**BAB IV**

**TEORI GRUP DALAM PENYELESAIAN**

**PERMAINAN RUBIK’S CUBE 3×3×3**

Think of a scrambled Rubik’s Cube as a car you want to fix on your own. You not only need some tools but you need to know how to use them.

*David Joyner,* **Adventures in Group Theory: Rubik’s Cube, Merlin’s Machine, and Other Mathematical Toys,** 2008

1. **Penggunaan Komuter untuk Mengubah Posisi Subcube**

Jika jumlah *subcube* yang sama yang dipengaruhi oleh dan sedikit, maka dapat diasumsikan bahwa dan “hamper komutatif. Sehingga efek dari akan mendekati identitas. Hal ini akan sangat berguna ketika Rubik’s Cube yang dimainkan hampir mencaai posisi *solved*, penerapan komuter dari gerakan tertentu tidak akan berpengaruh banyak terhadap *subcube* yang telah tersusun dengan benar, dan efek dari gerakan dapat ditujukan pada *subcube* yang masih teracak tanpa mengacak kembali posisi-posisi yang sudah benar.

Faktanya, jika pada Rubik’s Cube terdapat satu *subcube* yang dipengaruhi oleh dan , dan tidak ada *subcube* lain yang dipengaruhi oleh dan , maka akan membentuk sebuah 3-sikel pada Rubik’s Cube, yakni terdapat *subcube* sedemikian hingga akan memindahkan ke , ke , ke , dan tidak mempengaruhi *subcube* yang lain.

Contoh:

* Sikel 3 *corner*

menggerakkan *subcube* dari layer atas dan tidak mengubah *subcube* lain pada layer tersebut.

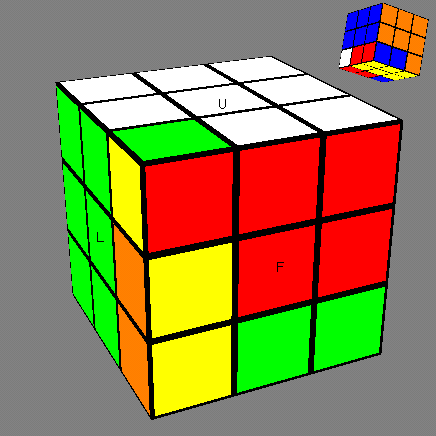
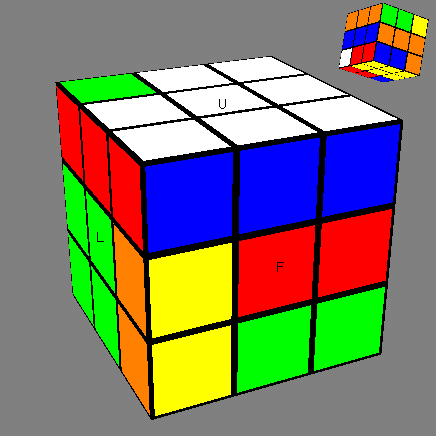
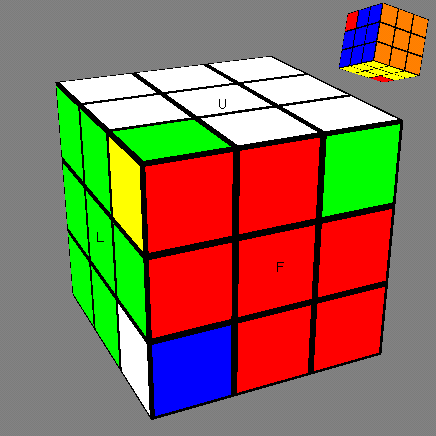
hanya menggerakkan layer atas.

Jadi hanya *subcube* yang dipengaruhi oleh dan .

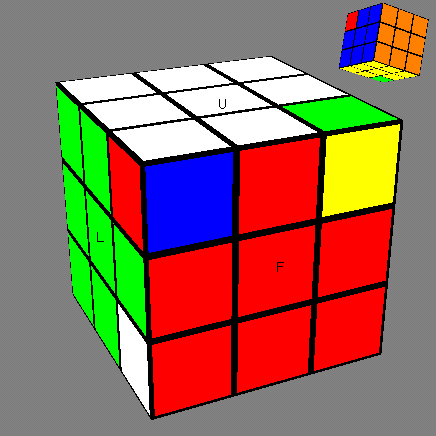
Berdasarkan fakta yang telah dijelaskan di atas,

.

Adalah 3-sikel *corner subcube*.

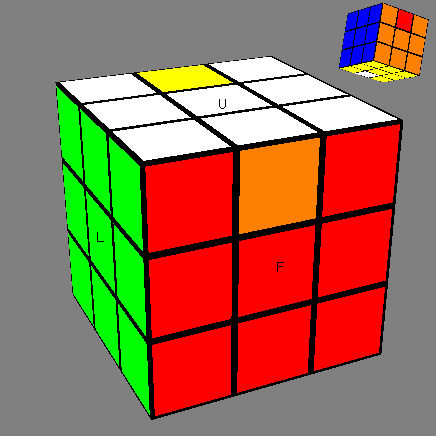
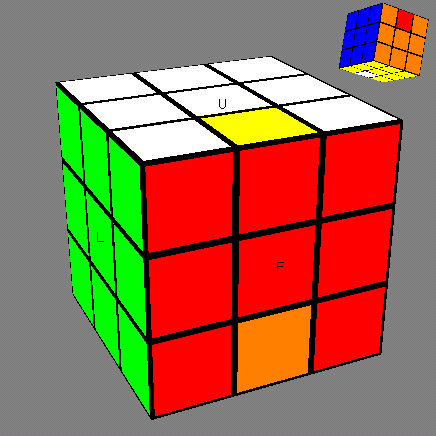
**Gambar 4.1**

**Gambar 4.2** Berurutan dari kiri dan

* Sikel 3 *edge*

Misalkan dan , maka akan menggerakkan tiga *edge subcube* pada layer bawah, depan, dan belakang secara siklik.

**Gambar 4. 3** Berurutan dari kiri atas , dan

1. **Penggunaan Konjugator untuk Mengubah Posisi Subcube**

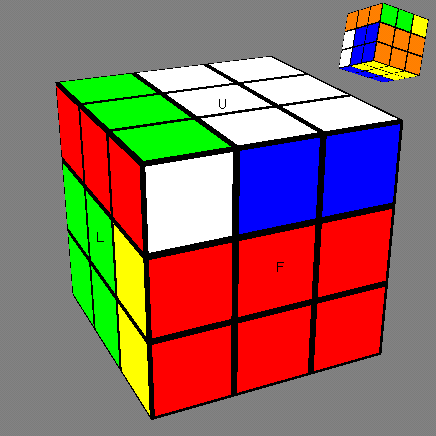
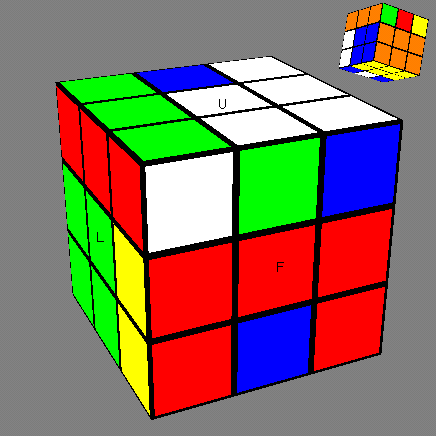
Jika dan adalah dua gerakan pada Rubik’s Cube, kita dapat membuat gerakan baru . Gerakan ini disebut *konjugasi* dari . Konjugasi mengubah *subcube* yang sejenis namun terletak pada posisi yang berbeda. Misalnya jika menukar posisi dua *edge*, maka juga menukar dua *edge* namun pada *edge* yang berbeda. Jika menggerakkan tiga *edge* secara siklik, maka jua menggerakkan tiga *edge* secara siklik namun pada *edge* yang berbeda.

Contoh:

Misalkan , dan , maka

.

* menggerakkan tiga *edge subcube* yang ingin kita gerakkan secara siklik, ke layer kanan, depan, dan kiri.
* menggerakkan *edge* secara siklik.
* Mengambalikan tiga *edge subcube* kembali ke tempat yang seharusnya dengan memperbaiki efek yang ditimbulkan oleh .

**Gambar 4.4**

Perlu diperhatikan bahwasanya dalam mengoperasikan Rubik’s Cube, terdapat hal-hal yang tidak mungkin dilakukan. Berikut ini adalah gerakan-gerakan yang tidak mungkin dilakukan tanpa mempengaruhi *subcube* yang lain.

* Membalik satu *edge*.
* Menukar posisi dua dua *subcube*.
* Mengubah orientasi satu *corner*.

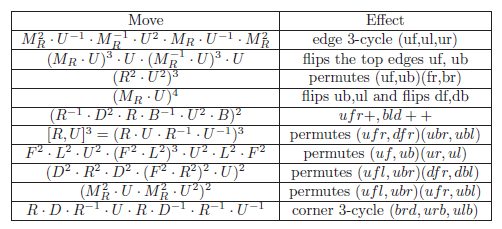
1. **Strategi untuk Menyelesaikan Rubik’s Cube**

Ada beberapa ide dasar dalam menyelesaikan Rubik’s Cube:

1. Dengan mengabaikan orientasi, pertama pastikan posisi *corner subgroups* dapat disesuaikan dengan *center subgroup* menggunakan *twist* (memutar) dan *flips* (membalik).
2. Dengan mengabaikan orientasi, yang kedua pastikan *edge subgroups* dapat disesuaikan dengan *center subgroup* menggunakan *flips*.
3. Perbaiki orientasi *corner subcubes* menggunakan *twist*.
4. Perbaiki orientasi *edge subcubes* menggunakan *flips*.

Berikut adalah algoritma yang diperlukan dalam melengkapi langkah-langkah di atas. Algoritma ini telah disederhanakan dengan menerapkan konjugasi dan komutator.

**Tabel 4.1** Algoritma Penyelesaian Rubik’s Cube



1. **Metode Subgrup**

Salah satu pendekatan untuk menyelesaikan Rubik’s Cube adalah dengan menggunakan computer untuk membentuk serangkaian subgrup tertentu

dimana adalah Rubik’s Cube grup, yang memperbolehkan penerapan strategi berikut:

* Melambangkan posisi pada Rubik’s Cube dengan elemen .
* Menentukan himpunan *complete representative coset* dari :

C:\Documents and Settings\aLma\My Documents\koset.png

* (langkah 1) Jika (dimana maka misalkan dan (catatan ).
* (langkah induksi) Jika telah didefinisikan dan jika (dimana , maka misalkan dan (catatan ).
* Didapatkan , jadi

.

1. Corner-Edge Method

Misalkan menotasikan subgrup yang tidak memindahkan *corner*, menotasikan subgrup yang tidak memindahkan *corner* atau *edge*, dan menotasikan subgrup memindahkan *corner* atau *edge* dan tidak mengorientasikan *corner.* Dan misalkan :

1. Lambangkan posisi pada Rubik’s Cube dengan elemen .
2. Misalkan menotasikan gerakan yang memindahkan semua *corner* ke posisi yang tepat (pada posisi *solved* dan memungkinkan untuk di-*twist*), maka . Misalkan .
3. Misalkan menotasikan gerakan yang memindahkan semua *edge* ke posisi yang tepat (pada posisi *solved* dan memungkinkan untuk mengorientasikan *corner* dan *edge*), dan membiarkan semua bagian yang belum dipermutasikan, maka . Misalkan .
4. Misalkan menotasikan gerakan yang “menyelesaikan” semua *corner* (memutar semua *corner* pada orientasi yang benar dan membalik beberapa *edge*) tapi tidak mempermutasikan *subcube* manapun, maka . Misalkan .
5. Misalkan menotasikan gerakan yang “menyelesaikan” semua *edge* (membalik seluruh *edge* tersebu ke arah yang benar) dan membiarkan semua *facet* lain.
6. Solusinya adalah .
7. Thistlethwaite’s Method

Morwen Thistlethwaite adalah matematikawan seangkatan dengan David Singmaster yang menemukan metode subgrup terbaik untuk menyelesaikan Rubik’s Cube. Dia menggunakan

C:\Documents and Settings\aLma\My Documents\DT.png

1. **Kociemba’s Method**

Pada awaal tahun 1990-an, Herbert Kociemba mengembangkan algoritma temuan Thistlethwaite, dan menyebut algoritmanya dengan “algoritma dua-fase”. Kociemba mereduksi grup penghubungnya hingga dua grup saja:

* ,
* ,
* .