematika, Vol. 1, No. 1, 2015, hal. 78

⁴³*Ibid.*, hal.77

⁴⁴*Ibid.*, hal.79

NCTM (*National Council Of Teacher Of Mathematics*) menyebutkan indikator atau standar komunikasi matematis yang menekankan kemampuan siswa dalam hal:

1. Mengatur dan mengkonsolidasikan pemikiran matematis (*mathematical thinking*) mereka melalui komunikasi.
2. Mengkomunikasikan *mathematical thinking* mereka secara koheren (tersusun secara logis) dan jelas kepada teman-temannya, guru dan orang lain.
3. Menganalisis dan mengevaluasi pemikiran matematis (*mathematical thinking*) dan strategi yang dipakai orang lain.
4. Menggunakan bahasa matematika untuk mengekspresikan ide-ide matematika secara benar.⁴⁵

Menurut Sumarmo komunikasi matematis meliputi kemampuan siswa dalam hal:⁴⁶

1. Menghubungkan benda nyata, gambar, dan diagram ke dalam idea matematika.
2. Menjelaskan ide, situasi dan relasi matematik secara lisan atau tulisan dengan benda nyata, gambar, grafik dan aljabar.
3. Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa atau simbol matematika.
4. Mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika.
5. Membaca dengan pemahaman atau presentasi matematika tertulis.

⁴⁵ NCTM, *Principles and Standards ...*, hal. 268

⁴⁶ Ingko Humonggio, dkk., “*Deskripsi Kemampuan Komunikasi Matematika Siswa pada Materi Kubus dan Balok di Kelas VIII SMP Negeri 1 Tibawa*”, dalam <http://kim.ung.ac.id/index.php/KIMFMIPA/article/viewFile/3386/3362> , hal. 4

6. Membuat konjektur, menyusun argumen, merumuskan definisi dan generalisasi.
7. Menjelaskan dan membuat pertanyaan tentang matematika yang telah dipelajari.

Widjajanti (2013) menyebutkan bahwa aspek-aspek komunikasi matematis adalah kemampuan siswa dalam:

1. Menulis pernyataan, alasan, atau penjelasan.
2. Menggunakan istilah-istilah, notasi, tabel, diagram, grafik, gambar, ilustrasi, model matematika, atau rumus.⁴⁷

Ajeng (2015) menyebutkan indikator dari komunikasi matematika tertulis dapat dilihat sebagai berikut:

1. Kemampuan menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan sesuai permasalahan.
2. Kemampuan menuliskan jawaban sesuai dengan maksud soal.
3. Kemampuan menuliskan alasan-alasan dalam menjawab soal.
4. Kemampuan membuat gambar yang relevan dengan soal.
5. Kemampuan menuliskan istilah-istilah dan simbol-simbol matematika.
6. Kemampuan membuat simpulan secara tertulis menggunakan bahasa sendiri.⁴⁸

Sedangkan indikator yang akan digunakan peneliti dalam menganalisis kemampuan komunikasi siswa, beracuan pada komponen komunikasi yang

⁴⁷ Ajeng Dian Pertiwi, “*Analisis Kemampuan Komunikasi Matematis Melalui Pembelajaran Model 4K Berdasarkan Tipe Kepribadian Peserta Didik Kelas VII*” dalam <http://lib.unnes.ac.id/21566/1/4101411136-S.pdf> diakses 28 Desember 2016, hal 29

⁴⁸ *Ibid.*, hal 30

terdapat pada NCTM (*National Council of Teacher of Mathematics*) yaitu dengan cara mengambil indikator yang sesuai dari masing-masing komponen komunikasi.

Berikut disajikan pada **tabel 2.1**

Tabel 2.1 Indikator Komunikasi Matematis dalam penelitian ini
(mengadaptasi NCTM)⁴⁹

Standar Komunikasi Matematis Menurut NCTM	Indikator Komunikasi Matematis
Mengorganisasikan dan mengkonsolidasi berpikir matematis (<i>mathematical thinking</i>) mereka melalui komunikasi	Mampu memahami inti permasalahan dari soal yang diberikan.
	Mampu menemukan ide matematis dalam mencari solusi soal yang telah diberikan.
Mengkomunikasikan <i>mathematical thinking</i> mereka secara koheren (tersusun secara logis) dan jelas kepada teman-temannya, guru dan orang lain	Mampu menjelaskan hasil pekerjaannya secara logis.
Menganalisis dan mengevaluasi berpikir matematis (<i>mathematical thinking</i>) dan strategi yang dipakai orang lain	Mampu menggambarkan situasi masalah dan menyatakan solusi masalah dalam bentuk tulisan dan atau gambar dengan baik dan benar.
	Mampu mengevaluasi hasil pekerjaannya setelah mendapatkan arahan dari guru.
Menggunakan bahasa matematika untuk mengekspresikan ide-ide matematika secara benar	Mampu menggunakan simbol-simbol matematika dengan tepat.
	Mampu memahami istilah-istilah dalam bahasa matematika.

Untuk mengetahui kemampuan siswa dalam mengkomunikasikan pemecahan masalah, *Cai* membuat suatu tingkatan yang sering dijadikan panduan dalam beberapa penelitian kemampuan komunikasi, salah satunya prosedur penilaian *holistik kualitatif*. Pada prosedur analisis kualitatif, tanggapan siswa tidak diberi skor nilai tetapi digolongkan dalam kategori yang berbeda sesuai

⁴⁹ NCTM, *Principles and Standards ...*, hal. 60

dengan penggunaan strategi dan jenis kesalahan yang dibuat. Prosedur analisis kualitatif komunikasi siswa diperiksa dalam dua perspektif berbeda, yaitu:

1. Kualitas komunikasi matematis

Kualitas komunikasi matematis siswa melibatkan kebenaran dan kejelasan komunikasi.

2. Representasi komunikasi matematis

Representasi matematika meliputi langkah yang digunakan siswa untuk berkomunikasi tentang bagaimana menemukan jawaban. Secara umum kualitas komunikasi siswa dievaluasi dalam kategori berikut:

a. Lengkap dan benar

Penjelasan atau langkah penyelesaian menunjukkan proses solusi yang digunakan untuk menemukan jawaban jelas dan benar.

b. Hampir lengkap dan benar

Penjelasan dari proses solusi hampir benar dan metode yang digunakan tepat.

c. Sebagian benar

Penjelasan dari proses solusi hanya sebagian benar dan hanya menggunakan sebagian dari metode untuk memecahkan masalah.

d. Prosedur samar

Penjelasan dari proses solusi kurang jelas dan metode yang digunakan kurang tepat.

e. Informasi yang diberikan tidak rinci dan tidak menunjukkan proses solusi.

Penjelasan dari proses solusi tidak benar dan metode yang digunakan tidak tepat.⁵⁰

D. Kemampuan Matematika

Kemampuan matematika adalah kemampuan yang dibutuhkan untuk melakukan berbagai aktifitas mental, berfikir, menelaah, memecahkan masalah siswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika.⁵¹ Mengajarkan bagaimana memecahkan masalah/soal, beberapa guru atau pendidik matematika mempunyai cara yang berbeda-beda. Diantaranya adalah dengan selalu memberikan contoh-contoh bagaimana memecahkan suatu masalah matematika, tanpa memberikan kesempatan yang banyak pada siswa untuk berusaha menemukan sendiri penyelesaiannya. Dengan cara guru mengajar seperti itu, maka siswa tidak banyak mempunyai inisiatif atau gagasan yang digunakan dalam memecahkan masalah.

Akibat dari kondisi tersebut siswa seringkali mengalami kesulitan dalam memecahkan masalah matematika, misalnya siswa tidak tahu langkah-langkah apa yang harus dilakukan dalam memecahkan masalah/soal yang diberikan oleh guru, meskipun sebenarnya telah memiliki bekal yang cukup untuk memecahkan masalah tersebut. Hal ini dikarenakan soal-soal pemecahan masalah dan komunikasi matematisnya siswa masih rendah, sehingga siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikannya.

⁵⁰ Awwalul Hasanah, *Kemampuan Komunikasi Tulis dan Lisan Siswa dalam Memecahkan Masalah Terbuka (Open Ended) pada Pokok Bahasan Sistem Persamaan Linier Dua Variabel di Kelas VIII*, (UIN: Skripsi, 2010) dalam <http://digilib.uinsby.ac.id/8724> diakses 2 Januari 2017

⁵¹ Aprilia Ayu dan Edy Setiyo, *Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Sistem Persamaan Linier Dua Variabel Berdasarkan Kemampuan Matematis*, dalam <http://ejurnal.stkipjb.ac.id/index.php/AS/article/viewFile/203/139> diakses 27 Desember 2016

Hasil penelitian Nurman, menemukan bahwa kemampuan matematika seorang siswa berpengaruh terhadap kemampuan pemecahan masalah matematika. Siswa yang berkemampuan matematika tinggi mempunyai kemampuan yang tinggi dalam pemecahan masalah matematika, siswa dengan kemampuan matematika sedang memiliki kemampuan pemecahan masalah yang cukup baik, dan siswa yang memiliki kemampuan matematika rendah memiliki kemampuan pemecahan masalah matematika kurang baik.⁵²

Kemampuan matematika yang dimiliki siswa dengan kemampuan komunikasi matematis yang digunakan untuk memecahkan masalah dapat ditunjukkan dengan kemampuan siswa dalam mengemukakan ide matematis dari suatu permasalahan, baik secara lisan maupun tulisan. Mengacu pada skala penilaian yang ditetapkan oleh Ratumanan dan Laurens sebagaimana dikutip oleh Aprilia Ayu dan Edy Setiyo, maka kategori tingkat kemampuan matematika siswa dikategorikan kemampuan rendah jika $0 \leq \text{nilai tes} < 65$, jika dikategorikan kemampuan sedang $65 \leq \text{nilai tes} < 80$, jika dikategorikan kemampuan tinggi $80 \leq \text{nilai tes} < 100$.⁵³

Berdasarkan acuan tersebut, dalam penelitian ini peneliti menyesuaikan kategori tingkat kemampuan matematika berdasarkan KKM di MA Unggulan Jabal Noor, maka dikategorikan kemampuan matematika rendah jika $0 \leq \text{nilai UH} < 73$, dikategorikan kemampuan sedang jika $73 \leq \text{nilai UH} < 83$, dikategorikan kemampuan tinggi jika $83 \leq \text{nilai UH} < 100$.

⁵² Rasiman, *Penelitian Proses Berpikir Kritis dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Bagi Sisiwa dengan Kemampuan Matematika Tinggi*, dalam <file:///diskstation/Data%20User/Downloads/221-257-1-PB.pdf> diakses 26 Desember 2016

⁵³ Aprilia Ayu dan Edy Setiyo, *Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Sistem Persamaan Linier Dua Variabel Berdasarkan Kemampuan Matematis*, dalam <http://ejurnal.stkipjb.ac.id/index.php/AS/article/viewFile/203/139> diakses 27 Desember 2016

E. Tinjauan Materi

1. Pengertian Fungsi

Konsep tentang fungsi merupakan konsep dasar matematika yang sangat penting karena mempelajari keterhubungan atau keterkaitan variabel-variabel dari dua atau lebih himpunan-himpunan semesta pembicaraan pokok dalam matematika, sehingga tidaklah mengherankan jika permasalahan tentang fungsi atau pemetaan banyak dijumpai dalam aljabar, geometri, kalkulus, statistika dan sebagainya. Suatu fungsi dari himpunan A ke himpunan B adalah suatu keterkaitan (aturan, korespondensi) yang memasangkan atau menghubungkan setiap elemen pada himpunan A dengan suatu elemen himpunan B yang unik dan tunggal. Dimana himpunan A disebut sebagai daerah asal (*domain*) dan himpunan B disebut daerah kawan (*codomain*) dari fungsi.⁵⁴

Wayan juga memberikan definisi fungsi sebagai berikut: fungsi (pemetaan) adalah suatu relasi dari himpunan A ke himpunan B yang memenuhi sifat: (1) tidak terdapat pasangan terurut dari unsur himpunan A yang sama, (2) setiap unsur-unsur dalam himpunan A dikaitkan habis dengan unsur dalam himpunan B , (3) kodomain tidak harus habis semua atau daerah hasilnya (*range*) tidak meliputi semua kodomain, dan (4) setiap unsur dalam himpunan A berkaitan tepat hanya dengan sebuah unsur dalam himpunan B .⁵⁵ Adapun cara penulisan fungsi f dari A ke B dapat ditulis sebagai berikut: $f: A \rightarrow B$ atau $y = f(x)$.

⁵⁴ Muniri, *Struktur Aljabar*, (Tulungagung: STAIN Tulungagung, 2012), hal. 1

⁵⁵ Wayan Juliartawan, *Matematika: Contoh Soal dan Penyelesaian dengan Formula Tercepat SMA*, (Yogyakarta: ANDI, 2005), hal. 99-100

Beberapa sifat dalam fungsi, diantaranya:⁵⁶

a) Fungsi Satu-satu (*injective*)

Fungsi f dari himpunan A ke himpunan B dikatakan *satu-satu* atau *injektif* jika untuk setiap $a, b \in A$, dengan $a \neq b$ berlaku $f(a) \neq f(b)$.

b) Fungsi Pada (*surjective* atau *onto*)

Fungsi f dari himpunan A ke himpunan B dikatakan *pada* atau *surjektif* atau *onto* jika diambil sembarang elemen $b \in B$ terdapat elemen $a \in A$, sehingga $f(a) = b$.

c) Fungsi Bijektif atau Korespondensi Satu-satu

Fungsi f dari himpunan A ke himpunan B dikatakan *bijektif* atau *korespondensi satu-satu* jika f merupakan fungsi pada dan satu-satu.

2. Komposisi Fungsi

Jika f dan g dua fungsi sembarang, maka fungsi komposisi f dengan g ditulis $g \circ f$, didefinisikan sebagai $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ untuk setiap $x \in D_f$. Artinya, mula-mula unsur $x \in D_f$ dipetakan oleh f ke bayangan x yaitu $f(x)$, kemudian $f(x)$ dipetakan oleh g ke $g(f(x))$.

⁵⁶ Sutrima dan Budi Usodo, *Wahana Matematika untuk Sekolah Menengah Atas/ Madrasah Aliyah Kelas XI Program Ilmu Pengetahuan Alam*, (Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional, 2009), hal. 200-202

Ilustrasi:

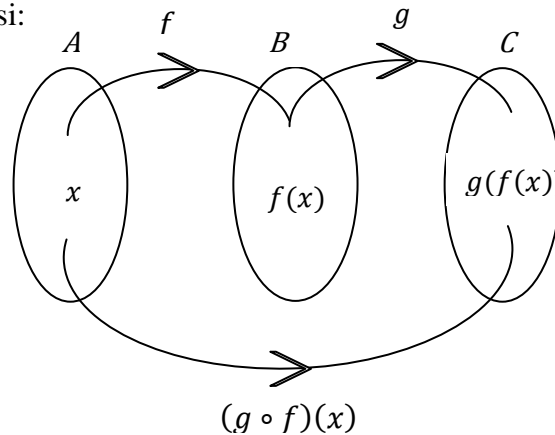
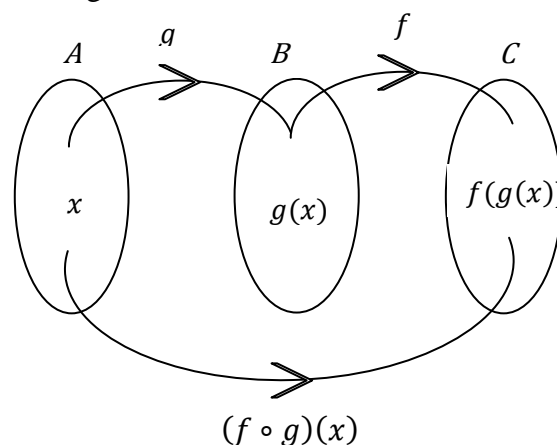


Diagram panah di atas menunjukkan fungsi yang menetapkan anggota himpunan A ke anggota himpunan B oleh fungsi f , kemudian menetapkan anggota himpunan B ke anggota himpunan C oleh fungsi g . Fungsi yang demikian disebut dengan fungsi komposisi. Pada kasus di atas, fungsi f dilanjutkan dengan fungsi g , maka notasi komposisinya yaitu $g \circ f$ (dibaca “ g bundaran f ” atau “komposisi g dengan f ”). Sehingga secara umum fungsi komposisi di atas dirumuskan dengan $(g \circ f)(x) = g(f(x))$.⁵⁷

Sedangkan untuk fungsi g dikomposisikan dengan fungsi f notasi komposisinya yaitu $f \circ g$ (dibaca “ f bundaran g ” atau “komposisi f dengan g ”), seperti ditunjukkan pada diagram berikut.



⁵⁷ Siti Aminah, *Pengembangan Modul Fungsi Komposisi dan Invers Kelas XI Berbasis Realistic Mathematic Education*, (Malang: Skripsi Tidak Diterbitkan, 2012), hal. 20-21

Sehingga secara umum fungsi komposisi di atas dirumuskan dengan $(f \circ g)(x) = f(g(x))$.

Syarat fungsi g dan f dapat dikomposisikan, atau $g \circ f$ ada jika daerah hasil dari f diiriskan dengan daerah asal g ada, yaitu $R_f \cap D_g \neq \emptyset$. Dimana setiap peta (bayangan) dari elemen A oleh f merupakan elemen dari C (daerah asal g). Sehingga, fungsi f dapat dilanjutkan dengan fungsi g atau $g \circ f$ ada. Dan sebaliknya, jika $g \circ f$ tidak ada, maka fungsi f tidak bisa dilanjutkan oleh fungsi g .

Adapun sifat-sifat komposisi fungsi adalah sebagai berikut:⁵⁸

1. Operasi komposisi fungsi tidak bersifat komutatif.

$$(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$$

2. Operasi komposisi fungsi bersifat asosiatif.

$$(f \circ (g \circ h))(x) = ((f \circ g) \circ h)(x)$$

3. Dalam operasi komposisi fungsi terdapat sebuah fungsi identitas yaitu

$$I(x) = x, \text{ sehingga } (f \circ I)(x) = (I \circ f)(x) = f(x).$$

F. Penelitian Terdahulu

Hasil penelitian terdahulu merupakan hasil penelitian yang sudah teruji kebenarannya yang dalam penelitian ini dapat dipergunakan sebagai acuan atau pembanding. Hasil penelitian terdahulu yang dipergunakan dalam penelitian ini adalah:

⁵⁸Wayan Juliartawan, *Matematika: Contoh Soal...*, hal. 101

1. Penelitian tahun 2015 oleh Ika Kartini Ningtyas, mahasiswi fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan jurusan Tadris Matematika Institut Agama Islam Negeri Tulungagung dengan judul “Profil Kemampuan Komunikasi Matematika Siswa Kelas VIII MTs Sultan Agung Jabalsari dalam Memahami Pokok Bahasan Garis Singgung Lingkaran Berdasarkan Kemampuan Matematika”.
2. Penelitian tahun 2015 oleh Ajeng Dian Pertiwi, mahasiswi fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Jurusan Matematika Universitas Negeri Semarang dengan judul “Analisis Kemampuan Komunikasi Matematis Melalui Pembelajaran Model 4K berdasarkan Tipe Kepribadian Peserta Didik Kelas VII”.
3. Penelitian tahun 2016 oleh Desi Putri Wulandari, mahasiswi fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan jurusan Tadris Matematika Institut Agama Islam Negeri Tulungagung dengan judul “Kemampuan Komunikasi Matematis dalam Menyelesaikan Soal Himpunan pada Siswa Kelas VII B MTs Sultan Agung Sumbergempol Tulungagung Tahun Ajaran 2015/2016”.

Persamaan dan Perbedaan Penelitian	Penelitian Terdahulu 1	Penelitian Terdahulu 2	Penelitian Terdahulu 3	Penelitian Ini
Peneliti	Ika Kartini Ningtyas	Ajeng Dian Pertiwi	Desi Putri Wulandari	Lutfianannisak
Judul	Profil Kemampuan Komunikasi Matematika Siswa Kelas VIII MTs Sultan Agung Jabalsari dalam Memahami	Analisis Kemampuan Komunikasi Matematis Melalui Pembelajaran Model 4K Berdasarkan Tipe	Kemampuan Komunikasi Matematis dalam Menyelesaikan Soal Himpunan pada Siswa Kelas VII B MTs Sultan Agung Sumbergempol	Analisis Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Kelas X-IPA MA Jabal Noor Trenggalek pada Materi Fungsi Komposisi

Persamaan dan Perbedaan Penelitian	Penelitian Terdahulu 1	Penelitian Terdahulu 2	Penelitian Terdahulu 3	Penelitian Ini
	Pokok Bahasan Garis Singgung Lingkaran Berdasarkan Kemampuan Matematika	Kepribadian Peserta Didik Kelas VII	Tulungagung Tahun Ajaran 2015/2016	Ditinjau dari Kemampuan Matematika
Tujuan Penelitian	Mendeskripsikan profil kemampuan komunikasi matematika berdasarkan kemampuan matematika siswa dalam kelas VIII MTs Sultan Agung Jabalsari dalam memahami pokok bahasan garis singgung lingkaran.	Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan komunikasi matematis melalui pembelajaran model 4K berdasarkan tipe kepribadian Guardian, Artisan, Rational, dan Idealist.	Mendeskripsikan kemampuan komunikasi matematis siswa berdasarkan kemampuan matematika dalam menyelesaikan soal himpunan kelas VII MTs Sultan Agung Jabalsari Tulungagung tahun ajaran 2015/2016	Mendeskripsikan kemampuan komunikasi matematis berdasarkan kemampuan matematika siswa kelas X-IPA MA Unggulan Jabal Noor Trenggalek dalam menyelesaikan soal materi komposisi fungsi.
Tinjauan Materi	Garis Singgung Lingkaran	Refleksi dan Translasi	Himpunan	Komposisi Fungsi
Jenis Penelitian	Kualitatif Deskriptif	Kualitatif Deskriptif	Kualitatif Deskriptif	Kualitatif Deskriptif
Subjek Penelitian	Kelas VIII MTs Sultan Agung Jabalsari	Kelas VII SMPN 2 Semarang	Kelas VII B MTs Sultan Agung Jabalsari	Kelas X-IPA MA Unggulan Jabal Noor Trenggalek
Teknik Pengumpulan Data	Tes dan wawancara	Tes dan wawancara	Tes dan wawancara	Tes dan wawancara