

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

Dalam bab ini berkaitan dengan hakikat dan harus sesuai dengan penelitian yang ada dalam kajian pustaka. Adapun isi rincian kajian pustaka sebagai berikut :

A. Diskripsi Teori

1. Hakikat Matematika

Menurut kamus besar bahasa Indonesia (KBBI) matematika didefinisikan sebagai ilmu tentang bilangan, hubungan antara bilangan dan prosedur operasional yang digunakan dalam menyelesaikan masalah bilangan.¹⁶ Russel dalam buku yang dikarang oleh Hamzah B Uno mendefinisikan bahwa matematika sebagai studi yang dimulai dari bagian-bagian yang sangat dikenal menuju arah yang tidak dikenal. Arah yang dikenal itu tersusun baik (konstruktif), secara bertahap menuju arah yang rumit (kompleks) dari bilangan bulat ke bilangan pecah, bilangan riil ke bilangan kompleks, dari penjumlahan dan perkalian ke diferensial dan integral, dan menuju matematika yang lebih tinggi.¹⁷ Soejadi dalam buku yang di karang oleh Hamzah B Uno memandang bahwa matematika merupakan ilmu yang bersifat abstrak, aksiomatik dan deduktif.¹⁸

¹⁶ Hasan Alwi dkk dalam Abdul Halim Fathani, *Matematika Hakikat dan Logika*, (Jogjakarta : Ar-Ruzz Media, 2012), hal. 22.

¹⁷ Thomas Carpenter dalam Hamzah B. Uno dan Masri Kuadrat, *Mengelola Kecerdasan dalam Pembelajaran*, (Jakarta : PT Bumi Aksara, 2009), hal. 108.

¹⁸ Soedjadi dalam Hamzah B. Uno dan Masri Kuadrat, *Mengelola Kecerdasan dalam Pembelajaran*, (Jakarta : PT Bumi Aksara, 2009), hal. 108.

Matematika adalah pengetahuan atau ilmu mengenai logika dan problem-problem numerik. Matematika membahas fakta-fakta dan hubungan-hubungannya, serta membahas ruang dan waktu. Menurut James dan James dalam kamus matematikanya mengatakan bahwa matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan besaran dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan yang lainnya dengan jumlah yang banyak yang terbagi dalam tiga bidang, yaitu aljabar, analisis dan geometri.¹⁹ Berdasarkan pengertian di atas dapat disimpulkan bahwa matematika adalah sebagai suatu bidang ilmu yang mempelajari tentang bilangan dan logika serta penyelesaian masalah yang ada di dalamnya, bersifat abstrak, sebagai alat berpikir tingkat tinggi, dan memecahkan persoalan dengan praktis. Matematika juga dibedakan menjadi tiga cabang yaitu geometri, analisis, aljabar dan aritmatika.

Hakikat belajar matematika adalah suatu aktivitas mental untuk memahami arti hubungan-hubungan serta simbol-simbol, kemudian diterapkan pada situasi nyata. Schenfeld mendefinisikan bahwa belajar matematika berkaitan dengan apa dan bagaimana menggunakannya dalam pemecahan masalah. Matematika melibatkan pengamatan, penyelidikan dan berkaitan dengan fenomena sosial dan fisik. Berkaitan dengan hal ini, maka belajar matematika merupakan suatu kegiatan yang berkenaan dengan menyelesaikan himpunan-himpunan dari unsur matematika yang sederhana dan merupakan himpunan-himpunan baru, yang selanjutnya

¹⁹ Erman Suherman, *Common textbook Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Bandung : Universitas Pendidikan Indonesia press, 2003), hal. 15.

membentuk himpunan-himpunan yang lebih rumit. Demikian seterusnya, sehingga dalam belajar matematika harus dilakukan dengan hierarkis. Dengan kata lain, belajar matematika pada tahap yang lebih tinggi, harus didasarkan padaa tahap yang lebih rendah.²⁰ Berdasarkan pengertian di atas dapat disimpulkan bahwa belajar matematika merupakan suatu kegiatan yang digunakan untuk memecahkan masalah yang berkaitan dengan matematika dari tahap yang rendah ke tinggi. Matematika mengkaji suatu masalah yang kompleks sehingga memerlukan berfikir tingkat tinggi. Pengamatan diperlukan dalam pembelajaran matematika untuk menaksir jawaban yang akan diperoleh. Penelitian ini berkaitan dengan menyelesaikan soal materi matematika yaitu relasi dan fungsi.

2. Penalaran Matematis

a. Pengertian Penalaran Matematis

Penalaran merupakan suatu rangkaian proses untuk mencari kebenaran dasar yang merupakan kelanjutan keterangan lain yang diketahui lebih dulu.²¹ Penalaran adalah suatu proses penarikan kesimpulan dari satu atau lebih proporsi.²² Proses penalaran meliputi aktivitas mencari proporsi-proporsi yang disusun dalam premis, menilai hubungan proporsi-proporsi di dalam premis itu dan menentukan konklusinya.²³ Aktivitas penalaran juga meliputi penyusunan proporsi-proporsi itu menjadi premis yang dijadikan

²⁰ Robert M. Gegne dalam Hamzah B. Uno dan Masri Kuadrat, *Mengelola Kecerdasan dalam Pembelajaran*, (Jakarta : IPA Abong, 2008), hal. 110.

²¹ Cholid Narbuko dan Abu Achmadi, *Metodologi Penelitian...*, hal. 17.

²² Surajiyo *Filsafat Ilmu dan Perkembangannya di Indonesia...*, hal. 112.

²³R.G. Soekadijo, *Logika Dasar Tradisional, Simbolik, dan Induktif ...*, hal. 7.

dasar penyimpulan. Kalau susunan premis tidak tepat, tidak dapat dijadikan pangkal untuk menarik kesimpulan yang benar. Penalaran matematis haruslah bersifat deduksi. Usaha dalam memperoleh kebenaran secara deduksi dengan mengandalkan pada beberapa pernyataan yang sebelumnya dianggap telah benar. Penalaran matematis adalah fondasi untuk mengkonstruksi pengetahuan matematika.²⁴ Berdasarkan pengertian di atas penalaran adalah suatu proses berpikir guna memperoleh suatu kebenaran atau membuktikan suatu proporsi dan menarik suatu kesimpulan.

Berikut ini ayat Al-Quran yang menjelaskan tentang perintah manusia untuk menggunakan akal dan pikiran sehingga manusia dapat menarik kesimpulan berdasarkan fakta. Salah satu ayat Al-Quran tentang penalaran yaitu surat Al-Baqarah ayat 219 yang berbunyi:²⁵

يَسْأَلُونَكَ عَنِ الْخُمْرِ وَالْمَيْسِرِ قُلْ فِيهِمَا إِثْمٌ كَبِيرٌ وَمَنَافِعُ
لِلنَّاسِ وَإِثْمُهُمَا أَكْبَرُ مِنْ نَفْعِهِمَا وَيَسْأَلُونَكَ مَاذَا يُنْفِقُونَ
قُلِ الْعَفْوَ كَذَلِكَ يُبَيِّنُ اللَّهُ لَكُمْ الْآيَاتِ لَعَلَّكُمْ
تَتَفَكَّرُونَ ﴿٢١٩﴾

²⁴ Topic Offirston, *Aktivitas Pembelajaran Matematika Melalui Inkuiri Berbantuan Software Cinderella ...*, hal. 41-42.

²⁵ Penerjemah Departemen Agama Republik Indonesia, *Mushaf Aisyah Al-Qur'an Terjemah dan Tafsir untuk Wanita*, (Bandung:Jabal, 2010), hal.543.

Artinya:”Mereka bertanya kepadamu tentang khamar dan Judi. Katakanlah: “kepada keduanya terdapat dosa yang besar dan beberapa manfaat bagi manusia, tetapi dosa keduanya lebih besar dari manfaatnya”. Katakanlah “ yang lebih dari keperluan”. Demikianlah Allah menerangkan ayat-ayat-Nya kepadamu supaya kamu berfikir. (QS.Al-Baqoroh:219)

Selain ayat di atas QS Al-An’am ayat 50 juga menjelaskan tentang pentingnya berpikir dan bernalar yang berbunyi:²⁶

قُلْ لَا أَقُولُ لَكُمْ عِنْدِي خَزَائِنُ اللَّهِ وَلَا أَعْلَمُ الْغَيْبَ وَلَا
أَقُولُ لَكُمْ إِنِّي مَلَكٌ إِنْ أَتَّبَعُ إِلَّا مَا يُوحَىٰ إِلَيَّ قُلْ هَلْ
يَسْتَوِي الْأَعْمَىٰ وَالْبَصِيرُ أَفَلَا تَتَفَكَّرُونَ ﴿٥٠﴾

Artinya:”Katakanlah (Muhammad). “ Aku tidak mengatakan kepadamu. Bahwa kebendaharaan Allah ada padaku, dan aku tidak mengetahui gaib dan aku tidak (pula) mengatakan kepadamu bahwa aku malaikat. Aku hanya mengikuti apa yang diwahyukan kepadaku”. Katakanlah, “Apakah sama antara orang yang buta dengan orang yang melihat? Apakah kamu tidak memikirkannya?”(QS. Al-An’am: 50)

Berdasarkan kedua ayat di atas, dapat disimpulkan bahwa Allah menyuruh umat-Nya untuk berpikir dan bernalar sehingga manusia menemukan suatu kebenaran atau kesimpulan.

Ciri-ciri penalaran sebagai kegiatan berpikir selaras yaitu adanya proses berfikir, logis selaras, sehingga menghasilkan kesimpulan yang tepat dan valid. Adanya proses kegiatan berpikir

²⁶ Ibid, hal.543.

analisis hingga menimbulkan kesimpulan yang tepat dan valid.²⁷ Penalaran yang konklusinya lebih luas daripada premisnya itu disebut penalaran induktif dan induksi. Tidak semua induksi konklusinya mesti suatu generalisasi, akan tetapi mesti lebih luas daripada premisnya. Di samping induksi ada penalaran deduktif dan deduksi. Di sini konklusinya tidak lebih luas dari pada premisnya.²⁸ Proses berpikir yang logis dalam penalaran sangat diperlukan dan menghasilkan kesimpulan yang dapat diterima oleh akal sehat. Kesimpulan tersebut juga dapat dibuktikan kebenarannya.

b. Indikator Penalaran Matematis

Penalaran matematis adalah kemampuan menganalisis, menggeneralisasi, mensintesa/mengintegrasikan memberikan alasan yang tepat dan menyelesaikan masalah tidak rutin, indikator penalaran matematis menurut sumarmo, yaitu:²⁹

- 1) Menarik kesimpulan logis.
- 2) Memberikan penjelasan dengan model, fakta, sifat-sifat dan hubungan.
- 3) Memperkirakan jawaban dan proses solusi.
- 4) Menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi atau membuat analogi dan generalisasi.
- 5) Menyusun dan mengkaji konjektur.

²⁷ Cholid Narbuko dan Abu Achmadi, *Metodologi Penelitian...*, hal. 18.

²⁸ R.G. Soekadijo, *Logika Dasar Tradisional, Simbolik, dan Induktif...*, hal. 6.

²⁹ Kurnia Eka Lestari, *Penelitian Pendidikan Matematika*, (Bandung: PT Refika Aditama, 2015), hal. 82.

- 6) Membuat *counter example* (kontra contoh).
- 7) Mengikuti aturan inferensi dan memeriksa validitas argumen.
- 8) Menyusun argumen yang valid.
- 9) Menyusun pembuktian langsung, tidak langsung dan menggunakan induksi matematika.

Depdiknas menjelaskan bahwa Indikator penalaran yang diperhatikan dalam penelitian ini adalah :³⁰

- 1) Kemampuan menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar dan diagram;
- 2) Kemampuan mengajukan dugaan;
- 3) Kemampuan melakukan manipulasi matematika;
- 4) Kemampuan menyusun bukti, memberikan alasan/bukti terhadap kebenaran solusi;
- 5) Kemampuan menarik kesimpulan dari pernyataan;
- 6) Memeriksa kesahihan suatu argumen;
- 7) Menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Sesuai indikator yang dikemukakan para ahli, indikator penalaran (induktif) yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- a) Kemampuan menyajikan pernyataan matematika secara tertulis, lisan maupun tulisan serta menggunakan gambar dan diagram.

³⁰ Tina Sri Sumartini, *Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah*, (Jurnal Pendidikan Matematika: Tidak Diterbitkan, 2015), hal. 4.

- b) Kemampuan menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi.
- c) Kemampuan menarik kesimpulan dari pernyataan baik secara umum maupun khusus.

c. Prinsip-prinsip Penalaran

Prinsip-prinsip penalaran ada empat macam yang terdiri atas tiga prinsip dari Aristoteles dan satu prinsip dari George Leibniz. Prinsip penalaran dari Aristoteles dalam buku yang dikarang Surajiyo adalah sebagai berikut:³¹

- 1) Prinsip identitas. Prinsip ini dalam istilah Latin adalah *principium identitas*. Prinsip tersebunyi: “sesuatu hal adalah sama dengan halnya sendiri”. Dengan kata lain: “sesuatu yang disebut p maka sama dengan p yang dinyatakan itu sendiri, bukan yang lain”.
- 2) Prinsip kontradiksi (*principium contradictionis*). Prinsip kontradiksi berbunyi:” sesuatu tidak dapat sekaligus merupakan hal itu dan hal itu bukan pada waktu yang bersamaan”, atau “ sesuatu pernyataan tidak mungkin mempunyai nilai benar dan tidak benar pada saat yang sama”. Dengan kata lain: “ sesuatu tidaklah mungkin secara bersamaan merupakan p dan non p.
- 3) Prinsip eksklusi tertii (*principium exclusi tertii*), yakni prinsip penyisihan jalan tengah atau prinsip tidak adanya kemungkinan ketiga.

³¹ Surajiyo dkk, *Dasar-dasar Logika*,(Jakarta:PT Bumi Aksara, 2010), hal. 35-36.

4) Prinsip cukup alasan (*principium rationis sufficientis*), yang berbunyi: “suatu perubahan yang terjadi pada suatu hal tertentu mestilah berdasarkan alasan yang cukup, tidak mungkin tiba-tiba berubah tanpa sebab-sebab yang mencukupi”. Dengan kata lain,” adanya sesuatu itu seharusnya mempunyai alasan yang cukup demikian pula jika ada perubahan pada keadaan sesuatu”.

Liebniz dalam buku yang di karang Surajiyo menambahkan suatu prinsip yang merupakan pelengkap atau tambahan bagi prinsip identitas, yaitu prinsip cukup alasan (*principium rationis sufficientis*), yang berbunyi suatu perubahan yang terjadi pada suatu hal tertentu mestilah berdasarkan alasan yang cukup, tidak mungkin tiba-tiba berubah tanpa sebab-sebab mencukupi”. Dengan kata lain: adanya sesuatu itu mestilah mempunyai alasan yang cukup, demikian pula jika ada perubahan pada keadaan sesuatu”.³² Kegiatan prinsip dalam penalaran sangatlah diperlukan karena tanpa prinsip penalaran tidak akan terjadi.

d. Penalaran Proporsi kategoris

Penalaran adalah suatu penarikan kesimpulan dari satu atau lebih proporsi. Penalaran ada dua, yakni penalaran langsung dan tidak langsung. Penalaran langsung adalah penalaran yang didasarkan pada sebuah proporsi kemudian disusul proposrsi lain sebagai kesimpulan dengan menggunakan term yang sama. Ada dua penalaran yakni

³² Surajiyo *Filsafat Ilmu dan Perkembangannya di Indonesia...*, hal. 112.

penalaran oposisi dan penalaran induksi. Adapun penalaran tidak langsung adalah penalaran yang didasarkan atas dua proporsi atau lebih kemudian disimpulkan. Kedua penalaran tidak langsung dan langsung ini mengolah proporsi kategoris.

1) Penalaran perlawanan/Oposisi

Penalaran perlawanan atau oposisi adalah sebuah kegiatan menyimpulkan secara langsung dengan membandingkan antara proporsi yang lain dalam term yang sama, tetapi bisa berbeda kuantitas ataupun kualitasnya untuk menentukan kesulitan sebuah proposisi. Penalaran oposisi ada empat macam, yakni kontratis, kontradiksi, subkontraktis, dan sub alternasi.

2) Penalaran induksi

Penalaran induksi ada bentuk yakni bisa menukar kedudukan term, menegaskan term, dan bisa menukar dan menegaskan term dalam proporsi. Atas dasar tersebut maka penalaran induksi ada macam yakni konversi, inversi, dan kontraposisi.

3) Induksi dan deduksi

Deduksi adalah suatu bentuk penalaran yang menyimpulkan suatu proporsi umum dari sejumlah proporsi khusus maka deduksi adalah mengambil suatu kesimpulan yang hakikatnya sudah tercakup di dalam proporsi.³³

³³ *Ibid*, hal. 112-117.

Penalaran yang akan digunakan dalam penelitian ini yaitu penalaran induktif yang berujung dengan menyimpulkan yang bersifat umum maupun khusus.

3. Penalaran Induktif

Penalaran induktif merupakan cara yang digunakan untuk menemukan suatu pola atau kesimpulan umum melalui identifikasi kasus-kasus yang spesifik. Untuk dapat menggeneralisasi suatu kasus-kasus yang terjadi, perlu dilakukan pengamatan terhadap kasus-kasus tersebut lalu menemukan pola dan keteraturannya. Menurut Sukardjono penalaran induktif adalah penalaran yang menurunkan kesimpulan yang umum atas dasar tentang hal-hal yang khusus yang berpijak pada observasi indrawi.

Menurut Sternberg penalaran induktif adalah proses penalaran dari fakta-fakta atau observasi-observasi spesifik untuk mencapai kesimpulan yang dapat menjelaskan fakta-fakta tersebut secara koheren. Penarikan kesimpulan yang bertolak dari hal-hal yang khusus atau spesifik ke hal-hal yang bersifat umum juga dikemukakan oleh Sumaryono (1999) dan Santrock (2004) dalam buku yang dikarang oleh Surajiyo. Demikian juga dengan Tim PPPG dalam buku yang dikarang Shadiq mengemukakan bahwa penalaran induktif merupakan suatu kegiatan, suatu proses atau suatu aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang bersifat umum berdasar pada beberapa pernyataan khusus yang diketahui benar. Dengan demikian penalaran induktif diartikan sebagai suatu proses atau aktivitas berpikir untuk menarik

kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang bersifat umum berdasarkan pada beberapa pernyataan khusus yang diketahui benar.³⁴

Penalaran induktif merupakan penalaran yang menyimpulkan dari fakta-fakta yang bersifat khusus maupun umum.

Penalaran yang menyimpulkan suatu kesimpulan yang bersifat umum dari premis-premis yang berupa proposisi empiris disebut generalisasi. Generalisasi menurut Soekadijo tahun 1994 dalam buku yang dikarang oleh Surajiyo harus memenuhi 3 Syarat sebagai berikut:³⁵

1. Generalisasi harus tidak terbatas secara numerik. Artinya, generalisasi tidak boleh terikat pada jumlah tertentu.
2. Generalisasi harus tidak terbatas secara *spasio-temporal* artinya, tidak boleh terbatas dalam ruang dan waktu.
3. Generalisasi harus dapat dijadikan dasar pengandaian. Yang dimaksud dengan ‘dasar pengandaian’ di sini ialah dari yang disebut *contrar-to facts conditionals* atau *unfulfilled conditionals*.

Bentuk generalisasi dalam induksi, tidak ada kesimpulan yang mempunyai nilai kebenaran yang pasti. Yang ada hanya kesimpulan dengan probabilitas terendah dan tertinggi. Maka hasil usaha analisis dan rekonstruksi penalaran induksi itu hanya berupa ketentuan-ketentuan mengenai bentuk induksi yang menjamin kesimpulan dengan probabilitas

³⁴ Maria Theresia Nike K, *Penalaran Deduktif dan Induktif Siswa Dalam Pemecahan Masalah Trigonometri Ditinjau dari Tingkat IQ*, (Jurnal APOTEMA, Vol. 1, No.2, Juni 2015), hal. 70.

³⁵ Surajiyo *Filsafat Ilmu dan Perkembangannya di Indonesia*, ... hal. 119.

setinggi-tingginya.³⁶ Generalisasi dalam penalaran induktif digunakan untuk menyimpulkan hal-hal yang bersifat umum. Hasil dalam generalisasi tersebut merupakan menyimpulkan yang bersifat umum maupun kasus yang khusus.

Tahap-tahap penalaran induktif sebagai berikut:³⁷

a. *Work on particular cases* (Memahami masalah)

Tahap ini merujuk pada kegiatan siswa dalam memahami informasi-informasi yang diberikan.

b. *Organization of particular cases* (Mengelola data)

Tahap ini merujuk pada kegiatan siswa dalam mengolah data, misalnya dengan membuat daftar, membuat gambar, table atau sketsa.

c. *Search and prediction of pattern* (Mencari dan menduga pola)

Tahap ini merujuk pada kegiatan siswa dalam mencari pola yang sesuai berdasarkan informasi yang diberikan dan mencari suku selanjutnya pada soal yang diberikan.

d. *Conjecture formulation* (Menduga rumus)

Tahap ini merujuk pada kegiatan siswa dalam menentukan rumus atau kesimpulan yang sesuai namun masih disertai keraguan karena belum adanya validasi. Sebagai contoh, siswa akan membuat dugaan setelah mengamati data pertama dan kedua. Namun dugaan tersebut masih belum bersifat pasti karena ada 5 data yang disediakan. Sehingga siswa

³⁶ Ibid, hal.119.

³⁷ Cholidia Febriani dan Abdul Haris Rosyidi, *Identifikasi Penalaran Induktif*, ...hal. 2-3.

perlu mengecek kembali dugaannya apakah berlaku untuk data yang lain.

e. *Justification* (Validasi dugaan berdasarkan data)

Tahap ini merujuk pada kegiatan siswa dalam mencoba membuktikan dugaan sebelumnya dengan mengidentifikasi data yang lain. Jika dugaan sebelumnya dapat digunakan untuk data yang lain, maka dugaan tersebut tervalidasi, namun jika dugaan tersebut tidak terpenuhi pada kasus yang lain, maka siswa perlu merevisi dugaan tersebut.

f. *Generalization* (Generalisasi)

Tahap ini merujuk pada kegiatan siswa dalam membuat suatu kesimpulan atau rumus yang bersifat umum yang memenuhi semua kasus.

Lebih jauh Sumarmo menguraikan beberapa kegiatan yang tergolong pada penalaran induktif diantaranya adalah:³⁸

- a) Transduktif : menarik kesimpulan dari satu kasus atau sifat khusus yang satu diterapkan pada kasus khusus lainnya.
- b) Analogi: penarikan kesimpulan berdasarkan keserupaan data, konsep, atau proses.
- c) Generalisasi: penarikan kesimpulan umum berdasarkan sejumlah data yang diamati.
- d) Memperkirakan jawaban solusi atau kecenderungan : interpolasi dan extrapolasi.

³⁸ Topic Offirston, *Aktivitas Pembelajaran Matematika Melalui Inkuiri Berbantuan Software Cinderella, ...* hal. 42.

- e) Memberi penjelasan terhadap model, fakta, sifat, hubungan atau pola yang ada.
- f) Menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dan menyusun konjektur.

Pada umumnya penalaran transduktif tergolong pada kemampuan berfikir tingkat rendah, sedangkan yang lainnya tergolong berfikir tingkat tinggi. Berikut ini dijelaskan tentang dua unsur penalaran yang sangat penting yaitu analogi dan generalisasi.³⁹

1. Analogi

Menurut sumarmo analogi adalah penalaran yang dari satu hal tertentu kepada hal lain yang serupa kemudian menyimpulkan apa yang benar untuk satu hal juga akan benar untuk hal lainnya, atau dengan kata lain bahwa analogi yang dicari adalah keserupaan itu. Namun demikian analogi tidak hanya menunjukkan keserupaan yang dimiliki kedua hal yang berbeda tapi menarik kesimpulan atas dasar keserupaan itu. Dengan demikian analogi dapat dimanfaatkan sebagai penjelasan atau sebagai bagian dari penalaran. Analogi induktif adalah analogi yang disusun persamaan prinsip pada dua fenomena yang berbeda, selanjutnya ditarik kesimpulan bahwa apa yang terdapat pada fenomena pertama terdapat pula pada fenomena kedua. Berdasarkan pengertian analogi yaitu kemampuan menarik kesimpulan berdasarkan keserupaan dua kasus, diharapkan siswa dapat menganalisa keserupaan antara kasus pertama

³⁹ *Ibid*, hal. 42-43.

dan kasus yang kedua. Keserupaan ini bisa konsep, aturan atau masalah lainnya.

2. Generalisasi

Menurut Sumarmo generalisasi adalah penalaran yang menurunkan konklusi yang bersifat umum dari premis-premis berbentuk empirik. Kesimpulan umum yang ditarik dapat merupakan suatu aturan namun dapat pula sebagai prediksi yang didasarkan aturan itu. Kesimpulan dari hasil penalaran generalisasi hanya suatu harapan, suatu kepercayaan yang berupa probabilitas.

Sukadijo mengatakan bahwa prinsip yang menjadi dasar penalaran generalisasi induktif adalah apa yang beberapa kali terjadi dalam kondisi tertentu, dapat diharapkan akan selalu terjadi apabila kondisi yang sama terpenuhi. Pada masalah-masalah matematis, generalisasi merupakan bentuk umum yang dihasilkan berdasarkan analisa terhadap suatu pola, urutan, atau fenomena yang dapat dibuat kepada suatu formula khusus yang akan berlaku bagi pemecahan masalah tersebut.

Berdasarkan uraian diatas analogi dalam penelitian ini dapat menyimpulkan berdasarkan yang diketahui dalam soal. Analogi dalam penelitian ini juga dapat ditemukan ketika subjek menyimpulkan soal satu dengan yang lain yang saling berhubungan. Generalisasi dalam penelitian ini menyimpulkan secara umum sesuai cara umum yang diketahui atau fakta-

fakta yang terdapat dalam soal. Analogi dan generalisasi adalah indikator penting dalam penalaran induktif.

Penalaran induktif dalam penelitian ini menyimpulkan soal yang berkaitan dengan materi relasi dan fungsi. Baik membuktikan rumus ataupun yang berkaitan dengan dengan kehidupan yang sehari-hari. Kesimpulan yang digunakan hanya bersifat umum dan khusus. Indikator penalaran induktif dalam penelitian ini adalah transduktif, analogi, generalisasi, memperkirakan jawaban dengan solusi, memberi penjelasan terhadap model, fakta, sifat, hubungan atau pola yang ada dan menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dan menyusun konjektur.

4. Kemampuan Akademis

Di dalam kamus besar bahasa Indonesia, kemampuan berasal dari kata “mampu” yang berarti kuasa (bisa, sanggup, melakukan sesuatu, dapat berada, kaya, mempunyai harta yang berlebihan). Akhmat Sudrajat dalam artikel yang dikarang oleh Ian menghubungkan kemampuan dengan kata kecakapan. Setiap individu memiliki kecakapan yang berbeda-beda dalam melakukan suatu tindakan. Kecakapan ini mempengaruhi potensi yang ada dalam diri tersebut.⁴⁰ Kemampuan seorang siswa dalam mengungkapkan ide termasuk dalam indikator penalaran induktif. Hal ini menunjukkan adanya keterkaitan antara kemampuan akademis dan kemampuan siswa dalam penalaran matematis.

⁴⁰ Ian, Pengertian Kemampuan dalam <https://ian43.wordpress.com/2010/12/23/pengertian-kemampuan/>, diakses Sabtu 7 April 2018.

Pada penelitian ini langkah-langkah menentukan kemampuan akademis tinggi, sedang dan rendah sebagai berikut:⁴¹

- a. Menjumlahkan skor nilai UTS semester ganjil
- b. Mencari nilai rata-rata (*mean*) dan simpangan baku (standar deviasi)
- c. Nilai rata-rata siswa dihitung dengan rumus:

$$\text{Mean} : \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Keterangan:

\bar{x} = rata-rata skor siswa

x_i = data ke- i

n = banyaknya siswa

$i = 1, 2, 3, 4, \dots, n$

Simpangan baku dihitung dengan rumus:

$$SD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}\right)^2}$$

- d. Menentukan batas-batas kelompok
 - 1) Kelompok atas adalah semua siswa yang mempunyai skor rata-rata ditambah dengan nilai dari simpangan baku.
 - 2) Kelompok sedang adalah semua siswa yang mempunyai skor di antara nilai rata-rata dikurangi nilai standar deviasi dan nilai rata-rata ditambah nilai standar deviasi.
 - 3) Kelompok rendah adalah semua siswa yang mempunyai skor di bawah nilai rata-rata dikurangi nilai standar deviasi.

⁴¹ Suharsimi Arikunto, *Dasar-dasar Evaluasi Pendidikan*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2017), hal. 299

Tabel 2.1

**Kriteria Pengelompokan Akademik Siswa berdasarkan Nilai UTS
Tahun Ajaran 2017/2018**

Skor (s)	Kelompok
$s \geq (\bar{x} + SD)$	Tinggi
$(\bar{x} - SD) < s < (\bar{x} + SD)$	Sedang
$s \leq (\bar{x} - SD)$	Rendah

5. Menyelesaikan Soal Matematika

Carraher menyatakan bahwa *mathematics has contributed in important ways to long-standing debates about mathematical concepts, symbolic representation, and the role of contexts in thinking*. Matematika berkenaan dengan konsep, representasi simbol, dan aturan dalam konteks berpikir manusia. Lebih lanjut Uno dalam buku Nurul Farida mengungkapkan bahwa matematika sebagai ilmu yang merupakan alat pikir dan alat untuk memecahkan berbagai persoalan praktis yang di dalamnya membutuhkan analisis dan logika berpikir seseorang.

Masalah dalam matematika memiliki beberapa definisi. Menurut Dewiyani, masalah dalam matematika adalah pertanyaan atau soal yang harus dijawab atau direspon. Sejalan dengan pendapat tersebut, Herman Hudojo menyatakan bahwa masalah dalam matematika yang disajikan seharusnya adalah masalah yang kontekstual dimana pertanyaan yang diberikan sesuai dengan pengalaman siswa. Berdasarkan pendapat di atas, masalah adalah suatu pertanyaan dimana pertanyaan tersebut merupakan tantangan bagi individu dan untuk menjawabnya diperlukan prosedur yang

tidak biasa dilakukannya sehingga memerlukan penalaran berpikir yang lebih mendalam dari apa yang telah diketahuinya.⁴²

Masalah matematika yang dimaksud dalam penelitian ini adalah soal yang berkaitan dengan relasi dan fungsi. Soal merupakan suatu permasalahan yang akan dikerjakan sesuai prosedur dan memerlukan penalaran untuk mengetahui suatu kebenaran. Soal pada penelitian ini berbentuk uraian sehingga proses akan dituliskan pada lembar jawaban. Menyelesaikan soal pada penelitian ini ditujukan untuk mengetahui penalaran induktif.

6. Materi Relasi dan Fungsi

Relasi antara dua himpunan A dan B adalah suatu aturan yang memasangkan anggota himpunan A dengan anggota – anggota himpunan B . Relasi dapat dinyatakan dengan tiga cara, yaitu diagram panah, himpunan pasangan terurut, dan diagram Cartesius. Fungsi atau pemetaan adalah relasi khusus yang memasangkan setiap anggota A dengan tepat satu anggota B . Setiap fungsi mempunyai domain (daerah asal), kodomain (daerah kawan), dan range (daerah hasil). Suatu fungsi dinotasikan oleh $f: x \rightarrow ax + b$ dan dapat juga ditulis $f(x) = ax + b$.⁴³

Andaikan untuk tiap-tiap elemen dalam sebuah himpunan A ditetapkan, melalui beberapa macam cara, sebuah elemen dari himpunan tunggal dari himpunan B . Kita menyebut penetapan suatu fungsi. Jika

⁴² Nurul Farida, *Analisis Kesalahan Siswa SMP Kelas VIII dalam Menyelesaikan Masalah Soal Cerita Matematika*, (Jurnal ISSN 2442-5419 Vol.4, No2, 2015), hal. 42-43

⁴³ Nuniek Avianti Agus dkk, *Pegangan Belajar Matematika...*, hal 35.

memisalkan f menyatakan penetapan ini maka dituliskan $f: A \rightarrow B$ yang berbunyi “ f adalah fungsi dari A ke dalam B ”. Himpunan A disebut ranah (domain) dari fungsi f dan B disebut ko-ranah (co-domain) dari f . selanjutnya, jika $a \in A$ maka elemen dalam B yang mana ditetapkan untuk a disebut bayangan (*image*) dari a dan dinyatakan oleh $f(a)$ yang berbunyi “ f dari a ”.⁴⁴

Pandang himpunan A dan B . R adalah suatu cara untuk menghubungkan/mengkaitkan elemen A dan elemen B . Dikatakan terdapat suatu relasi R antara A dan B . Misalkan, f suatu relasi antara A dan B dengan sifat: f mengaitkan setiap elemen A dengan satu dan hanya satu elemen B . f disebut fungsi dari A ke B . Ditulis $f: A \rightarrow B$. Pandang suatu fungsi $f: A \rightarrow B$. Himpunan A disebut daerah asal (domain) dari f . Himpunan B disebut kodomain dari f . $R_f = \{y | y = f(x), x \in A\}$, suatu himpunan bagian dari B , merupakan himpunan semua peta dari. Himpunan R_f disebut daerah hasil (range) dari fungsi f .

Dari pengertian di atas diberikan contoh, misalkan $A = \{a, b, c, d\}, B = \{1, 2, 3\}$. Didefinisikan suatu fungsi $f: A \rightarrow B$ sebagai berikut $f(a) = 1, f(b) = 3, f(c) = 2, f(d) = 3$. Daerah asal fungsi tersebut adalah a, b, c, d . sedangkan kodomainnya adalah 1, 2, dan 3. Daerah hasilnya adalah 1, 2 dan 3.⁴⁵

⁴⁴ Seymour Lipschuts diterjemahkan oleh Pantur Silaban, *Set Theory and Related Topics*, (Jakarta: Erlangga, 1995), hal. 48.

⁴⁵ Yusuf Yahya Dkk, *Matematika Dasar untuk Perguruan Tinggi*, (Jakarta: Ghalia Indonesia, 2004), hal 110-112.

Relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah hubungan yang memasangkan anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B . Suatu relasi dapat dinyatakan dengan tiga cara, yaitu dengan diagram panah, diagram Cartesius, dan himpunan pasangan berurutan. Fungsi (pemetaan) dari himpunan A ke himpunan B adalah relasi khusus yang memasangkan setiap anggota A dengan tepat satu anggota B . Jika x anggota A (domain) dan y anggota B (kodomain) maka fungsi f yang memetakan x ke y dinotasikan dengan $f: x \rightarrow y$, dibaca fungsi f memetakan x ke y atau x dipetakan ke y oleh fungsi f . Jika banyaknya anggota himpunan A adalah $n(A) = a$ dan banyaknya anggota himpunan B adalah $n(B) = b$ maka banyaknya pemetaan yang mungkin dari A ke B adalah b^a ; banyaknya pemetaan yang mungkin dari B ke A adalah a^b . Jika nilai variabel suatu fungsi berubah maka akan menyebabkan perubahan pada nilai fungsinya. Dua himpunan A dan B dikatakan berkorespondensi satu-satu jika semua anggota A dan B dapat dipasangkan sedemikian sehingga setiap anggota A berpasangan dengan tepat satu anggota B dan setiap anggota B berpasangan dengan tepat satu anggota A . Jika $n(A) = n(B) = n$ maka banyak korespondensi satu-satu yang mungkin antara himpunan A dan B adalah $n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$.⁴⁶

⁴⁶ Dewi Nuharini dkk, *Contextual Theacing and Learning Matematika Sekolah Menengah Pertama*, (Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional, 2008). hal 56.

Untuk membedakan kategori fungsi, disajikan beberapa jenis fungsi yang diantaranya adalah:⁴⁷

a. Fungsi konstan (fungsi tetap)

Misalkan fungsi $a: A \rightarrow B$ sedemikian sehingga $a(A)$ hanya memuat satu anggota di B , maka a disebut dengan pemetaan atau fungsi konstan (*constant mapping*).

b. Fungsi onto atau surjektif

Misalkan fungsi $a: A \rightarrow B$ dan $a(A) = B$, maka a disebut dengan fungsi kepada (onto atau surjektif). Jadi a adalah fungsi onto atau surjektif, berarti jika $\forall y \in B$ terdapat (paling sedikit satu) $x \in A$ sedemikian sehingga $a(x) = y$.

c. Fungsi satu-satu atau injektif

Fungsi a adalah 1 – 1 (injektif) jika setiap elemen berbeda di A memiliki bayangan pada elemen B yang berbeda juga. Jika $x_1 \neq x_2$ berakibat $a(x_1) \neq a(x_2)$ atau diungkapkan dengan kontraposisi yang ekuivalen dengan pernyataan: jika $a(x_1) = a(x_2)$ maka $x_1 = x_2$.

d. Fungsi satu-satu dan onto (fungsi bijektif)

Misalkan a suatu fungsi, a disebut fungsi bijektif jika a fungsi 1 – 1 (injektif) dan onto (surjektif). Jika $a: A \rightarrow B$ merupakan fungsi bijektif, maka setiap anggota dari A dibayangkan pada satu anggota B yang tunggal dan setiap anggota dari B merupakan bayangan dari satu anggota A yang tunggal pula.

⁴⁷ Muniri, *Struktur Aljabar*, (Tulungagung: tidak diterbitkan, 2015), hal. 25-37.

e. Fungsi identitas

Misalkan A himpunan sebarang, dan i fungsi identitas (*identity mapping*) dari A ke A , yang didefinisikan $i(x) = x, \forall x \in A$.

f. Fungsi invers

Suatu fungsi $\hat{a}: B \rightarrow A$ adalah invers dari fungsi $\acute{a}: A \rightarrow B$, jika $\hat{a} \circ \acute{a} = i_A$ dan $\acute{a} \circ \hat{a} = i_B$. Suatu fungsi yang mempunyai invers disebut *invertible*. Jika a invers \hat{a} ditulis $a = \hat{a}^{-1}$ atau sebaliknya $\hat{a} = a^{-1}$. Jadi a dan \hat{a} dikatakan saling invers *invertible*.

Berikut ini merupakan ayat yang menjelaskan tentang fungsi (pemetaan). Dilambangkan $f(x) = ax + b$. QS Al-Anfal ayat 65-66 yang berbunyi:⁴⁸

يَا أَيُّهَا النَّبِيُّ حَرِّضِ الْمُؤْمِنِينَ عَلَى الْقِتَالِ إِنْ يَكُنْ مِنْكُمْ عِشْرُونَ
صَابِرُونَ يَغْلِبُوا مِائَتِينَ وَإِنْ يَكُنْ مِنْكُمْ مِائَةٌ يَغْلِبُوا أَلْفًا مِنَ الَّذِينَ
كَفَرُوا بِأَنَّهُمْ قَوْمٌ لَا يَفْقَهُونَ ﴿٦٥﴾

Artinya: "Wahai Nabi (Muhammad)! Kobarkanlah semangat para mukmin untuk berperang. Jika ada dua puluh orang yang sabar di antara kamu, niscaya mereka dapat mengalahkan dua ratus orang musuh. Dan jika ada seratus orang (yang sabar) di antara kamu, niscaya mereka dapat mengalahkan seribu orang kafir, karena orang-orang kafir itu adalah kaum yang tidak mengerti. (QS. Al-Anfal:65)

⁴⁸ Penerjemah Departemen Agama Republik Indonesia, *Mushaf Aisyah Al-Qur'an...*, hal.185.

الآن خففَ اللهُ عنكم وَعَلِمَ أَنَّ فِيكُمْ ضَعْفًا فَإِنْ يَكُنْ مِنْكُمْ مِائَةٌ
صَابِرَةٌ يَغْلِبُوا مِائَتَيْنِ وَإِنْ يَكُنْ مِنْكُمْ أَلْفٌ يَغْلِبُوا أَلْفَيْنِ بِإِذْنِ اللَّهِ
وَاللَّهُ مَعَ الصَّابِرِينَ ﴿٦٦﴾

Artinya : "Sekarang Allah telah meringankan kamu karena Dia mengetahui bahwa ada kelemahan padamu. Maka, jika di antara kamu ada seratus orang yang sabar, niscaya mereka dapat mengalahkan dua ratus (orang musuh); dan jika diantara kamu ada seribu orang (yang sabar), niscaya mereka dapat mengalahkan dua ribu orang dengan seizing Allah. Allah beserta orang-orang yang sabar. (QS. Al-Anfal:66)

Dari kedua ayat di atas dapat dibuat koordinat kartesius dan rumus fungsi. Dengan x adalah orang sabar umat Nabi Muhammad dan $f(x) = y$ adalah musuh (orang kafir). Rumus fungsi dari dua ayat tersebut adalah $f(x) = 2x$.

Penelitian ini akan diberikan materi relasi maupun fungsi yang berkaitan dengan penyimpulan suatu soal. Materi dalam penelitian ini berupa menyimpulkan rumus fungsi. Rumus fungsi dalam hal ini yaitu $f(x) = ax + b$. Tidak hanya rumus fungsi namun juga menyimpulkan permasalahan yang berkaitan dengan relasi dan fungsi. Kesimpulan yang diperoleh bersifat umum maupun khusus.

B. Penelitian Terdahulu

Sebagai bahan informasi dan untuk menghindari terjadinya pengulangan hasil temuan yang membahas permasalahan yang sama, maka peneliti mencantumkan beberapa kajian dari penelitian terdahulu yang relevan. Adapun hasil penelitiannya sebagai berikut:

1. Penelitian ini dilakukan oleh Roichatul Naim, dengan judul “Analisis Penalaran Siswa Kelas X-1 pada Materi Pokok Logika Matematika di MAN 1 Tulungagung Tahun Ajaran 2010/2011”. Subjek penelitian ini terdiri dari 32 siswa dari siswa yang terdaftar kelas X-1. Peneliti mengambil 5 sampel untuk melakukan wawancara. Pemilihan subjek wawancara ini didasarkan hasil pengamatan (observasi), catatan lapangan saat observasi, hasil tes serta hasil diskusi bersama guru matematika kelas X-1 yang memiliki berkemampuan tinggi, sedang, cukup dan rendah. Berdasarkan hasil analisis data dapat disimpulkan rata-rata tingkat penalaran matematis siswa adalah 73,125%.
2. Penelitian ini dilakukan oleh Nurin Putriana Dewi, dengan judul “Analisis Penalaran Ditinjau dari Gaya Belajar Siswa Kelas X-A di MA Darul Huda Wonodadi Blitar Tahun 2013-2014 Materi Jarak pada Ruang Dimensi Tiga”.
3. Penelitian ini dilakukan oleh Cholidia Febriani dan Abdul Haris Rosyidi dari Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Surabaya tahun 2012 yang berjudul “Identifikasi Penalaran Induktif Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika”.

Tabel 2.2

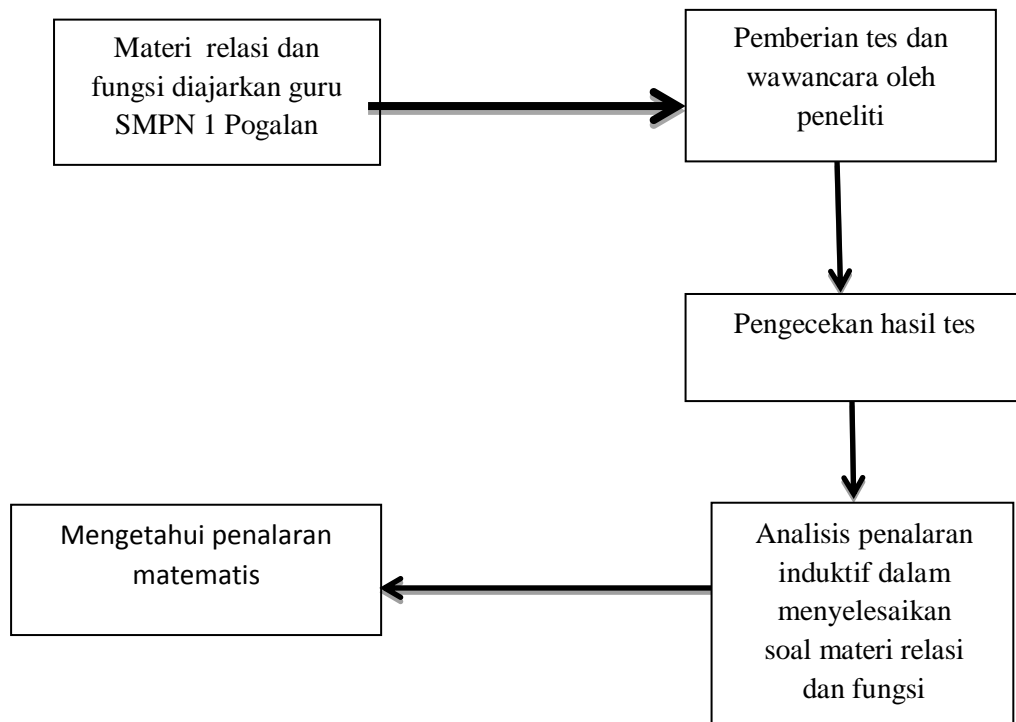
Perbandingan Penelitian

No.	Penelitian Terdahulu	Persamaan	Perbedaan
1.	Penelitian ini dilakukan oleh Roichatul Naim, dengan judul “Analisis Penalaran Siswa Kelas X-1 pada Materi Pokok Logika Matematika di MAN 1 Tulungagung Tahun Ajaran 2010/2011”.	<ul style="list-style-type: none"> • Sama-sama mendeskripsikan penalaran. • Sama-sama menggunakan pendekatan kualitatif 	<ul style="list-style-type: none"> • Lokasi penelitian • Penalaran yang akan digunakan digunakan penalaran induktif • di MAN 1 Tulungagung kelas X-1 • Materi penelitian Pokok Logika Matematika
2.	Penelitian ini dilakukan oleh Nurin Putriana Dewi, dengan judul “Analisis Penalaran Ditinjau dari Gaya Belajar Siswa Kelas X-A di MA Darul Huda Wonodadi Blitar Tahun 2013-2014 Materi Jarak pada Ruang Dimensi Tiga”.	<ul style="list-style-type: none"> • Sama-sama mendeskripsikan penalaran. • Sama-sama menggunakan pendekatan kualitatif 	<ul style="list-style-type: none"> • Lokasi penelitian • MA Darul Huda Wonodadi Blitar kelas VII E • Penalaran yang akan digunakan dalam penelitian penalaran induktif • Materi penelitian jarak pada ruang dimensi tiga
3	Penelitian ini dilakukan oleh Cholidia Febriani dan Abdul Haris Rosyidi dari Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Surabaya tahun 2012 yang berjudul “Identifikasi Penalaran Induktif Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika”.	<ul style="list-style-type: none"> • Sama-sama menggunakan pendekatan kualitatif. • Penalaran yang digunakan sama-sama penalaran induktif. 	<ul style="list-style-type: none"> • Penalaran induktif digunakan untuk pemecahan masalah matematika sedangkan yang akan dilakukan peneliti adalah menyelesaikan materi relasi dan fungsi.

C. Paradigma Penelitian

Paradigma pada penelitian ini secara ringkas dapat dilihat pada bagan berikut :

Gambar 2.1
Paradigma Penelitian



Berdasarkan bagan tersebut, langkah awal dalam penelitian ini adalah pengamatan pembelajaran siswa di kelas. Kemudian pemberian tes dan wawancara kepada siswa, dari hasil tes tersebut dapat dianalisis penalaran induktif dalam menyelesaikan soal materi relasi dan fungsi.