

## BAB II

### KAJIAN PUSTAKA

#### A. Hakikat Matematika

Matematika merupakan ilmu tentang bilangan, hubungan antara bilangan, dan prosedur operasional yang digunakan di penyelesaian masalah mengenai bilangan.<sup>21</sup> Istilah matematika berasal dari kata Yunani “*mathein*” atau “*manthenein*” yang artinya “mempelajari”. Mungkin juga, kata tersebut erat hubungannya dengan kata sansekerta “*medha*” atau “*widya*” yang artinya “kepandaian”, “ketahuan” atau “intelegenesi”.<sup>22</sup>

Soedjadi menjabarkan beberapa pengertian matematika, yaitu:

1. Matematika adalah cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematis.
2. Matematika adalah pengetahuan tentang bilangan kalkulasi.
3. Matematika adalah pengetahuan tentang penalaran logikan dan berhubungan dengan bilangan.
4. Matematika adalah pengetahuan tentang fakta-fakta kuantitatif dan masalah ruang dan bentuk.
5. Matematika adalah pengetahuan tentang struktur-struktur yang logik.
6. Matematika adalah pengetahuan tentang aturan-aturan yang ketat.

---

<sup>21</sup> Pusat bahasa, *Kamus Besar Bahasa Indonesia, Edisi Keempat*, (Jakarta: PT. Gramedia, 2008), hal 888

<sup>22</sup> Moch., Maskur, Ag. Abdul Halim Fthani. *Mathematics Intelegence ...* hal. 42

Menurut Rey dan kawan-kawan dalam bukunya *helping children learn mathematics* mengatakan bahwa matematika itu adalah telaah tentang pola dan hubungan, suatu jalan atau pola pikiran, suatu seni, suatu bahasa, dan suatu alat. Sedangkan menurut Johnson dan Rising, matematika itu adalah ilmu deduktif.<sup>23</sup>

Kitcher mengatakan bahwa matematika itu mempunyai 5 komponen yaitu: 1). Bahasa (*language*) yang dijalankan oleh para matematikawan, 2). Pernyataan (*statements*) yang digunakan oleh para matematikawan, 3). Pertanyaan (*question*) penting yang sampai saat ini belum terpecahkan, 4). Alasan (*reasoning*) yang digunakan untuk menjelaskan pertanyaan, 5). Ide matematika itu sendiri.<sup>24</sup>

Dari beberapa ahli di atas dapat disimpulkan bahwa pengertian matematika hingga saat ini belum ada kesepakatan yang bulat di antar para matematikawan tentang apa yang disebut matematika itu. Banyaknya definisi deskripsi yang berbeda dikemukakan oleh para ahli yang mungkin disebabkan oleh ilmu matematika itu sendiri, dimana matematika termasuk salah satu disiplin ilmu yang memiliki kajian sangat luas, sehingga masing-masing ahli bebas mengungkapkan pendapatnya tentang matematika berdasarkan sudut pandang, kemampuan, pemahaman, dan pengalamannya masing-masing. Penjelasan mengenai apa dan bagaimana sebenarnya matematika itu akan terus mengalami perkembangan seiring dengan pengetahuan dan kebutuhan manusia serta laju perubahan zaman.

---

<sup>23</sup> Ruseffendi, *pengajaran Matematika Modern dan Masa kini* (Bandung: Tarsito, 1988), hal. 2

<sup>24</sup> *Ibid.*, hal. 18

Dalam setiap pandangan matematika terdapat beberapa ciri matematika yang secara umum disepakati bersama. Diantaranya adalah sebagai berikut:

1. Memiliki objek kajian abstrak

Matematika mempunyai objek yang bersifat abstrak, walaupun tidak setiap yang abstrak adalah matematika. Ada empat objek kajian matematika, yaitu fakta, operasi atau relasi, konsep atau prinsip.

- a. Fakta, yaitu pemufakatan atau konvensi dalam matematika yang biasanya diungkapkan melalui simbol-simbol tertentu. Cara mempelajari fakta dapat dilakukan dengan cara hafalan, *drill*, demonstrasi tertulis, dan lain-lain. Namun yang perlu diperhatikan adalah bahwa mengingat fakta itu penting, tetapi jauh lebih penting memahami konsep yang diwakilinya.
- b. Konsep yaitu ide abstrak yang dapat digunakan untuk menggolongkan atau mengategorikan sekumpulan objek, apakah objek tertentu merupakan contoh atau bukan.
- c. Operasi atau *relasi*.

Operasi adalah pengerjaan hitung, pengertian aljabar, dan pengertian matematika lainnya. Sementara *relasi* adalah hubungan antar dua atau lebih elemen. Pada dasarnya, operasi dalam matematika adalah suatu fungsi yaitu relasi khusus, karena operasi adalah aturan untuk memperoleh elemen tunggal dari satu atau lebih elemen yang diketahui.

- d. Prinsip, yaitu objek matematika yang terdiri atas beberapa fakta, beberapa konsep yang dikaitkan oleh suatu relasi ataupun operasi. Prinsip dapat berupa *aksioma*, *teorema*, atau *dalil*, *corollary* atau *sifat*, dan sebagainya.
2. Bertumpu pada kesepakatan

Simbol-simbol dan istilah-istilah dalam matematika merupakan kesepakatan atau konvensi yang penting. Dengan simbol dan istilah yang disepakati dalam matematika, maka pembahasan selanjutnya akan menjadi mudah dilakukan dan dikomunikasikan. Kesepakatan yang amat mendasar adalah aksioma (postulat, pernyataan pangkal yang tidak perlu pembuktian) dan konsep primitif (pengertian pangkal yang tidak perlu didefinisikan, *undefined term*). Aksioma yang diperlukan untuk menghindari proses berputar-putar dalam pembuktian. Sedangkan primitif diperlukan untuk menghindari proses berputar-putar dalam pendefinisian.

3. Berpola pikir deduktif

Dalam matematika, hanya diterima pola pikir yang bersifat deduktif. Pola pikir deduktif secara sederhana dapat dikatakan pemikiran yang berpangkal dari hal yang bersifat umum diterapkan atau diarahkan kepada hal yang bersifat khusus.

4. Konsistensi dalam sistemnya

Dalam matematika, terdapat berbagai macam sistem yang dibentuk dari beberapa aksioma dan memuat beberapa teorema. Ada sistem-

sistem yang berkaitan, ada pula sistem-sistem yang dapat dipandang lepas satu dengan lainnya.

#### 5. Memiliki simbol yang kosong arti

Dalam matematika, banyak sekali simbol baik yang berupa huruf latin, huruf yunani, maupun simbol-simbol khusus lainnya. Simbol-simbol tersebut membentuk kalimat dalam matematika yang biasanya disebut model matematika. Model matematika dapat berupa persamaan, pertidaksamaan, maupun fungsi. Selain itu, ada pula model matematika yang berupa gambar (*pictoral*) seperti bangun-bangun geometrik, grafik, maupun diagram.

Jadi secara umum model atau simbol matematika sesungguhnya kosong dari arti. Ia akan bermakna sesuatu bila kita mengaitkannya dengan konteks tertentu. Secara umum, hal ini pula yang membedakan simbol matematika dengan simbol bukan matematika. Kosongnya arti dari model-model matematika itu merupakan “kekuatan” matematika, yang dengan sifat tersebut ia bisa masuk pada berbagai macam bidang kehidupan, dari masalah teknis, ekonomi, hingga ke bidang psikologi.

## **B. Pembelajaran Matematika**

### 1. Belajar Matematika

Banyak sekali para ahli yang telah mengemukakan definisi belajar dengan pandangan yang berbeda-beda. Namun demikian, dari sekian

banyak definisi yang ada hampir semua ada unsur kesamaan yang terkandung di dalamnya, yakni: adanya perubahan dalam diri seseorang. Artinya; orang yang telah melakukan kegiatan belajar tidak sama keadaannya sebelum ia melakukan kegiatan belajar. Perubahan belajar itu dapat berupa kecakapan, sikap, kebiasaan, pengertian, pengetahuan dan lain sebagainya. Jadi pada dasarnya, “belajar” adalah suatu proses pembentukan atau perubahan tingkah laku yang mengarah kepada penguasaan pengetahuan, kecakapan, ketrampilan, kebiasaan, sikap yang semua diperoleh, disimpan dan dilaksanakan. Dengan demikian, apa yang ditimbulkan dari kegiatan belajar itu adalah adanya tingkah laku yang progresif (maju) dan adaptif (mampu mengadakan penyesuaian/penyelarasan).<sup>25</sup>

Menurut Witherington “belajar merupakan perubahan dalam kepribadian, yang dimanifestasikan sebagai pola-pola respon yang baru terbentuk ketrampilan, sikap kebiasaan, pengetahuan dan kecakapan”.<sup>26</sup> Menurut pengertian secara psikologis, belajar merupakan suatu proses perubahan yaitu perubahan tingkah laku sebagai hasil dari interaksi dengan lingkungannya dalam memenuhi kebutuhan hidupnya. Perubahan-perubahan tersebut akan nyata dalam seluruh aspek tingkah laku. Pengertian belajar dapat didefinisikan sebagai berikut; belajar ialah suatu proses usaha yang dilakukan seseorang untuk memperoleh suatu

---

<sup>25</sup> Afifudin, dkk., *psikologi Pendidikan Anak Usia Sekolah Dasar*, (Solo: Harapan Massa, t.t.), hal. 109

<sup>26</sup> Sukmadinata Nana Syaodah, *Landasan Psikologi Proses Pendidikan*, (Bandung: PT. Remaja Rosdakarya, 2004), hal 155

perubahan tingkah laku yang baru secara keseluruhan, sebagai hasil pengalamannya sendiri dalam interaksi dengan lingkungannya.<sup>27</sup> Menurut Lyle E., Bourne JR., Bruce R. Ekstrand: *learning as a relative permanent change in behavior traceable to experience and practice*, (Belajar adalah perubahan tingkah laku yang relative tetap yang diakibatkan oleh pengalaman dan latihan).<sup>28</sup>

Ciri-ciri perubahan tingkah laku dalam pengertian belajar antara lain:<sup>29</sup>

a. Perubahan yang terjadi secara sadar

Individu yang belajar akan menyadari terjadinya perubahan itu atau sekurang-kurangnya individu merasakan telah terjadi adanya suatu perubahan dalam dirinya. Yaitu menyadari bahwa pengetahuannya bertambah, kecakapannya bertambah, kebiasaannya bertambah.

b. Perubahan dalam belajar bersifat fungsional

Perubahan yang terjadi pada individu berlangsung terus menerus dan tidak statis, suatu perubahan yang terjadi akan menyebabkan perubahan berikutnya dan akan berguna bagi kehidupan ataupun proses belajar berikutnya.

c. Perubahan dalam belajar bersifat positif

---

<sup>27</sup> Slameto, *belajar dan Faktor-Fakto yng mempengaruhinya*, (Jakarta: PT Rineka Cipta, 1995), hal 2

<sup>28</sup> Mustaqim, *Psikologi Pendidikan*, (Yogyakarta: Fakultas Tarbiyah Walisongo Semarang, 2004), hal 33

<sup>29</sup> Abu Ahmadi, Widodo Supriyono, *Psikologi Belajar*, (Jakarta: PT. Rineka Cipta, 2004), hal 128-130

Perubahan-perubahan itu senantiasa bertambah dan tertuju untuk memperoleh suatu yang lebih baik dari sebelumnya. Dengan demikian, makin banyak usaha belajar itu dilakukan, makin banyak dan makin baik perubahan yang diperoleh. Perubahan bersifat aktif artinya bahwa perubahan itu tidak terjadi dengan sendirinya melainkan karena usaha individu itu sendiri.

d. Perubahan dalam belajar bukan bersifat sementara

Perubahan yang terjadi karena proses belajar menetap dan permanen. Ini berarti bahwa tingkah laku yang terjadi setelah belajar akan bersifat menetap.

e. Perubahan dalam belajar, bertujuan atau terarah

Ini berarti bahwa perubahan tingkah laku itu terjadi karena adanya tujuan yang akan dicapai. Perubahan belajar terarah perubahan tingkah laku yang benar-benar disadari. Dengan demikian perbuatan belajar yang dilakukan senantiasa terarah kepada tingkah laku yang ditetapkannya.

f. Perubahan mencakup seluruh aspek tingkah laku

Perubahan yang diperoleh individu setelah melalui proses belajar, meliputi perubahan keseluruhan tingkah laku dalam sikap kebiasaan, keterampilan, pengetahuan, dan sebagainya.



Kemampuan orang untuk belajar ialah ciri-ciri penting yang membedakan jenisnya dari jenis-jenis makhluk lain.<sup>30</sup> Seseorang dikatakan sukses belajar apabila memiliki sikap mental cendekia dan satu kalimat “kunci” penguasaan cara belajar yang baik sebagai penuntun kearah penguasaan ilmu yang optimal. sikap mental cendekia tersebut adalah percaya diri sendiri, optimis dengan semua harapan, tidak ragu dalam bertindak, berani menghadapi tantangan, tabah dan tidak cepat putus asa, merebut setiap kesempatan sedini mungkin mengerjakan apa yang dapat dikerjakan, memanfaatkan waktu sebaikbaiknya, belajar sambil berdoa, dan tidak cepat merasa puas atas hasil belajar yang dicapai.<sup>31</sup>

Belajar matematika sama halnya dengan belajar logika, karena kedudukan matematika dalam ilmu pengetahuan adalah sebagai ilmu dasar atau ilmu alat. Sehingga, untuk dapat berkecimpung di dunia sains, teknologi, atau diipkin ilmu lainnya, langkah awal yang harus ditempuh adalah menguasai alat atau ilmu dasarnya, yakni menguasai matematika secara benar.<sup>32</sup>

## 2. Mengajar Matematika

Sujana dalam manajemen pembelajaran menyatakan mengajar adalah membimbing kegiatan siswa belajar, mengajar adalah mengatur dan mengorganisasikan lingkungan yang ada disekitar siswa, sehingga

---

<sup>30</sup> Margaret E. Bell Gredler, *Belajar dan Membelajarkan*, (Jakarta: CV Rajawali, 1991), hal.1

<sup>31</sup> Syaiful Bahri Djamarah, *Rahasia Sukses Belajar*, (Jakarta: PT Adi Mahasatya, 2002), hal.9

<sup>32</sup> *Ibid.*, hal. 12

dapat mendorong dan menumbuhkan siswa melakukan kegiatan belajar.<sup>33</sup> Sebagian orang menganggap bahwa mengajar tak berbeda dengan mendidik. Istilah mengajar / pengajaran yang dalam bahasa arab disebut taklim dan dalam bahasa Inggris *teaching* itu kurang lebih sama artinya dengan pendidikan yakni tarbiyah dalam bahasa Arab dan *education* dalam bahasa Inggris. Dalam arti yang lebih ideal, mengajar bahkan mengandung konotasi membimbing dan membantu untuk memudahkan siswa dalam menjalani proses perubahannya sendiri, yakni proses belajar untuk meraih kecakapan cipta, rasa, dan karsa.<sup>34</sup>

Pengertian mengajar berdasarkan deffinisi yang modern di negaranegara yang sudah maju: "*teaching is the guidance of learning.* Mengajar adalah bimbingan kepada siswa proses belajar". Definisi ini menunjukkan bahwa yang aktif adalah siswa, yang mengalami proses belajar. Sedangkan guru hanya membimbing, menunjukkan jalan dengan memperhitungkan kepribadian siswa. Kesempatan untuk berbuat dan aktif lebih banyak diberikan kepada siswa.<sup>35</sup>

Mengajar matematika merupakan kegiatan pengajar agar peserta didiknya belajar untuk mendapatkan matematika, yaitu kemampuan, ketrampilan dan sikap tentang matematika itu. Kemampuan, keterampilan, dan sikap yang dipilih pengajar itu harus relevan dengan tujuan belajar yang disesuaikan dengan struktur kognitif yang dimiliki

---

<sup>33</sup> Yoto, Saiful Rahman. *Manajemen Pembelajaran*, (Malang: Embong Brantas), hal 5

<sup>34</sup> Muhibbin Syah, *Psikologi Prndidikan: Dengan pendekatan Baru*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2004), hal. 180-181

<sup>35</sup> Slameto, *Belajar Dan ...*, hal 30

peserta didik. Ini dimaksudkan agar terjadi interaksi antar pengajar dan peserta didik.<sup>36</sup>

### C. Struktur Berpikir

Setiap orang yang terlahir telah membawa potensi-potensi diri yang dinantinya hendaklah dipelihara, diperbaiki, ditingkatkan kualitas atau potensi yang telah ada pada diri seseorang. Ditinjau dari aspek psikologi menyangkut upaya pengembangan IQ atau kemampuan berpikir.<sup>37</sup> Struktur berpikir lebih dikenal dengan struktur kognitif. Karena kognitif sendiri adalah bagian dari berpikir. Benny H. Hoed dalam Wikipedia menyatakan bahwa struktur adalah bangun teoritis yang terdiri atas unsur-unsur yang berhubungan satu sama lain dalam satu kesatuan. Sedangkan dalam kamus besar bahasa Indonesia, struktur diartikan (1) cara sesuatu disusun atau dibangun; susunan; bangunan; (2) yang disusun dengan pola tertentu; (3) pengaturan unsur atau bagian suatu benda; (4) ketentuan unsur-unsur dari suatu benda.<sup>38</sup>

Berpikir menurut Subandji merupakan aktivitas mental yang terjadi di dalam otak sebagai upaya untuk memecahkan masalah. Aktivitas mental yang terjadi dapat berupa mengingat, memahami, mencari/membuat strategi, menganalisis masalah, dan mensintesis masalah. Dalam berpikir orang akan menyusun hubungan antara bagian-bagian informasi yang direkam sebagai

---

<sup>36</sup> Herman Hudojo, *Strategi Mengajar dan Belajar Matematika, ...*, hal 117

<sup>37</sup> Moch. Masykur, Abdul Halim Fathani, *Mathematical Intelligence...*, hal 52-53

<sup>38</sup> Subandji, *Teori Defragmentasi Struktur Berpikir dalam Mengonstruksi konsep dan Pemecahan Masalah Matematika*, (Malang: Universitas Negeri Malang, 2016) hal 27

pengertian-pengertian dan dari pengertian-pengertian tersebut akan ditarik kesimpulan.<sup>39</sup>

Proses berpikir melibatkan struktur kognitif manusia, dimana unit kognitif dari struktur tersebut saling bekerja sama dengan ide-ide lain yang terkait pada waktu yang bersamaan. Proses ini kemudian akan membentuk struktur berpikir. Struktur berpikir dalam menyelesaikan masalah merupakan struktur kognitif yang terbentuk ketika siswa menyelesaikan masalah.<sup>40</sup>

Jean piaget menyebut bahwa struktur kognitif sebagai skemata (Schemas), yaitu kumpulan dari skema-skema. Seorang individu dapat mengikat, memahami, dan memberika respon terhadap stimulus disebabkan karena bekerjanya skemata ini. Skemata ini berkembang secara kronologis, sebagai hasil interaksi antar individu yang lebih dewasa memiliki struktur kognitif yang lebih lengkap daripada ketika ia masih kecil.<sup>41</sup>

Struktur kognitif yang dimiliki seseorang dikembangkan dalam otaknya melalui dua cara yaitu asimilasi dan akomodasi. Dlam struktur kognitif setiap individu mesti ada keseimbangan antara asimilasi dan akomodasi. Keseimbangan ini dimaksudkan agar dapat mendeteksi mendeteksi persamaan dan perbedaan yang terdapat pada stimulus-stimulus yang dihadapi.<sup>41</sup> Keseimbangan tersebut sering disebut *equilibrasi*. Dalam

---

<sup>39</sup> Subandji, *teori Defragmenting struktur berpikir dalam Mengontruksi...*, hal 5

<sup>40</sup> Erman Suherman, dkk, *strategi Pembelajaran...*, hal 35

<sup>41</sup> *Ibid*, hal 36

<sup>41</sup> *Ibid*, hal 37

proses adaptasi terhadap lingkungan, individu berusaha mencapai struktur mental atau skemata yang stabil.<sup>42</sup>

Dari semua konsep diatas telah mampu dilakukan anak pada tahap operasi formal(11 tahun ke atas), karena anak pada tahap ini cara berpikirnya sudah dapat menggunakan lebih banyak simbol ide, abstraksi dan generalisasi dalam struktur kognitifnya. Anak sudah mampu menyelesaikan masalah dengan cara yang lebih baik dan kompleks dari anak yang masih berada dalam periode operasi konkrit.<sup>43</sup>

#### **D. Pemecahan Masalah**

Proses pemecahan masalah itu disebut proses berpikir. Dalam memecahkan tiap masalah timbullah dalam jiwa kita berbagai kegiatan antar lain:<sup>44</sup>

1. Kita menghadapi suatu situasi yang mengandung masalah. Pertamata kita mengetahui lebih dulu apa masalahnya, atau apakah yang kita hadapi itu suatu masalah.
2. Bagaimanakah masalah itu dapat diselesaikan.
3. Hal-hal manakah yang sekira dapat membantu pemecahan masalah tersebut.
4. Apakah tujuan masalah itu dipecahkan.

---

<sup>42</sup> Nurhadi, Burhan Yasin, dan Agus Gerrad, *Pembelajaran Kontektual...* (Malang: UM Press,2004), hal. 38

<sup>43</sup> Herman Hudojo, *Mengajar Belajar Mengajar...*, hal 47

<sup>44</sup> Abu Ahmadi, *Psikologi Pendidikan*, (

Dengan kata lain setiap menghadapi masalah terdapat bermacam-macam faktor yang kesemuanya merupakan rangkaian pemecahan masalah-masalah itu sendiri.

Proses pemecahan masalah dan latihan melibatkan penggunaan otak atau pikiran untuk melakukan hubungan melalui refleksi, artikulasi, dan belajar melihat perbedaan pandangan. Dalam proses pemecahan masalah, skenario masalah dan urutannya membantu siswa mengembangkan koneksi kognitif. Kemampuan untuk melakukan koneksi *intelligence* merupakan kunci dari pemecahan masalah dalam dunia nyata. Pelatihan dalam pemecahan masalah membantu dalam meningkatkan konektivitas, pengumpulan data, elaborasi, dan komunikasi informasi.<sup>45</sup>

Polya mendefinisikan pemecahan masalah sebagai usaha mencari jalan keluar dari suatu kesulitan, mencapai suatu tujuan yang tidak begitu saja dengan segera dapat dicapai. Lebih lanjut polya mengemukakan bahwa matematika terdapat dua macam masalah:<sup>46</sup>

1. Masalah untuk menemukan (*problem to find*)
2. Masalah untuk membuktikan (*problem to prove*)

Masalah dapat diartikan suatu situasi atau pertanyaan yang dihadapi seorang individu atau kelompok ketika mereka tidak mempunyai aturan, algoritma/prosedur tertentu atau hukum yang segera dapat digunakan untuk menentukan jawabannya. Dengan demikian ciris suatu masalah adalah:

---

<sup>45</sup> Rusman, *Model-model Pembelajaran Mengembangkan Profesionalisme Guru*, (Jakarta: PT Raja Grafindo Persada, 2011), hal. 236

<sup>46</sup> Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum Dan Pembelajaran Matematika*, (Malang: Universitas Negeri Malang, 2005), hal 128-129

1. Individu menyadari atau mengenali suatu situasi (pertanyaan pertanyaan) yang dihadapi. Dengan kata lain individu tersebut mempunyai pengetahuan prasyarat.
2. Individu menyadari bahwa situasi tersebut memerlukan tindakan (aksi).
3. Langkah pemecahan suatu masalah tidak harus jelas atau mudah ditangkap orang lain.<sup>47</sup>

Dalam memecahkan masalah perlu ketrampilan-ketrampilan yang harus dimiliki yaitu:

1. Ketrampilan empiris (perhitungan, pengukuran).
2. Ketrampilan aplikatif untuk menghadapi situasi yang umum
3. Ketrampilan berpikir untuk bekerja pada suatu situasi yang tidak biasa

Pemecahan masalah secara sistematis adalah petunjuk untuk melakukan suatu tindakan yang berfungsi untuk membantu seseorang dalam menyelesaikan suatu permasalahan. Secara operasional tahap-tahap pemecahan masalah secara sistematis terdiri atas empat tahap berikut:<sup>48</sup>

1. Memahami masalahnya Pemahaman masalah diantaranya yaitu:
  - a. Membaca dan membaca ulang masalah tersebut. Pahami kata demi kata, kalimat demi kalimat.
  - b. Mengidentifikasi apa yang diketahui dari masalah tersebut
  - c. Mengidentifikasi apa yang hendak dicari
  - d. Mengabaikan hal-hal yang tidak relevan dengan permasalahan

---

<sup>47</sup> Tatag Yuli Eko Siswono, *Model Pembelajaran Matematika Berbasis Pengajaran dan pemecahan Masalah untuk Meningkatkan Kemampuan Berfikir Kreatif*, (Unesa University Press, 2008), hal 34

<sup>48</sup> Ipung, *Pembelajaran Matematika...*, (Malang: UNM, 2001), hal 16

- e. Tidak menambahkan hal-hal yang tidak ada sehingga masalahnya menjadi berbeda dengan masalah yang dihadapi.

2. Membuat rencana penyelesaian masalah

Sejumlah strategi dapat membantu kita untuk merumuskan suatu rencana penyelesaian masalah. Wheeler mengemukakan strategi penyelesaian masalah antara lain sebagai berikut:

- a. Membuat suatu tabel
- b. Membuat suatu gambar
- c. Menduga, mengetes dan memperbaiki
- d. Mencari pola
- e. Menyatakan kembali masalah
- f. Menggunakan penalaran
- g. Menggunakan variabel
- h. Menggubakan persamaan
- i. Mencoba menyederhanakan permasalahan
- j. Menghilangkan situasi yang tidak mungkin

3. Melaksanakan rencana penyelesaian

4. Memeriksa kembali, mengecek hasilnya.

Fase pertama adalah memahami masalah. Tanpa ada pemahaman terhadap masalah yang diberikan, siswa tidak mungkin mampu menyelesaikan masalah tersebut dengan benar. Setelah siswa dapat memahami masalahnya dengan benar, selanjutnya mereka harus mampu menyusun rencana penyelesaian masalah. Kemampuan melakukan fase



kedua ini sangat tergantung pada penguasaan siswa dalam menyelesaikan masalah. Pada umumnya, semakin bervariasi pengalaman mereka, ada kecenderungan siswa lebih kreatif dalam menyusun rencana penyelesaian masalah. Jika rencana penyelesaian suatu masalah telah dibuat, baik secara tertulis atau tidak, selanjutnya dilakukan penyelesaian masalah sesuai dengan rencana yang dianggap paling tepat. Dan langkah terakhir dari proses penyelesaian masalah menurut adalah melakukan pengecekan atas yang telah dilakukan mulai dari fase pertama sampai fase penyelesaian ketiga.<sup>49</sup>

#### **E. Defragmenting**

Wahono memaparkan bahwa ketika kita menerima pelajaran, sebenarnya kita berhasil menangkap semua yang diajarkan oleh guru atau dosen kita. Namun ada yang kita simpan dengan baik (materi yang dipelajari saling terhubung) dan adayang terpecah-pecah (tidak saling terhubung), inilah yang disebut fragmentasi. Wahono memperjelas lagi bahwa cara untuk melakukan *defragmentasi* otak adalah memperjelas lagi bahwa cara untuk mengingat dan mamahami kembali pelajaran yang sudah pernah dipelajari. *Defragmenting* dilakukan jika struktur berfikir siswa (seseorang sudah tampak atau sudah terbentuk namun masih terjadi kesalahan dalam memecahkan masalah yang diberikan.<sup>50</sup>

---

<sup>49</sup> Erman Suherman, dkk, *Strategi Pembelajaran...*, (Malang: UNM, 2003), hal 91

<sup>50</sup> Kadek wibawa Adi, *Defragmenting Struktur Berpikir Pseudo dalam Memecahkan Masalah Matematika*, (Yogyakarta: Deepublish, 2016), hal. 36

*Defragmenting* struktur berpikir dapat diartikan sebagai restrukturisasi kognitif pada individu. Restrukturisasi kognitif merupakan suatu cara yang dilakukan dengan tujuan untuk menata kembali pikiran, menghilangkan keyakinan irrasional yang menyebabkan ketegangan dan kecemasan bagi diri seseorang yang selama ini memengaruhi emosi dan perilakunya. Dalam restrukturisasi kognitif, seseorang diajarkan untuk mengubah kesalahan berpikir sehingga menjadi berpikir realistis.<sup>51</sup>

Restrukturisasi proses berpikir merupakan teknik yang sering digunakan untuk mengubah pola pikir yang kurang adaptif pada individu. Indraswari mengungkapkan bahwa saat pikiran negatif mencul, individu perlu diajak untuk mencari alternatif pikiran. Sehingga diperlukan adanya upaya untuk memperbaiki kesalahan-kesalahan yang terjadi melalui restrukturisasi proses berpikir.<sup>52</sup>

*Defragmenting* struktur berpikir bertujuan untuk me-restrukturisasi proses berpikir yang terjadi pada siswa. Struktur berpikir siswa yang salah dapat diperbaiki sehingga siswa dapat mengurangi kesalahan yang dilakukan dan bahkan dapat mempertahankannya menjadi proses berpikir yang benar.<sup>53</sup>

*Defragmenting* struktur berpikir terencana dapat dilakukan melalui beberapa aktifitas, antara lain: *conflict cognitive*, *disequillibrasi*, dan *scaffolding*.

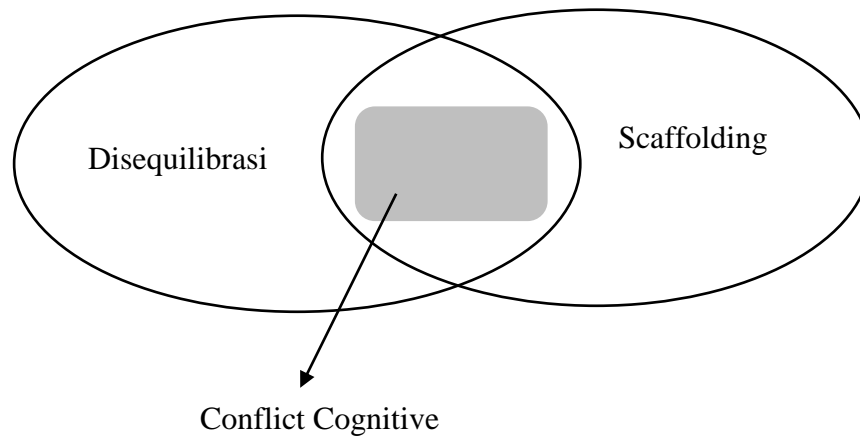
---

<sup>51</sup> Fitri Kumalasri, Toto Nusantar, Cholis Sa'dijah. *Defragmenting Struktur Berpikir Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Pertidaksaan Eksponen*, (Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian dan Pengembangan, 2016) vol. 1 No. 2 hal. 247

<sup>52</sup> Kadek wibawa Adi, *Defragmenting Stuktur Berpikir...*, hal. 37

<sup>53</sup> *Ibid.*, hal. 162

Ketiga bentuk aktifitas defragmentasi struktur berpikir tersebut saling beririsan.<sup>54</sup>



**Gambar 2.1** Proses *Defragmenting* struktur berpikir

*Conflict cognitive* merupakan bagian *scaffolding* dan *disequilibrasi*. *Conflict cognitive* dapat terjadi, salah satunya dengan adanya intervensi dari orang lain.<sup>55</sup> Pada pelaksanaan *defragmenting* pada struktur berpikir siswa dapat dilaksanakan proses melihat respon peserta penerima *defragmenting*. Pada dasarnya proses utama *defragmenting* adalah sebagai berikut:

1. *Scaffolding* yang dilakukan sebagai pemberian bantuan secukupnya dalam penerima mengontruksi konsep matematika
2. *Disequilibrasi* dasarnya terjadi pada diri pebelajar (siswa) dan dapat dimunculkan dengan memeberikan intervensi untuk merefleksikan hasil kontruksinya termasuk menelusuri dan membandingkan hasil kerjanya dengan konsep ilmiah.

<sup>54</sup> Subandji, *Teori Defragmenting Struktur Berpikir dalam Mengontruksi...*, hal 42

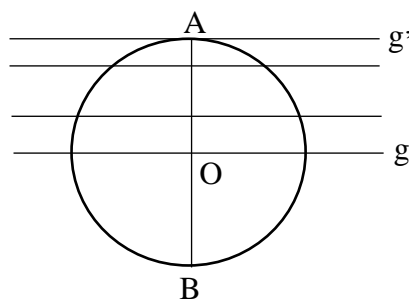
<sup>55</sup> *Ibid ...*, hal. 42

3. *Conflict cognitive*, kondisi siswa ketika telah mendapatkan intervensi pada tahap *disequilibrasi* berlangsung. *Conflict cognitive* sering kali efektif untuk melakukan defragmentasi struktur berpikir siswa dengan menyadarkan siswa.<sup>56</sup>

## F. Materi Garis Singgung Lingkaran

### 1. Pengertian Garis Singgung Lingkaran

#### a. Sifat Garis Singgung Lingkaran

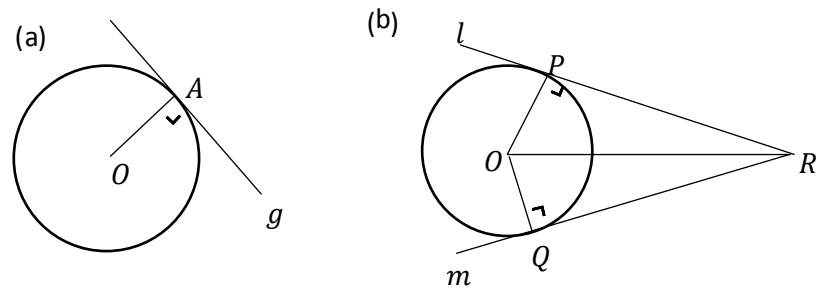


Gambar 2.2

Gambar 2.2 diatas menunjukkan lingkaran berpusat di titik O dengan diameter AB. Garis g tegak lurus AB dan memotong lingkaran di dua titik. Jika g digeser terus menerus ke atas hingga menyentuh titik A maka memperoleh garis g' yang menyinggung lingkaran dan tegak lurus AB. Garis g' disebut garis singgung dan titik A disebut titik singgung.

Maka dari penjelasan diatas dapat diambil bahwa garis singgung adalah garis yang memotong lingkaran tepat di satu titik. Titik tersebut dinamakan titik singgung. Setiap garis singgung lingkaran selalu tegak lurus terhadap jari-jari yang melalui titik singgungnya.

<sup>56</sup> *Ibid...*, hal 122



Gambar 2.3

Perhatikan gambar 2.3 berikut

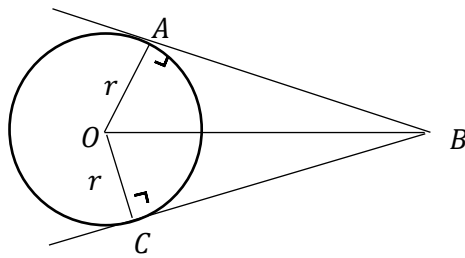
Gambar 2.3 (a) memperlihatkan bahwa garis  $g$  menyinggung lingkaran di titik  $A$ . Garis  $g$  tegak lurus jari-jari  $OA$ . Dengan kata lain, hanya terdapat satu buah garis singgung yang melalui satu titik pada lingkaran.

Gambar 2.3 (b), titik  $R$  terletak di luar lingkaran. Garis  $l$  melalui titik  $R$  dan menyinggung di titik  $P$ , sehingga garis  $l$  tegak lurus jari-jari  $OP$ . Garis  $m$  melalui titik  $R$  dan menyinggung lingkaran di titik  $Q$ , sehingga garis  $m$  tegak lurus jari-jari  $OQ$ . Dengan demikian, dapat diubah dua buah garis singgung yang melalui satu titik di luar lingkaran.

## 2. Panjang garis singgung lingkaran

Setelah melukis garis singgung lingkaran, sekarang kamu akan menghitung panjang garis singgung yang ditarik dari sebuah titik di luar lingkaran.

Perhatikan gambar 2.4 berikut:



Gambar 2.4

Garis AB dan BC adalah garis singgung lingkaran yang berpusat di titik O. Panjang  $OA =$  panjang  $OC = r =$  jari-jari lingkaran maka panjang garis singgung selalu tegak lurus terhadap jari-jari lingkaran maka panjang garis singgung AB dan BC dapat dihitung dengan menggunakan teorema pythagoras. Perhatikan  $\triangle OAB$  pada gambar 2.4. pada  $\triangle OAB$  berlaku teorema pythagorass yaitu:

$$OA^2 + AB^2 = OB^2$$

$$AB^2 = OB^2 - OA^2$$

$$AB = \sqrt{OB^2 - OA^2}$$

$$AB = \sqrt{OB^2 - r^2}$$

Pada  $\triangle OBC$  juga berlaku teorema pythagoras:

$$OC^2 + BC^2 = OB^2$$

$$BC^2 = OB^2 - OC^2$$

$$BC = \sqrt{OB^2 - OC^2}$$

$$BC = \sqrt{OB^2 - r^2}$$

Ternyata,  $AB = BC = \sqrt{OB^2 - r^2}$ . Uraian tersebut menggambarkan definisi bahwa kedua garis singgung lingkaran yang ditarik dari sebuah

titik di luar lingkaran mempunyai panjang yang sama. Dari pemaparan diatas dapat diambil bagaimana mencari panjang garis singgung perseketuan dalam dan luar lingkaran.

- a. Panjang garis singgung prsekutuan dalam

$$d = \sqrt{k^2 - (R + r)^2}$$

Keterangan:

d: garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran

k: jarak antara jari-jari kedua lingkaran

R: jari-jari lingkaran besar

r: jari-jati lingkaran kecil

- b. Panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran

$$l = \sqrt{k^2 - (R - r)^2}$$

Keterangan:

l: garis singgung persekutuan luar dua lingkaran

k: jarak antara jari-jari kedua lingkaran

R: jari-jari lingkaran besar

r: jari-jati lingkaran kecil

## G. Kajian Penelian Terdahulu

Penelitian yang brhubungan dengan *defragmenting* pada pembelajaran dilaporkan oleh peneliti sebagai berikut:

1. Hasil penelitian yang dilakukan oleh Sandha Soemantri melalui Tesis di tahun 2015 yang berjudul “*Defragmenting* Struktur Berpikir Siswa Impulsif pada Masalah Geometri Bangun Ruang” dari Progam Studi

Pendidikan Matematika , Pascasarjana, Universitas Negeri Malang. Hasil penelitian dari tesis ini sebagai berikut: Dengan menggunakan instrumen MFFT, siswa dikelompokkan dalam siswa reflektif dan impulsif “untuk memperbaiki struktur berpikir siswa yang mengalami kesulitan, pemberian *scaffolding* dilakukan secara individu dan bergantian”. Fokus *scaffolding* yang diberikan adalah *scaffolding* level ketiga yaitu *developing conceptual thinking*. Pasca pemberian *scaffolding*, subjek yang mengalami kesulitan berhasil mengubah struktur berpikirnya kearah yang tepat sehingga mampu mendapatkan jawaban yang tepat.

2. Hasil penelitian yang dilakukan A. Ali Syihabuddin melauli tesis tahun 2015 dengan judul “*Defragmenting* Struktur Berpikir Siswa Melalui Pemetaan Kognitif Berdasarkan Gaya Belajar untuk memperbaiki Kesalahan Siswa pada Permasalahan Lingkaran” dari Progam Studi Pendidikan Matematika , Pascasarjana, Universitas Negeri Malang. Hasil penelitian dari tesis ini sebagai berikut: Subyek visual memiliki ciri, lebih mudah menangkap bentuk gambar, Sulit memahami soal teks dan kesalahan cenderung pada pemahaman soal, maka cara defragmenting yang digunakan adalah mengulang membaca teks soal dan menuliskan langkah-langkah dengan jelas dalam menyelesaikan soal Sedangkan subyek auditori memiliki ciri lebih mudah membaca soal teks dan sulit memahami dan megartikan soal dalam gambar, Maka cara defragmenting yang digunakan adalah menuntun siswa memahami soal dengan menyelesaikan tahapan dengan bantuan gambar.



3. Hasil penelitian yang dilakukan Ringki Agustin melauli tesis tahun 2014 dengan judul “*Defragmenting* proses berpikir melalui pemetaan kognitif(*cognitive mapping*) untuk memperbaiki kesalahan siswa dalam memecahkan maaslah proporsi” dari Progam Studi Pendidikan Matematika , Pascasarjana, Universitas Negeri Malang. Hasil penelitian dari tesis ini sebagai berikut: Dari hasil penelitian ditemukan bahwa kesalahan siswa dalam memecahkan masalah proporsi berdasarkan aktivitas problem solving diawali dengan kesalahan siswa dalam proses memahami masalah (*understanding the problems*) yang menyebabkan siswa salah menyusun persamaannya dan kesalahan prosedural" Selanjutnya kesalahan ini juga disebabkan karena siswa kurang memahami materi yang berhubungan dalam penyelesaian masalah proporsi, seperti siswa kurang memahami konsep rasio, operasi bilangan bulat, operasi bentuk aljabar, dan operasi pecahan bentuk aljabar" Terjadinya kesalahan siswa dalam memecahkan masalah proporsi yang kedua diakibatkan karena ketidak lengkapan struktur berpikir siswa dalam proses melaksanakan cara penyelesaian (*device a plan*)"
4. Hasil penelitian yang dilakukan Salman Sakif melauli tesis tahun 2014 dengan judul “*Defragmenting* proses berpikir melalui pemetaan kognitif untuk memperbaiki kesalahan siswa dalam memecahkan maslah belajar” dari Progam Studi Pendidikan Matematika , Pascasarjana, Universitas Negeri Malang. Hasil penelitian dari tesis ini sebagai berikut: Dari hasil penelitian ditemukan bahwa kesalahan siswa dalam memecahkan

masalah aljabar adalah salah dalam memahami masalah (understanding the problem) sehingga kesulitan dalam menyusun rencana (desive a plan)" Kesalahan lain yang dilakukan siswa adalah tidak mampu mengubah soal cerita menjadi kalimat matematika sehingga kesulitan dalam menyusun persamaan aljabar" kesalahan juga dilakukan siswa ketika melakukan operasi menyelesaikan persamaan aljabar yang disebabkan lemahnya konsep tentang variabel"

Lebih jelasnya tertuang dalam tabel 2.1 dibawah ini:

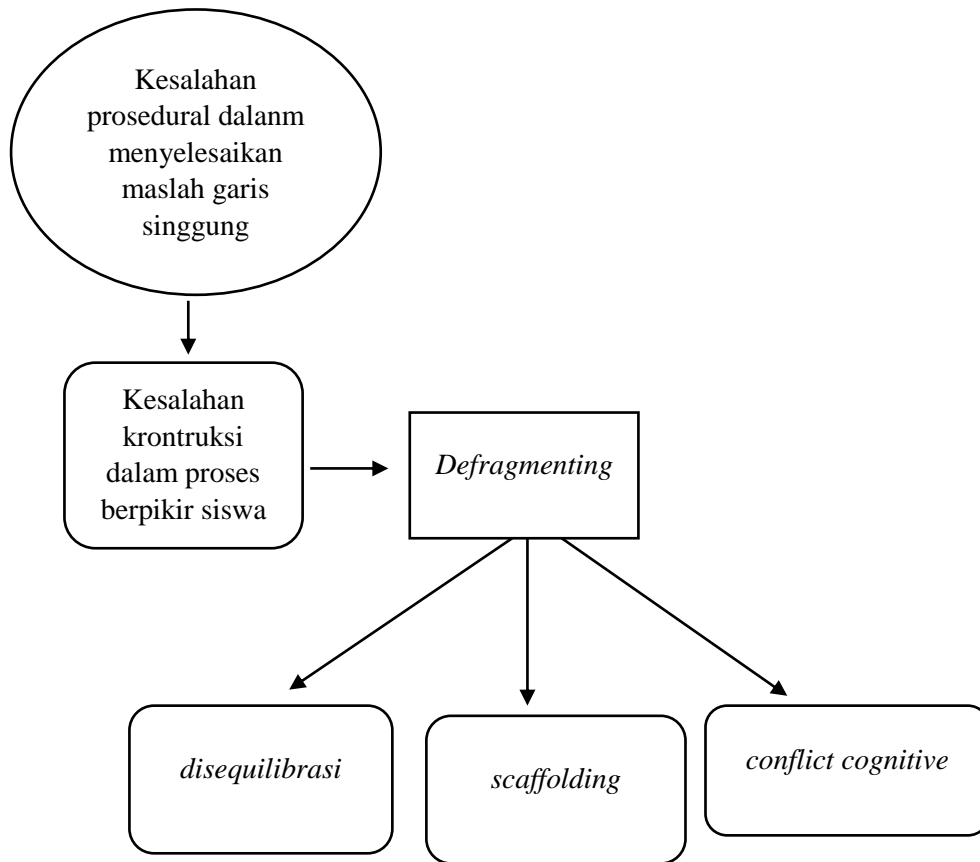
**Tabel 2.1** Persamaan dan perbedaan penelitian dengan penelitian terdahulu

No.	Judul penelitian	Persamaan	Perbedaan
1.	<i>Defragmenting</i> Struktur Berpikir Siswa Impulsif pada Masalah Geometri Bangun Ruang	- diberikan <i>defragmenting</i> pada pelajaran matematika - jenis penelitian kualitatif.	Penelitian ini bertempat di SMP Muhammadiyah 13 Surabaya, sedangkan penelitian yang dilakukan oleh peneliti sendiri dilakukan di SMPN 3 Munjungan
2.	<i>Defragmenting</i> Struktur Berpikir Siswa Melalui Pemetaan Kognitif Berdasarkan Gaya Belajar untuk memperbaiki Kesalahan Siswa pada Permasalahan Lingkaran	- diberikan <i>defragmenting</i> pada pelajaran matematika - jenis penelitian kualitatif.	Penelitian ini bertempat di MTs Al-Islahiyah Sukobendu Lamongan, sedangkan penelitian yang dilakukan oleh peneliti sendiri dilakukan di SMPN 3 Munjungan
3.	<i>Defragmenting</i> proses berpikir melalui pemetaan kognitif( <i>cognitive mapping</i> ) untuk memperbaiki kesalahan siswa dalam memecahkan masalah	- diberikan <i>defragmenting</i> pada pelajaran matematika - jenis penelitian kualitatif.	Penelitian ini bertempat di SMPN 1 Kota Batu Malang, sedangkan penelitian yang dilakukan oleh peneliti sendiri dilakukan di SMPN

	proporsi		3 Munjungan
4.	<i>Defragmenting</i> proses berpikir melalui pemetaan kognitif untuk memperbaiki kesalahan siswa dalam memecahkan masalah belajar	- diberikan <i>defragmenting</i> pada pelajaran matematika - jenis penelitian kualitatif.	Penelitian ini bertempat di MTs Surya Buana Malang, sedangkan penelitian yang dilakukan oleh peneliti sendiri dilakukan di SMPN 3 Munjungan

## H. Kerangka Berpikir Penelitian

Penelitian ini berangkat dari kesalahan prosedural siswa dalam memecahkan masalah yang disebabkan kontruksi struktur berpikir siswa yang masih salah. Sebagaimana diketahui bahwa struktur berpikir yang masih belum bisa tertata merupakan penyebab terjadinya kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh siswa. Untuk membantu siswa mengatasi kesalahan kesalahan prosedural tersebut memberikan *Defragmenting* yang terdiri dari 2 tahap yaitu: 1) mengidentifikasi kesalahan berpikir dan 2) menata ulang kesalahan berpikir menjadi benar. Dalam menata ulang kesalahan berpikir siswa diberikan *disequilibrasi*, *scaffolding* dan *conflict cognitive*. Setelah diberikan *Defragmenting* kesalahan-kesalahan yang dialami siswa dapat teratasi serta siswa mampu memahami konsep garis singgung lingkaran dengan baik. Lebih jelasnya tertuang pada diagram dibawah ini.



**Bagan 2.1** Kerangka berpikir penelitian