

## BAB II

### LANDASAN TEORI

#### A. Kajian Teori

##### 1. Pengertian Matematika

Kata Matematika mungkin sudah sering kita dengar pada waktu kita masih SD,SMP,SMA atau bahkan dalam jenjang perguruan tinggi, pelajaran ini adalah pelajaran pokok yang sudah diajarkan pada jenjang SD bahkan masih dalam jenjang Taman kanak-kanak. Matematika dianggap ilmu yang sentral dalam kehidupan bermasyarakat, dikarenakan kita pasti pernah melakukan perhitungan semisal dalam melakukan perdagangan atau keuangan dan lain lain, hal tersebut membuat kata Matematika tidak pernah usang dimakan oleh zaman. Topik yang ada dalam Matematika juga beragam ada topik geometri, bilangan, Aljabar atau probabilitas semua itu mempunyai peran penting dalam membentuk peradaban manusia hingga pada zaman modern ini.

Istilah Matematika berasal dari kata Yunani, *mathein* atau *mathenein* yang berarti *mempelajari*. Kata ini memiliki hubungan yang erat dengan kata Sanskerta, *medha* atau *widya* yang memiliki arti *kepandaian, ketahuan* atau *intelengensi*. Dalam bahasa Belanda, Matematika disebut dengan kata *wiskunde* yang berarti ilmu tentang belajar.<sup>1</sup>

Matematika didefinisikan oleh beberapa tokoh yang berbeda sehingga banyak definisi yang dihasilkan juga mempunyai sedikit perbedaan

---

<sup>1</sup> Ali Hamzah dan Muhlisrarini, *Perencanaan dan Strategi Pembelajaran*, (Jakarta: Raja grafindo Persada, 2014), hal. 48.

dikarenakan bahwa disiplin ilmu Matematika yang luas sehingga para tokoh melihat sudut pandang Matematika berdasarkan disiplin ilmu yang mereka geluti.

Pengertian Matematika diantaranya dikemukakan oleh Kitcher. Kitcher mengemukakan bahwa Matematika terdiri atas komponen-komponen: 1) bahasa (*language*) yang dijalankan oleh para Matematikawan, 2) pernyataan (*statements*) yang digunakan oleh para Matematikawan, 3) pertanyaan (*questions*) 4) alasan (*reasonings*) yang digunakan untuk menjelaskan pernyataan, dan 5) ide Matematika itu sendiri.<sup>2</sup>

Sujono mengemukakan beberapa pengertian dari Matematika, diantaranya: Matematika diartikan sebagai cabang ilmu pengetahuan yang eksak dan terorganisasi secara sistematis. Selain itu, Matematika merupakan ilmu pengetahuan tentang penalaran yang logis dan masalah yang berhubungan dengan bilangan. Bahkan dia mengartikan Matematika sebagai ilmu bantu dalam menginterpretasikan berbagai ide dan kesimpulan.<sup>3</sup>

Pengertian Matematika menurut Abdul Halim Fathani adalah sebuah ilmu pasti yang selama ini menjadikan induk dari segala ilmu pengetahuan di dunia ini.<sup>4</sup> Selain itu menurut Herman Hudoyo Matematika adalah alat untuk mengembangkan cara berpikir.<sup>5</sup>

---

<sup>2</sup> Abdul Halim Fathani, *Matematika Hakikat dan Logika*, (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media, 2012), hal. 21

<sup>3</sup> *ibid*, hal. 19-20.

<sup>4</sup> *ibid*, hal. 5

<sup>5</sup> Herman Hudoyo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*, (Malang: Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, 2001), hal. 45.

Dari pemaparan penjelasan di atas dapat ditarik kesimpulan bahwa Matematika berkenaan dengan ide-ide atau konsep-konsep abstrak yang tersusun secara hirarkis dan penalarannya deduktif.<sup>6</sup>

## 2. Profil kemampuan Siswa

Menurut Muchlisin, profil merupakan sketsa atau gambaran tentang seseorang, sedangkan pengertian profil menurut Muiz adalah “gambaran berupa deskripsi hasil pekerjaan Siswa.”<sup>7</sup> Menurut budiarto profil adalah profil sebagai suatu gambaran alami mengenai konsep yang ditelaah.<sup>8</sup> Pengertian profil dalam penelitian ini adalah langkah-langkah pengerjaan Siswa dalam mengerjakan soal persamaan garis lurus ditinjau dengan menggunakan metode APOS (Aksi,Proses,Objek,Skema)

Kemampuan Siswa sangat penting dalam proses pembelajaran Matematika, maka proses pengukuran juga sangat dibutuhkan dalam proses pembelajaran, menurut PISA kemampuan Matematika Siswa bisa di ukur dengan 4 konten Matematika yaitu:

- 1) Ruang dan bentuk: berkaitan dengan pokok pelajaran geometri, soal tentang ruang dan bentuk ini menguji kemampuan Siswa mengenali bentuk, mencari persamaan dan perbedaan dalam berbagai dimensi dan representasi bentuk, serta mengenali ciri-ciri suatu benda dalam hubungannya dengan posisi benda tersebut.

---

<sup>6</sup>*Ibid.*,hal.3

<sup>7</sup>Abidatul ma'rufah, *profil kemampuan Siswa dalam menyelesaikan masalah Matematika berdasarkan ADVERSITY QUOTION*, (Surabaya: skripsi tidak diterbitkan, 2012), hal.24

<sup>8</sup> Mega Teguh Budiarto. *Profil AbstrAksi Siswa SMP Dalam Mengkonstruk Hubungan Antar Segiempat*. Disertasi Program Studi Pendidikan Matematika. 2006

- 2) Perubahan dan hubungan: berkaitan dengan pokok Aljabar. Hubungan Matematika sering dinyatakan dengan persamaan atau hubungan yang bersefat umum, seperti penambahan, pengurangan, dan pembagian hubungan itu juga dinyatakan berbagai symbol Aljabar, grafik bentuk geometris dan tabel.
- 3) Bilangan: berkaitan dengan hubungan bilangan dan pola bilangan, anantara lain kemampuan untuk memahami ukuran, pola bilangan, dan segala sesuatu yang berhubungan dengan bilangan dalam kehidupan sehari-hari, seperti menghitung dan mengukur benda tertentu
- 4) Probabilitas dan ketidak pastian: berhubungan dengan statistika dan probabilitas yang sering digunakan dalam masyarakat informasi.<sup>9</sup>

### **3. Profil manusia yang dijunjung tinggi dalam Al-Quran**

manusia adalah mahluk yang dimuliakan oleh Allah, manusia juga dilahirkan dalam fitrah, bersih dan tidak ternoda oleh dosa, Allah menjadikan manusia sebagai *khalifah fil arld* yang memegang peran peting dalam membentuk peradaban dunia ini, derajat yang tinggi bagi manusia juga diikuti oleh tanggung jawab yang tinggi pula, jika manusia tidak mampu menjalankan amanah yang diberikan Alloh, maka azab yang akan diberikan oleh Allah juga besar.

Manusia didunia terdiri dari suku bangsa, agama dan budaya, Allah telah merancang semua itu agar manusia saling mengenal dan saling mengasihi.

---

<sup>9</sup> Bahrul hayat dan suhendra yusuf,” *benchmark internasional mutu pendidikan*”, Jakarta:PT Bumi Aksara,2011),hal 213

Perbedaan bangsa dan budaya yang beragam didunia ini menjadikan keberagam sifat-sifat dan profil yang mereka miliki.

Didalam Al-Quran, ada sebuah sifat yang sangat dijunjung tinggi yang seharusnya dimiliki manusia, salah satu sifat tersebut adalah *Ulul albab*. *Ulul albab* adalah sebutan bagi orang yang memiliki akal pikiran dan mempergunakannya secara benar, akal pikirannya digunakan untuk memikirkan, yaitu ayat-ayat Allah, baik ayat yang bersifat *qauliyah* yaitu ayat-ayat suci Al- Quran dengan pesan-pesan nilai dan ajarannya yang syarat muatan moral, maupun ayat-ayat *kauniyah* yaitu segala kejadian yang ada pada dunia ini menurut sunatullah seperti pergantian waktu, siang dan malam, perputaran planet dan matahari, dan persoalan-persoalan lain menjadi pelajaran khususnya bagi manusia yang menggunakan akal pikiran.<sup>10</sup>

Allah memerintahkan manusia untuk memperhatikan alam semesta dan juga mengamati fenomena alam yang beraneka ragam dengan merenungkan penciptaan dan proses keteraturan yang ada didalamnya. Semua ini akan memberikan informasi dan ilmu pengetahuan yang beraneka ragam. Dalam hal ini tampak jelas bahwa ada seruan kepada manusia agar dapat memperhatikan, mengamati, merenungkan, dan juga meneliti secara ilmiah.<sup>11</sup>

Al-Quran telah menjelaskan salah satu sifat manusia *Ulu al-albab* pada surat Ali Imran ayat 190-191 yang berbunyi:

---

<sup>10</sup> Ahmad arifi, *politik pendidikan islam: menelusuri ideology dan aktualisasi pendidikan islam di tengah arus globalisasi* (yogyakarta: teras,2009) hlm.120.

<sup>11</sup> Musfir, *Konseling Terapi*. (Jakarta: GEMA INSANI. 2005) hlm.275

إِنَّ فِي خَلْقِ السَّمَوَاتِ وَالْأَرْضِ وَآخْتِلَافِ اللَّيْلِ وَالنَّهَارِ لَآيَاتٍ لِّأُولِي  
 الْأَلْبَابِ ﴿١٩٠﴾ الَّذِينَ يَذْكُرُونَ اللَّهَ قِيَمًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمْ  
 وَيَتَفَكَّرُونَ فِي خَلْقِ السَّمَوَاتِ وَالْأَرْضِ رَبَّنَا مَا خَلَقْتَ هَذَا بَطْلًا  
 سُبْحَنَكَ فَقِنَا عَذَابَ النَّارِ ﴿١٩١﴾

Artinya: *Sesungguhnya dalam penciptaan langit dan bumi dan silih bergantinya malam dan siang, terdapat tanda-tanda bagi orang yang berakal. (Yaitu) orang-orang yang mengingat Allah sambil berdiri atau duduk atau dalam keadan berbaring dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi (seraya berkata): "Ya Tuhan kami, tiadalah Engkau menciptakan ini dengan sia-sia, Maha Suci Engkau, Maka peliharalah kami dari siksa neraka". (Q.S Ali-Imran: 190-195)*

*Ulul albab* adalah orang-orang yang mau menggunakan pikirannya, mengambil faedah dariNya, mengambil hidayah dariNya, menggambarkan keagungan Allah dan mau mengingat hikmah akal dan keutamaannya, disamping keagungan karunia-Nya dalam segala sikap dan perbuatan mereka, sehingga mereka bisa berdiri, duduk, berjalan, berbaring dan sebagainya. Bahwa mereka adalah orang-orang yang tidak melalaikan Allah swt dalam sebagian besar waktunya. Mereka merasa tenang dengan mengingat Allah dan tenggelam dalam kesibukan mengoreksi diri secara sadar bahwa Allah selalu mengawasi mereka. Dan hanya dengan melakukan dzikir kepada Allah, hal itu masih belum cukup untuk menjamin hadirnya hidayahnya. Tetapi harus pula dibarengi dengan memikirkan keindahan ciptaan dan rahasia-rahasia ciptaanNya.<sup>12</sup>

<sup>12</sup> Ahmad Mustafa Al-Maraghi, *Tafsir Al-Maraghi*. (Semarang: PT. Karya Toha Putra Semarang. 1993)

Konsep *Ulul albāb* dalam surat Ali-Imran 190-191 dapat di implementasikan dalam pendidikan Islam masa kini. Dalam tujuan pendidikan Islam *tazakkur* dan *tadzakkur* menjadi sesuatu yang harus dicapai oleh peserta didik, maksudnya mereka harus memanfaatkan potensi akal mereka untuk menggali berbagai pengetahuan yang ada, dan juga sebagai upaya dalam kegiatan untuk mengenal Allah dzat yang menciptakan alam semesta. Dalam kurikulum pendidikan Islam *tafakkur* dan *tadzakkur* menjadi sebuah prinsip dalam kurikulum. Kurikulum pendidikan Islam harus mampu mengintegrasikan antara *tafakkur* dan *tadzakkur* untuk mencetak peserta didik yang mampu menyelaraskan antara kehidupan dunia dan akhirat. Dalam pembelajaran, *tafakkur* dan *tadzakkur* adalah aspek yang harus dikembangkan, karena memang dua aspek ini merupakan dua aspek yang terdapat pada diri manusia. kedua aspek ini akan dapat berkembang dengan baik jika ditunjang oleh kurikulum dan proses pembelajaran yang baik. Kemudian dari ketiga hal di atas berkaitan dengan bidang evaluasi *tafakkur* dan *tadzakkur* yang merupakan dua hal yang harus diukur, maksudnya evaluasi tidak hanya dilakukan hanya untuk mengukur aspek kognitif dan psikomotorik saja melainkan aspek afektif juga seharusnya juga dievaluasi. Hal ini diperlukan guna mengetahui sampai mana tingkat keberhasilan peserta didik dalam mencapai hasil dari tujuan pendidikan Islam.<sup>13</sup>

---

<sup>13</sup> Kurnia indriani, *konsep ulul albāb dalam pendidikan islam (analisis surat ali-imran ayat 190-191)*(skripsi, 2017) hlm.69

#### 4. Menyelesaikan soal Matematika

Peserta didik tidak dapat dikatakan telah mempelajari apa pun yang bermanfaat kecuali mereka mempunyai kemampuan menggunakan informasi dan kemampuan untuk menyelesaikan soal.<sup>14</sup> Suatu soal akan merupakan suatu masalah hanya jika peserta didik tidak mempunyai aturan/hukum tertentu yang segera dapat dipergunakan untuk menemukan jawaban pertanyaan tersebut.<sup>15</sup>

Masalah Matematika selalu berkenaan dengan suatu pertanyaan atau soal. Soal tersebut seringkali dinyatakan dalam soal cerita, tetapi tidak berarti semua soal cerita merupakan masalah. Seperti yang di kutip dalam bukunya Antonius Cahya Prihandoko bahwa:

*“Soal cerita tidak sama dengan masalah, soal cerita hanya merupakan sebuah sarana untuk mengekspresikan suatu masalah”.*<sup>16</sup>

Fadjar shadiq menyatakan bahwa, suatu pertanyaan akan menjadi masalah hanya jika pertanyaan itu menunjukkan adanya suatu tantangan (*challenge*) yang tidak dapat dipecahkan oleh suatu prosedur rutin (*routine procedure*) yang sudah diketahui peserta didik.<sup>17</sup>

Masalah dalam Matematika meliputi dua hal, masalah internal dan masalah eksternal.<sup>18</sup> Masalah internal berkaitan dengan pengembangan Teori

---

<sup>14</sup> Robert E Slavin, *Psikologi Pendidikan: Teori dan praktik*, terj.Marionto Samosir, (Jakarta : PT Macanan jaya Cemerlang, 2009), hlm.31

<sup>15</sup> Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*, (Malang: Universitas Negeri Malang, 2003), hlm. 148

<sup>16</sup> Antonius Cahya Prihandoko, *Memahami Konsep Matematika Secara Benar dan Menyajikannya dengan Menarik*, (Departemen Pendidikan Nasional Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Direktorat Pembinaan Pendidikan Tenaga Kependidikan dan Ketenagaan Perguruan Tinggi, 2005), hlm.251

<sup>17</sup> Fadjar Shadiq, *Pemecahan Masalah, Penalaran dan Komunikasi*, (Yogyakarta: PPG Matematika,2004), hlm.10

<sup>18</sup> Antonius Cahya Prihandoko, *Memahami Konsep Matematika...* hlm. 250

yang ada dalam Matematika, artinya masalah internal berkaitan dengan bagaimana cara membuktikan teori dengan Teori yang pernah ada atau bagaimana mengembangkan Teori yang sudah didapat. Sedangkan masalah eksternal adalah, bagaimana konsep-konsep atau Teori-Teori yang ada pada Matematika dikoneksikan dengan ilmu atau dalam kehidupan sehari-hari.

Oleh karena itu, menyelesaikan masalah yang dimaksud adalah sebagai penggunaan Matematika untuk menyelesaikan masalah baik dalam Matematika itu sendiri, dalam ilmu pengetahuan lain, maupun dalam kehidupan sehari-hari.

Mengenai menyelesaikan masalah, Mayer mengatakan:

*Suatu proses banyak langkah dengan si pemecah masalah harus menemukan hubungan antara pengalaman (Skema) masa lalunya dengan masalah yang sekarang dihadapinya dan kemudian bertindak untuk menyelesaikannya.*<sup>19</sup>

Terkait menyelesaikan soal, terdapat langkah-langkah yang dilalui oleh peserta didik. Seperti langkah pemecahan masalah dari polya, yaitu

- a. Pemahaman masalah
- b. Perencanaan penyelesaian
- c. Pelaksanaan rencana penyelesaian
- d. Pengecekan kembali kebenaran penyelesaian.<sup>20</sup>

---

<sup>19</sup> Djamilah Bondan Widjajanti, “Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Mahapeserta didik Calon Guru Matematika: Apa dan bagaimana Mengembangkannya”, Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY, (Yogyakarta : Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta, 2009), hlm. 403

<sup>20</sup> Antonius Cahya Prihandoko, *Memahami Konsep ...* hlm. 260

Tidak hanya Polya, Gick juga memiliki langkah dalam pemecahan masalah, yaitu

- a. Menyajikan masalah, termasuk memanggil kembali konteks pengetahuan yang sesuai, dan mengidentifikasi tujuan dan kondisi awal yang relevan dari masalah tersebut
- b. Mencari penyelesaian, termasuk memperhalus tujuan dan mengembangkan suatu rencana untuk bertindak guna mencapai tujuan, dan
- c. Menerapkan penyelesaian, termasuk melaksanakan rencana dan menilai hasilnya.

Hampir sama dengan Polya dan Gick, Dominowski menyatakan ada 3 langkah untuk menyelesaikan suatu masalah, yaitu:

- a. Interpretasi, merujuk pada bagaimana seorang pemecah masalah memahami atau menyajikan secara mental suatu masalah.
- b. Produksi, menyangkut pemilihan jawaban atau langkah yang mungkin untuk membuat penyelesaian.
- c. Evaluasi adalah proses dari penilaian kecukupan dari jawaban yang mungkin, atau langkah lanjutan yang telah dilakukan selama mencoba atau berusaha menyelesaikan suatu masalah.<sup>21</sup>

---

<sup>21</sup>Djamilah Bondan Widjajanti, "Kemampuan Pemecahan ...", hlm.405-406

## 5. Kemampuan Matematika

Menurut Soedjadi pada dasarnya setiap individu adalah unik. Setiap individu memiliki karakteristik yang khas, yang tidak dimiliki oleh individu lain. Salah satunya adalah perbedaan kemampuan yang dimiliki oleh setiap individu dalam mengatasi masalah. Kemampuan individu dalam mengatasi masalah Matematika disebut dengan kemampuan matematis. Menurut Syaban, kemampuan matematik individu dibedakan menjadi 3 yaitu kemampuan tinggi, kemampuan sedang, dan kemampuan rendah. Perbedaan kemampuan itu berdampak pada perbedaan Siswa dalam memahami suatu konsep Matematika.<sup>22</sup>

Benyamin S. bloom mengelompokkan kemampuan kognitif ke dalam 6 aspek (kelompok) besar yang tersusun secara hirarki (terurut menurut kesukarannya), yaitu C1: Pengetahuan (*Knowledge*), C2: Pemahaman (*comprehension*), C3: Penerapan (*application*), C4: Analisis (*analysis*), C5: Sintesis (*synthesis*), dan C6: Evaluasi (*evaluation*). Analisis (*analysis*) mencakup kemampuan untuk merinci suatu kesatuan kedalam bagian-bagian sehingga struktur keseluruhan atau organisasinya dapat dipahami dengan baik.

Sedangkan John Biggs dan Kevin Collis membagi kemampuan Siswa kedalam lima tingkat yaitu, *praestructural*, *unistructural*, *multistructural*, *relational*, dan *extended abstract*. Tangkatan-tingkatan tersebut merupakan bagian yang berjenjang, artinya di mulai dari tingkat terendah hingga tingkat tertinggi sesuai dengan kemampuan peserta didik. Misalnya tingkat

---

<sup>22</sup> Catur febrina dan mega teguh, *profil kemampuan Siswa SMA menyelesaikan soal fungsi kuadrat berdasarkan Teori apos ditinjau dari perbedaan kemampuan Matematika*, vol.1, no.1 2012, hal. 2

*Unistructural* itu setingkat lebih tinggi di banding *prastrctural* dan lain sebagainya.

Pada penelitian ini, peneliti membagi tingkat kemampuan Siswa kedalam 3 bagian yaitu: Siswa dengan kemamapuan tinggi, Siswa dengan kemampuan sedang, dan Siswa dengan kemampuan rendah, kriteria pengelompokan Siswa berdasarkan kemampuan menurut Sudijono seperti yang di jelaskan pada tabel berikut ini:

***Tabel 2.1 Pengklasifikasian Subjek penelitian***

| Kemampuan Matematika                 |                                    |                   |
|--------------------------------------|------------------------------------|-------------------|
| Tinggi                               | Sedang                             | Rendah            |
| Nilai $\geq \text{mean} + \text{SD}$ | Mean – SD $\leq$ nilai < mean + SD | Nilai < mean – SD |

## 6. Teori APOS

Teori APOS adalah sebuah hipotesis bahwa ilmu Matematika terdiri dari kecenderungan seseorang untuk menghadapi persoalan Matematika dengan mengkontruksi mental Aksi, proses, Objek dan menggabungkannya dalam bentuk Skema untuk merasakan situasi dan memecahkan masalah.<sup>23</sup> Teori belajar ini muncul di kalangan Research in Undergraduate Mathenatic Education Community (RUMEC). Orang yang gencar mengembangkan Teori APOS adalah Ed. Dubinsky. Awal mula kemunculan Teori APOS dijelaskan sebagai berikut:

*APOS Theory arise out of an attempt to understand the mechanism of reflective abstraction, introduced by Piaget to describe the development*

---

<sup>23</sup> Ed. Dubinsky & McDonal, M.A. *APOS: A Constructivist Theory of Learning...*, hlm. 2

*of logical thinking in children, and extend this idea the more advanced mathematical concepts.*<sup>24</sup>

Teori APOS muncul dari sebuah percobaan untuk memahami mekanisme penalaran abstrak, yang di perkenalkan oleh piaget untuk mendiskripsikan perkembangan berfikir logis pada anak-anak, dan mengembangkan ide ini dalam konsep matemtika yang lebih *advance*.<sup>25</sup>

APOS mengasumsikan bahwa pengetahuan Matematika yang dimiliki oleh seseorang merupakan hasil interaksi dengan orang lain dan hasil konstruksi-konstruksi mental orang tersebut dalam memahami ide Matematika. Konstruksi-konstruksi mental tesebut adalah Aksi (*action*), Proses (*process*), Objek (*object*), dan Skema (*schema*). Menurut Dubinsky, pengetahuan Matematika seorang individu adalah suatu kecenderungan individu tersebut untuk merespon dan memahami situasi permasalahan Matematika dengan melakukan refleksi dalam konteks sosial dan mengkonstruk kembali Aksi, Proses, dan Objek Matematika serta mengaplikasikannya dalam Skema untuk memahami situasi dan memecahkan masalah. Menurut Suryadi (2005), seorang anak dapat mengonstruksi konsep Matematika dengan baik apabila anak tersebut mengalami Aksi, Proses, Objek, dan Skema.<sup>26</sup>

APOS adalah bentuk akronim dari Action, Process, Object, dan Schema. Teori APOS adalah suatu Teori konstruktivis tentang bagaimana kemungkinan berlangsungnya pencapaian/pembelajaran suatu konsep atau prinsip

---

<sup>24</sup> *Ibid.*, hal .4

<sup>25</sup> *Ibid.*, hal. 2

<sup>26</sup> Catur febriana dan mega teguh, *profil kemampuan Siswa SMA menyelesaikan soal fungsi kuadrat ...*,hal.2

Matematika yang dapat digunakan sebagai suatu elaborasi tentang konstruksi mental dari Aksi (*actions*), Proses (*processes*), Objek (*objects*), Skema (*schemas*). Di bawah ini akan diberikan deskripsi yang lebih lengkap untuk masing-masing tahapan konstruksi mental tersebut.

### **Aksi (action)**

Aksi (*action*) Aksi didefinisikan oleh Ed. Dubinsky sebagai berikut:

*An action is a transformation of objects perceived by the individual as essentially external and as requiring, either explicitly or from memory, step by step instructions on how to perform the operation.*<sup>27</sup>

Aksi (*action*) adalah transformasi dari objek-objek yang dipelajari dan yang dirasakan oleh Siswa sebagai bagian eksternal dan sebagai kebutuhan, secara eksplisit dari memori, instruksi tahap demi tahap tentang bagaimana melakukan operasi. Dengan kata lain, Aksi adalah suatu bentuk struktur kognitif yang melibatkan transformasi mental atau fisik objek melalui tindakan, untuk menstimulus Siswa yang merasakan objek sebagai bagian eksternal. Pada tahap Aksi terjadi pengulangan fisik atau manipulasi mental dengan mentransformasikan objek Matematika melalui beberapa cara atau aktifitas yang mendasarkan pada beberapa algoritma secara eksplisit.<sup>28</sup>

Menurut Weyer, Aksi merupakan manipulasi fisik atau mental yang diulang dalam mentransformasikan (mental atau fisik) untuk memperoleh objek lain. Konsepsi tentang Aksi merupakan suatu bentuk pemahaman tentang

---

<sup>27</sup> Ed. Dubinsky & McDonald, M.A. *APOS: A Constructivist Theory...*, hlm.2

<sup>28</sup> Maryono, *Eksplorasi Pemahaman MahaSiswa...*, hal. 16

konsep Matematika yang melibatkan transformasi mental atau fisik terhadap objek mental atau fisik sebagai reaksi terhadap rangsangan dari luar. Pada tahap Aksi, transformasi Objek Matematika didapat dari kegiatan eksternal, dan Siswa hanya mengetahui bagaimana melakukan operasi jika diberikan perintah yang jelas.<sup>29</sup>

### **Proses (proces)**

Proses (*Process*) Proses didefinisikan oleh Ed. Dubinsky sebagai berikut:

*When an action is repeated and the individual reflects upon it, he or she can make an internal mental construction called a “process” which the individual can think of as performing the same kind of action, but no longer with the need of external stimuli.*<sup>30</sup>

Proses (Process) didefinisikan sebagai struktur kognitif yang melibatkan imajinasi tentang transformasi mental atau fisik Objek, sehingga Siswa merasakan transformasi menjadi bagian internal dirinya dan mampu mengontrol transformasi tersebut.<sup>31</sup> Ketika tindakan-tindakan transformasi diulang, maka Siswa paham bahwasanya proses transformasi yang seluruhnya berada dalam pikiran Siswa tersebut dapat dilakukan tanpa membutuhkan rangsangan eksternal.<sup>32</sup>

---

<sup>29</sup> Catur febriana dan mega teguh, *profil kemampuan Siswa SMA menyelesaikan soal fungsi kuadrat ...*, hal.2

<sup>30</sup> Ed. Dubinsky & McDonal, M.A. *APOS: A Constructivist Theory of Learning...*, hal.3

<sup>31</sup> Minanur Rohman. *Analisis Miskonsepsi Siswa...*, hal. 22-23

<sup>32</sup> Ed. Dubinsky & McDonald, M.A. *APOS: A Constructivist Theory...*, hal. 3

### Objek (object)

Perubahan transformasi dari eksternal ke dalam internal (pikiran) anak disebut interiorisasi (interiorization).<sup>33</sup>

(*Object*) Objek didefinisikan oleh Ed. Dubinsky sebagai berikut:

*An object is constructed from a process when the individual becomes aware of the process as a totality and realizes that transformations can act on it.*<sup>34</sup>

Objek (Object) adalah tahap struktur kognitif dimana Siswa menyadari proses-proses transformasi tersebut sebagai satu kesatuan, dan sadar bahwasanya transformasi dapat dilakukan dalam satu kesatuan tersebut.<sup>35</sup> Proses-proses baru dapat juga dikonstruksi (dibentuk) dengan cara mengkoordinasi proses-proses yang sudah ada. Bila hal tersebut menjadi suatu proses sendiri untuk ditransformasikan oleh suatu aksi, maka dikatakan proses itu telah dienkapsulasikan menjadi suatu Objek.<sup>36</sup>

### Skema (schema)

Skema (*Schema*) Skema didefinisikan oleh Ed. Dubinsky sebagai berikut:

*A schema for a certain mathematical concept in an individual's collection of actions, processes, objects, and other schemas which are linked by some general principles to form a framework in the individual's*

---

22-23 <sup>33</sup> Aneshkumar Maharaj (dalam Minanur Rohman), *Analisis Miskonsepsi Siswa...*, hal.

<sup>34</sup> Ed. Dubinsky & McDonal, M.A. *APOS: A Constructivist Theory of Learning...*, hal.4

<sup>35</sup> Minanur Rohman. *Analisis Miskonsepsi Siswa...*, hal. 22

<sup>36</sup> Dubinsky, Ed. *Using A Theory of...*, hal. 5

*mind that may be brought to bear upon a problem situation involving that concept.*<sup>37</sup>

Skema (Schema) adalah kumpulan Aksi, proses, Objek dan mungkin Skema lain yang dihubungkan dengan beberapa prinsip umum untuk membentuk kerangka berpikir Siswa dalam menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan konsep yang dipelajarinya.<sup>38</sup> Konstruksi yang mengaitkan Aksi, proses, Objek yang terpisah untuk Objek tertentu sehingga menghasilkan suatu Skema tertentu disebut tematisasi.<sup>39</sup>

Kejadian-kejadian kognitif menginteriorisasikan suatu Aksi menuju suatu proses, mengenkapsulasikan suatu proses ke dalam suatu Objek, dan mentematisasikan suatu Objek ke dalam Skema dalam kerangka Teori ini disebut ekuilibrisasi.<sup>40</sup> Selanjutnya, Zaskis dan Campbell mengungkapkan bahwa kejadian-kejadian kognitif ini dapat dijelaskan dengan baik dalam kerangka Teori APO (Action, Process, Object). Perbedaan antara Aksi dengan proses ditunjukkan oleh kegiatan prosedural dan pemahaman prosedural. Sedangkan perbedaaan antara proses dan Objek ditunjukkan oleh suatu pemahaman prosedural dan pemahaman konseptual.<sup>41</sup>

---

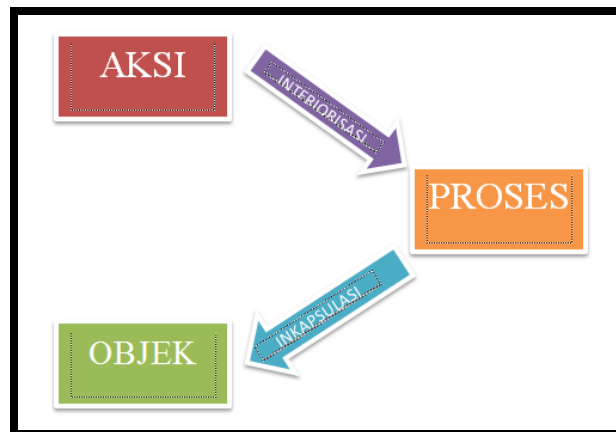
<sup>37</sup> Ibid., hal. 3

<sup>38</sup> Minanur Rohman. *Analisis Miskonsepsi Siswa...*, hal. 22

<sup>39</sup> Ed. Dubinsky, *Using A Theory of...*, hlm.

<sup>40</sup> R. Zaskis and Campbell, *Multiplicative Structure of Natural Numbers: Preservice Teacher's Understanding (Journal Mathematics Education)*. 27 (4): 540 – 563

<sup>41</sup> Lasmi Nurdin, *Analisa Pemahaman Siswa SMA Laboratorium...*, hlm. 14



***Gambar 2.1 Alur pemerolehan informasi dalam Teori APOS***

Keempat tahap tersebut tersusun secara hierarkis, artinya Siswa harus melewati tahap tertentu untuk naik ke tahap selanjutnya. Hal ini disebabkan setiap pembahasan satu komponen saling berkaitan dengan komponen lainnya secara berurutan. Namun pada kenyataannya, ketika seseorang mengembangkan pemahamannya terhadap suatu konsep Matematika, tidaklah selamanya dilakukan secara linear. Misalnya, ketika seseorang dihadapkan pada suatu soal barisan dan deret, maka kemungkinan dia tidak mulai dari tahap Aksi tetapi mulai dari tahap Objek kemudian baru tahap lainnya. Jadi tidak menutup kemungkinan bahwa, jika Siswa sudah berada dalam tahap Objek atau bahkan Skema, maka Siswa tersebut mungkin tidak perlu melewati tahap proses. Ini dikarenakan proses-proses transformasi telah terinteriorisasi sempurna ke dalam pikiran Siswa.<sup>42</sup>

Dalam makalahnya, Dubinsky menulis :

---

<sup>42</sup> Fatima santi syafri, *pemahaman Matematika dalm kajian Teori APOS (Aksi, Proses, Objek, Skema*. Vol.15, no. 2, 2016, hal. 474

*APOS Theory can be used directly in the analysis of data by a researcher. In verfine grained analysis, the researcher can compare the success or failure of students on amathematical task with the specific mental construction they may or may not have made.*<sup>43</sup>

Dari beberapa penjelasan mengenai Teori APOS tersebut, maka dapat kita lihat dalam Teori ini dapat menjawab tentang profil kemampuan Siswa dalam menyelesaikan soal persamaan garis lurus berdasarka tingkat kemampuan Siswa.

**Tabel 2.2 Indikator penelitian berdasrkan Teori APOS**

| <b>Tahapan APOS</b>     | <b>Definisi</b>                                                                                                                 | <b>Indikator profil kemampuan Siswa dalam menyelesaikan soal persamaan garis lurus</b>                                                                                                 |
|-------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Aksi (action)</b>    | Aksi adalah tranformasi suatu Objek secara eksternal                                                                            | <ul style="list-style-type: none"> <li>Mampu mensubtitusi nilai x tertentu kedalam persamaan garis lurus untuk mendapatkan nilai y yang berkorelasi atau sebaliknya. (K1.1)</li> </ul> |
|                         |                                                                                                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>Mampu menjelaskan langkah langkah yang diambil secara Objektif dalam mengerjakan soal dengan benar. (K1.2)</li> </ul>                           |
| <b>Proses (process)</b> | Proses (Process) didefinisikan sebagai struktur kognitif yang melibatkan imajinasi tentang transformasi mental atau fisik Objek | <ul style="list-style-type: none"> <li>Mampu menentukan titik-titik yang dilalui oleh grafik persamaan garis lurus dengan benar. (K2.1)</li> </ul>                                     |
|                         |                                                                                                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>Mampu menjelaskan langkah yang diambil secara Objektif dalam dalam mengerjakan soal dengan benar (K2.2)</li> </ul>                              |
| <b>Objek (object)</b>   | Objek (Object) adalah tahap struktur kognitif                                                                                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>Mampu menggambar grafik persamaan garis lurus yang di tentukan. (K3.1)</li> </ul>                                                               |

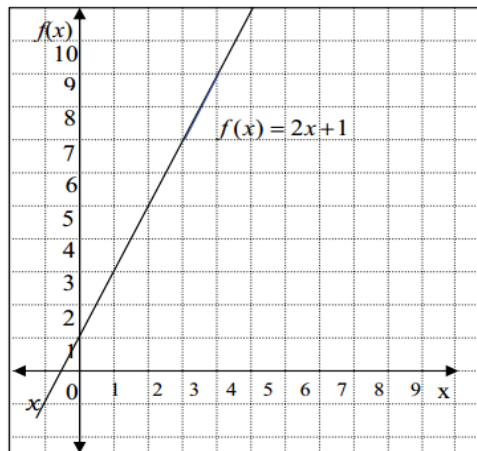
<sup>43</sup> Ed. Dubinsky & McDonald, *M.A. APOS: A Constructivist Theory of Learning...*, hal. 4

| Tahapan APOS         | Definisi                                                                                                                                                                                                                   | Indikator profil kemampuan Siswa dalam menyelesaikan soal persamaan garis lurus                                                                                                                                                                       |
|----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                      | dimana Siswa menyadari proses-proses transformasi tersebut sebagai satu kesatuan, dan sadar bahwasanya transformasi dapat dilakukan dalam satu kesatuan tersebut                                                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>Mampu memberikan alasan dari langkah yang diambil dengan benar (K3.2)</li> <li>Mampu membedakan grafik persamaan garis lurus dan yang bukan merupakan grafik persamaan garis lurus. (K3.3)</li> </ul>          |
| <b>Skema (scema)</b> | Skema (Schema) adalah kumpulan Aksi, proses, Objek dan mungkin Skema lain yang dihubungkan dengan beberapa prinsip umum untuk membentuk kerangka berpikir Siswa dalam menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan konsep | <ul style="list-style-type: none"> <li>Mampu mengubah kalimat verbal kedalam kalimat Matematika (K4.1)</li> <li>Mampu menggunakan konsep serta prosedur yang berkaitan dengan persamaan garis lurus dalam menyelesaikan soal cerita (K4.2)</li> </ul> |

## 7. Materi persamaan garis lurus

### 1. Pengertian Persamaan Garis Lurus

Perhatikan grafik dari fungsi  $f(x) = 2x + 1$  dalam Koordinat Cartesius di bawah ini



Sumbu mendatar disebut sumbu  $x$  dan sumbu tegak disebut sumbu  $f(x)$ . Apabila fungsi di atas dituliskan dalam bentuk  $y = 2x + 1$ , maka sumbu tegak pada grafik disebut sumbu  $y$ . Dengan demikian  $y = f(x)$ . Karena grafik dari fungsi  $f(x) = 2x + 1$  atau  $y = 2x + 1$  berupa garis lurus, maka bentuk  $y = 2x + 1$  disebut persamaan garis lurus. Bentuk umum persamaan garis lurus dapat dinyatakan dalam dua bentuk berikut ini.

a. Bentuk eksplisit

Bentuk umum persamaan garis lurus dapat dituliskan sebagai  $y = mx + c$ , dengan  $x$  dan  $y$  variabel atau peubah,  $m$  dan  $c$  konstanta. Bentuk persamaan tersebut dinamakan bentuk eksplisit. Dalam hal ini  $m$  sering dinamakan koefisien arah atau gradien dari garis lurus. Sehingga untuk garis yang persamaannya  $y = 2x + 1$  mempunyai gradien  $m = 2$ .

b. Bentuk implisit

Persamaan  $y = 2x + 1$  dapat diubah ke bentuk lain yaitu  $2x + y + 1 = 0$ . Sehingga bentuk umum yang lain untuk persamaan garis lurus dapat dituliskan

sebagai  $Ax + By + C = 0$ , dengan  $x$  dan  $y$  peubah serta  $A$ ,  $B$ , dan  $C$  konstanta.

Bentuk tersebut dinamakan bentuk implisit.

Contoh:

Gambarlah grafik persamaan garis lurus  $y = 2x + 4$

penyelesaian

Persamaan  $y = 2x + 4$

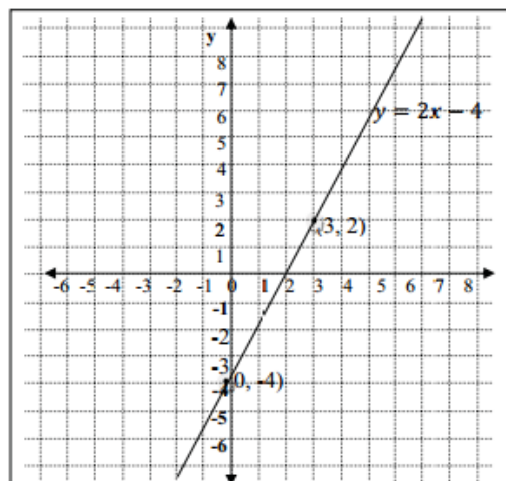
Jika  $x = 0$ , maka  $y = -4$ , titiknya adalah  $(0, -4)$

Jika  $x = 3$  maka  $y = 2$ , titiknya adalah  $(3, 2)$

Tabel pasangan berurutan adalah

|                |           |          |
|----------------|-----------|----------|
| $x$            | 0         | 3        |
| $y$            | -4        | 2        |
| Titik $(x, y)$ | $(0, -4)$ | $(3, 2)$ |

Grafiknya sebagai berikut:

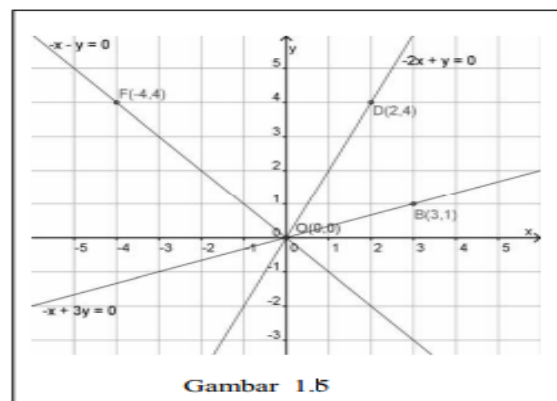


## 2. Menentukan gradient lurus

Karena suatu garis lurus sekurang-kurangnya dapat ditentukan melalui dua titik, maka untuk menentukan gradien suatu garis lurus dapat ditentukan

melalui dua titik. Misal titik  $A(x_1, y_1)$  dan  $B(x_2, y_2)$  terletak pada suatu garis  $a$ , untuk menentukan gradien garis  $a$ , terlebih dahulu ditentukan komponen  $x$  (perubahan nilai  $x$ ) dan komponen  $y$  (perubahan nilai  $y$ ) dari titik  $A(x_1, y_1)$  dan titik  $B(x_2, y_2)$

### 3. Pengertian gradient garis lurus

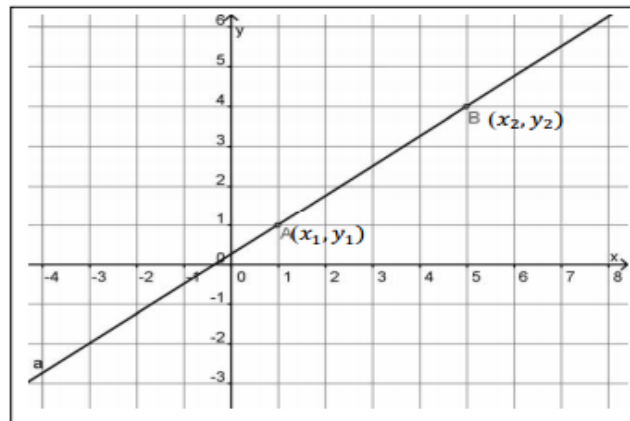


Gambar tersebut memuat beberapa garis lurus yang melalui titik pangkal koordinat. Jika kita perhatikan garis-garis tersebut mempunyai kemiringan atau kecondongan. Kemiringan dari suatu garis lurus disebut gradien dari garis lurus tersebut.

### 4. Menentukan gradient lurus

Karena suatu garis lurus dapat ditentukan melalui dua titik, maka untuk menentukan gradien suatu garis lurus dapat ditentukan melalui dua titik. Misal titik  $A(x_1, y_1)$  dan  $B(x_2, y_2)$  terletak pada suatu garis  $a$ , untuk menentukan gradien garis  $a$  terlebih dahulu ditentukan komponen  $x$  (perubahan nilai  $x$ ) dan komponen  $y$  (perubahan nilai  $y$ ) dari titik  $A(x_1, y_1)$  dan titik  $B(x_2, y_2)$ .

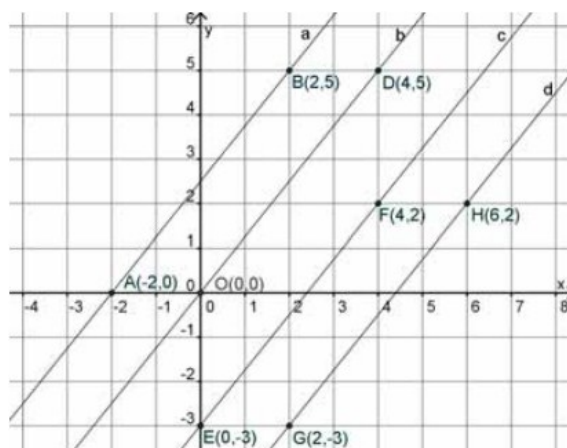
Perhatikan gambar berikut



Garis a melalui dua titik  $A(x_1, y_1)$  dan  $B(x_2, y_2)$ , sehingga komponen y pada garis a adalah  $y_2 - y_1$  dan komponen x pada garis a adalah  $x_2 - x_1$ . Dengan demikian gradien garis lurus yang melalui titik  $A(x_1, y_1)$  dan  $B(x_2, y_2)$  adalah:  $m_a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ . Dengan demikian jika diketahui dua titik pada bidang koordinat maka dapat dicari gradien dari garis lurus yang melalui dua titik tersebut.

### 5. Gradien Garis-garis Lurus yang Saling Sejajar

Perhatikan garis-garis a, b, c dan d dalam Gambar 1.7 berikut.



Garis a, b, c dan d adalah garis-garis yang saling sejajar. Untuk menentukan gradien dari masing-masing garis tersebut dapat dipilih dua buah titik yang terletak pada masing-masing garis dan yang diketahui koordinatnya. Setelah dipilih dua titik pada masing-masing garis tersebut kemudian dihitung gradiennya dengan menggunakan rumus gradien garis yang melalui dua titik yaitu,  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Dari gambar di atas dapat dihitung

$$\text{Gradien garis a adalah, } m_a = \frac{5 - 0}{2 - (-2)} = \frac{5}{4}$$

$$\text{Gradien garis b adalah, } m_b = \frac{5 - 0}{4 - 0} = \frac{5}{4}$$

$$\text{Gradien garis c adalah, } m_c = \frac{2 - (-3)}{4 - 0} = \frac{5}{4}$$

$$\text{Gradien garis a adalah, } m_d = \frac{2 - (-3)}{6 - 2} = \frac{5}{4}$$

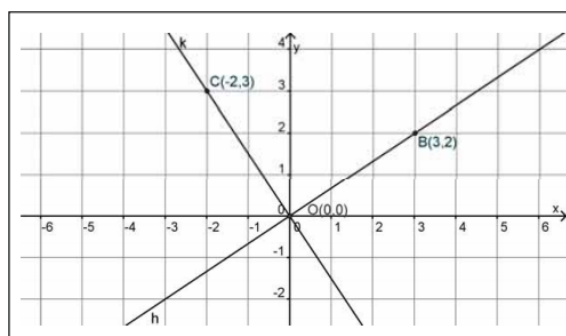
Setelah dihitung gradien dari garis-garis a, b, c dan d ternyata sama yaitu  $\frac{5}{4}$

Dengan demikian dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

*Garis-garis yang sejajar mempunyai gradien yang sama*

#### 6. Gradien garis-garis yang saling tegak lurus

Perhatikan garis h dan k dibawah ini



Garis h tegak lurus dengan garis k.

Gradien garis h adalah,  $m_h = \frac{2}{3}$

Gradien garis k adalah,  $m_k = -\frac{3}{2}$

Perhatikan bahwa  $m_h \times m_k = -1$

Dari uraian tersebut diperoleh bahwa hasil kali gradien-gradien dari garis-garis yang saling tegak lurus adalah -1. Dengan demikian dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

*Hasil kali gradien garis-garis yang saling tegak lurus adalah -1*

## **B. Penelitian terdahulu**

Penelitian yang akan dilakukan merupakan pengembangan dari hasil penelitian sebelumnya. Sebagai bahan informasi dan untuk menghindari terjadinya pengulangan hasil temuan yang membahas permasalahan yang sama maka peneliti mencantumkan kajian terdahulu yang relevan.

1. Penelitian yang dilakukan oleh Minanur Rohman pada tahun 2012.

Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi pemahaman konsep limit fungsi Siswa. Identifikasi pemahaman tersebut didasarkan pada beberapa Teori antara lain; Teori Konstruktivistik, Teori Kognitif Domain Piaget, Teori Kognitif Domain APOS Dubinsky, Teori Kognitif Domain Anna Sfard, Teori Kognitif Domain Procept Gray & Tall, Belajar dalam Perspektif al-Qur'an, Genetic Decomposition, dan Teori Pemahaman Skemp. Penelitian ini menggunakan metode kuesioner dan wawancara

untuk mengetahui tingkat pemahaman Siswa terhadap konsep limit fungsi. Subjek dalam penelitian ini adalah 3 Siswa yang dipilih berdasarkan alasan dari jawaban kuesioner dan dari rekomendasi guru. Dalam penelitian ini ternyata struktur kognitif ketiga Subjek dalam menentukan nilai limit fungsi masih bersifat prosedural. Hal ini terjadi karena Subjek masih belum merasakan konsep limit fungsi sebagai bagian internal dari dirinya. Oleh karena itu, menurut pandangan Teori Kognitif Domain APOS struktur kognitif mereka masih berada pada tahap actions.<sup>44</sup>

2. Penelitian yang dilakukan oleh Maryono pada tahun 2008. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui tingkat pemahaman mahaSiswa tentang konsep keterbagian bilangan bulat dan strategi kognitif yang digunakan mahaSiswa dalam menyelesaikan soal-soal tentang keterbagian bilangan bula.<sup>45</sup> Peneliti mendeskripsikan tingkat pemahaman Subjek tersebut dengan menggunakan Teori APOS yang dikaitkan dengan Teori Triad perkembangan Skema. Subjek penelitian ini adalah mahaSiswa Sekolah Tinggi Agama Islam Negeri (STAIN) Tulungagung jurusan Matematika dan mengambil 15 mahaSiswa sebagai Subjek wawancara. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa secara umum tingkat pemahaman mahaSiswa berada pada tahap Objek, yaitu mahaSiswa sudah mampu menggunakan definisi, dalil-dalil atau sifat-sifat yang ada pada keterbagian bilangan bulat untuk menyelesaikan soal.

---

<sup>44</sup> Minanur Rohman, *Identifikasi Proses Konstruksi Limit...*, hlm.i

<sup>45</sup> Maryono, *Eksplorasi Pemahaman...*, hlm.i

### C. Paradigma penelitian

Kerangka pikir adalah dasar pemikiran dari penelitian yang disintesis dari fakta-fakta, observasi dan telaah kepustakaan. Oleh karena itu, kerangka berpikir memuat Teori, dalil atau konsep-konsep yang akan dijadikan dasar dalam penelitian. Uraian dalam kerangka berpikir menjelaskan hubungan dan keterkaitan antar variabel penelitian, Variabel-variabel penelitian dijelaskan secara mendalam dan relevan dengan permasalahan yang diteliti, sehingga dapat dijadikan dasar untuk menjawab permasalahan penelitian.<sup>46</sup>

Dalam penelitian yang berjudul, *"profil kemampuan Siswa dalam menyelesaikan soal persamaan garis lurus berdasarkan Teori APOS ditinjau dari perbedaan kemampuan Matematika"*, salah satu hal yang melatar belakangi penelitian ini adalah, pernyataan Skem tentang pengetahuan siswa dalam mengkontruksi pengetahuan matematika, Skem membagi kemampuan siswa kedalam 2 kategori, yaitu kemampuan instrumental dan kemampuan relasional, kemampuan relasional mempunyai tingkat lebih tinggi daripada kemampuan instrumental, dikarenakan kemampuan relasional adalah kemampuan dimana seorang siswa sudah bisa mengkaitkan materi-materi yang dia pelajari dengan materi materi yang lain sebagai satu kesatuan. Kemampuan relasional juga dibahas oleh Teori APOS, dalam Teori APOS kemampuan relasional dikenal dengan mental Skema, penjelasan tentang mental Skema kurang lebih sama dengan apa yang dijelaskan Skem dalam pengetahuan relasionalnya.

---

<sup>46</sup> Riduwan. *Skala Pengukuran Variabel-Variabel Penelitian*. (Bandung: Alfabeta, 2005), hlm. 34-35

Teori APOS mengasumsikan bahwa kemampuan matematika seseorang dikonstruksi melalui empat tahapan mental, yaitu Aksi, Proses, Objek, dan skema, keempat tahapan mental tersebut tersusun secara hierarki tetapi tidak menutup kemungkinan bahwa keempat tahapan mental tersebut tidak tersusun secara hierarki, semisal seorang siswa sudah mampu mengkonstruksi pengetahuannya sampai pada tahap Objek, hal ini sangat mungkin karena mental Aksi dan mental Proses sudah terinteriorisasi dengan baik dalam pikiran mereka.

Pada Teori APOS, Skema mempunyai peranan penting, Teori ini mengadaptasi pendapat Piaget tentang pertumbuhan pengetahuan seseorang yang meliputi 3 level yaitu level intra (level terendah), level inter (level menengah), level trans (level tertinggi).

**Bagan 2.1 Kerangka berpikir penelitian**

