

## BAB II

### KAJIAN PUSTAKA

#### A. Hakekat Matematika dan Belajar Matematika

##### 1. Definisi Matematika

Definisi atau ungkapan mengenai pengertian matematika yang dikemukakan oleh para pakar matematika sangat beragam. Secara etimologi istilah matematika berasal dari kata Yunani “*mathein*” atau “*manthenein*”, yang artinya “mempelajari”. Menurut Nasution dalam Sri Subarinah, kata matematika erat hubungannya dengan bahasa Sansekerta, Medha atau Widya yang artinya kepandaian, ketahuan, atau intelegensia.<sup>15</sup> Sedangkan secara terminologi ada beberapa definisi matematika, diantaranya:

- a. Menurut Herman Hudojo matematika merupakan suatu ilmu yang berhubungan atau menelaah bentuk-bentuk atau struktur-struktur abstrak dan hubungan-hubungan diantara hal itu.<sup>16</sup>
- b. James menyatakan matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan yang lainnya dalam jumlah yang banyak yang terbagi dalam tiga bidang, yaitu aljabar, analisis, dan geometri.<sup>17</sup>

---

<sup>15</sup> Masykur dan Halim Fathani, *Mathematical Intelligence*, (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2007), hal. 42.

<sup>16</sup> Herman Hujono, *Pengembangan Kurikulum dan Pengembangan Matematika*, (Malang: UM Pres, 2005), Hal. 103.

<sup>17</sup> Erman Suherman et.all, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Bandung: UPI, 2003), hal. 16.

- c. Menurut Kline, matematika merupakan bahasa simbolis dan ciri utamanya adalah penggunaan cara bernalar deduktif, tetapi juga tidak melupakan cara bernalar induktif.<sup>18</sup>

Berdasarkan definisi-definisi mengenai pengertian matematika tersebut, dapat dikatakan bahwa tidak ada definisi tunggal tentang matematika yang disepakati. Oleh karena itu untuk mengetahui dan memahami matematika dapat dipelajari melalui ciri-cirinya atau karakteristiknya. Karakteristik matematika secara umum adalah memiliki objek kajian abstrak, bertumpu pada kesepakatan, berpola pikir deduktif, memiliki simbol yang kosong dari arti, memperhatikan semesta pembicaraan dan konsisten dalam sistemnya.<sup>19</sup>

Berdasarkan karakteristiknya, matematika memiliki objek kajian abstrak. Menurut Gagne ada dua objek yang dapat diperoleh siswa yaitu objek langsung dan objek tak langsung. Objek langsung meliputi fakta, konsep, operasi (*skill*), dan prinsip. Sedangkan objek tak langsung dalam pelajaran matematika dapat berupa kemampuan menyelidikan dan memecahkan masalah, belajar mandiri, bersikap positif terhadap matematika, serta tahu bagaimana seharusnya belajar.<sup>20</sup> Pembagian objek langsung matematika oleh Gagne menjadi fakta, konsep, prinsip, dan operasi (*skill*) dapat dimanfaatkan dalam proses pembelajaran matematika di kelas.

Berdasarkan hal di atas, dapat disimpulkan bahwa matematika yang merupakan ilmu deduktif, aksiomatik, formal, hierarki, abstrak, bahasa simbol yang

---

<sup>18</sup> Mulyono, *Pendidikan Bagi Anak Berkesulitan Belajar*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2003), hal. 252.

<sup>19</sup> R. Soedjati, *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia: Konstatasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan*, (Jakarta: Depdikbud, 2000), hal. 13.

<sup>20</sup> Erman Suherman, *Strategi Belajar...*, hal. 35.

padat arti dan semacamnya adalah sebuah sistem matematika. Sistem matematika berisikan model-model yang dapat digunakan untuk mengatasi persoalan-persoalan nyata dalam kehidupan. Manfaat lain yang menonjol adalah dapat membentuk pola pikir matematika yang sistematis, logis, kritis dengan penuh kecermatan.

## 2. Proses Belajar Mengajar Matematika

Dalam dunia pendidikan kita mengenal dua istilah kata kerja yang sangat mendasar yaitu “belajar” dan “mengajar”. Banyak orang yang telah mendefinisikan tentang belajar, akan tetapi pendefinisian belajar dari tiap-tiap orang berbeda, karena masing-masing orang memaknai belajar dari perspektif yang berbeda

Menurut Witherington “belajar merupakan perubahan dalam kepribadian, yang dimanifestasikan sebagai pola-pola respons yang baru yang berbentuk keterampilan, sikap, kebiasaan, pengetahuan dan kecakapan”. Crow and Crow berpendapat bahwa belajar adalah diperolehnya kebiasaan-kebiasaan, pengetahuan dan sikap baru, sedang menurut Hilgard “belajar adalah suatu proses di mana suatu perilaku muncul atau berubah karena adanya respons terhadap sesuatu situasi”.<sup>21</sup>

Herman Hudoyo berpendapat bahwa belajar adalah kegiatan bagi setiap orang yang mengakibatkan suatu perubahan tingkah laku, karena terbentuknya pengetahuan, keterampilan, kebiasaan, kegemaran, dan sikap seseorang terbentuk.<sup>22</sup> Sedangkan W.S Winkel mengemukakan belajar adalah sebagai proses pembentukan tingkah laku secara terorganisir.<sup>23</sup>

---

<sup>21</sup> Nana Syaodih Sukmadinata, *Landasan Psikologi Proses Pendidikan*, (t.t.p.:Remaja Rosdakarya:Bandung,2009), hal.155

<sup>22</sup> Herman Hudoyo, *Strategi Mengajar Belajar Matematika*, (Malang: IKIP Malang,1990), hal. 1

<sup>23</sup> W.S Winkel, *Psikologi Pengajaran*, (Jakarta: Gramedia, 1996), hal. 53

Dari definisi-definisi di atas penulis menyimpulkan bahwa belajar merupakan perubahan tingkah laku yang dialami siswa, yang mana perubahan tingkah laku tersebut membentuk siswa untuk menjadi lebih baik dari sebelumnya.

Sama halnya dengan mengajar, pendefinisian tentang mengajar juga berbeda-beda sesuai dengan perspektif dari masing-masing orang yang mendefinisikannya. Nana Sudjana berpendapat mengajar adalah mengatur dan mengorganisasikan lingkungan yang ada di sekitar siswa sehingga dapat mendorong dan menumbuhkan siswa melakukan kegiatan belajar.<sup>24</sup>

Herman Hudoyo berpendapat mengajar adalah suatu kegiatan dimana pengajar menyampaikan pengetahuan atau pengalamannya yang dimiliki kepada peserta didik dengan tujuan agar pengetahuan yang disampaikan dapat dipahami peserta didik.<sup>25</sup>

Setelah mengetahui tujuan dari belajar dan mengajar, selanjutnya penulis akan menjelaskan mengenai proses belajar mengajar matematika. Proses belajar mengajar pada dasarnya adalah interaksi atau hubungan antara siswa dengan guru dan antar sesama siswa dalam proses pembelajaran.<sup>26</sup> Interaksi dalam proses belajar mengajar mempunyai arti luas, tidak sekedar hubungan antara guru dengan siswa tetapi juga interaksi edukatif, dalam hal ini bukan hanya menyampaikan pesan berupa mata pelajaran, melainkan juga nilai dan sikap pada diri siswa yang sedang belajar. Proses belajar mengajar matematika merupakan suatu kegiatan yang

---

<sup>24</sup> Nana Sudjana, *CBSA Dalam Proses Belajar Mengajar*, (Bandung: Sinar Baru, 1989), hal.7

<sup>25</sup> Herman Hudoyo, *Mengajar Belajar Matematika*, (Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Proyek Pengembangan Lembaga Pendidikan Tenaga Kependidikan, 1998), hal. 5

<sup>26</sup> *Ibid.*, hal. 7

mengandung serangkaian persiapan guru dan siswa atas dasar hubungan timbal balik yang berlangsung dalam situasi edukatif untuk mencapai tujuan tertentu. Dalam proses belajar mengajar terdapat adanya satu kesatuan yang tidak dapat dipisahkan antara guru yang mengajar dengan siswa yang belajar.

Dalam proses belajar mengajar selalu ditekankan pada pengertian interaksi yaitu hubungan aktif dua arah antara guru dan murid, hubungan antara guru dan murid harus diikat oleh tujuan pendidikan. Guru berusaha untuk membantu murid dalam mencapai tujuan pendidikan. Guru harus memilih bahan atau materi pendidikan yang sesuai dengan tujuan pendidikan yang akan dicapai.<sup>27</sup> Disamping memilih bahan atau materi yang sesuai maka guru juga harus memilih metode yang cocok dengan materi yang disampaikan, sehingga dengan penggunaan metode yang sesuai dengan materi yang disampaikan maka siswa akan lebih mudah menerima materi yang disampaikan oleh guru, sehingga proses belajar mengajar bisa berjalan dengan lancar dan tujuan pendidikan bisa tercapai. Setelah proses belajar mengajar dilakukan, maka langkah selanjutnya yang harus dilakukan oleh guru adalah evaluasi.

Oleh sebab itu seorang guru hendaknya mempunyai rumusan tentang tujuan atau obyektif pembelajaran yang jelas, sehingga tidak ada penafsiran yang berbeda. Obyektif hendaknya dinyatakan sebagai bentuk klasifikasi tingkah laku siswa yang melukiskan tentang hasil proses pembelajaran yang telah dilaksanakan, atau dalam dunia pendidikan sering digunakan istilah "*Taksonomi Pendidikan*"<sup>28</sup>

---

<sup>27</sup> Herman Hudoyo, *Pengembangan Kurikulum Matematika dan Pelaksanannya di Depan Kelas*, (Surabaya: Usaha Nasional, 1979) hal. 50

<sup>28</sup> *Ibid.*, hal. 7

## **B. Kemampuan Penalaran Matematika**

### 1. Penalaran

Menurut R.G. Soekadijo penalaran adalah suatu bentuk pemikiran.<sup>29</sup> Adapun Suhartoyo Hardjosatoto dan Endang Daruni Asdi memberikan definisi penalaran sebagai berikut, “Penalaran adalah proses dari budi manusia yang berusaha tiba pada suatu keterangan baru dari sesuatu atau beberapa keterangan lain yang telah diketahui dan keterangan yang baru itu mestilah merupakan urutan kelanjutan dari sesuatu atau beberapa keterangan yang semula itu.”<sup>30</sup>

R.G. Soekadijo membuat kronologi mengenai terjadinya penalaran. Proses berfikir dimulai dari pengamatan indera atau observasi empirik.<sup>31</sup> Proses itu di dalam pikiran menghasilkan sejumlah pengertian dan proposisi sekaligus. Berdasarkan pengamatan-pengamatan indera yang sejenis, pikiran menyusun proposisi yang sejenis pula. Proses inilah yang disebut dengan penalaran yaitu bahwa berdasarkan sejumlah proposisi yang diketahui atau dianggap benar kemudian digunakan untuk menyimpulkan sebuah proposisi baru yang sebelumnya tidak diketahui.

Keraf dalam Fadjar Shadiq menjelaskan penalaran (jalan pikiran atau *reasoning*) sebagai: “Proses berpikir yang berusaha menghubungkan fakta-fakta atau evidensi-evidensi yang diketahui menuju kepada suatu kesimpulan”. Secara lebih jelas, Fadjar Shadiq mendefinisikan bahwa penalaran merupakan suatu

---

<sup>29</sup> R.G Soekadijo, *Logika Dasar, Tradisional, Simbolik, dan Induktif*, (Jakarta: PT. Gramedia, 1985), hal. 3.

<sup>30</sup> Suhartoyo Hardjosatoto dan Endang Daruni Asdi, *Pengantar Logika Modern Jilid I*, (Yogyakarta: Fakultas Filsafat Universitas Gadjah Mada, 1979), hal.10.

<sup>31</sup> R.G Soekadijo, *Logika Dasar, Tradisional, Simbolik, dan Induktif*, (Jakarta: PT. Gramedia, 1985), hal.6.

kegiatan, suatu proses atau suatu aktivitas berfikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasarkan pada beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya.<sup>32</sup> Menurut Copi dalam Fajar Shadiq menyatakan penalaran sebagai berikut: “*Reasoning is a special kind of thinking in which inference takes place, in which conclusions are drawn from premises.*”<sup>33</sup>

Berdasarkan definisi yang disampaikan Copi tersebut, Fajar Shadiq menerjemahkan bahwa penalaran merupakan kegiatan, proses atau aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru berdasarkan pada beberapa pernyataan yang diketahui benar ataupun yang dianggap benar yang disebut premis. Dari definisi yang dinyatakan oleh Copi tersebut dapat diketahui bahwa kegiatan penalaran terfokus pada upaya merumuskan kesimpulan berdasarkan beberapa pernyataan yang dianggap benar.

Penalaran juga merupakan aktivitas berpikir yang abstrak. Untuk mewujudkannya diperlukan simbol. Simbol atau lambang yang digunakan dalam penalaran berbentuk bahasa, sehingga wujud penalaran akan berupa argumen. Pengertiannya adalah pernyataan atau konsep adalah abstrak dengan simbol berupa kata, sedangkan untuk proposisi simbol yang digunakan adalah kalimat (kalimat pernyataan) dan penalaran menggunakan simbol berupa argumen. Argumenlah yang dapat menentukan kebenaran konklusi dari premis.

---

<sup>32</sup> Fajar Shadiq, *Pemecahan Masalah, Penalaran dan Komunikasi*. Disampaikan pada Diklat Instruktur/Pengembang Matematika SMA Jenjang Dasar Tanggal 6 s.d. 19 Agustus 2004 di PPPG Matematika, (Yogyakarta: Departemen Pendidikan Nasional Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar dan Menengah Pusat Pengembangan Penataran Guru (PPPG) Matematika Yogyakarta, 2004), hal.2.

<sup>33</sup> Fajar Shadiq, *Pembelajaran Matematika*, (Yogyakarta: Graha Ilmu, 2014), hal. 25.

## 2. Kemampuan Penalaran Matematika

Matematika pada dasarnya suatu alat untuk mengembangkan cara berpikir, oleh karena itu matematika sangat diperlukan baik dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam menghadapi kemajuan IPTEK sehingga perlu dibekalkan kepada peserta didik, bahkan sejak jenjang pendidikan Taman Kanak-kanak.

Matematika pada hakekatnya merupakan suatu ilmu yang cara bernalarnya deduktif formal dan abstrak (objek-objek penelaahannya abstrak, hanya ada dalam pemikiran manusia sehingga hanya suatu hasil karya dari kerja otak manusia). Objek penelaahan matematika tidak sekedar kuantitas berupa bilangan-bilangan serta operasinya yang tidak banyak artinya dalam matematika, tetapi lebih dititikberatkan kepada hubungan, pola, bentuk, dan stuktur (unsur ruang).

Penalaran matematika diperlukan untuk menentukan apakah sebuah argumen matematika benar atau salah dan dipakai untuk membangun suatu argumen matematika. Penalaran matematika tidak hanya penting untuk melakukan pembuktian atau pemeriksaan program, tetapi juga untuk inferensi dalam suatu sistem kecerdasan buatan.

Pada dasarnya setiap penyelesaian soal matematika memerlukan kemampuan penalaran. Melalui penalaran, siswa diharapkan dapat melihat bahwa matematika merupakan kajian yang masuk akal atau logis. Dengan demikian siswa merasa yakin bahwa matematika dapat dipahami, dipikirkan, dibuktikan, dan dapat dievaluasi. Dan untuk mengerjakan hal-hal yang berhubungan diperlukan bernalar.

Istilah penalaran matematika atau biasa yang dikenal dengan penalaran matematis dalam beberapa literatur disebut dengan *mathematical reasoning*. Karin



Brodie menyatakan bahwa, “*Mathematical reasoning is reasoning about and with the object of mathematics.*”<sup>34</sup> Pernyataan tersebut dapat diartikan bahwa penalaran matematis adalah penalaran mengenai objek matematika. Objek matematika dalam hal ini adalah cabang-cabang matematika yang dipelajari seperti statistika, aljabar, geometri dan sebagainya.

Pernyataan tersebut dapat diartikan bahwa penalaran matematis adalah berpikir mengenai permasalahan-permasalahan matematika secara logis untuk memperoleh penyelesaian. Penalaran matematis juga mensyaratkan kemampuan untuk memilah apa yang penting dan tidak penting dalam menyelesaikan sebuah permasalahan dan untuk menjelaskan atau memberikan alasan atas sebuah penyelesaian.

Penalaran merupakan tahapan berpikir matematika tingkat tinggi, mencakup kapasitas untuk berpikir secara logis dan sistematis. Terdapat dua jenis penalaran matematika yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif.

a. Penalaran Induktif

Penalaran induktif merupakan suatu kegiatan, suatu proses atau suatu aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang bersifat umum (*general*) berdasarkan pada beberapa pernyataan khusus yang diketahui benar.<sup>35</sup> Dalam hal ini telah terjadi proses berpikir yang berusaha menghubungkan-hubungkan fakta-fakta atau evidensi-evidensi khusus yang sudah diketahui menuju kepada suatu kesimpulan yang bersifat umum. Menurut Fadjar

---

<sup>34</sup> Karin Brodie, *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classroom*, (New York: Springer, 2010), hal.7.

<sup>35</sup> Erman Suherman dkk, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Bandung: JICA-Universitas Pendidikan Indonesia, 2001), hal. 20.

penalaran induktif adalah suatu proses berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang bersifat umum berdasarkan pada beberapa pernyataan khusus yang diketahui benar.<sup>36</sup>

Misalkan, jika ada siswa diminta untuk menunjukkan bahwa jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga adalah  $180^0$ , lalu setiap siswa diminta untuk membuat model segitiga sembarang dari kertas, menggunting sudut-sudut segitiga tersebut, dan mengimpitkannya. Diantara siswa mungkin ada yang membuat segitiga siku-siku, ada yang membuat segitiga sama kaki, sama sisi atau segitiga sembarang. Dari hasil yang diperoleh siswa menunjukkan hasil yang sama, yaitu jumlah besar sudut-sudut segitiga adalah  $180^0$ .

Berdasarkan hal ini, dari beberapa kasus khusus itu yaitu dari setiap segitiga, akan didapat hasil yang sama sehingga dapat ditarik suatu kesimpulan yang bersifat umum bahwa jumlah besar sudut-sudut suatu segitiga adalah  $180^0$ . Pernyataan atau kesimpulan yang didapat dari penalaran induktif bisa bernilai benar atau salah. Karenanya, di dalam matematika kesimpulan yang didapat dari proses penalaran induktif masih disebut dengan dugaan (*conjecture*). Kesimpulan tersebut boleh jadi valid pada contoh yang diperiksa, tetapi tidak dapat diterapkan pada keseluruhan contoh. Sebagai contoh, siswa diminta menentukan aturan yang digunakan untuk bilangan-bilangan 2, 4, 6. Jika aturan itu adalah “suatu barisan bilangan genap”, maka aturan itu sesuai dengan contoh. Tetapi, jika contohnya lebih bervariasi, misalnya 2, 3, 5, maka aturan semula tidak dapat lagi digunakan.

---

<sup>36</sup> Fadjar Shadiq, Pembelajaran Matematika, (Yogyakarta: Graha Ilmu, 2014), hal. 5.

Dengan demikian melalui penalaran induktif dapat dihasilkan suatu kesimpulan yang benar berkenaan dengan contoh khusus yang dipelajari, tetapi kesimpulan tersebut tidak terjamin untuk generalisasi. Meskipun penarikan kesimpulan dengan penalaran induktif tidak valid, tetapi penalaran induktif sangat bermanfaat dalam pengembangan matematika.

b. Penalaran Deduktif

Menurut Suherman bahwa matematika dikenal sebagai ilmu deduktif. Hal ini berarti proses pengerjaan matematika harus bersifat deduktif.<sup>37</sup> Menurut Matlin bahwa penalaran deduktif berarti membuat beberapa kesimpulan logis berdasarkan informasi yang diberikan.<sup>38</sup> Menurut Fadjar bahwa penalaran deduktif adalah suatu cara penarikan kesimpulan dari pernyataan atau fakta-fakta yang dianggap benar dengan menggunakan logika.<sup>39</sup> Jadi, dapat disimpulkan bahwa penalaran deduktif adalah penalaran yang mengambil kesimpulan berdasarkan hal yang umum, yang telah dibuktikan terlebih dahulu.

3. Indikator Penalaran Matematika

Siswa dikatakan mampu melakukan penalaran matematika bila ia mampu menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika. Dalam kaitan ini, pada penjelasan teknis Peraturan Dirjen Dikdasmen Depdiknas Nomor 506/C/Kep/PP/2004 tanggal 11 November 2004

---

<sup>37</sup> Erman Suherman dkk, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Bandung: JICA-Universitas Pendidikan Indonesia, 2001), hal. 21.

<sup>38</sup> Margaret W Matlin, *Cognitive Psychology Seventh Edition International Student Version*, (Printed In Asia: John Wiley & Sons, Inc, 2009), hal. 56.

<sup>39</sup> Fadjar Shadiq, *Pembelajaran Matematika*, (Yogyakarta: Graha Ilmu, 2014), hal. 6.

tentang rapor diuraikan bahwa indikator siswa yang memiliki kemampuan dalam penalaran matematika adalah: a) Mengajukan dugaan; b) Melakukan manipulasi matematika; c) Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi; d) Menarik kesimpulan dari pernyataan; e) Memeriksa kesahihan suatu argumen; f) Menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi;<sup>40</sup>

Sedangkan menurut Herman, indikator penalaran matematika pada pembelajaran matematika antara lain, siswa dapat: a) Menarik kesimpulan dari suatu data; b) Menggeneralisasi dan menarik kesimpulan umum dari pola, data, atau proses; c) Menganalogikan suatu permasalahan; d) Memperkirakan suatu model; e) Menjelaskan suatu penyelesaian dari sebuah masalah; f) Menggunakan pola hubungan untuk menganalisis dan menyusun konjektur; g) Transduktif, yaitu menarik kesimpulan khusus dari satu kasus dan diterapkan untuk kasus lainnya.<sup>41</sup>

Dalam penelitian ini, indikator yang digunakan yaitu 6 indikator yang dinyatakan oleh Peraturan Dirjen Dikdasmen Depdiknas tersebut di atas. Dari indikator penalaran tersebut, kemudian diuraikan menurut tahap-tahap dalam pemecahan masalah menurut Polya yang disajikan dalam tabel 2.1 berikut.

---

<sup>40</sup> Depdiknas, *Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia No 22 Tahun 2006 tentang Standar Isi untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah*, (Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional), hlm. 15.

<sup>41</sup> Herman, T, *Pembelajaran Berbasis Masalah untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa SMP*, (Jakarta : Cakrawala Pendidikan, 2007), hal. 41-62.

**Tabel 2.1: Indikator Penalaran Matematis dalam Memecahkan Masalah Matematika**

<b>Tahap Pemecahan Masalah</b>	<b>Indikator Penalaran</b>
Memahami Masalah	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Siswa dapat menjelaskan permasalahan yang ditemukan dalam soal setelah membaca soal.</li> <li>2. Siswa dapat menyebutkan yang diketahui dan ditanyakan dalam soal.</li> <li>3. Siswa dapat menjabarkan pernyataan-pernyataan atau data-data dan memberikan penjelasan/alasan yang dapat mendukung data yang dijabarkan.</li> </ol>
Membuat Rencana Penyelesaian	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Siswa dapat memperkirakan jawaban dan proses solusi.</li> <li>2. Siswa dapat menggunakan pola/cara dan hubungan untuk menganalisis situasi yang dihadapi.</li> </ol>
Melaksanakan Rencana Penyelesaian	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Siswa dapat menyusun dan menguji perkiraan jawaban yang telah ditentukan.</li> <li>2. Siswa dapat menggunakan data yang mendukung dan mengoperasikannya untuk mencari solusi permasalahan.</li> </ol>
Menafsirkan Hasilnya Kembali	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Mengecek kembali hasil jawaban yang telah didapatkan serta penyelesaian yang telah dilakukan.</li> <li>2. Dapat menarik kesimpulan yang valid.</li> </ol>

## B. Pemecahan Masalah Matematika

Mengenai masalah matematika, Wardhani menyatakan dua hal terkait masalah.<sup>42</sup> Pertama, suatu pertanyaan akan menjadi masalah jika pertanyaan itu menunjukkan adanya suatu tantangan yang tidak dapat dipecahkan dengan suatu prosedur yang sudah diketahui oleh penjawab pertanyaan. Kedua, suatu masalah bagi siswa A belum tentu menjadi masalah bagi siswa B jika siswa B sudah mengetahui prosedur untuk menyelesaikannya.

---

<sup>42</sup> Hidayati dan Widodo, *Proses penalaran matematis siswa dalam memecahkan masalah matematika pada materi pokok dimensi tiga berdasarkan kemampuan siswa di SMA Negeri 5 Kediri*, dalam *Jurnal Math Educator Nusantara*, Vol. 01, No. 02, 2015, hlm. 132.

Menurut Wardhani, masalah matematika dapat dibedakan dalam dua jenis, yaitu masalah rutin dan masalah nonrutin.<sup>43</sup>

- a. Masalah rutin dapat dipecahkan dengan mengikuti prosedur yang mungkin sudah pernah dipelajari. Masalah rutin sering disebut sebagai masalah penerjemah karena deskripsi situasi dapat diterjemahkan dari kata-kata menjadi simbol-simbol.
- b. Masalah rutin mengarah kepada masalah proses, membutuhkan lebih dari sekedar menerjemahkan masalah menjadi kalimat matematika dan penggunaan prosedur yang sudah diketahui. Masalah rutin mengharuskan pemecah masalah untuk membuat metode pemecahan sendiri.

Dalam penelitian ini masalah matematika yang digunakan adalah masalah non rutin tentang materi pokok Sistem Persamaan Linear Dua Variabel dalam memecahkan masalah terdapat beberapa fase atau tahap. Sukaya memaparkan fase atau tahap dalam pemecahan masalah yang dikemukakan oleh beberapa ahli yang disajikan dalam tabel berikut.<sup>44</sup>

**Tabel 2.2: Fase atau Tahap dalam Pemecahan Masalah yang Dikemukakan oleh Beberapa Ahli**

Menurut Krulik & Rudnick	Menurut G. Polya	Menurut John Dewey
1. Membaca dan Memikirkan ( <i>Read and Think</i> )	1. Memahami Masalah ( <i>Understanding the Problem</i> )	1. Pengenalan ( <i>Recognition</i> )
2. Mengeksplorasi dan Merencanakan ( <i>Explore and Plan</i> )	2. Membuat rencana penyelesaian ( <i>Devising a Plan</i> )	2. Pendefinisian ( <i>Definition</i> )
3. Memilih suatu strategi ( <i>Select a strategy</i> )	3. Melaksanakan rencana penyelesaian ( <i>Carrying Out the Plan</i> )	3. Perumusan ( <i>Formulation</i> )
		4. Mencobakan ( <i>Test</i> )

<sup>43</sup> *Ibid.*, hal. 133

<sup>44</sup> Sukayasa, *Proses Berpikir Kritis Siswa SMA dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Bagi Siswa Dengan Kemampuan Matematika Rendah*, dalam *Jurnal Pendidikan Matematika Universitas Tadulako Palu*, Vol. 01, No. 01, 2012, hlm.45-53.

4. Menemukan suatu jawaban ( <i>Find an answer</i> )	4. Menafsirkan kembali hasilnya ( <i>Looking Back</i> )	5. Evaluasi ( <i>Evaluation</i> )
5. Meninjau kembali dan mendiskusikan ( <i>Reflect and extend</i> )		

Tahap penyelesaian masalah yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah tahap pemecahan masalah menurut G Polya. Pemilihan tahap pemecahan masalah menurut G Polya karena tahap-tahap pemecahan masalah yang dikemukakan oleh G Polya sederhana, aktifitas pada setiap tahapnya jelas, dan memungkinkan siswa memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuan serta keterampilan yang telah dimiliki untuk memecahkan masalah.

Adapun cara pengukuran kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah tingkatannya mengacu pada klasifikasi dari Herlambang sebagai berikut:<sup>45</sup>

Tingkat 1 :Subjek tidak mampu melaksanakan empat langkah pemecahan masalah Polya sama sekali.

Tingkat 2 :Subjek mampu memahami masalah.

Tingkat 3 :Subjek mampu melaksanakan tahap memahami masalah, tahap menyusun rencana penyelesaian, dan tahap melaksanakan rencana penyelesaian.

---

<sup>45</sup> Danang Tricahyo, *Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Berdasarkan Langkah-Langkah Polya pada Materi Aritmatika Sosial Siswa Kelas VII SMPN 1 Bringin*, (Jurnal Pendidikan Matematika, 2016), hal. 4.

Tingkat 4 :Subjek mampu melaksanakan tahap memahami soal, menyusun rencana penyelesaian, melaksanakan rencana penyelesaian, dan tahap memeriksa kembali.

### C. Ayat-Ayat Al-Qur'an tentang Penalaran atau Berpikir

Di dalam Al-Qur'an maupun Hadits banyak sekali yang mengandung perintah kepada manusia supaya menggunakan akalnyanya untuk berpikir. Karena bila akal dipotensialkan untuk berpikir maka kita akan mengetahui bagaimana Allah menciptakan sesuatu secara adil dan tidak ada satu pun tercipta melainkan membawa manfaat. Beberapa ayat yang memerintahkan kita untuk berpikir diantaranya:

#### 1. Surat Al-Baqarah ayat 219

﴿يَسْأَلُونَكَ عَنِ الْخَمْرِ وَالْمَيْمِرِ وَقُلِّبِهِمَا فِيهِمَا وَإِثْمٌ كَبِيرٌ وَمَنْفَعٌ لِلنَّاسِ وَإِثْمُهُمَا أَكْبَرُ

مِنْ نَفْعِهِمَا وَيَسْأَلُونَكَ عَنِ الْفَحْشَى وَالْفُجْرِ وَالْبَغْيِ وَقُلِّبِهِمَا فِيهِمَا وَإِثْمٌ كَبِيرٌ وَمَنْفَعٌ لِلنَّاسِ وَإِثْمُهُمَا أَكْبَرُ مِنْ نَفْعِهِمَا﴾

تَتَفَكَّرُونَ ۚ ۲۱۹

Artinya: “Mereka bertanya kepadamu tentang khamar dan judi. Katakanlah: "Pada keduanya terdapat dosa yang besar dan beberapa manfaat bagi manusia, tetapi dosa keduanya lebih besar dari manfaatnya". Dan mereka bertanya kepadamu apa yang mereka nafkahkan. Katakanlah: "Yang lebih dari keperluan". Demikianlah Allah menerangkan ayat-ayat-Nya kepadamu supaya kamu berpikir”. (QS. Al-Baqarah: 219)



## 2. Surat Al-Baqarah ayat 266

أَيُّودُ أَحَدِكُمْ ۖ أَنْ تَكُونَ لَهُ جَنَّةٌ مِّنْ نَّجِيلٍ وَأَعْنَابٌ تَجْرِ مِن تَحْتِهَا أَلْهٰنٌ ۖ هُرُّ

لَهُ فِيهَا مِن كُلِّ الثَّمَرَاتِ وَأَصَابَهُ الْكِبَرُ وَلَهُ ذُرِّيَةٌ ضُعْفَاءُ فَأَصَابَهَا إِعْصَارٌ فِيهِ نَارٌ

فَأَحْتَرَقَتْ ۗ كَذٰلِكَ يُبَيِّنُ اللّٰهُ لَكُمْ ءَالَآءِ اللّٰهِ لَعَلَّكُمْ تَتَفَكَّرُونَ ۚ ٢٦٦

Artinya: “Apakah ada salah seorang di antaramu yang ingin mempunyai kebun kurma dan anggur yang mengalir di bawahnya sungai-sungai; dia mempunyai dalam kebun itu segala macam buah-buahan, kemudian datanglah masa tua pada orang itu sedang dia mempunyai keturunan yang masih kecil-kecil. Maka kebun itu ditiup angin keras yang mengandung api, lalu terbakarlah. Demikianlah Allah menerangkan ayat-ayat-Nya kepada kamu supaya kamu memikirkannya”. (QS. Al-Baqarah: 266)

## 3. Surat Al-An'am ayat 30

وَلَوْ تَرَىٰ إِذِ ۙ وَقَفُّوا عَلَىٰ رَءْسِهِمُ ۚ ۗ قَالَ أَلَيْسَ هٰذَا بِآلِ ۙ حَقَّ ۗ قَالُوا بَلَىٰ ۗ وَرَبِّنَا ۗ قَالَ

فَذُوقُوا ءَالَآءِ ۙ عَذَابِ ۙ بِمَا كُنْتُمْ ۙ تَكْفُرُونَ ۚ ٣٠

Artinya: “Katakanlah: Aku tidak mengatakan kepadamu, bahwa perbendaharaan Allah ada padaku, dan tidak (pula) aku mengetahui yang ghaib dan tidak (pula) aku mengatakan kepadamu bahwa aku seorang malaikat. Aku tidak mengikuti kecuali apa yang diwahyukan kepadaku. Katakanlah: "Apakah sama orang yang buta dengan yang melihat?" Maka apakah kamu tidak memikirkan(nya)?”. (QS. Al-An'am: 50)<sup>46</sup>

Dari ketiga ayat tersebut merupakan sebagian kecil dari sekian ayat yang memerintahkan untuk berpikir. Manusia yang diciptakan lebih sempurna

<sup>46</sup> Al-Qur'an dan Terjemahnya, (Kudus: Menara Kudus).

dibandingkan dengan makhluk yang lainnya, dimana kesempurnaan ini dapat dilihat dari adanya akal yang dapat dipergunakan. Allah SWT memerintahkan kepada kita melalui Surat Al-Baqarah dan Surat Al-An'am untuk mempergunakan akal dalam menilai, memilah dan memilih, serta memperhatikan perbedaan sebagai tanda kekuasaanNya. Menjadi sangat penting, terlebih kepada seorang guru untuk senantiasa mengajak siswa mempergunakan akal yang telah Allah SWT anugerahkan dengan melakukan pembelajaran yang menuntut keaktifan berpikir siswa berdasarkan pada tingkat perkembangan kognitif atau intelektual.

#### **D. Tinjauan Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel di SMA**

##### **1. Pengertian PLDV**

Untuk persamaan garis biasanya menggunakan variabel  $x$  dan  $y$  karena sangat erat hubungannya dengan bidang kartesius (grafik kartesius) seperti  $2x - y = 4$ , namun bila persamaan garis itu kita jadikan Persamaan Linear Dua Variabel (PLDV) maka kita dapat menggunakan variabel yang lain, seperti contoh:

- a. PLDV dengan variabel  $x$  dan  $y$  jadinya:  $2x - y = 4$
- b. PLDV dengan variabel  $a$  dan  $b$  jadinya:  $2a - b = 4$
- c. PLDV dengan variabel  $c$  dan  $d$  jadinya:  $2c - d = 4$
- d. PLDV dengan variabel  $m$  dan  $n$  jadinya:  $2m - n = 4$

##### **2. Akar dan Bukan Akar PLDV**

Yang dimaksud akar dari sebuah persamaan linear dua variabel itu adalah nilai pengganti variabel, sehingga persamaan itu menjadi pernyataan yang bernilai benar. Seperti contoh berikut:

$2x - y = 7$ , akar-akarnya diantaranya:

Untuk  $x = 3$  dan  $y = -1$ , sehingga  $2(3) - (-1) = 6 + 1 = 7$ , maka akarnya (3,1)

$x = 2$  dan  $y = -3$ , sehingga  $2(2) - (-3) = 4 + 3 = 7$ , maka akarnya (2,3)

$x = -2$  dan  $y = -11$ , sehingga  $2(-2) - (-11) = -4 + 11 = 7$ , maka akarnya (-2, 11)

Masih banyak pasangan bilangan lain yang merupakan akar penyelesaian. Sedangkan yang bukan menjadi akarnya yaitu pasangan nilai  $x$  dan  $y$  sehingga membuat pernyataan yang bernilai salah, seperti contoh:

Untuk  $x = 2$  dan  $y = 5$ , sehingga  $2(2) - 5 = 4 - 5 = -1$

$x = 5$  dan  $y = 1$ , sehingga  $2(-5) - 1 = -10 - 1 = -11$

Karena hasilnya tidak 7, maka pasangan  $x = 2$  dan  $y = 5$  serta  $x = 5$  dan  $y = 1$  bukan merupakan akar dari persamaan  $2x - y = 7$ .

### 3. Pengertian Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

Bila membandingkan apa perbedaan antara PLDV dengan SPLDV maka sebenarnya hanya tentang banyaknya persamaan.

- Untuk PLDV itu berarti hanya terdiri dari satu persamaan saja.
- Untuk SPLDV merupakan gabungan dari paling sedikit ada dua persamaan menjadi satu pokok permasalahan.

Pada persamaan linear dua peubah bila terdapat dua persamaan yang tidak sebanding maka disebut dengan istilah system persamaan linear dengan dua peubah (SPLDV) yang dinyatakan dalam umum:

$$x, y \in \mathbb{R} \begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases} \text{ atau } x, y \in \mathbb{R} \begin{cases} ax + by + c = 0 \\ px + qy + r = 0 \end{cases}$$

#### 4. Akar –akar Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

Yang dimaksud akar –akar Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) itu adalah nilai pengganti variabel, sehingga persamaan itu menjadi pernyataan yang bernilai benar. Contoh:

- $2x - y = 5$  dan  $x + y = 4$ , akar-akarnya yaitu  $x = 3$  dan  $y = 1$
- $x + 2y = 4$  dan  $x + y = 1$ , akar-akarnya yaitu  $x = -2$  dan  $y = 3$
- $-2x + y = -5$  dan  $2x + y = 3$ , akar-akarnya yaitu  $x = 2$  dan  $y = -1$ <sup>47</sup>

Cara untuk mendapatkan akar-akar dari system persamaan linear dua peubah itu dapat menggunakan 3 metode yaitu substitusi, eliminasi, dan grafik.

##### a. Contoh Penyelesaian SPLDV dengan Metode Substitusi

Tentukan himpunan penyelesaian dari  $4x = 7 - 2y$  dan  $3x - 4y = 12$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$

Jawab: Persamaan I :  $4x = 7 - 2y$

Persamaan II :  $3x - 4y = 12$

Untuk persamaan II ditentukan nilai x dalam y sehingga didapat :

$$3x - 4y = 12$$

$$3x = 12 + 4y$$

$$x = 4 + y \dots\dots\dots \text{persamaan III}$$

kemudian nilai  $x = 4 + y$  disubstitusikan ke persaman I

$$4x = 7 - 2y \quad \text{didapat nilai } y = 1\frac{1}{2} \text{ disubstitusikan ke pers. III}$$

$$4(4+y) = 7 - 2y \quad x = 4 + y$$

$$16 + 4y = 7 - 2y \quad = 4 + (1\frac{1}{2}) = 2\frac{1}{2}$$

---

<sup>47</sup> Saifullah Waly, “*Matematika Untuk SMP/MTs*”, (Kartasura: CV. Media Karya Putra, 2009), Hal.42-43

$$4y + 2y = 7 - 16$$

$$6y = -9$$

$$y = -1\frac{1}{2}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya =  $\{(2\frac{1}{2}, -1\frac{1}{2})\}$ .

**b. Contoh Penyelesaian SPLDV dengan Metode Eliminasi**

Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan  $x + y = 1$  dan  $2x - y = 9$

Jawab : dengan mengeliminasi x maka:

$$x + 3y = 1 \quad \times 2 \qquad 2x + 6y = 2$$

$$2x - y = 9 \quad \times 1 \qquad \underline{2x - y = 9}$$

$$7y = -7$$

$$y = -\frac{-7}{7}$$

$$y = -1$$

didapat  $y = -1$  disubstitusikan ke  $x + 3y = 1$

$$x + 3(-1) = 1$$

$$x - 3 = 1$$

$$x = 1 + 3$$

$$x = 4$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya:  $\{(4, -1)\}$ .

**c. Contoh Penyelesaian SPLDV dengan Metode Grafik**

Menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan menggunakan metode grafik. Contoh: tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan  $x + y = 3$  dan  $x - y = 1$ .

Jawab:

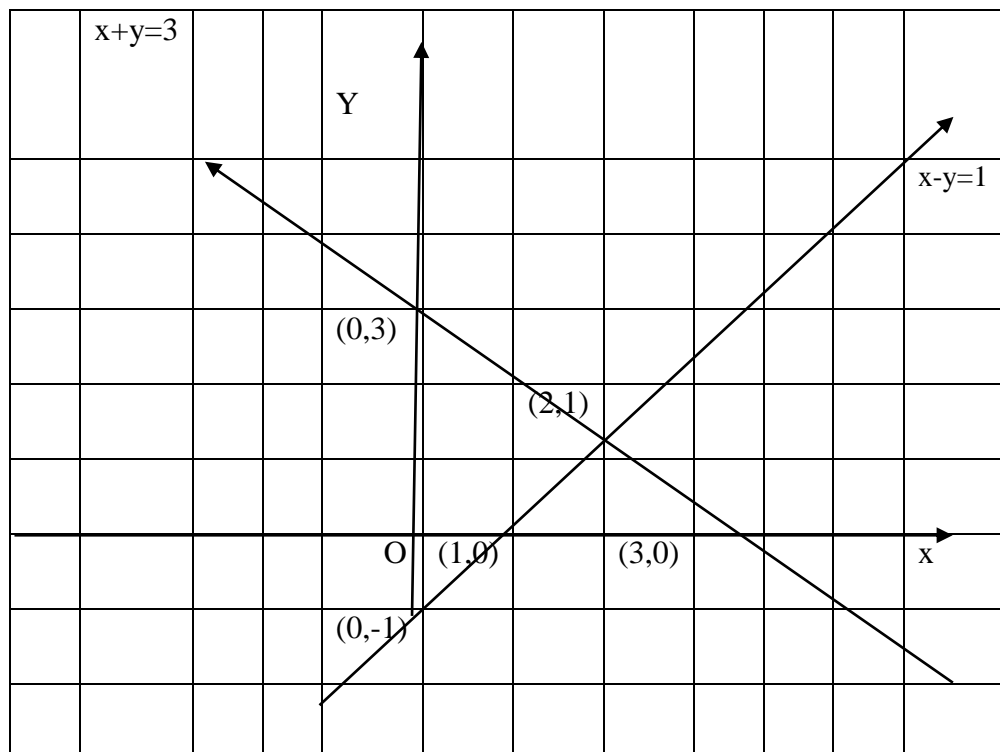
Untuk  $x + y = 3$

X	3	0
Y	0	3
(x,y)	(3,0)	(0,3)

Untuk  $x - y = 1$

X	1	0
Y	0	-1
(x,y)	(1,0)	(0,-1)

Gambar grafiknya:



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Dari grafik terbaca koordinat himpunan penyelesaiannya =  $\{(2,1)\}$ .<sup>48</sup>

### E. Penelitian Terdahulu

Tabel berikut menjelaskan tentang persamaan dan perbedaan penelitian “Penalaran Matematis Siswa Dalam Pemecahan Masalah Pada Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel di Kelas X AKL-1 SMK Negeri 1 Bandung Tahun Ajaran 2017/2018” dengan Peneliti Terdahulu.

**Tabel 2.3: Kajian Penelitian Terdahulu**

No.	Judul Skripsi	Persamaan	Perbedaan
1	Analisis Kesulitan Siswa dalam Pemecahan Masalah Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Menggunakan penelitian kualitatif.</li> <li>➤ Meneliti tentang penalaran matematis siswa dalam kemampuan pemecahan masalah matematika materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel.</li> <li>➤ Sama-sama menggunakan pemecahan masalah menurut Polya.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Lokasi penelitian</li> <li>➤ Subjek penelitian</li> <li>➤ penelitian terdahulu mengungkap kesulitan dalam pemecahan masalah sedangkan penelitian sekarang mengungkap sejauhmana penalaran matematis siswa.</li> </ul>
2.	Analisis Pemecahan Masalah Siswa Berkemampuan Matematika Tinggi Dalam Menyelesaikan Masalah Sistem Persamaan	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Meneliti tentang kemampuan pemecahan masalah matematika materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel.</li> <li>➤ Sama-sama menggunakan</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Lokasi penelitian</li> <li>➤ Subjek penelitian</li> <li>➤ Penelitian terdahulu menganalisis pemecahan masalah siswa ditinjau dari jenis kelimain, tetapi untuk penelitian sekarang lebih focus</li> </ul>

<sup>48</sup> *Ibid.*, hal. 44-45

	Linear Dua Variabel di Kelas VIII SMP Negeri 12 Palu Ditinjau Berdasarkan Jenis Kelamin	pemecahan masalah menurut Polya. ➤ Menggunakan penelitian kualitatif.	kepada penalarannya bukan jenis kelaminnya.
--	---	--	---

## F. Kerangka Berpikir

Kerangka berfikir dibuat untuk mempermudah dalam mengetahui alur hubungan antar variabel. Pembahasan dalam kerangka berpikir ini menghubungkan antara analisis kemampuan penalaran matematis siswa pada pemecahan masalah materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel terhadap penalaran matematis yang ditinjau dari soal tes penguasaan siswa serta cara mengatasi kesulitan siswa dalam memahami konsep matematikanya. Penelitian ini menggunakan kerangka berfikir yang deskriptif berdasarkan kenyataan keadaan yang ada. Dengan menganalisis kesulitan yang dihadapi siswa dalam memahami konsep matematika materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel melalui soal tes penguasaan siswa. Berdasarkan hasil penelitian ini akan menghasilkan deskriptif mengenai penalaran siswa dalam memahami konsep Sistem Persamaan Linear Dua Variabel, kemudian peneliti akan memberikan argumen atau pendapat serta saran kepada tenaga pendidik matematika pada kelas penelitian cara mengatasi kesulitan - kesulitan yang dihadapi siswa dalam memahami konsep matematika materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel yang ditinjau dari soal tes penguasaan agar proses belajar pembelajaran berlangsung dengan lancar dan baik.